

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Національний університет «Запорізька політехніка»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання розрахунково-графічного завдання з дисципліни

«Теорія механізмів і машин»

для студентів спеціальностей денної форми навчання

131 «Обладнання та технології пластичного формування
конструкцій машинобудування»

133 «Підйомно-транспортні, дорожні, будівельні, меліоративні
машини і обладнання»

2022

Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічного завдання з дисципліни «Теорія механізмів і машин» для студентів спеціальностей денної форми навчання 131 «Обладнання та технології пластичного формування конструкцій машинобудування», 133 «Підйомно-транспортні, дорожні, будівельні, меліоративні машини і обладнання» / Укл.: А.Д. Фурсіна, С.Ю. Кружнова – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2022. – 23 с.

Укладачі: А.Д. Фурсіна, к.т.н., доцент
С.Ю. Кружнова, ст. викл.

Рецензент: А.А. Скребцов, к.т.н., доцент.

Відповідальний за випуск: С.Ю. Кружнова

Затверджено
на засіданні кафедри механіки
Протокол № 6 від 20.01.2022 року.

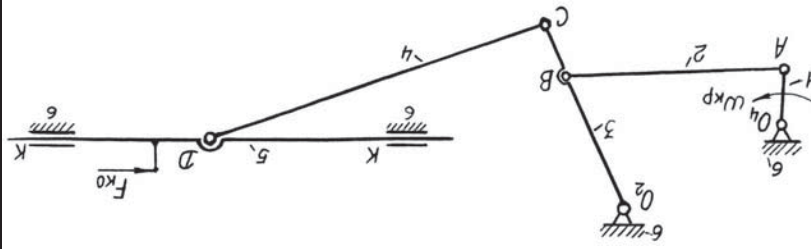
Рекомендовано до видання
НМК БАД факультету
Протокол № 4
Від «10» 02 2022 року

Схема 3	Варіант	$n_{кр},$ χ_B^{-1}	$O_4A,$ мм	$AB,$ мм	$CB,$ мм	$BD,$ мм
	1	90	46	253	200	200
	2	120	47	271	220	220
	3	85	48	260	210	210
	4	60	51	225	190	190
	5	60	52	362	220	220
	6	145	87	452	430	430
	7	100	130	647	390	390
	8	75	107	547	410	410
	9	90	113	489	450	450
	10	60	114	578	418	418

Для задачі 2 кут повороту ведучої ланки α_1 задається викладачем і відкладається від горизонтальної лінії проти годинникової стрілки.

ЛІТЕРАТУРА

1. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. – К.: видавництво Наукова думка, 2002. – 670 с.
2. Артоболевский И.И., Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
3. Артоболевский И.И., Эдельштейн Б.В. Сборник задач по теории механизмов и машин: Учеб. пос. для вузов – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1973. – 256 с.
4. Теория механизмов и машин: Учеб для ВТУЗов / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др.; Под ред. К.В. Фролова. – М.: Высш. шк., 1987. – 496 с.

Схема 2	Варіант	$n_{кр}$, хв ⁻¹	O_4A , мм	AB , мм	O_2C , мм	CD , мм
	1	90	106	524	300	600
	2	87	110	542	310	620
	3	84	113	559	320	640
	4	82	117	577	330	660
	5	80	122	539	340	680
	6	78	125	555	350	700
	7	76	124	571	360	720
	8	74	132	587	370	740
	9	72	137	542	380	760
	10	70	141	562	390	780
	11	68	145	576	400	800
	12	66	148	591	410	820
	13	64	153	550	420	840
	14	62	157	563	430	860
	15	60	161	576	440	880
	16	58	164	589	450	900
	17	56	170	548	460	920
	18	54	174	560	470	940
	19	52	177	571	480	960
	20	50	181	583	490	980

Для задачі 2 кут повороту ведучої ланки α_1 задається виклад-
чем і відкладається від горизонтальної лінії проти годинникової стріл-
ки. $O_2C/O_2B=1.5$.

ЗМІСТ

1	ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ	4
2	ЗАДАЧА 1: СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМУ	12
3	ЗАДАЧА 2: КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМІВ	14
4	ЗАВДАННЯ ДО РГЗ	21
	ЛІТЕРАТУРА	23

1 ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Методичні вказівки призначені для самостійної роботи студентів, особливо будуть корисними в умовах дистанційного навчання, при виконанні розрахунково-графічних завдань (РГЗ). Самостійна робота при виконанні цих завдань сприяє закріпленню теоретичних знань з курсу «Теорія механізмів і машин» у розділі «Кінематичний аналіз важільних механізмів», а також підготовці студента до виконання курсової роботи.

Теоретична частина

Механізм є системою твердих тіл. Тому механізми мають як просту, так і достатньо складну й різноманітну будову (структуру). Саме побудовою механізму визначаються такі його характеристики, як види здійснюваних рухів, засоби його перетворення, число ступенів волі. Формування механізму, тобто з'єднання окремих його частин у єдину систему, здійснюється накладанням в'язів на їх відносний рух. Правильне їх розподілення в побудові механізму у великій степені обумовлює його надійну експлуатацію. Тому при проектуванні необхідно з великої різноманітності механізмів вибрати найбільш оптимальний й правильно підібрати його основні структурні елементи. А для цього перш за все треба знати основні види сучасних механізмів, їх структурні характеристики, закономірності їх побудови.

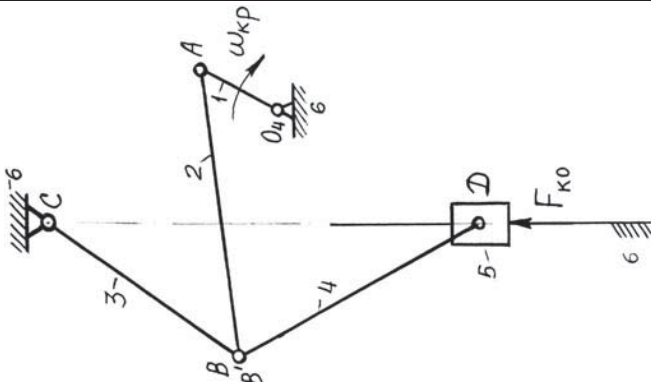
Тверді тіла, з яких утворюється механізм, називають *ланками*. При цьому мають на увазі як абсолютно тверді, так і такі що деформуються й гнучкі тіла. Рідина та газ в теорії механізмів і машин ланками не вважаються. Ланка це або одна деталь, або сукупність декількох деталей, з'єднаних в одну кінематичне нерухому систему. Між собою ланки розрізняються за конструктивними ознаками (вал, шатун, повзун, поршень, зубчасте колесо, тощо) й за характером їх руху. Наприклад, ланка, яка обертається на повний оберт відносно нерухомої вісі, називається *кривошипом*, при неповному оберті – *коромислом*; ланка, яка здійснює поступальний прямолінійний рух, – *повзуном* (*поршнем*), тощо. Нерухома ланка механізму називається *стілкою* (*стопом, опорою, корпусом*).

Визначення величин лінійних і кутових прискорень ланок і точок, а також прискорення точки *C* здійснюється аналогічно, як і при визначенні у кривошипно-повзунного механізму.

4 ЗАВДАННЯ ДО РГЗ

Викладачем задається номер схеми, а варіант вибирається за останньою цифрою залкової книжки.

Схема 1



Варіант	$n_{кр},$ хв ⁻¹	$O_4A,$ мм	$AB,$ мм	$CB,$ мм	$BD,$ мм
1	90	140	450	500	500
2	87	160	480	500	540
3	85	170	500	540	550
4	82	180	520	550	600
5	78	200	580	600	680
6	75	220	600	680	720
7	70	240	680	700	740
8	65	260	700	760	800
9	63	280	760	860	880
10	62	300	860	900	940
11	60	320	900	940	920
12	65	340	940	960	940
13	55	150	465	500	520
14	53	165	490	520	545
15	58	175	510	545	570
16	52	190	540	575	640
17	50	210	590	640	700
18	48	230	640	690	730
19	45	250	690	730	770
20	40	270	730	810	840

Для задачі 2 кут повороту ведучої ланки α_1 задається викладачем і відкладається від горизонтальної лінії проти годинникової стрілки.

Кутова швидкість ланки 2: $\omega_3 = V_{BO1} / l_{BO1}$.

Прискорення точки A ведучої ланки 1 визначимо за формулою

$$\vec{a}_A = \vec{a}_{AO} = \vec{a}_{AO}^n + \vec{a}_{AO}^t, \quad (3.5)$$

де $\vec{a}_{AO}^n$ – нормальне прискорення точки A в обертальному русі навколо точки O ;

$\vec{a}_{AO}^t$ – тангенціальне прискорення точки A в обертальному русі навколо точки O .

Визначення величин та напрямків цих векторів дивись попередній приклад.

Для визначення прискорення точки B запишемо векторне рівняння

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t = \vec{a}_{BO1}^n + \vec{a}_{BO1}^t.$$

Розв'яжемо це рівняння графічно. Для цього з точки π – полюса плана прискорень, проводимо промінь у напрямку вектора $\vec{a}_{AO}^n$ і на ньому відкладаємо відрізок $\pi n_1 = a_{AO}^n / \mu_a$, де μ_a – масштабний коефіцієнт побудови плана прискорень. З точки n_1 у напрямку вектора $\vec{a}_{AO}^t$ відкладаємо відрізок $n_1 a = a_{AO}^t / \mu_a$. Точку a з'єднуємо з полюсом π . Повне прискорення точки A на плані прискорень виражається відрізком πa : $a_{AO} = a_A = \pi a \cdot \mu_a$.

З точки a проведемо промінь у напрямку вектора $\vec{a}_{BA}^n$ на якому відкладаємо відрізок $an_2 = a_{BA}^n / \mu_a$. З полюса π проведемо промінь у напрямку вектора $\vec{a}_{BO1}^n$ на якому відкладаємо відрізок $\pi n_2 = a_{BO1}^n / \mu_a$. З точки n_2 проведемо лінію у напрямку вектора $\vec{a}_{BA}^t$ до пересічення з лінією, проведеною з точки n_3 , у напрямку вектора $\vec{a}_{BO1}^t$. Точку пересічення позначимо літерою e і з'єднаємо її з полюсом.

Кінематичною парою називають рухоме з'єднання двох ланок, або з'єднання двох ланок, що мають відносний рух. Сукупність пове-рхонь, ліній або точок ланок, що входять в контакт з іншою ланкою пари, називають **елементом** пари. Для того щоб елементи пари зна-ходились у постійному контакті, пара повинна бути замкнута геометрично (за рахунок конструктивної форми ланок) або силовим (силою ваги, пружиною, силою тиску ріди-ни або газу, тощо) способом.

Кінематичні пари у значній мірі визначають працездатність й надійність машини, тому що через них передаються зусилля від однієї ланки до другої; в кінематичних парах, внаслідок відносного руху, ви-никає тертя, елементи пари знаходяться у напруженому стані і у стані зносу. Тому правильний вибір кінематичної пари, її геометричної фо-рми, розмірів, конструкційних та мастильних матеріалів має велике значення при проектуванні машини.

Систему ланок, які утворюють між собою кінематичні пари, на-зивають **кінематичним ланцюгом**. Розрізняють ланцюги **просторові та плоскі, замкнуті та розімкнуті, прості та складні**. Якщо в кі-нематичному ланцюзі є хоча б одна кінематична пара просторова (тобто така в якій будь-яка точка однієї ланки, що рухається відносно іншої, може виходити за межі однієї площини), то і кінематичний ла-нцюг вважається просторовим. В замкнутому ланцюзі кожна ланка входить не менш ніж у дві кінематичні пари, в розімкнутому ланцюзі є ланки, що входять тільки в одну кінематичну пару. Якщо в кінематич-ному ланцюзі усі ланки входять не більш ніж у дві кінематичні пари, то такий ланцюг є простим. Якщо в кінематичному ланцюзі є хоча б одна ланка, яка входить біль ніж у дві кінематичні пари, тобто припу-скає розділення ланцюга на паралельні гілки, то такий ланцюг вважа-ється складним.

Використовуючи термін «кінематичний ланцюг», можна дати таке визначення механізму: **механізм** – кінематичний ланцюг, до складу якого входить нерухома ланка (стояк, стійка) й число ступенів волі якого відносно стійки дорівнює числу узагальнених координат, які характеризують положення ланцюга відносно цієї ж стійки. Неру-хомість ланки показують на схемі штриховою.

Розрізняють вхідні та вихідні ланки механізму. **Вихідною** нази-вають ланку, яка здійснює рух, для якого й призначено механізм. **Вхи-дною** називають ланку, якій надається рух, що перетворюється меха-

нізмом у необхідний рух вихідної ланки. Число вхідних ланок звичайно ж дорівнює числу ступенів волі механізму, тобто числу його узгалянених координат, але може й не збігатись з ним.

При зображенні механізму на кресленні розрізняють його **структуру** (принципову) схему з використанням умовних позначень ланок і пар (без вказування розмірів ланок) й **кінематичну** схему з розмірами, необхідними для кінематичного розрахунку. На схемах ланки позначають цифрами, а пари й різні точки ланок – буквами.

Класифікація кінематичних пар

Кінематичні пари розрізняють (за Рело) за характером дотику ланок: пару називають **вищою**, якщо елементом дотику ланок є точка або лінія, і **нижчою**, якщо елементом дотику ланок є поверхня. При цьому точковий або лінійний контакт розуміється як такий при дотику ланок без зусилля, а під навантаженням ланки, які утворюють вищу пару, будуть контактувати по деякій фактичній поверхні, яка зветься **плямою контакту**. Кінематичні пари бувають також **просторовими** та **плоскими**. Кінематична пара просторова це така, в якій будь-яка точка однієї ланки, що рухається відносно іншої, може виходити за межі однієї площини. Якщо рух кожної точки однієї ланки відносно другої відбувається в одній, або в паралельній базовій, площині, то така пара плоска.

В просторі кожна ланка має шість вільних незалежних рухів – три поступальних та три обертальних відносно трьох прямокутних (Декартових) осей координат. Будь який контакт з іншою ланкою (за умовою постійності його) накладає обмеження у відносному русі ланок, тобто віднімає певну кількість незалежних рухів.

В теоретичній механіці, при розгляді теми в'язів та реакцій в'язів, було показано, що реакції в'язів стільки, скільки обмежень у відносному русі така в'язь накладає. Таким чином при класифікації кінематичних пар (за І.І. Артоболевським) клас кінематичної пари визначається кількістю в'язів накладених на відносний рух ланок, або, інакше, кількістю незалежних рухів відібраних у ланки в її відносному русі.

Класифікація кінематичних ланцюгів

Ми вже говорили про те, що кінематичні ланцюги бувають плоскими та просторовими, простими та складними, замкнутими та роз-

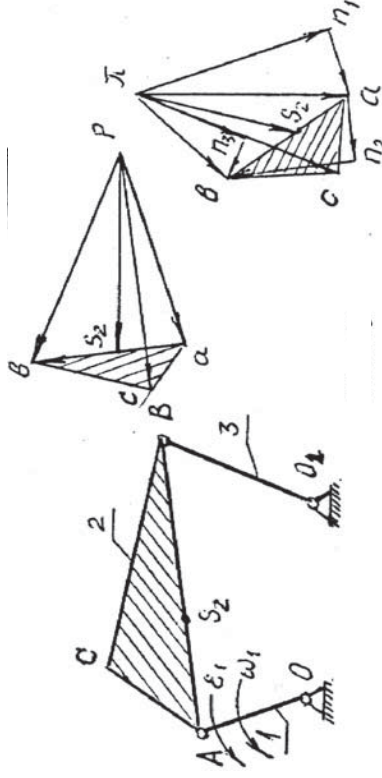


Рисунок 3.2

Напрямок вектора $\vec{V}_{AO}$ визначається перпендикуляром до ланки AO у бік кутової швидкості ω_1 .

Для визначення швидкості точки B запишемо векторні рівняння

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}; \quad \vec{V}_B = \vec{V}_{O1} + \vec{V}_{BO1}.$$

Враховуючи, що $\vec{V}_{O1} = 0$, можна записати

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA} = \vec{V}_{BO1}.$$

З полюса побудови p проведемо відрізок pa у напрямку вектора $\vec{V}_{AO}$. З точки a проведемо лінію у напрямку вектора $\vec{V}_{BA}$ (перпендикулярну ланці AB) до пересічення з лінією, проведеною з полюса p у напрямку вектора $\vec{V}_{BO1}$, в точці b . Швидкість точки C визначимо аналогічно попередньому прикладу. З плану швидкостей визначимо:

$$V_{BA} = ab \cdot \mu_V; \quad V_B = pb \cdot \mu_V; \quad V_C = pc \cdot \mu_V.$$

$$\text{Кутова швидкість ланки 2: } \omega_2 = V_{BA} / l_{BA}.$$

Для визначення напрямку кутового прискорення вектор $\vec{a}_{BA}^t$ з плану прискорень умовно переносимо у точку B плану механізму і дивимось куди цей вектор обертає ланку AB відносно точки A . Це і буде напрямком кутового прискорення.

Прискорення точки C знайдемо за допомогою **теореми подібності**.

Теорема подібності: Відрізки прямих ліній, що з'єднують точки однієї і тієї ж ланки на плані механізму і відрізки прямих ліній, що з'єднують кінці векторів абсолютних швидкостей або прискорень на планах швидкостей або прискорень, утворюють подібні та стосовно розташовані фігури.

Таким чином, на відрізку ac плана прискорень будуємо трикутник Δacs подібний трикутнику ΔABC плана механізму. Точку s з'єднаємо з полюсом π .

$$a_c = \pi s \cdot \mu_a$$

Аналогічно визначаються прискорення і інших точок, наприклад точки S_2 .

Виходячи з побудованих планів швидкостей та прискорень, визначимо, що ж таке план швидкостей і план прискорень.

План швидкостей, це векторний многокутник, в якому усі абсолютні швидкості виходять з однієї точки (полюса), а кінці їх з'єднані відносними швидкостями.

План прискорень, це векторний многокутник, в якому усі абсолютні прискорення виходять з однієї точки (полюса), а кінці їх з'єднані відносними прискореннями (або їх складовими).

Кінематичний аналіз шарнірного чотириланковика.

Побудову плану швидкостей почнемо з визначення швидкості точки A ведучої ланки 1

$$\vec{V}_A = \vec{V}_O + \vec{V}_{AO}; \quad V_{AO} = \omega_1 \cdot l_{AO}.$$

мкнутими. Нагадаємо, що: плоским є кінематичний ланцюг в якому усі рухомі точки ланок рухаються в паралельних площинах; просторовим є кінематичний ланцюг в якому є рухомі точки (хоча б однієї ланки), які мають неплоскі траєкторії або траєкторії, що лежать у перехресних площинах; простим кінематичним ланцюгом називається такий ланцюг, в якому усі ланки входять не більше як у дві кінематичні пари. Якщо в кінематичному ланцюзі є хоча б одна ланка, що входить більше ніж у дві пари, то цей ланцюг буде складним. Якщо в кінематичному ланцюзі є хоча б одна ланка, що входить тільки в одну кінематичну пару, то цей ланцюг буде відкритим, або розімкнутим. Якщо ж у кінематичному ланцюзі усі ланки входять не менш як у дві пари, то такий ланцюг буде замкнутим. На рис. 1.1, a показана схема складного відкритого (розімкненого) кінематичного ланцюга; на рис. 1.1, b – схема простого замкнутого ланцюга; на рис. 1.1, $в$ – схема складного замкнутого ланцюга з шести ланок. Усі ці схеми плоскі.

Структурні формули механізмів

Існують загальні закономірності в структурі (побудові) різних механізмів, які враховують число ступенів волі W механізму з числом ланок й числом та видом його кінематичних пар. Ці закономірності носять назву **структурних формул** механізмів.

Для просторових механізмів найбільш розповсюджена формула Сомова-Малишева, вивід якої проводиться так, як показано нижче.

Хай в механізмі, що має m ланок (включно зі стійкою), P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 – число п'яти-, чотири-, три-, дво-, однорухомих пар (тобто 1-го, 2-го, 3-го, 4-го та 5-го класів). Число рухомих ланок позначимо $n = m - 1$. Якби усі рухомі ланки були б вільними тілами, то загальна кількість ступенів волі була б рівною $6n$. Однак кожна пара 1-го класу накладає на відносний рух ланок, що її утворюють, п'ять в'язів, кожна пара 2-го класу накладає на відносний рух ланок, що її утворюють, чотири в'язі і т.д. Таким чином, загальне число ступенів волі буде дорівнювати

$$W = 6n - (5P_1 + 4P_2 + 3P_3 + 2P_4 + P_5 - q), \quad (1.1)$$

Де q – кількість зайвих (надлишкових) в'язів, які дублюють інші в'язі, не зменшуючи рухомості механізму, а тільки перетворюючи

його у статично невизначену систему. Тому від загальної кількості ступенів волі треба відняти цю кількість зайвих в'язів q . В загальному вигляді розв'язок рівняння (1.1) – важка задача, тому що невідомими є W і q ; існуючі способи розв'язку є складними і в даних методичних вказівках не розглядаються. Однак в окремих випадках, якщо W , яке дорівнює числу узагальнених координат механізму, яке відомо з геометричних міркувань, з формули (1.1) можна визначити число надлишкових в'язів.

$$q = W - 6n + (5p_1 + 4p_2 + 3p_3 + 2p_4 + p_5). \quad (1.2)$$

Треба зауважити, що в структурні формули не входять розміри ланок, тому при структурному аналізі механізмів їх можна припустити будь-якими. Якщо надлишкових в'язів нема ($q=0$), складання механізму відбувається без деформування ланок; такі механізми називаються **самоустановлюючими**.

Для плоских механізмів без надлишкових в'язів структурна формула носить ім'я П.Л. Чебишева, який вперше запропонував її у 1869 році для важільних механізмів з обертальними парами й одною ступінню волі. В наш час формула Чебишева розповсюджується на будь-які плоскі механізми.

Хай в плоскому механізмі, що має $n = m - 1$ - кількість рухомих ланок, p_n – число нижчих пар і p_e - число вищих пар. Якби усі рухомі ланки були б вільними тілами, що здійснюють плоский рух, то загальне число ступенів волі було б рівним $3n$. Однак кожна нижча пара накладає на відносний рух ланок, що утворюють пару, дві в'язі, лишаячи одну ступінь волі, а кожна вища пара накладає одну в'язь, залишаючи дві ступені волі.

В загальну кількість в'язів можуть увійти q надлишкових в'язів, вилучення яких не збільшує рухомості механізму. Таким чином, число ступенів волі рухомого плоского кінематичного ланцюга (механізму) визначається **формулою Чебишева**

Враховуючи, що плоскими кінематичними парами нижчими є пари 5-го класу, вищими – пари 4-го класу, формула Чебишева має вигляд

$$W = 3n - (p_4 + 2p_5 - q). \quad (1.3)$$

Величина дотичного прискорення визначається за формулою:

$$a_{AO}^t = \varepsilon_1 \cdot l_{OA}.$$

Рівняння (3.3) розв'язуємо графічно – побудовою **плану прискорень**. Для цього з точки π - полюса плану прискорень, проводимо промінь у напрямку вектора $\vec{a}_{AO}^n$ і на ньому відкладаємо відрізок $\pi n_1 = a_{AO}^n / \mu_a$, де μ_a – **масштабний коефіцієнт** побудови плану прискорень. З точки n_1 у напрямку вектора $\vec{a}_{AO}^t$ відкладаємо відрізок $n_1 a = a_{AO}^t / \mu_a$. Точку a з'єднуємо з полюсом π . Повне прискорення точки A на плані прискорень виражається відрізком πa : $a_{AO} = a_A = \pi a \cdot \mu_a$.

Прискорення точки В визначимо згідно з теоремою про складання прискорень точок твердого тіла у плоскому русі

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t. \quad (3.4)$$

У цьому рівнянні невідомими є величини векторів $\vec{a}_B$ і $\vec{a}_{BA}^t$. Розв'язуємо рівняння (3.4) графічно. З точки a у напрямку вектора $\vec{a}_{BA}^n$, тобто від точки B до точки A , проводимо промінь, на якому відкладаємо відрізок $an_2 = \vec{a}_{BA}^n / \mu_a = \omega_2^2 \cdot l_{AB} / \mu_a$. З точки n_2 проведемо лінію перпендикулярну ланці AB ($\vec{a}_{BA}^t \perp AB$) до пересічення з лінією проведенню з полюса π паралельно напрямку руху повзуна 3 – вектора $\vec{a}_B$. Точку пересічення позначимо літерою b і з'єднаємо її з полюсом. З плану прискорень визначаємо:

$$a_{BA}^t = n_2 b \cdot \mu_a = \varepsilon_2 \cdot l_{AB}; \quad a_B = \pi b \cdot \mu_a.$$

Кутове прискорення ланки 2:

$$\varepsilon_2 = a_{BA}^t / l_{AB}.$$

Можна використати теорему подібності згідно якої

$$\frac{ac}{av} = \frac{AC}{AB}; \quad \frac{вс}{ав} = \frac{BC}{AB}.$$

Звідси визначити відрізки ac і $вс$ плану швидкостей і побудувати на ньому трикутник $\Delta авс \propto \Delta ABC$. Букви трикутника на плані механізму і на плані швидкостей повинні читатись в одній послідовності.

Лінійні швидкості визначимо за формулами

$$V_{BA} = ab \cdot \mu_V; \quad V_B = pb \cdot \mu_V; \quad V_C = pc \cdot \mu_V.$$

Кутова швидкість ланки 2: $\omega_2 = V_{BA} / l_{BA}$.

Напрямок кутової швидкості визначається так: вектор $\vec{V}_{BA}$ умовно переносимо у точку B ланки 2 плану механізму і дивимось куди він буде обертати ланку відносно точки A . Це і є напрямки кутової швидкості ланки 2.

Прискорення точки A ведучої ланки 1 визначимо за формулою:

$$\vec{a}_A = \vec{a}_{AO} = \vec{a}_{AO}^n + \vec{a}_{AO}^t. \quad (3.3)$$

де $\vec{a}_{AO}^n$ – **нормальне прискорення** точки A в обертальному русі навколо точки O , $\vec{a}_{AO}^t$ – **тангенціальне прискорення** точки A в обертальному русі навколо точки O .

Як відомо з теоретичної механіки, нормальне прискорення завжди направлене до центра обертання або до прийнятого полюса. Тому напрямки нормального прискорення завжди відомий. Тут вектор $\vec{a}_{AO}^n$ направлений від точки A до точки O . Тангенціальне прискорення направлене перпендикулярно нормальному у бік кутового прискорення.

Величина нормального прискорення визначається за формулою

$$a_{AO}^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = V_{AO}^2 / l_{AO}.$$

Групи Ассура та їх класифікація. Утворення механізмів. Заміна вищих пар нижчими.

Утворення механізмів за Ассуром

Розроблена Л.В. Ассуром структурна класифікація плоских вальних механізмів полегшує дослідження існуючих та утворення нових механізмів без надлишкових в'язів. Основний її принцип полягає в тому, що механізм може бути утворений шляхом приєднання до одного або декількох початкових ланок й стійки кінематичних ланцюгів (структурних груп) нульової рухомості відносно тих ланок, до яких група приєднується. **Таким чином, нульова структурна група (група Ассура) – кінематичний ланцюг, приєднання якого до механізму не змінює числа його ступеня волі.** За Ассуром в структурних групах усі ланки з'єднуються тільки кінематичними парами нижчими, тобто 5-го класу ($p_4=0$). Первісний механізм, або механізм 1-го класу, є найпростіший механізм, що представляє з себе дволанковий механізм, який складений з однієї рухомої ланки й стійки; число первісних механізмів рівне числу ступенів волі механізму. Для структурних груп Ассура за формулою Чебишева можна записати рівність:

$$W=3n-2p_5=0. \quad (1.4)$$

З цієї формули можна визначити співвідношення між кількістю рухомих ланок та кількістю кінематичних пар 5-го класу, які можливі в структурній групі Ассура

$$n = \frac{2}{3} p_5.$$

Звідси можна скласти таку таблицю:

n	2	4	6	...
p	3	6	9	...

Приклади груп Ассура з таким співвідношенням кількості ланок і кінематичних пар представлені на рис. 1.2. Найпростіше сполучення чисел ланок і пар, що задовольняє умові (1.5), буде $n=2$ та $p_5=3$. Вра-

ховуючи, що будь-яка група Ассура, якщо її приєднати до початкової ланки й стійки, утворює замкнутий кінематичний ланцюг, можна зробити висновок: **число елементів, якими група приєднується до початкової ланки та стійки не може бути менше двох**. Тоді у найпростіших групах (верхній і середній ряди рис. 1.1), які складаються з трьох кінематичних пар, елементи двох ланок є вільними.

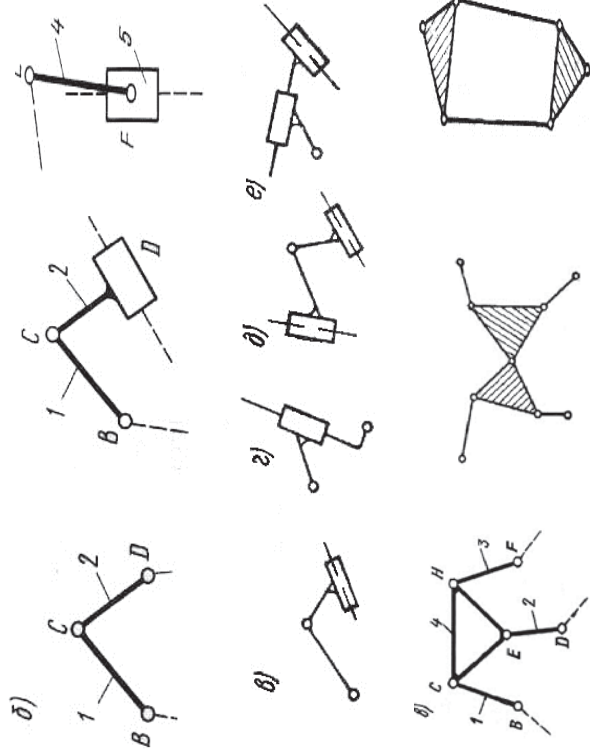


Рисунок 1.1

Обов'язковою умовою приєднання групи Ассура є неможливість з'єднання вільних її елементів між собою або до однієї ланки.

Ці групи можуть своїми вільними елементами бути приєднаними до двох ланок інших груп, або до початкової ланки (механізму 1-го класу) та стійки відповідно. Якщо група буде приєднана до механізму 1-го класу і стійки, то це буде механізм 3-го ступеня вольі 1, тобто $W=1$. Якщо група буде приєднана до двох механізмів 1-го класу, то це буде механізм 3-го ступеня вольі 2, тобто $W=2$ (див. рисунок 1.2).

Група, що має дві ланки й три кінематичні пари 5-го класу, звється групою 2-го класу та 2-го порядку, тому що приєднання цієї групи до основного механізму здійснюється двома повідками CB і CD.

Вектор $\vec{V}_B$ направлений вздовж напрямляючої руху повзуна 3, а вектор $\vec{V}_{BA}$ - перпендикулярно ланці AB. Величини цих векторів невідомі. Розв'яжемо рівняння (3.1) графічно. З довільно обраного полюса p проведемо промінь у напрямку вектора $\vec{V}_A$ на якому відкладемо відрізок $pa = V_A / \mu_v$, де μ_v - масштабний коефіцієнт побудови **плану швидкостей**. З точки a проведемо лінію паралельно вектору $\vec{V}_{BA}$ до пересічення з лінією, проведеною з точки p паралельно вектору $\vec{V}_B$. Точку пересічення позначимо літерою b.

Для визначення швидкості точки C запишемо рівняння:

$$\vec{V}_C = \vec{V}_A + \vec{V}_{CA} = \vec{V}_B + \vec{V}_{CB}. \quad (3.2)$$

З точки a плану швидкостей проведемо лінію перпендикулярну відрізку AC плану механізму (вектор $\vec{V}_{CA} \perp CA$) до пересічення з лінією, проведеною з точки b перпендикулярно до відрізка BC (вектор $\vec{V}_{CB} \perp CB$). Точку пересічення позначимо літерою c і з'єднаємо її з полюсом p (дивись рис. 3.1).

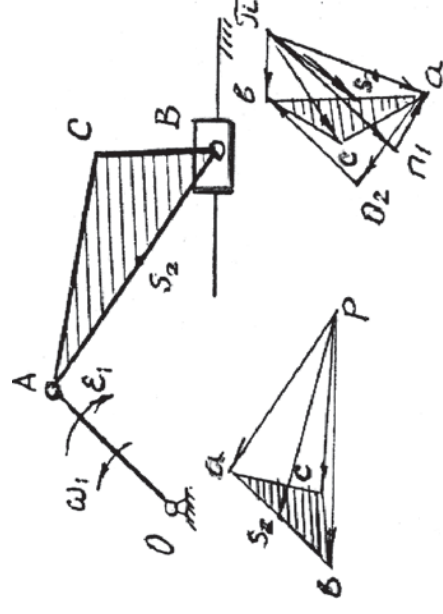


Рисунок 3.1

$$I(1, 8) \leftarrow III(2, 3, 4, 5) \leftarrow II(6, 7),$$

де I, II, III – клас груп; 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 – номери ланок, що входять в групу.

3 ЗАДАЧА 2 КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМІВ

Провести кінематичний аналіз важільного механізму (Завдання до РГЗ стор. 21-23)

Кінематичний аналіз механізмів полягає у визначенні показників руху ланок без урахування сил і пар сил, діючих на ці ланки.

Кінематичний аналіз має 4 методи: аналітичний, графічний, графоаналітичний та експериментальний. Докладно розглянемо графоаналітичний метод, який базується на теоремах кінематики про швидкість та прискорення точок твердого тіла у плоскому або складному русі і на теоремі подібності.

Графоаналітичне дослідження проводиться для фіксованого положення механізму, визначеного кутом α_1 ведучої ланки.

Вважаємо відомими розміри ланок, їх положення, кутові швидкості і прискорення ведучої ланки (узагальнені швидкість і прискорення).

Розглянемо кінематичний аналіз кривошипно-повзунного механізму.

Лінійна швидкість точки A визначається за формулою:

$$\vec{V}_A = \omega_1 \cdot l_{OA}.$$

Вектор $\vec{V}_A$ діє у напрямку кутової швидкості ω_1 перпендикулярно ланці OA (по дотичній до траєкторії точки A).

Для визначення швидкості точки B запишемо векторне рівняння відповідно до теореми про складання швидкостей точок твердого тіла у його плоскому русі:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}. \quad (3.1)$$

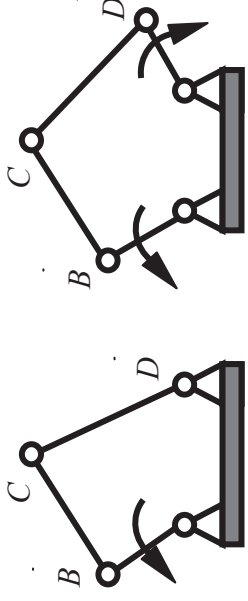


Рисунок 1.2

Клас групи Ассура визначається найвищим класом контурів, з яких складається дана група. Контур – це замкнута фігура, що утворена ланками однієї групи. Контуром другого класу вважається будь-яка ланка з двома кінематичними парами 5-го класу. Контуром третього класу вважається трикутник, утворений трьома ланками, що з'єднані між собою трьома кінематичними парами 5-го класу. Контуром четвертого класу вважається чотирикутник, утворений чотирма ланками, що з'єднані між собою чотирма кінематичними парами 5-го класу.

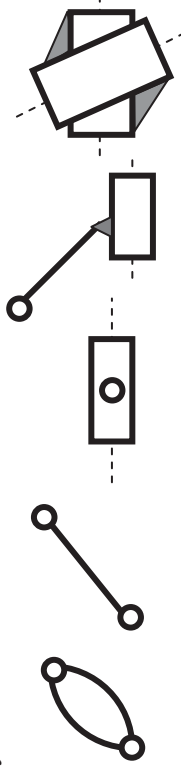


Рисунок 1.3 – Контур другого класу

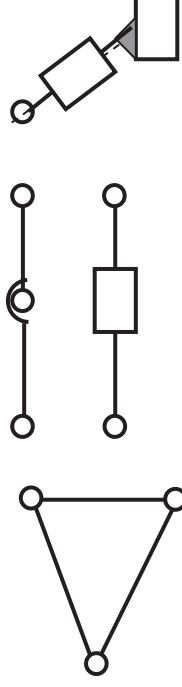


Рисунок 1.4 – Контур третього класу

Слід звернути увагу на те, що кінематичні пари, які утворюють контури, повинні бути утворені ланками тільки однієї групи Ассура. Якщо у трикутнику хоча б одна кінематична пара утворена

ланками, що входять до різних груп Ассура, вона вважається несуттєвою, тобто такою, яка не входить до ознак контуру, а ланка вважається контуром другого класу.

Порядок групи Ассура визначається числом елементів ланок, якими група приєднується до основного механізму, або до інших груп.

Наприклад, на рис. 1.1 у двох верхніх рядках показані групи 2-го порядку, а у нижньому рядуку (зліва направо) відповідно групи третього, четвертого та другого порядків.

Клас механізму визначається найвищим класом усіх груп, що входять до складу механізму.

2 ЗАДАЧА 1: СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМУ

Провести структурний аналіз механізму. Визначити ступінь рухомості механізму, виділити групи Ассура, вказати їх клас та порядок, клас механізму. Написати формулу побудови механізму.

Плоский механізм може розглядатись як просторовий на який накладені три загальних обмеження (наприклад, рух в напрямку осі z і обертання навколо осей x, y). Якщо на рух ланки в площині не накладено ніяких умов зв'язку, то вона володіє трьома ступенями рухомості. Якщо число рухомих ланок механізму дорівнює n , то загальне число ступенів рухомості, яким володіють n ланок до їх з'єднання в кінематичні пари, рівне $3 \cdot n$. З'єднання ланок в кінематичні пари накладає зв'язки на відносний рух ланок: п'ятого класу – 2, четвертого – 1. Кінематичні пари третього, другого і першого класу в плоскому механізмі – відсутні. Тоді, різниця між загальним числом ступенів рухомості, яким володіють n ланок плоского механізму до їх з'єднання в кінематичні пари і числом зв'язів, що накладені на ланки усіма кінематичними парами плоского механізму є *ступінь рухомості плоского механізму*

$$W = 3 \cdot n - 2 \cdot p_5 - p_4. \quad (2.1)$$

Формули (1.2) і (1.3) справедливі для механізмів, що мають геометричні зв'язки і диференціальні зв'язки, рівняння яких можна інтегрувати.

Для прикладу ви- значимо ступінь рухо- мості плоского кривошип- но-повзунного механізму (рис. 2.1).

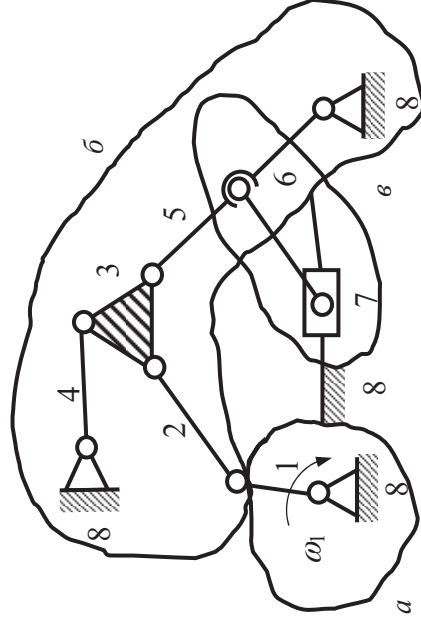
Механізм має три рухомих ланки, $n=3$ (ланки 1, 2, 3), і чотири кінематичні пари п'ятого класу (пари A, B, C, D)

Для такого механі- зму маємо

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1.$$

Таким чином, ступінь рухомості дорівнює 1, і кількість входніх рухомих ланок в механізмі дорівнює 1.

Механізм, схема якого показана на рис. 2.2, побудований приєднанням до входньої ланки і стояка (ланки 1,8) групи Ассура III класу (ланки 2, 3, 4, 5) і групи Ассура II класу (ланки 6, 7) Для цього механі- зму формула побудови має вигляд



a — входня ланка; b — група Ассура третього класу; e — група Ассура другого класу

Рисунок 2.2 — Механізм

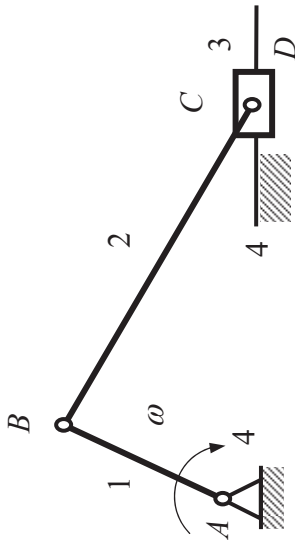


Рисунок 2.1 — Кривошипно-повзунний механізм