

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Національний університет

"Запорізька політехніка"

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до самостійної та практичної роботи з дисципліни

“Електротехніка. Частина 1. Кола постійного струму”

для студентів 131 "Прикладна механіка"

всіх форм навчання

2019

Методичні вказівки до самостійної та практичної роботи з дисципліни “Електротехніка. Частина 1. Кола постійного струму” для студентів спеціальностей 131 Прикладна механіка всіх форм навчання /Укл.: І.О.Афанасьєва, Г.В. Касапов, – Запоріжжя: НУЗП, 2019. – 62 с.

Укладачі:

І.О. Афанасьєва, ст. викладач
Г.В Касапов, зав.лаб.

Рецензент

В.В. Козлов, доцент, к.т.н.

Відповідальний за випуск:

С.М. Тиховод, доцент, д.т.н.

Затверджено
на засіданні кафедри ТЗЕ
Протокол №3 від 07.03.19р.

Рекомендовано
до видання на НКМ
машинобудівного
факультету
Протокол №9 від 18.04.19р.

ЗМІСТ

Передмова.....	4
1. Розрахунок лінійних кіл постійного струму.....	5
1.1 Основні визначення і закони електричних кіл.....	5
1.2 Метод еквівалентних перетворень.....	8
1.3 Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа	15
1.4 Метод контурних струмів.....	18
1.5 Метод вузлових потенціалів.....	22
1.6 Потенційна діаграма.....	28
1.7 Метод накладання.....	29
1.8 Метод еквівалентного генератора.....	32
1.9 Метод пропорційних величин	37
2. Питання для самоперевірки.....	39
3. Індивідуальне завдання.....	41
4. Індивідуальне завдання з електротехніки.....	53
5. Задачі для самостійного рішення.....	60
Література.....	62

ПЕРЕДМОВА

Методичні вказівки призначені для студентів-бакаларів неелектричних спеціальностей та містять теоретичні відомості з фундаментальних методів розрахунку електричних кіл постійного струму з одним чи декількома джерелами енергії. Кожен метод пояснюється прикладом розрахунку. Вказівки мають основний перелік питань для самоперевірки, контрольні завдання, скорочений приклад оформлення завдання, літературу до курсу "Електротехніка".

Контрольна робота оформлюється в учнівськiм зошиті з додержуванням державних стандартів.

На титульному листі обов'язково записується шифр залікової книжки, номер варіанту завдання, назва роботи, прізвище студента, спеціальність, поштова адреса, рік виконання.

При захисті контрольної роботи студенту потрібно вирішити декілька задач за темою роботи.

1. РОЗРАХУНОК ЛІНІЙНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

1.1 Основні визначення і закони електричних кіл

Електричне коло, що складається тільки з лінійних елементів, називається лінійним, а його стан описується лінійними алгебраїчними рівняннями. Лінійним називається елемент кола, опір якого залишається незмінним незалежно від сили струму в ньому і від величини напруги на його затискачах.

При розрахунку електричного кола найчастіше визначають струми, напруги і потужності на всіх чи заданих ділянках кола за відомим значенням ЕРС E и опорам R .

Складне електричне коло складається з віток, вузлів і контурів.

Вітка – ділянка електричного кола, по якій протікає той самий струм I , наприклад, ділянка ab на рисунку 1.1.

Вузол – місце з'єднання віток електричного кола, наприклад, вузол a на рисунку 1.2.

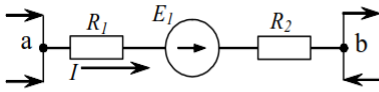


Рисунок 1.1- Ділянка електричного кола

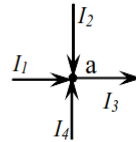


Рисунок 1.2 – Вузол електричного кола

Контур – будь -який замкнутий шлях, утворений вітками і вузлами електричного кола, наприклад, контур $abcd$ на рисунок 1.3.

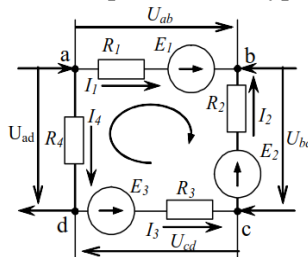


Рисунок 1.3 – Контур електричного кола

В основу розрахунку лінійних електричних кіл покладені відомі закони Ома і Кірхгофа.

Закон Ома застосовується для одного елемента, однієї вітки або для одноконтурного замкнутого (що не має розгалужень) електричного кола:

- для одного елемента чи пасивної вітки ab (рисунок 1.4)

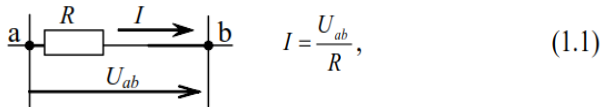


Рисунок 1.4 – Вітка електричного кола

де I – струм, що проходить через елемент кола [А];

$U_{ab} = \Phi_a - \Phi_b$ – прикладена до елемента (вітки) напруга [В];

R – опір [Ом].

I – для активної вітки ab (рисунок 1.5)

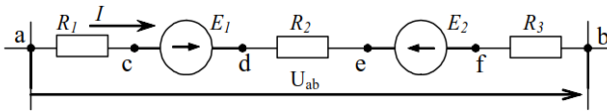


Рисунок 1.5 – активна вітка

$$I = \frac{\Phi_a - \Phi_b + E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{U_{ab} + E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (1.2)$$

Доказ: $U_{ab} = \Phi_a - \Phi_b$, тобто $\Phi_a > \Phi_b$, тоді рухаючись від вузла b до вузла a (від меншого потенціалу до більшого) одержимо наступні співвідношення:

$$\Phi_f = \Phi_b + IR_3; \quad \Phi_e = \Phi_f + E_2; \quad \Phi_d = \Phi_e + IR_2; \quad \Phi_c = \Phi_d - E_1; \quad \Phi_a = \Phi_c + IR_1$$

чи

$$\Phi_a = \Phi_b + IR_3 + E_2 + IR_2 - E_1 + IR_1, \text{ звідки}$$

$$\Phi_a - \Phi_b = U_{ab} = E_2 - E_1 + I(R_1 + R_2 + R_3),$$

а струм вітки

$$I = \frac{\Phi_a - \Phi_b + E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{U_{ab} + E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

У загальному випадку, коли між вузлами a і b включені активна резистивна вітка і струм спрямований від вузла a до вузла b , формула (1.2) приймає вид:

$$I = \frac{\varphi_a - \varphi_b + \sum \bar{E}}{\sum R} = \frac{U_{ab} + \sum \bar{E}}{\sum R}, \quad (1.3)$$

де $\sum E$ - алгебраїчна сума ЕРС, при цьому ЕРС, напрямки яких збігаються з напрямком струму, беруться зі знаком “+”, а якщо ці напрямки не збігаються, то відповідні ЕРС беруться зі знаком “-”.

Вираз (1.3) є узагальнений закон Ома для ділянки кола, що містить джерело ЕРС.

- для замкнутого одноконтурного кола (рисунок 1.6).

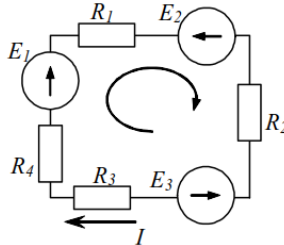


Рисунок 1.6 – Замкнений контур

$$I = \frac{\sum \bar{E}}{\sum R} = \frac{E_1 - E_2 - E_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \quad (1.4)$$

де $\sum \bar{E}$ – алгебраїчна сума ЕРС контуру;

$\sum R$ – арифметична сума опорів контуру;

Перший закон Кірхгофа (закон струмів). Алгебраїчна сума струмів у будь-якому вузлі дорівнює нулю:

$$\sum I = 0, \quad (1.5)$$

чи арифметична сума струмів, що входять у вузол, дорівнює арифметичній сумі струмів, що виходять з вузла.

Вважаючи струми, що входять у вузол, позитивними, а вихідні - негативними для вузла a (рисунок 1.2) перший закон Кірхгофа можна записати в такий спосіб:

$$I_1 + I_2 - I_3 + I_4 = 0 \text{ чи } I_1 + I_2 + I_4 = I_3.$$

Другий закон Кірхгофа (закон напруг). Алгебраїчна сума напруг на вітках (елементах) будь-якого замкнутого контуру дорівнює нулю:

$$\sum U_i = 0, \quad (1.6)$$

чи алгебраїчна сума ЕРС у будь-якому замкнутому контурі дорівнює алгебраїчній сумі падінь напруг на елементах цього контуру:

$$\sum \bar{E}_i = \sum I_i \bar{R}_i \quad (1.7)$$

Для складання рівнянь за другим законом Кірхгофа спочатку задають (вказують) напрямок струмів у всіх вітках електричного кола (якщо тільки струми не задані за умовою задачі) і для кожного контуру вибирають напрямок обходу. Якщо при цьому напрямок ЕРС збігається з напрямком обходу контуру, то таку ЕРС у рівнянні (1.7) беруть зі знаком “+”, якщо не збігаються – зі знаком “-”. Падіння напруг у правій частині рівняння (1.7) беруть зі знаком “+”, якщо обраний напрямок струму вітки збігається з напрямком обходу контуру, і зі знаком “-”, якщо не збігається.

Для контуру $abcd$ (рисунок 1.3), що складає з галузей ab , bc , cd , da , рівняння (1.7) приймає вид: $E_1 - E_2 - E_3 = I_1 R_1 - I_2 R_2 - I_3 R_3 - I_4 R_4$, а рівняння (1.6), якщо позначити напруги на вітках контуру як U_{ab} , U_{bc} , U_{cd} , U_{ad} , приймає вид:

$$U_{ab} + U_{bc} + U_{cd} - U_{ad} = 0.$$

Закон Джоуля- Ленца (теплова дія струму). Кількість теплоти, виділена в активному опорі R (елементі) при проходженні через нього струму I пропорційно квадрату струму, величині опору і часу проходження струму t через елемент:

$$Q = I^2 \cdot R \cdot t \quad (1.8)$$

1.2 Метод еквівалентних перетворень

Метод еквівалентних перетворень найчастіше застосовують для електричного кола з одним джерелом енергії. Цей метод

заснований на поступовому спрощенні конфігурації кола (т.зв. "згортання схеми") і знаходженні одного еквівалентного опору. При розрахунку струмів в окремих вітках схему "розгортають" у зворотному порядку. Спрощення конфігурації електричного кола чи якої-небудь ділянки роблять таким чином, щоб струми і напруги в частинах схеми, не підданих перетворенню, залишилися незмінними.

Таке перетворення називається еквівалентним, а схеми – еквівалентними. При цьому потужності вихідного кола і перетвореного будуть однакові.

При заміні n послідовно з'єднаних опорів одним еквівалентним, його величина дорівнює сумі цих опорів:

$$R_{\text{екв}} = \sum_{i=1}^n R_i \quad (1.9)$$

Еквівалентні опори кола, що складає з n паралельно з'єднаних опорів, дорівнює:

$$\frac{1}{R_{\text{екв}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad \text{чи} \quad G_{\text{екв}} = \sum_{i=1}^n G_i, \quad (1.10)$$

де $G_{\text{екв}} = \frac{1}{R_{\text{екв}}}$ - еквівалентна провідність кола.

У випадку паралельного з'єднання двох опорів R_1 і R_2 їх сумарний (еквівалентний) опір:

$$R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}, \quad (1.11)$$

якщо $R_1 = R_2 = R$, тоді $R_{1,2} = 0,5R$.

У ряді випадків для спрощення кола необхідно перетворювати з'єднання зіркою в еквівалентне з'єднання трикутником чи з'єднання трикутником - у з'єднання зіркою (рисунок 1.7). Такі перетворення виконують за формулами:

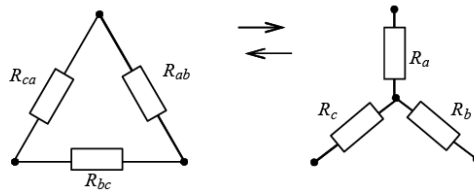


Рисунок 1.7 – З'єднання зіркою та трикутником

$$R_{ab} = R_a + R_b + \frac{R_a \cdot R_b}{R_c}$$

$$R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b \cdot R_c}{R_a} \quad (1.12)$$

$$R_{ca} = R_c + R_a + \frac{R_a \cdot R_c}{R_b}$$

$$R_a = \frac{R_{ab} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$$

$$R_b = \frac{R_{bc} \cdot R_{ab}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \quad (1.13)$$

$$R_c = \frac{R_{ca} \cdot R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$$

Для спрощення симетричних кіл використовують прийом об'єднання (чи роз'єднання) рівно потенційних вузлів. Так, для визначення еквівалентного опору між вершинами куба a і g R_{ag} (рисунок 1.8), рівнопотенційні вузли b, d, c (c, f, n) можна об'єднати в один вузол і тоді опір R_{ag} можна визначити за схемою, представленій на рисунок 1.9 (тут усі грані куба мають рівні опори R).

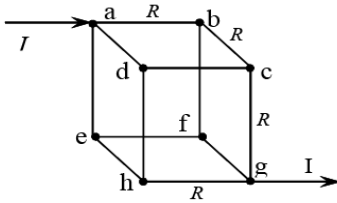


Рисунок 1.8 – Куб

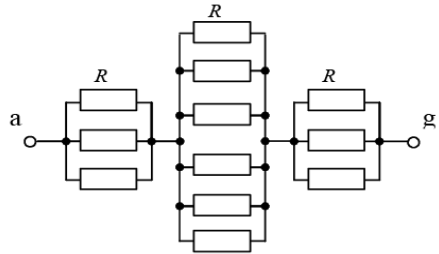


Рисунок 1.9 – Об'єднання в один вузол

Видно, що еквівалентний опір $R_{\text{екв}} = R_{ag}$ визначається трьома паралельними групами (дві з трьох і один із шести опорів), тобто

$$R_{\text{екв}} = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)R = \frac{5}{6}R$$

Для схеми, представленої на рисунку 1.10

потрібно, навпаки, роз'єднати вітки (опір кожної вітки R) у вузлі m і тоді еквівалентний опір кола щодо затискачів ab складе $R_{ab} = R_{\text{екв}} = \frac{3}{2}R$.

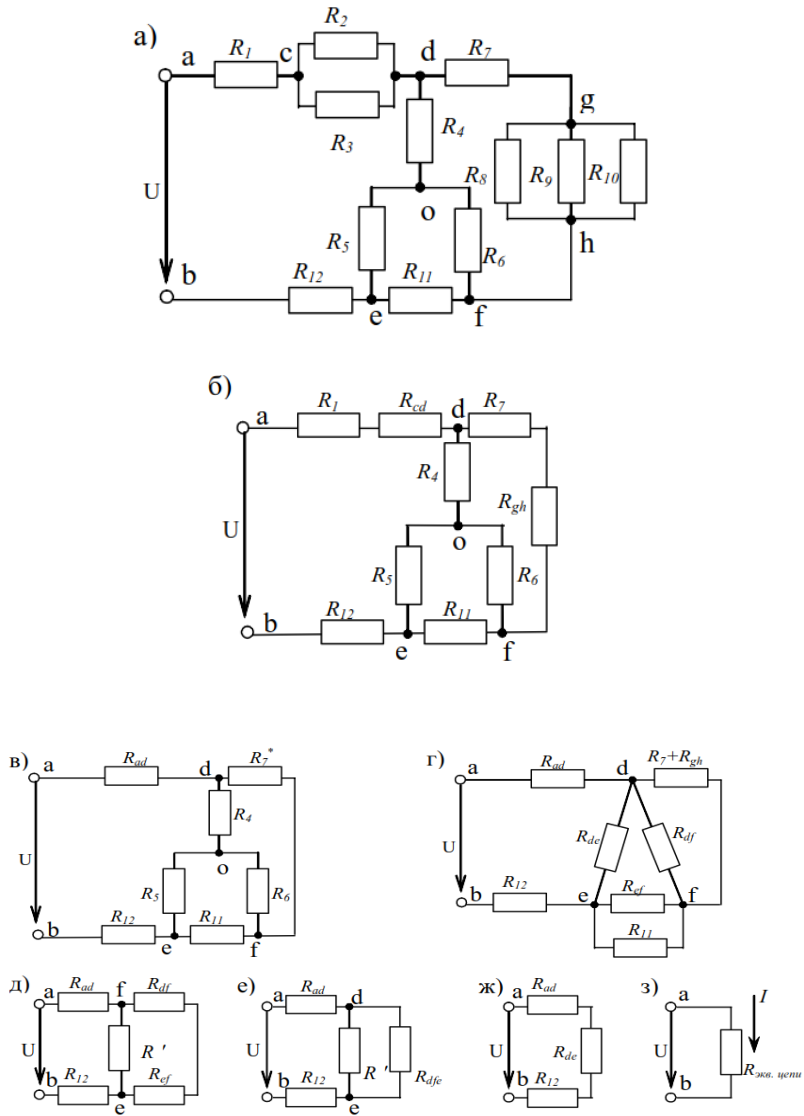


Рисунок 1.13 – Поэтапне перетворення кола

1. Виділимо на схемі, що відповідає рисунку 1.13,а, ділянки з паралельним з'єднанням резисторів (ділянка cd з R_2 і R_3 з ділянка gh з R_8, R_9 і R_{10}) і знайдемо еквівалентний опір зазначених ділянок.

$$R_{cd} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \quad \text{і} \quad R_{gh} = \frac{1}{G_{gh}}, \quad \text{де} \quad G_{gh} = \frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_9} + \frac{1}{R_{10}}$$

2. Замінюючи R_2 і R_3 на R_{cd} і R_8, R_9, R_{10} на R_{gh} , одержимо схему, що відповідає рисунку 1.13,б – перше перетворення.

3. Друге перетворення кола одержимо в результаті заміни послідовно з'єднаних опорів (R_1 і R_{cd}) і (R_7 і R_{gh}) відповідно опорами $R_{ad} = R_1 + R_{cd}$ і $R_7^* = R_7 + R_{gh}$. У цьому випадку схема має вид, що відповідає рисунку 1.13,в.

4.Третє перетворення - це заміна R_4, R_5 і R_6 (зірка) на R_{df}, R_{ef} і R_{de} (трикутник), розрахованих за формулами (1.14). Після заміни зірки на трикутник, схема має вид, що відповідає рисунку 1.13,г.

5.Подальші перетворення зводяться до заміни послідовно - паралельних з'єднань відповідними еквівалентними опорами:

схема 1.13,д представляє заміну паралельних опорів R_7^* і R_{df} на R_{df}^* , а R_{11} і R_{ef} на R_{ef}^* ; схема 1.13,е – заміну R_{df} і R_{ef} одним сумарним R_{dfe} ; схема 1.13,ж – заміну двох паралельних опорів R_{de} і R_{dfe} – одним R_{de}^* ; і, нарешті, додаючи R_{ad}, R_{de}^* і R_{12} робимо останнє перетворення і знаходимо еквівалентний опір кола $R_{экв} = R_{ad} + R_{de}^* + R_{12}$ (рисунок 1.13,з). Тоді струм, що споживає коло I , буде дорівнювати:

Заміна паралельних віток із джерелами ЕРС і джерелами струму однією еквівалентною.

Якщо до яких-небудь двох вузлів, наприклад a і b , складного електричного кола приєднані m паралельних віток із джерелами ЕРС E і n віток із джерелами струму I , то ці вітки можна замінити однією еквівалентною віткою з джерелом ЕРС E_9 й опором R_9 (рисунок 1.14).

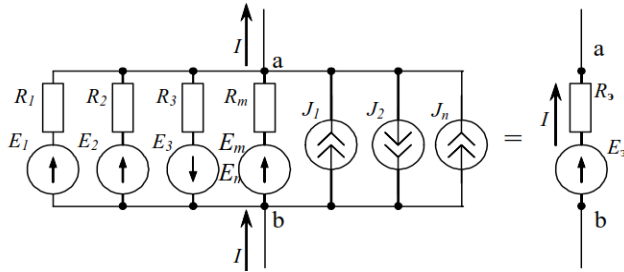


Рисунок 1.14 – Електричне коло

Величина еквівалентної ЕРС E_3 дорівнює:

$$E_3 = \frac{1}{G_3} \sum_{i=1}^m E_i \cdot G_i + \frac{1}{G_3} \sum_{i=1}^n I_i, \quad (1.14)$$

$$\text{де } G_3 = \sum_{i=1}^m G_i = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_m}.$$

У виразі (1.14) зі знаком “+” беруться струми, спрямовані до того ж вузлу, що й еквівалентна ЕРС E_3 , а зі знаком “–” – спрямовані до іншого вузлу.

Заміна декількох паралельних віток однією еквівалентною, як правило, спрощує розрахунок складних схем.

Приклад 1.1. Визначити струм у вітці з амперметром у схемі, представленій на рисунку 1.15, якщо: $E_1=36 \text{ В}$; $E_2=96 \text{ В}$; $E_3=28 \text{ В}$; $E_4=100 \text{ В}$; $E_5=60 \text{ В}$; $J=6 \text{ А}$; $R_1=12 \text{ Ом}$; $R_2=48 \text{ Ом}$; $R_3=44 \text{ Ом}$; $R_4=10 \text{ Ом}$; $R_5=15 \text{ Ом}$; $R_6=30 \text{ Ом}$.

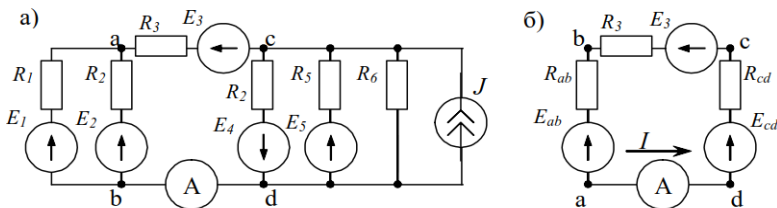


Рисунок 1 15 – Заміна декількох віток однією

Рішення. 1. Замінімо вітки з R_1 E_1 і R_2 E_2 однією еквівалентною віткою з

$$R_{ab} \text{ і } R_{ab} = \frac{1}{G_{ab}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = 9,6, \text{ Ом} \quad E_{ab}, \text{ де:}$$

$$E_{ab} = \frac{\sum E \cdot G}{\sum G} = \frac{E_1 \cdot \frac{1}{R_1} + E_2 \cdot \frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = 48, \text{ В}$$

2. Аналогічно замінімо паралельні вітки, включені між вузлами c і d , однією еквівалентною віткою з R_{cd} і E_{cd} , де:

$$R_{cd} = \frac{1}{G_{cd}} = \frac{1}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}} = 6, \text{ Ом}$$

$$E_{cd} = \frac{\sum E \cdot G + J}{\sum G} = \frac{10 - 4 + 6}{\frac{6}{30}} = 60, \text{ В}$$

3. В результаті перетворень коло має вид, представлений на рисунку 1.15,6. У такій схемі струм може бути знайдений за законом Ома:

$$I = \frac{\sum E}{\sum R} = \frac{E_{cd} + E_3 - E_{ab}}{R_3 + R_{ab} + R_{cd}} = \frac{40}{20} = 2, \text{ А}.$$

1. 3 Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа

Розрахунок кола цим методом полягає в рішенні рівнянь, складених за першим і другим законами Кірхгофа. В результаті розрахунку знаходять невідомі струми віток. Загальне число рівнянь повинне дорівнювати числу невідомих, тобто числу віток кола. При цьому число незалежних рівнянь, що складаються за першим законом

Кірхгофа, дорівнює числу вузлів схеми q мінус одиниця, тобто $q - 1$. Інші рівняння складаються за другим законом Кірхгофа. При складанні рівнянь за другим законом Кірхгофа можна вибирати будь-які контури, однак потрібно стежити, щоб у кожному новому контурі містилася хоча б одна нова вітка, що не входила в інші, раніше обрані контури. Найбільше зручно вибирати контури у виді осередків схеми, тобто контурів, що не містять усередині себе віток. При такому виборі контурів можна бути упевненим, що всі рівняння, складені за другим законом Кірхгофа, будуть незалежними.

Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа має наочність, дозволяє відразу визначити струми у всіх вітках, однак він не є дуже легким, оскільки вимагає рішення системи з великого числа рівнянь, рівного числу віток. Тому нижче будуть розглянуті інші методи розрахунку кіл постійного струму, що дозволяють скоротити число рівнянь, що входять у систему.

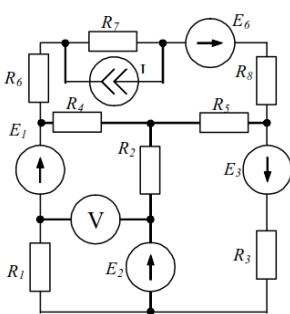


Рисунок 1.16 – Принципова схема розгалуженого кола

Приклад 1.2. Для кола (рисунок 1.16) визначити струми в вітках і показання вольтметра, якщо $E_1=40$ В; $E_2=60$ В; $E_3=50$ В; $E_6=70$ В; $J=2$ А; $R_1=100$ Ом; $R_2=60$ Ом; $R_3=50$ Ом; $R_4 = R_5=75$ Ом; $R_6 = R_8=30$ Ом; $R_7=20$ Ом.

Рішення. 1. Спростимо коло, зробивши еквівалентні перетворення для вітки з опорами R_6 , R_7 , R_8 і джерелом струму J . Спочатку

1. перетворимо джерело струму J еквівалентне джерело ЕРС $E^*=J \cdot R_7$:

$$E^*=2 \cdot 20=40 \text{ В.}$$

Опори R_6 , R_7 і R_8 включені послідовно, замінимо їх еквівалентним R_6^* : $K_6^*=K_6+K_7+K_8=30+20+30=80$ Ом.

Також у розглянутій вітці залишимо одне загальне джерело E_6^* :

$$E_6^*=E_6-E^*=70-40=30 \text{ В.}$$

Після спрощення коло має вид, показаний на рисунку 1.17. Для зазначеного кола виберемо напрямки струмів у всіх вітках, позначимо вузли і виберемо напрямки обходу контурів (за годинниковою стрілкою).

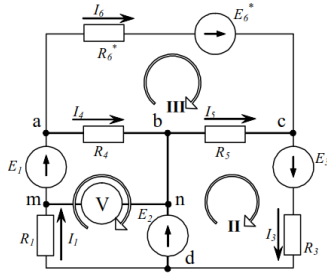


Рисунок 1.17 – Схема після спрощення

2.Складемо систему з 6 рівнянь (шість невідомих струмів), при цьому три рівняння складемо за першим законом Кірхгофа (тому що $q=4$, а $q-1=3$), наприклад для вузлів a , b і c , а інші три – за другим законом Кірхгофа для контурів I, II і III:

$$\left. \begin{aligned}
 I_1 - I_4 - I_6 &= 0 \\
 I_4 + I_2 - I_5 &= 0 \\
 I_5 + I_6 - I_3 &= 0 \\
 E_1 - E_2 &= I_1 R_1 + I_4 R_4 - I_2 R_2 \\
 E_2 + E_3 &= I_2 R_2 + I_5 R_5 + I_3 R_3 \\
 E_6^* &= I_6 R_6^* - I_4 R_4 - I_5 R_5
 \end{aligned} \right\} (1.15)$$

Зробивши відповідні підстановки, одержимо:

$$\left. \begin{aligned}
 I_1 - I_4 - I_6 &= 0 \\
 I_4 + I_2 - I_5 &= 0 \\
 I_5 + I_6 - I_3 &= 0 \\
 -20 &= 100 I_1 + 75 I_4 - 60 I_2 \\
 110 &= 60 I_2 + 75 I_5 + 50 I_3 \\
 30 &= 80 I_6 - 75 I_4 - 75 I_5
 \end{aligned} \right\} (1.16)$$

Розрахувавши отриману систему, наприклад за допомогою програми Mathcad, одержимо наступні значення струмів:

$$I_1 = 0,318, \text{ A}$$

$$I_2 = 0,595, \text{ A}$$

$$I_3 = 0,913, \text{ A}$$

$$I_4 = 0,214, \text{ A}$$

$$I_5 = 0,381, \text{ A}$$

$$I_6 = 0,532, \text{ A}$$

3. Знайдемо напругу U_{nm} (показання вольтметра). Для цього складемо рівняння за другим законом Кірхгофа для контуру $abnm$:

$$E_1 = I_4 R_4 - I_2 R_2 + U_{nm}, \text{ звідки } U_{nm} = E_1 - I_4 R_4 + I_2 R_2 = 40 + 0,214 \cdot 75 + 0,595 \cdot 60 = 91,75 \text{ В.}$$

1.4 Метод контурних струмів

В основу цього методу покладене поняття контурного струму. Контурний струм – це умовний (уявлений чи розрахунковий) єдиний для всіх віток контуру струм, що як би циркулює у даному контурі. Насправді, у кожній вітці контуру протікає свій струм, відмінний від струмів інших віток, що утворюють даний контур. Метод заснований на застосуванні тільки другого закону Кірхгофа і дозволяє скоротити при розрахунку багатоконтурних схем число розв'язуваних рівнянь. Для складання рівнянь за методом контурних струмів крім поняття контурний струм вводять такі поняття як контурна ЕРС, власний опір контуру і взаємний опір контурів (його також часто називають загальним чи суміжним).

Контурні струми, число яких дорівнює числу незалежних контурів, приймаються за шукані невідомі і рівняння складаються саме для них. Як правило, контурні струми позначають двома індексами (контурний струм першого контуру – I_{11} , другого – I_{22} , третього – I_{33} і т.д.).

Контурні ЕРС (які також позначають двома індексами E_{11} , E_{22} , E_{33} , ...), являють собою алгебраїчні суми всіх ЕРС, що діють у відповідному контурі.

В зовнішніх галузях, тобто в галузях, що не є суміжними між сусідніми контурами, знайдений контурний струм є дійсним струмом у вітці (з урахуванням знака), а у внутрішніх (суміжних) вітках дійсний струм визначається алгебраїчною сумою контурних струмів двох суміжних контурів (різниці контурних струмів, якщо виконана умова 1).

Рекомендації до методу контурних струмів.

1. Для складання контурних рівнянь доцільніше вибрати контури по комірках.

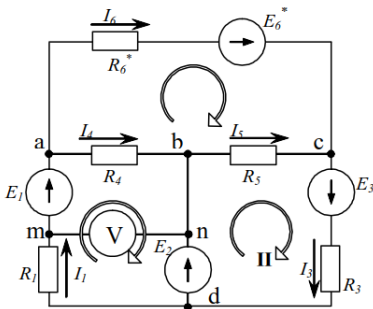
2. З метою однакової форми запису (рівнянь, матриці опорів, дійсних струмів у суміжних вітках) доцільно всі контурні струми направляти однаково (за годинниковою стрілкою чи проти).

3. Якщо потрібно визначити струм тільки в одній вітці, то доцільно зробити шуканий струм контурним, тобто вітка повинна бути зовнішньою.

4. Якщо в схемі є вітка з відомим струмом, то цей струм варто зробити контурним, у результаті число рівнянь зменшується на одиницю.

Приклад 1.3. Для схеми (рисунок 1.17) методом контурних струмів визначити струми у вітках. Дані для розрахунку кола взяти з приклада 1.2.

$E_1=40\text{ В}; E_2=60\text{ В}; E_3=50\text{ В}; E_6=70\text{ В}; J=2\text{ А}; R_1=100\text{ Ом}; R_2=60\text{ Ом}; R_3=50\text{ Ом}; R_4=R_5=75\text{ Ом}; R_6=R_8=30\text{ Ом}; R_7=20\text{ Ом}.$



Рішення.

1. Виберемо напрямок усіх контурних струмів, що збігається з напрямком обходу контурів, як показано на рисунку 1.17, тобто за годинниковою стрілкою. При цьому в першому контурі діє струм I_{11} , у другому – I_{22} і в третьому – I_{33} . Ці струми будуть шуканими.

Рисунок 1.18 – Схема електричного кола

2.Визначимо контурні ЕРС:

$$E_{11} = E_1 - E_2 = 40 - 60 = -20, B$$

$$E_{22} = E_2 + E_3 = 60 + 50 = 110, B$$

$$E_{33} = E_6^* = 30, B$$

3.Визначимо власні і взаємні опори контурів:

$$R_{11} = R_1 + R_4 + R_2 = 100 + 75 + 60 = 235 \text{ Ом}$$

$$R_{22} = R_2 + R_3 + R_5 = 60 + 50 + 75 = 185 \text{ Ом}$$

$$R_{33} = R_4 + R_5 + R_6^* = 75 + 75 + 80 = 230 \text{ Ом}$$

$$R_{12} = R_{21} = R_2 = 60 \text{ Ом}$$

$$R_{13} = R_{31} = R_4 = 75 \text{ Ом}$$

$$R_{32} = R_{23} = R_5 = 75 \text{ Ом}$$

4.Складемо за другим законом Кірхгофа рівняння для обраних контурів.

Ці рівняння мають вид:

$$\left. \begin{aligned} E_{11} &= I_{11} R_{11} - I_{22} R_{12} - I_{33} R_{13} \\ E_{22} &= -I_{11} R_{21} + I_{22} R_{22} - I_{33} R_{23} \\ E_{33} &= -I_{11} R_{31} - I_{22} R_{32} + I_{33} R_{33} \end{aligned} \right\} \quad (1.18)$$

Зробивши відповідні підстановки, одержимо:

$$\left. \begin{aligned} -20 &= 235 I_{11} - 60 I_{22} - 75 I_{33} \\ 110 &= -60 I_{11} + 185 I_{22} - 75 I_{33} \\ 30 &= -75 I_{11} - 75 I_{22} + 230 I_{33} \end{aligned} \right\} \quad (1.19)$$

Розрахувавши отриману систему (за допомогою програми Mathcad) одержимо наступні значення контурних струмів:

$$I_{11} = 0,318 A$$

$$I_{22} = 0,913 A$$

$$I_{33} = 0,532 A$$

5.Визначаємо струми у вітках:

$$I_1 = I_{11} = 0,318 \text{ A}$$

$$I_2 = I_{22} - I_{11} = 0,913 - 0,318 = 0,595 \text{ A}$$

$$I_3 = I_{22} = 0,913 \text{ A}$$

$$I_4 = I_{11} - I_{33} = 0,318 - 0,532 = -0,214 \text{ A}$$

$$I_5 = I_{22} - I_{33} = 0,913 - 0,532 = 0,381 \text{ A}$$

$$I_6 = I_{33} = 0,532 \text{ A}$$

Значення струмів у вітках цілком збіглися з раніше знайденими значеннями (див. приклад 1.2).

1.5 Метод вузлових потенціалів

Цей метод заснований на застосуванні першого закону Кірхгофа і узагальненого закону Ома. Метод дозволяє скласти систему рівнянь, з якої можна визначити потенціали усіх вузлів схеми, а потім за відомими різницям вузлових потенціалів визначити всі струми у вітках.

Як випливає з узагальненого закону Ома (1.3), струм будь-якої вітки визначений, якщо відомі потенціали вузлів, до яких підключена дана вітка, чи відома напруга, під яким ця вітка знаходиться.

Також як і в методі контурних струмів, уведемо наступні поняття:

- вузловий струм;
- власна (вузлова) провідність вузла;
- загальна провідність між вузлами.

Вузловий струм, що позначається двома індексами (наприклад для вузла k як I_{kk}), - це алгебраїчна сума струмів джерел, що діють у вітках, приєднаних до розглянутого вузла k . Якщо в яку-небудь вітку f включено джерело ЕРС E_f , то струм I_f від такої вітки визначається як: $I_f = E_f \cdot G_f$,

(джерело) рівним нулю, тобто заземлити, тоді потенціал другого вузла буде відрізнятися на величину ЕРС (з урахуванням знака) і число рівнянь скоротиться на одиницю.

Наслідок. В окремому випадку, коли схема має всього два вузли, метод вузлових потенціалів дозволяє скласти всього одне рівняння, за допомогою якого визначають напруга між вузлами, це так називана формула міжвузлової напруги:

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = \frac{\sum_{k=1}^m \bar{E}_k \cdot G_k + \sum_{k=1}^n \bar{I}_k}{\sum_{k=1}^m G_k}, \quad (1.21)$$

$\sum_{k=1}^m \bar{I}_k \sum_{k=1}^m G_k$ - сума провідностей усіх віток, включених між вузлами a і b ; $\sum_{k=1}^n \bar{I}_k$ - алгебраїчна сума струмів і джерел, включених між вузлами a і b ; m - число віток, що з'єднують вузли a і b .

Після знаходження міжвузлової напруги струми в галузях визначаються виразом:

$$I_k = (\pm E_k - U_{ab}) \cdot G_k \quad (1.22)$$

У формулі (1.22) знаки записані з урахуванням того, що всі струми I_k спрямовані до вузла a , ЕРС E_k записується зі знаком “+”, якщо вона спрямована до вузла a , і “-”, якщо – від вузла. Цей метод часто називають методом двох вузлів.

Приклад 1.4. Для кола (рисунок 1.19) визначити струми у вітках методом вузлових потенціалів, якщо: $E_1=40B$; $E_2=60B$; $E_3=50B$; $E_6=100B$; $R_1=10 \text{ Ом}$; $R_2=20 \text{ Ом}$; $R_3=25 \text{ Ом}$; $R_4=R_5=40 \text{ Ом}$;

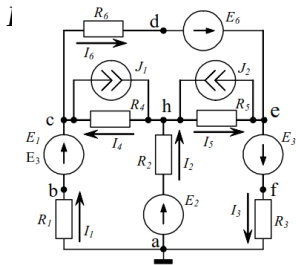


Рисунок 1.19 – Електричне коло

Рішення

1. Виберемо напрямки струмів у вітках і заземлимо вузол a (тобто $\varphi_a=0$), тоді невідомими будуть потенціали у вузлах c, h, e .
2. Визначимо вузлові струми:

$$I_{cc} = E_1 \cdot \frac{1}{R_1} - E_6 \cdot \frac{1}{R_6} - I_1 = 40 \cdot \frac{1}{10} - 100 \cdot \frac{1}{50} - 2 = 0, A.$$

$$I_{hh} = I_1 + I_2 + E_2 \cdot \frac{1}{R_2} = 2 + 1 + 60 \cdot \frac{1}{20} = 6, A$$

$$I_{ee} = E_6 \cdot \frac{1}{R_6} - E_3 \cdot \frac{1}{R_3} - I_2 = 100 \cdot \frac{1}{50} - 50 \cdot \frac{1}{25} - 1 = -1, A$$

3. Визначимо власні (вузлові) провідності:

$$G_{cc} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} = 0,1 + 0,025 + 0,02 = 0,145, \text{См}$$

$$G_{hh} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = 0,05 + 0,025 + 0,025 = 0,1, \text{См}$$

$$G_{ee} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} = 0,04 + 0,025 + 0,02 = 0,085, \text{См}$$

4. Визначимо загальні провідності:

$$G_{ch} = G_{hc} = \frac{1}{R_4} = 0,025, \text{См}$$

$$G_{ce} = G_{ec} = \frac{1}{R_6} = 0,02, \text{См}$$

$$G_{he} = G_{eh} = \frac{1}{R_5} = 0,025, \text{См}$$

5. За першим законом Кірхгофа складемо систему рівнянь для вузлів c, h і e. Рівняння мають вид:

$$\left. \begin{aligned} I_{cc} &= \varphi_c \cdot G_{cc} - \varphi_h \cdot G_{ch} - \varphi_e \cdot G_{ce} \\ I_{hh} &= -\varphi_c \cdot G_{hc} + \varphi_h \cdot G_{hh} - \varphi_e \cdot G_{he} \\ I_{ee} &= -\varphi_c \cdot G_{ec} - \varphi_h \cdot G_{eh} + \varphi_e \cdot G_{ee} \end{aligned} \right\}$$

Зробивши відповідні підстановки, одержимо:

$$\left. \begin{aligned} 0 &= 0,145 \cdot \varphi_c - 0,025 \cdot \varphi_h - 0,02 \cdot \varphi_e \\ 6 &= -0,025 \cdot \varphi_c + 0,1 \cdot \varphi_h - 0,025 \cdot \varphi_e \\ -1 &= -0,02 \cdot \varphi_c - 0,025 \cdot \varphi_h - 0,085 \cdot \varphi_e \end{aligned} \right\}$$

Вирішуючи ці рівняння, знайдемо потенціали у вузлах:

$$\varphi_c = 12,821, \text{ В}$$

$$\varphi_h = 65,861, \text{ В}$$

$$\varphi_e = 10,623, \text{ В}$$

6. Знайдемо струми у вітках:

$$I_1 = \frac{E_1 - \varphi_c}{R_1} = \frac{40 - 12,821}{10} = 2,718, \text{ А}$$

$$I_2 = \frac{E_2 - \varphi_h}{R_2} = \frac{60 - 65,861}{20} = -0,293, \text{ А}$$

$$I_3 = \frac{E_3 + \varphi_e}{R_3} = \frac{50 - 10,623}{25} = 2,425, \text{ А}$$

$$I_4 = \frac{\varphi_h - \varphi_c}{R_4} = \frac{65,861 - 12,821}{40} = 1,326, \text{ А}$$

$$I_5 = \frac{\varphi_h - \varphi_e}{R_5} = \frac{65,861 - 10,623}{40} = 1,381, \text{ А}$$

$$I_6 = \frac{E_6 + \varphi_e - \varphi_c}{R_6} = \frac{100 - 10,623 + 12,821}{50} = 2,044, \text{ А}$$

Перевірка для вузла h : $I_1 + I_2 - I_4 - I_5 + I_2 = 2 + 1 - 1,381 - 0,293 = 0, \text{ А}$.

Отже, сума струмів у вузлі дорівнює 0, задача вирішена вірно.

Приклад 1.5. Для кола, приведенного на рисунку 1.20 розрахувати струми у вітках, якщо $E_1=60\text{В}$; $E_2=40\text{В}$; $E_3=80\text{В}$; $I=2,02\text{А}$; $R_1=20\text{ Ом}$; $R_2=20\text{ Ом}$; $R_3=40\text{ Ом}$; $R_4=50\text{ Ом}$; $R_5=10\text{ Ом}$.

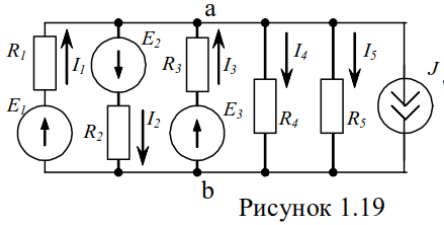


Рисунок 1.19

Рішення.

1.Схема кола, приведена на рисунку 1.20, містить два вузли, тому за формулою (1.21) визначаємо напругу між вузлами a і b

Рисунок 1.20 – Схема електричного кола

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = \frac{E_1 \cdot \frac{1}{R_1} - E_2 \cdot \frac{1}{R_2} + E_3 \cdot \frac{1}{R_3} - I}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} = \frac{60 \cdot \frac{1}{20} - 40 \cdot \frac{1}{20} + 80 \cdot \frac{1}{40} - 2,02}{\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{50} + \frac{1}{10}} = 4,0, \text{В}$$

2. Визначаємо струми у вітках:

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ab}}{R_1} = \frac{60 - 4}{20} = 2,8, \text{А}$$

$$I_2 = \frac{E_2 + U_{ab}}{R_2} = \frac{40 + 4}{20} = 2,2, \text{А}$$

$$I_3 = \frac{E_3 - U_{ab}}{R_3} = \frac{80 - 4}{40} = 1,9, \text{А}$$

$$I_4 = \frac{U_{ab}}{R_4} = \frac{4}{50} = 0,08, \text{А}$$

$$I_5 = \frac{U_{ab}}{R_5} = \frac{4}{10} = 0,4, \text{А}$$

3.Перевірка:

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 - I_5 - I = 2,8 - 2,2 + 1,9 - 0,08 - 0,04 - 2,02 = 0, \text{А}.$$

1.6 Потенційна діаграма

Потенційною діаграмою називається графік розподілу потенціалу уздовж якого-небудь контуру електричного кола.

При побудові потенційної діаграми по осі абсцис відкладають в обраному масштабі всі опори контуру, що зустрічаються при його послідовному обході. По осі ординат відкладають потенціали відповідних точок (звичайно потенціал початкової точки приймають рівним нулю). При правильній побудові діаграма повинна замкнутися, оскільки при обході контуру завжди повертаються до вихідної точки.

Потенційна діаграма дозволяє відшукати в схемі точки рівного потенціалу, що у разі потреби можуть бути з'єднані одна з одною без порушення струморозподілу. Крім того, можуть бути знайдені точки, різниця потенціалів між якими дорівнює заданій величині.

Як приклад на рисунку 1.21 побудована потенційна діаграма для зовнішнього контуру кола, схема якого приведена на рисунку 1.18.

За початок обходу контуру обрана точка a , тому що потенціал вузла a прийнятий за нуль. Отже, координати точки a : $x=0, y=0$. При переході від точки a до точки b , опір збільшується на величину $R_1 = 10 \text{ Ом}$, а потенціал знижується на величину падіння напруги на R_1 : $\varphi_b = \varphi_a - I_1 \cdot R_1 = -27,18, \text{В}$ таким чином, координати точки b : $x=10, y=-27,18$.

При переході від точки b до точки c опір не змінюється (тому що опір ЕРС $E_1=0$), а потенціал збільшується на величину E_1 : $\varphi_c = \varphi_b + E_1 = 12,82, \text{В}$; координати точки c : $x=10, y=12,82$. (що збігається з раніше знайденим у прикладі 1.4 потенціалом вузла c). Аналогічно знайдені потенціали і координати точок d, e, f і a^* :

$$\varphi_d = \varphi_c - I_6 \cdot R_6 = -89,38, \text{В}; \text{ координати точки } d:$$

$$x=10+R_6=60, y=89,38.$$

$$\varphi_e = \varphi_d - E_6 = 10,62, \text{В}; \text{ координати точки } e: x=60, y=10,62.$$

$$\varphi_f = \varphi_e - E_3 = 60,62, \text{В}; \text{ координати точки } f: x=60, y=60,62.$$

$$\varphi_a = \varphi_f - I_3 \cdot R_3 = -0,005 \approx 0, \text{В}; \text{ координати точки } a^*: x=60+R_3=85, y=0.$$

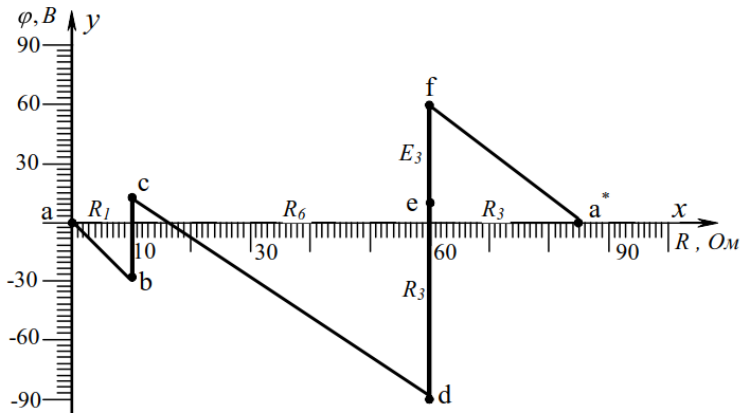


Рисунок 1.21 –Потенційна діаграма

1.7 Метод накладення

Метод накладення (суперпозиції) струмів полягає в тім, що струм у будь-якій вітці, викликаний дією декількох джерел напруги і струмів, що діють у лінійному електричному колі, дорівнює алгебраїчній сумі струмів у цій вітці, створюваних кожним джерелом окремо:

$$I_i = I_i^{(1)} + I_i^{(2)} + \dots + I_i^{(k)} + \dots + I_i^{(m)} \quad (1.23)$$

де $I_i^{(k)}$ – струм i -ї вітки, що виникає під дією k -го джерела;

m – число джерел, що діють у даному колі.

Очевидно, що струм вітки, що виникає під дією тільки одного з джерел, буде складати лише частину від дійсного струму даної вітки, тому такі струми називаються частковими.

При розрахунку кіл методом накладення по черзі розглядають дію кожного джерела окремо. Інші джерела при цьому виключаються зі схеми, однак їхні внутрішні опори (провідності) зберігаються. При виключенні зі схеми ідеального джерела ЕРС, його затискачі замикають, а вітки з ідеальними джерелами струмів розмикають.

Таким чином, схема, що містить n джерел розбивається на n окремо взятих схем, у кожній з яких залишено тільки одне з джерел (Див. рисунок 1.21). Після знаходження всіх часткових струмів роблять накладення струмів один на одного і визначають дійсні струми у вітках вихідної схеми. Часткові струми, що збігаються по напрямку з відповідними струмами вихідної схеми додаються, згідно формулі 1.23, зі знаком “+”, а незбіжні – зі знаком “-”.

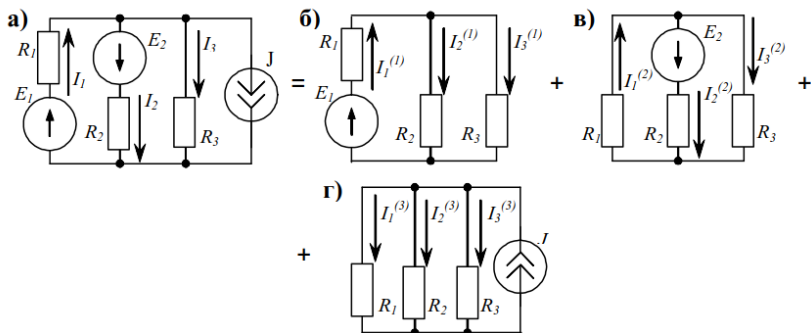


Рисунок 1.22 – Схеми для метода накладання

Приклад 1.6. Для кола, приведенного на рисунку 1.22 знайти струми у вітках методом накладання, якщо: $E_1=80\text{В}$; $E_2=60\text{В}$; $I=5\text{А}$; $R_1=40\text{ Ом}$; $R_2=20\text{ Ом}$; $R_3=100\text{ Ом}$.

Рішення.

1. Дане коло містить три джерела (два джерела ЕРС і одне джерело струму), тому представимо його у виді трьох схем, у кожній з яких залишено одне з джерел (рисунок 1.22, б, в, г) Знайдемо часткові струми в кожній схемі:

- для схеми, зображеної на рисунку 1.21,б:

$$I_1^{(1)} = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} = 1,41176\text{ А}$$

$$I_2^{(1)} = \frac{E_1 - I_1^{(1)} \cdot R_1}{R_2} = 1,17648, A$$

$$I_3^{(1)} = \frac{E_1 - I_1^{(1)} \cdot R_1}{R_3} = 0,23528, A$$

- для схеми, зображеної на рисунку 1.22,в:

$$I_2^{(2)} = \frac{E_2}{R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}} = 1,23529, A$$

$$I_1^{(2)} = \frac{E_2 - I_2^{(2)} \cdot R_2}{R_1} = 0,88236, A$$

$$I_3^{(2)} = \frac{E_2 - I_2^{(2)} \cdot R_2}{R_3} = 0,35295, A$$

$$I_1^{(3)} = I \cdot \frac{G_1}{\sum G} = 1,47059, A$$

$$I_2^{(3)} = I \cdot \frac{G_2}{\sum G} = 2,94118, A$$

$$I_3^{(3)} = I \cdot \frac{G_3}{\sum G} = 0,58882, A$$

$$\text{де } \sum G = G_1 + G_2 + G_3 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = 0,085, \text{См}$$

- для схеми, зображеної на рисунку 1.22,г:

3. Підсумовуючи алгебраїчно часткові струми за формулою (1.23) знайдемо дійсні струми у вітках:

$$I_1 = I_1^{(1)} + I_1^{(2)} - I_1^{(3)} = 0,82353, A$$

$$I_2 = I_2^{(1)} + I_2^{(2)} - I_2^{(3)} = 5,35290, A$$

$$I_3 = I_3^{(1)} + I_3^{(2)} - I_3^{(3)} = 0,47115, A$$

Зауваження. Розрахунок струмів методом накладення вимагає високої точності визначення часткових струмів, оскільки алгебраїчне підсумовування їх може привести до більшої погрішності.

1.8 Метод еквівалентного генератора

Метод еквівалентного генератора, як правило, використовується в тому випадку, коли потрібно визначити струм в одній виділеній вітці, особливо якщо опір використовуваної вітки змінюється чи є нелінійним. В основі цього методу лежить *теорема про активний двополюсник*.

Струм будь-якої виділеної вітки, наприклад ab , не зміниться, якщо активну частину електричного кола (активний двополюсник A), до якої приєднана виділена вітка ab , замінити джерелом з ЕРС E , рівним напрузі на затискачах розімкнутої вітки U_x і опором R_{bx} , рівним входному опору активної частини кола чи джерелом струму J , значення якого дорівнює струму I_k короткозамкнутої виділеної вітки ab , і провідністю G_{bx} , рівної входній провідності активної частини кола (рисунок 1.22).

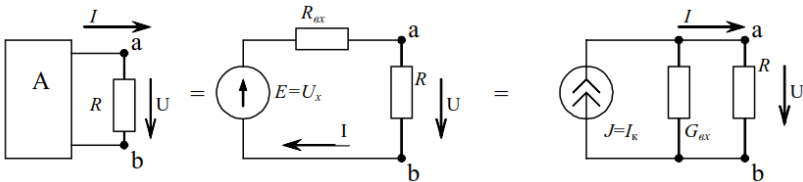


Рисунок 1.23 –Електричне коло

Доказ. В електричному колі виділимо вітку ab з опором R і струмом I , а частину кола, що залишилася, представимо у вигляді активного двополюсника A (рис 1.24,а). Розірвемо (чи видалимо) вітку ab . Між точками розриву a і b виникне напруга холостого ходу $U_x = \Phi_a - \Phi_b$, а струм вітки, зрозуміло, буде дорівнювати нулю (рис 1.24,б).

Потім підключимо до затисків a і b джерело з ЕРС $E^* = U_x$, спрямоване назустріч U_x (рис 1.24,в). Струм вітки ab залишиться рівним нулю за теоремою про компенсацію (див. 1.8). Якщо у вітку ab ввести ще одну ЕРС E , також рівну U_x , але протилежно спрямовану ЕРС E^* , то отримана схема (рис 1.24,г) буде еквівалентна заданій (представленої раніше на рисунку 1.24,а).

Відповідно до принципу суперпозиції струм вітки ab можна представити як алгебраїчну суму часткових струмів, створюваних кожним із джерел E і E^* (рисунок 1.24). Але оскільки всі джерела, що знаходяться усередині активного двополюсника A разом із джерелом ЕРС E^* не викликають струм у вітці ab , то струм у вітці ab створюється тільки одним джерелом ЕРС $E = U_x$, а двополюсник при цьому стає пасивним.

PP

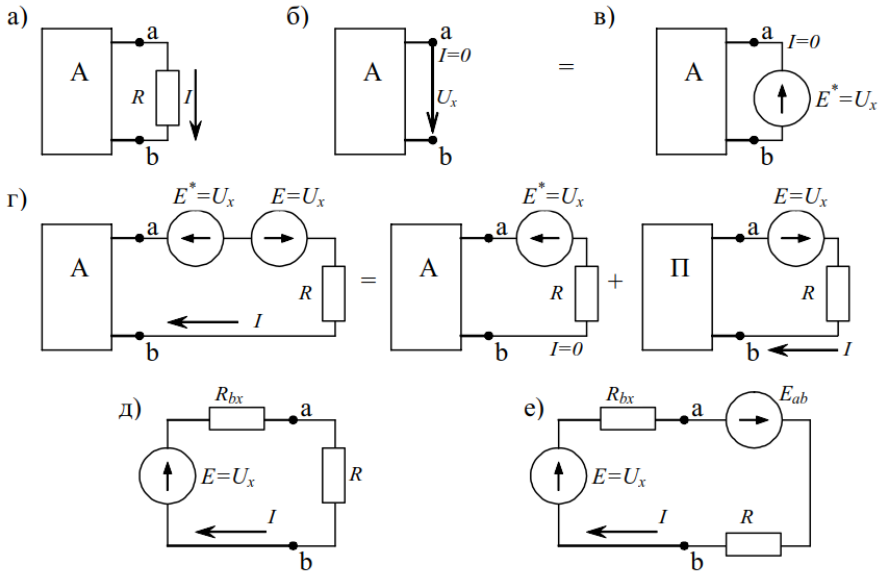


Рисунок 1.24 - Активний та пасивний двополюсник

У такий спосіб для знаходження струму вітки ab замість складної схеми за рисунком 1.24,а можна скористатися схемою, представленою на рисунку 1.24,д, де струм визначається виразом:

$$I = \frac{E}{R + R_{bx}}, \quad (1.24)$$

тут R_{bx} – вхідний опір пасивного двополюсника, тобто коли всі джерела ЕРС і струмів в активному двополюснику дорівнюють нулю.

Якщо вітка ab містить не тільки опір R , але й ЕРС E_{ab} , то струм у ній визначається схемою на рисунку 1.24,е і дорівнює:

$$I = \frac{E_x \pm E_{ab}}{R_{bx} + R}, \quad (1.25)$$

де ЕРС E_{ab} береться зі знаком "+", коли E_x і E_{ab} спрямовані в одну сторону, і зі знаком "-", якщо ЕРС E_x і E_{ab} спрямовані назустріч одна одній.

Останні дві схеми (рисунок 1.24,д і рисунок 1.24,е) показують, що всю частину електричного кола, що залишилася, стосовно виділеної вітки ab можна представити у вигляді еквівалентного генератора з ЕРС генератора

$$E_e = U_x \text{ і внутрішнім опором генератора } R_e = R_{bx}.$$

Якщо опір вітки $R_{ab}=0$, то струм у вітці визначається як струм короткозамкнутої вітки I_k :

$$I_k = \frac{U_x}{R_{bx}}, \quad (1.26)$$

тобто вхідний опір двополюсника, а отже і внутрішній опір генератора визначається виразом:

$$R_r = R_{bx} = \frac{U_x}{I_k}, \quad (1.27)$$

З виразу (1.27) випливає, що параметри еквівалентного генератора (E_e і R_e) можна визначити також і експериментально з досвіду холостого струму ($U_x=E_e$) і короткого замикання (I_k), а розділивши U_x на I_k визначити і R_e .

Враховуючи вище викладене, порядок розрахунку струму в досліджуваній вітці методом еквівалентного генератора наступний:

1.Відключають досліджувану вітку, здійснюючи режим холостого ходу, і яким-небудь методом (контурних струмів, за законами Кірхгофа і ін.) визначають напругу холостого ходу U_x на затискачах розімкнутої вітки.

2.Знаходять вхідний (еквівалентний) опір $R_{bx}=R_e$ схеми щодо затискачів розімкнутої вітки, виключивши при цьому в двополюснику всі діючі джерела ЕРС і струмів за методикою, викладеної в методі суперпозиції струмів (джерела ЕРС замикають, а джерела струму відключають).

3.Струм досліджуваної вітки знаходять відповідно до виразу (1.24) чи (1.25).

Приклад 1.8. Для схеми (рисунок 1.25) визначити струм I_{ab} у вітці ab , якщо $E_1=120$ В; $E_2=90$ В; $J=3$ А; $R_1=10$ Ом; $R_2=20$ Ом; $R_3=60$ Ом; $R_4=15$ Ом; $R_5=20$ Ом; $R_6=10$ Ом.

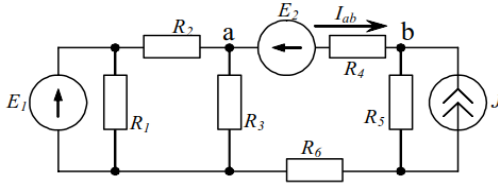


Рисунок 1.25 – Електрична схема

Рішення.

Видалимо (розіркнемо) вітку ab . Одержимо розрахункову схему для знаходження U_x (рисунок 1.26).

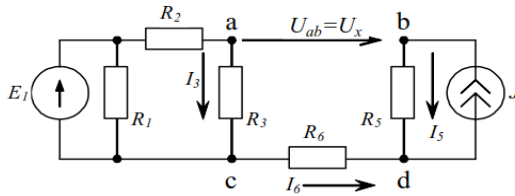


Рисунок 1.26 – Розрахункова схема

Для рисунка 1.26 введемо позначення:

$U_{ab}=U_x=E_c= \Phi_a - \Phi_b$ – напруга холостого ходу,

I_3 – струм вітки ac ,

I_5 – струм вітки bd ,

I_6 – струм вітки cd .

Струми I_3 , I_5 , I_6 створюють падіння напруг на відповідних опорах:

$$I_3 R_3 = U_{ac}, \quad I_5 R_5 = U_{bd}, \quad I_6 R_6 = U_{cd}.$$

Визначаємо струми I_3 , I_5 , I_6 :

$$I_3 = \frac{E_1}{R_2 + R_3} = 1,5 \text{ A.}$$

Струм I_5 дорівнює току джерела $J=3 \text{ A}$, а струм I_6 дорівнює нулю, тому що контур $abcd$ для струму розімкнутий.

За другим законом Кірхгофа складемо рівняння для контуру $abcd$ $U_{ab} + U_{bd} - U_{cd} - U_{ac} = 0$, звідки

$$U_{ab} = U_{cd} + U_{ac} - U_{bd} \text{ чи } U_x = U_{ab} = I_6 R_6 + I_3 R_3 - I_5 R_5 = 0 + 90 - 60 = 30 \text{ В.}$$

Знайдемо вхідний опір R_{bx} схеми щодо затискачів ab . Схема в цьому випадку має вид, представлений на рисунку 1.27.

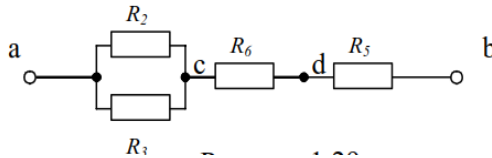


Рисунок 1.27 – Електрична схема

$$R_{bx} = R_{ab} = R_r = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} + R_6 + R_5 = 15 + 10 + 20 = 45 \text{ Ом.}$$

Струм вітки ab знайдемо відповідно до схеми, представленої на рисунку 1.28:

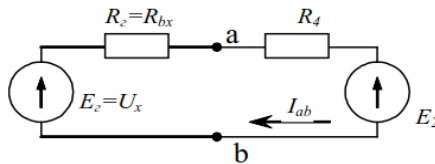


Рисунок 1.28 –Схема для знаходження струму

$$I_{ab} = \frac{E_r - E_2}{R_r + R_4} = \frac{30 - 90}{45 + 15} = -1 \text{ A.}$$

Знак "–" свідчить про те, що струм вітки ab тече в протилежному напрямку, тобто від вузла b до вузла a .

1.9 Метод пропорційних величин

Метод пропорційних величин (метод пропорційного перерахування) застосовують для знаходження невідомих струмів у лінійних електричних колах з одним джерелом ЕРС (чи струму). Для цього задаються довільною величиною струму в самій вилученій від джерела вітці n (наприклад струмом $I_n^* = 1A$), а потім послідовно переміщаючись від обраної вітки до джерела знаходять усі напруги на розгалуженнях і струми у вітках. У результаті виходить деяке умовне значення напруги (чи струму) джерела U_n^* (чи J_n^*), що імовірно буде відрізнятися від заданого. Узявши відношення заданого значення джерела U_n до отриманого U_n^* (чи J_n до J_n^*) визначають коефіцієнт перерахування (коефіцієнт подібності)

$$K = \frac{U_n}{U_n^*} \quad (\text{чи} \quad K = \frac{J_n}{J_n^*}),$$

а дійсні струми і напруги на всіх ділянках кола знаходять помноживши розрахункові значення на коефіцієнт перерахування

$$I_i = K \cdot I_i^*,$$

де I_i – дійсне значення струму i галузі,

I_i^* – розрахункове значення струму i галузі.

Приклад 1.9. Знайти струми у вітках схеми, представленої на рисунку 1.29 методом пропорційних величин, якщо $E=80 \text{ В}$; $R_1=8 \text{ Ом}$; $R_2=4 \text{ Ом}$; $R_3=2,5 \text{ Ом}$; $R_4=2 \text{ Ом}$; $R_5=8 \text{ Ом}$.

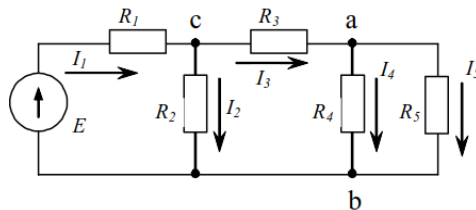


Рисунок 1.29 – Електрична схема для розв'язання

Рішення.

1. Задаємося струмом I_5 рівним одному амперу ($I_5^* = 1A$), тоді інші струми будуть рівні:

$$I_4^* = I_5^* \cdot \frac{R_5}{R_4} = 4, A; \quad I_3^* = I_4^* + I_5^* = 5, A;$$

$$I_2^* = \frac{U_{cb}^*}{R_2} = \frac{I_3^* (R_3 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5})}{R_2} = \frac{20}{4} = 5, A; \quad I_1^* = I_2^* + I_3^* = 10, A.$$

2. Знаходимо розрахункове значення ЕРС E^* :

$$E^* = U_{cb}^* + I_1^* \cdot R_1 = 20 + 10 \cdot 8 = 100, B.$$

3. Визначаємо коефіцієнт перерахування K за формулою (1.28) і знаходимо дійсні значення струмів у вітках:

$$K = \frac{E}{E^*} = \frac{80}{100} = 0,8;$$

$$I_1 = K \cdot I_1^* = 8, A;$$

$$I_2 = K \cdot I_2^* = 4, A;$$

$$I_3 = K \cdot I_3^* = 4, A;$$

$$I_4 = K \cdot I_4^* = 3,2, A;$$

$$I_5 = K \cdot I_5^* = 0,8, A.$$

2. ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ

1. Дайте визначення лінійного електричного кола.
2. Чим відрізняються між собою джерела напруги і струму?
Зобразити для них схеми живлення двох паралельних приймачів.
3. Дайте визначення вітки, вузла і контуру електричного кола.
4. Напишіть закон Ома для ділянки кола, що містить тільки приймач енергії (пасивний).
5. Напишіть узагальнений закон Ома (для активної ділянки кола).
6. Сформулюйте закони Кірхгофа і напишіть їхні математичні вирази.
7. Виведіть вираз для еквівалентного опору ділянки кола, що складається з n послідовно з'єднаних опорів.
8. Виведіть вираз для еквівалентного опору ділянки кола, що складається з n паралельно з'єднаних опорів.
9. Два резистори R_1 і R_2 з'єднані паралельно. Напишіть вираз для еквівалентного опору.
10. Напишіть вираз балансу потужності для кола з декількома джерелами живлення і декількома резисторами.
11. Викласти сутність методів розрахунку розгалужених кіл з декількома джерелами ЕРС; методи безпосереднього застосування законів Кірхгофа, контурних струмів і вузлової напруги.
12. Чому при розрахунку кола, що містить n вузлів, за першим законом Кірхгофа можна скласти тільки $n - 1$ рівнянь?
13. Чи можна для контуру, що містить тільки пасивні елементи, скласти рівняння за другим законом Кірхгофа? Який вигляд воно буде мати?
14. На чому ґрунтується метод накладення? Як робиться розрахунок кола за цим методом?
15. Що називається двополюсником (активним і пасивним)? Викласти сутність методу еквівалентного генератора.

16. Два резистори R_1 і R_2 з'єднані паралельно. Струм у нерозгалуженій частині кола дорівнює I_0 . Виведіть вираз для струмів I_1, I_2 через струм I_0 і опори R_1, R_2 .

17. У вітці діє кілька джерел живлення. Деякі з них працюють у режимі генератора, а інші в режимі споживача. За якою ознакою визначається режим роботи тих чи інших джерел живлення?

18. Поясніть розходження між поняттями геометричного і потенційного вузлів.

19. Запишіть форми перетворення пасивного трикутника в еквівалентну зірку і зворотне перетворення зірки в трикутник.

20. У чому полягає принцип взаємності?

21. Дайте визначення розгалуженого і нерозгалуженого електричних кіл.

22. Напишіть рівняння балансу потужностей для розгалуженого електричного кола, що складає з джерел ЕРС і струму і декількох пасивних приймачів.

23. Намалуйте потенційну діаграму для зовнішнього контуру якого-небудь розгалуженого кола.

3. ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ

Для свого варіанта накреслити електричну схему і розрахувати струми у всіх вітках наступними методами:

- а) контурних струмів;
- б) вузлових потенціалів;
- в) накладення;
- г) еквівалентного генератора (тільки для однієї вітки, що містить

опір R_j).

Результати розрахунків звести в таблицю і порівняти між собою.

Крім того, скласти систему рівнянь за законами Кірхгофа, необхідну і достатню для визначення всіх струмів (систему не вирішувати).

Накреслити потенційну діаграму для зовнішнього контуру.

Перевірити рішення задачі, склавши рівняння балансу потужностей.

Знайти показання вольтметра і перевірити полярність на правильність його підключення.

Значення ЕРС, опорів і струмів джерел струму для кожного варіанта приведені в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1

Варіант	Рисунок	$R_1, \text{Ом}$	$R_2, \text{Ом}$	$R_3, \text{Ом}$	$R_4, \text{Ом}$	$R_5, \text{Ом}$	$R_6, \text{Ом}$	$R_7, \text{Ом}$	$R_8, \text{Ом}$	$E_1, \text{В}$	$E_1, \text{В}$	$E_1, \text{В}$	$J_1, \text{А}$	$J_2, \text{А}$	R_j
1	1	40	65	15	15	20	40	80	45	90	85	50	3	2	R_1
2	2	15	80	40	80	50	15	25	40	90	65	95	2	1	R_2
3	3	45	70	45	70	40	40	10	30	50	90	85	4	5	R_3
4	4	65	65	70	50	15	45	40	45	95	80	90	2	7	R_4
5	5	40	40	25	20	10	40	20	20	65	70	70	3	1	R_5
6	6	50	45	80	40	30	45	70	50	85	55	85	1	4	R_6
7	7	20	80	10	10	40	20	80	45	90	80	75	2	5	R_7
8	8	15	70	90	40	45	85	25	40	80	90	65	3	1	R_8

9	9	45	10	50	50	80	65	15	40	60	55	90	1	4	R ₁
10	10	10	30	95	45	20	90	10	50	70	50	85	2	2	R ₂
11	11	40	20	65	40	10	80	60	25	80	95	95	3	3	R ₃
12	12	65	50	85	30	70	70	40	45	85	85	90	4	5	R ₄
13	13	45	45	90	45	25	55	45	65	75	80	70	3	3	R ₅
14	14	25	40	80	20	40	15	80	40	65	75	85	4	2	R ₆
15	15	30	40	60	50	80	10	20	45	75	90	75	2	3	R ₇
16	16	80	20	70	45	25	55	10	20	90	60	55	5	4	R ₈
17	17	15	55	80	40	10	65	70	40	85	95	50	3	1	R ₁
18	18	65	40	85	40	40	80	25	45	90	65	60	5	4	R ₂
19	19	20	15	75	50	20	95	80	60	85	80	85	2	5	R ₃
20	20	45	40	65	25	70	80	10	10	70	70	90	3	3	R ₄
21	21	40	45	75	45	80	75	15	65	60	50	85	4	2	R ₅
22	22	10	40	10	65	40	90	80	40	95	65	70	2	1	R ₆
23	23	80	45	50	30	80	60	20	65	80	95	60	3	4	R ₇
24	24	45	20	15	15	25	85	10	70	65	50	95	4	1	R ₈
25	25	15	75	25	45	25	20	45	65	75	90	80	2	4	R ₁
26	26	40	45	45	80	80	45	60	10	90	85	65	3	4	R ₂
27	27	65	50	80	20	25	40	10	25	85	80	75	4	7	R ₃
28	28	40	30	50	40	10	30	65	80	70	95	90	2	3	R ₄
29	29	45	10	10	65	40	45	40	40	60	65	85	3	2	R ₅
30	30	20	15	30	80	20	20	65	45	65	75	70	5	4	R ₆
31	31	40	70	40	50	70	50	70	20	95	80	60	2	1	R ₇
32	32	45	65	45	25	80	45	65	40	90	55	65	3	2	R ₈
33	33	60	70	20	15	25	80	45	80	80	95	95	4	1	R ₁
34	34	10	80	45	10	15	25	40	25	70	65	90	1	2	R ₂
35	35	65	45	40	30	10	10	30	10	55	80	50	2	1	R ₃
36	36	40	45	45	65	60	40	45	40	80	95	95	3	4	R ₄
37	37	65	40	30	65	40	20	85	20	90	65	65	4	4	R ₅
38	38	70	30	10	25	45	70	50	70	55	85	85	2	2	R ₆
39	39	65	10	20	20	70	80	45	80	65	90	90	3	4	R ₇
40	40	10	15	40	15	15	25	40	25	80	80	80	4	7	R ₈
41	41	25	25	30	45	25	45	20	40	95	60	60	1	4	R ₁
42	42	80	20	65	70	80	45	70	45	80	70	95	2	5	R ₂
43	43	50	15	50	45	25	40	80	60	75	80	85	3	6	R ₃

44	44	45	65	30	40	10	30	25	10	90	85	90	4	2	R ₄
45	45	30	80	40	10	40	45	15	65	85	75	70	1	4	R ₅
46	46	15	45	40	40	20	20	10	40	85	65	85	2	1	R ₆
47	47	40	40	40	45	70	50	60	65	65	75	75	3	3	R ₇
48	48	20	10	70	25	80	45	40	70	90	85	65	6	1	R ₈
49	1	45	15	80	15	25	40	45	65	70	50	90	1	2	R ₁
50	2	30	40	65	80	40	35	80	45	50	90	85	5	1	R ₂
51	3	20	70	40	80	45	40	75	25	95	95	85	2	2	R ₃
52	4	50	25	45	25	40	45	30	45	65	85	90	1	4	R ₄
53	5	45	80	20	10	30	20	50	80	80	75	85	3	2	R ₅
54	6	40	10	40	40	45	40	30	50	70	60	70	2	4	R ₆
55	7	40	15	45	20	20	45	10	10	50	80	60	1	2	R ₇
56	8	20	40	60	20	50	60	15	30	65	75	95	4	5	R ₈
57	9	55	75	25	70	45	10	70	40	95	95	80	2	3	R ₁
58	10	40	45	45	45	40	65	65	45	50	85	70	5	4	R ₂
59	11	15	50	80	80	40	40	70	20	90	5	55	3	5	R ₃
60	12	40	30	50	20	50	65	75	25	90	80	95	6	2	R ₄
61	13	20	10	10	40	25	70	45	45	70	65	75	2	3	R ₅
62	14	50	15	30	65	45	65	50	80	85	90	55	8	5	R ₆
63	15	45	70	40	80	65	10	30	50	75	70	65	2	4	R ₇
64	16	40	65	45	50	30	25	70	80	80	90	80	3	1	R ₈
65	17	40	70	20	25	15	80	15	25	60	80	95	1	2	R ₁
66	18	20	75	25	15	45	40	25	45	70	50	80	4	6	R ₂
67	19	55	40	50	45	45	45	80	45	80	95	95	2	2	R ₃
68	20	40	80	45	80	40	20	25	40	85	85	55	7	1	R ₄
69	21	15	25	40	10	30	40	10	30	75	90	90	2	2	R ₅
70	22	40	10	30	40	45	45	40	45	85	70	95	8	2	R ₆
71	23	20	25	60	70	80	45	25	45	90	85	85	2	3	R ₇
72	24	50	75	80	15	25	40	40	50	85	75	80	3	4	R ₈
73	25	45	45	10	25	45	20	80	45	70	65	70	1	1	R ₁
74	26	40	50	15	80	45	70	25	40	60	90	65	3	2	R ₂
75	27	40	30	40	25	40	80	10	30	95	85	95	2	3	R ₃
76	28	70	10	45	10	30	25	40	45	80	95	80	4	4	R ₄

77	29	15	15	40	40	45	15	20	20	65	90	60	1	3	R ₅
78	30	25	70	20	20	20	10	70	50	95	70	50	3	6	R ₆
79	31	80	65	70	70	50	60	80	45	90	85	80	2	3	R ₇
80	32	25	70	80	80	45	40	40	50	85	95	90	1	8	R ₈
81	33	10	75	25	70	80	45	80	45	70	65	75	4	1	R ₁
82	34	40	45	15	15	25	40	25	40	60	80	65	1	3	R ₂
83	35	20	50	10	25	45	80	25	20	65	70	95	6	4	R ₃
84	36	70	50	60	45	80	25	80	45	95	50	80	3	3	R ₄
85	37	80	45	40	80	20	10	25	40	55	65	90	4	5	R ₅
86	38	70	80	45	50	40	40	10	30	80	95	50	1	3	R ₆
87	39	15	25	40	10	65	20	40	45	70	80	95	2	4	R ₇
88	40	25	45	20	30	80	70	20	20	55	70	65	3	3	R ₈
89	41	80	45	70	40	50	80	70	50	65	50	85	4	4	R ₁
90	42	25	65	65	45	25	70	70	20	70	65	90	1	3	R ₂
91	43	10	30	70	20	15	15	15	70	55	95	80	2	4	R ₃
92	44	40	15	75	25	45	25	25	45	65	50	60	3	3	R ₄
93	45	20	45	70	45	80	80	0	80	80	90	70	4	1	R ₅
94	46	70	80	25	80	20	80	25	20	95	85	80	1	3	R ₆
95	47	80	20	80	80	45	25	10	40	80	80	85	5	1	R ₇
96	48	25	40	15	25	40	10	40	65	75	95	75	2	2	R ₈
97	1	15	65	25	45	20	40	20	80	90	65	50	6	1	R ₁
98	2	10	80	80	45	70	20	70	50	60	75	95	9	5	R ₂
99	3	60	50	25	40	80	70	80	25	85	80	85	2	1	R ₃
00	4	40	25	10	30	25	80	70	15	90	55	90	3	2	R ₄

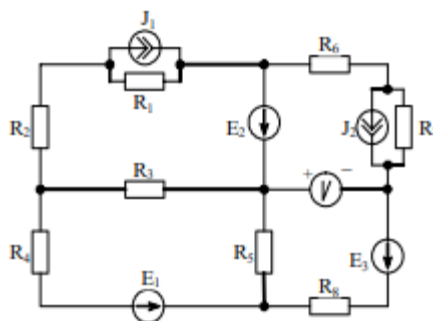


Рисунок 3.1- Схема для варіанту 1

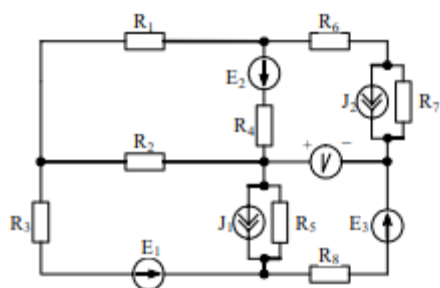


Рисунок 3.2- Схема для варіанту 2

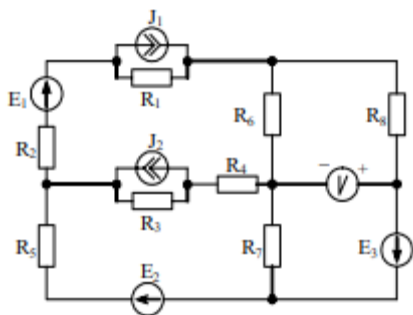


Рисунок 3.3- Схема до варіанту 3

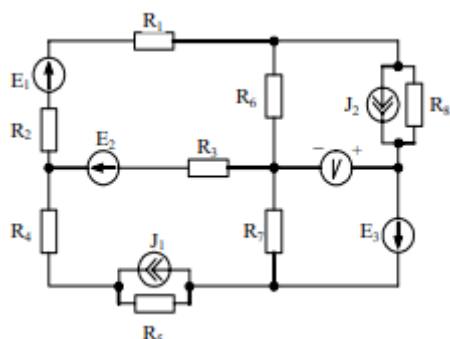


Рисунок 3.4 – Схема до варіанту 4

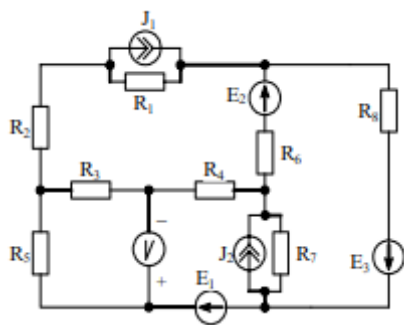


Рисунок 3.5- Схема до варіанту 5

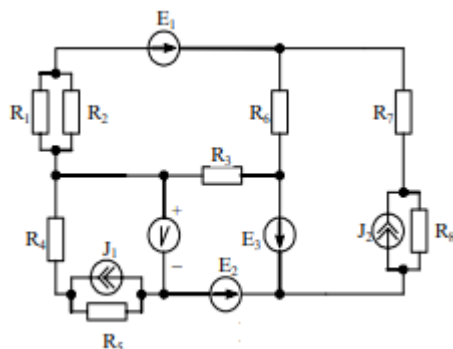


Рисунок 3.6- Схема до варіанту 6

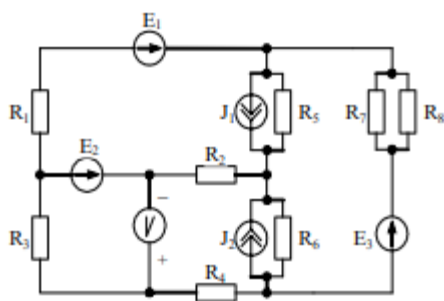


Рисунок 3.7- Схема до варіанту 7

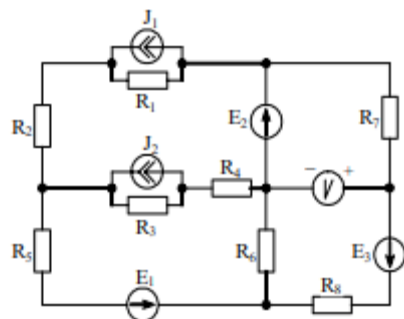


Рисунок 3.8- Схема до варіанту 8

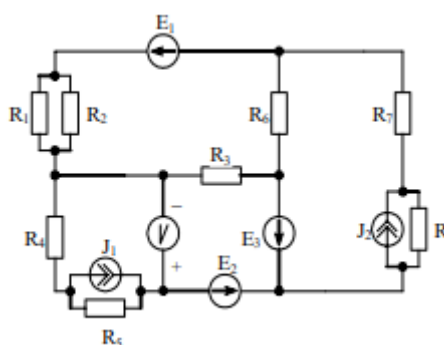


Рисунок 3.9 Схема до варіанту 9

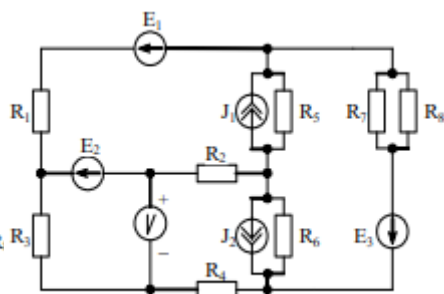


Рисунок 3.10- Схема до варіанту 10

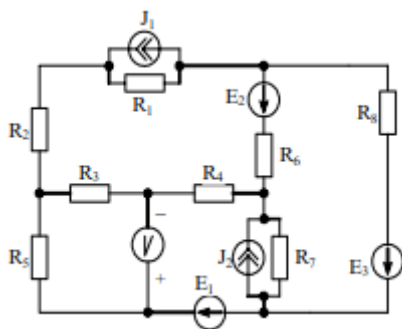


Рисунок 3.11- Схема до варіанту 11

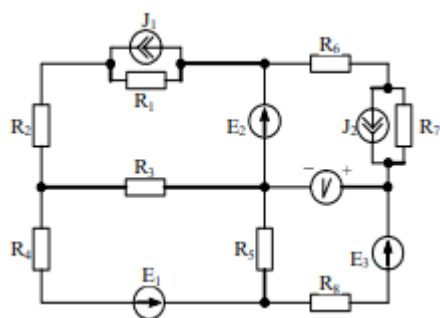


Рисунок 3.12- Схема до варіанту 12

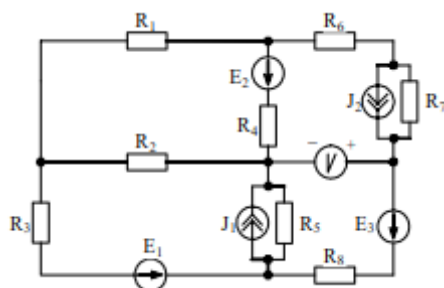


Рисунок 3.13- Схема до варіанту 13

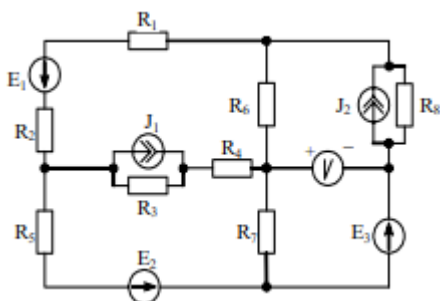


Рисунок 3.14- Схема до варіанту 14

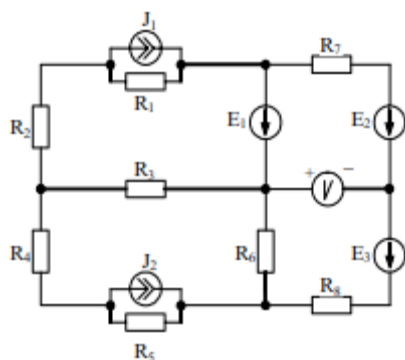


Рисунок 3.15- Схема до варіанту 15

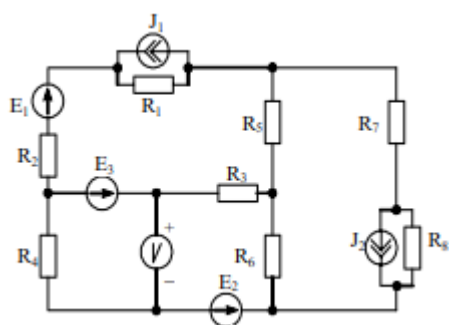


Рисунок 3.16-- Схема до варіанту 16

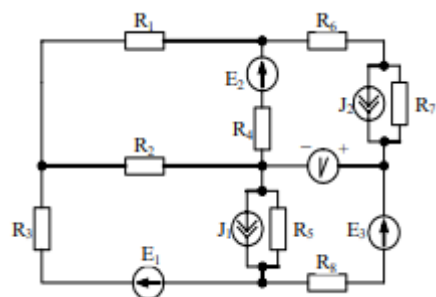


Рисунок 3.17- Схема до варіанту 17

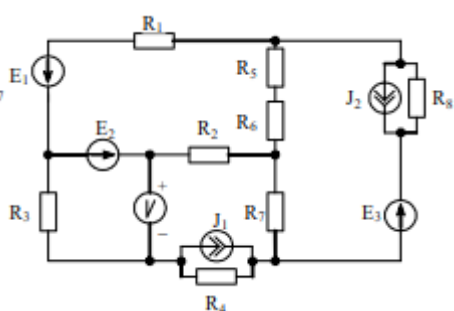


Рисунок 3.18-- Схема до варіанту 18

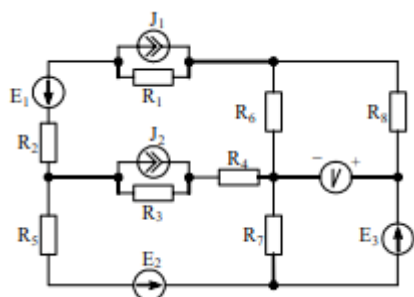


Рисунок 3.19- Схема до варіанту 19

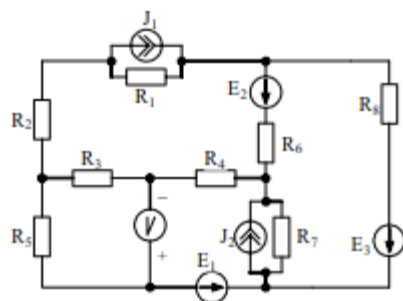


Рисунок 3.20- Схема до варіанту 20

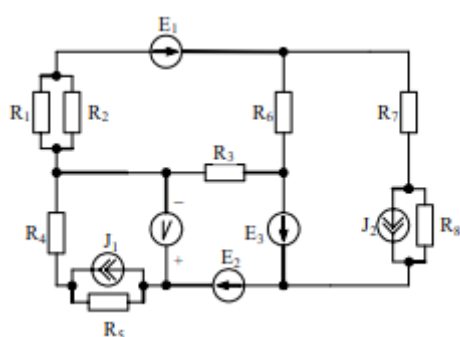


Рисунок 3.21- Схема до варіанту 21

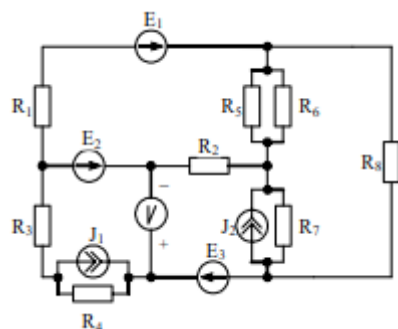


Рисунок 3.22- Схема до варіанту 22

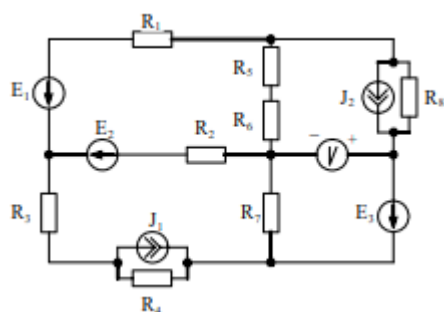


Рисунок 3.23- Схема до варіанту 23

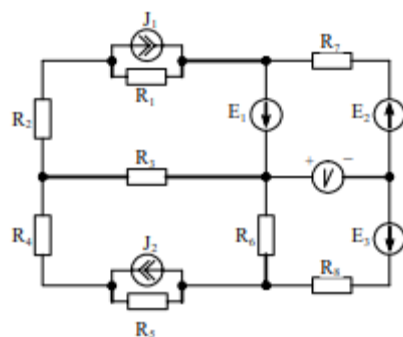


Рисунок 3.24- Схема до варіанту 24

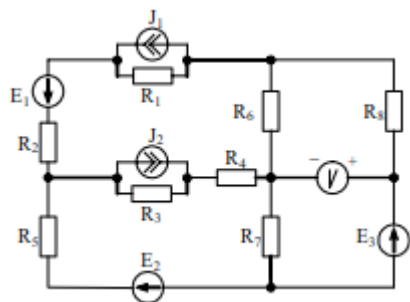


Рисунок 3.25- Схема до варіанту 25

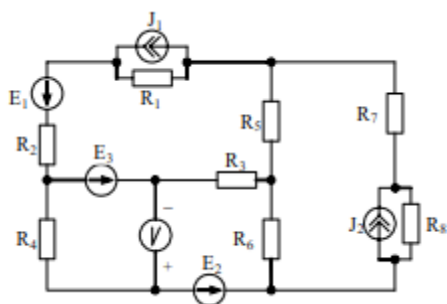


Рисунок 3.26- Схема до варіанту 26

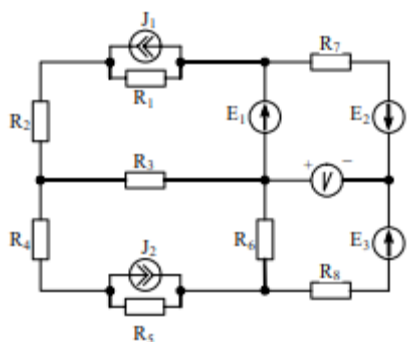


Рисунок 3.27- Схема до варіанту 27

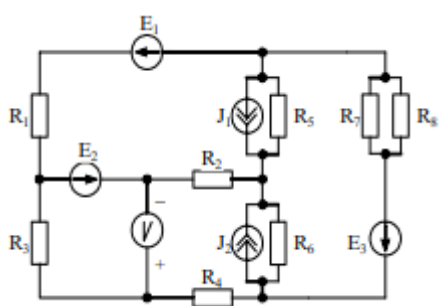


Рисунок 3.28- Схема до варіанту 28

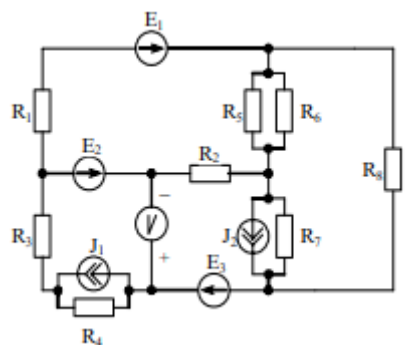


Рисунок 3.29-Схема до варіанту 29

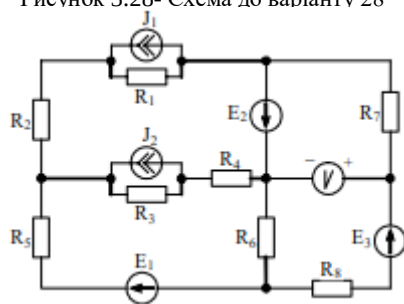


Рисунок 3.30- Схема до варіанту 30

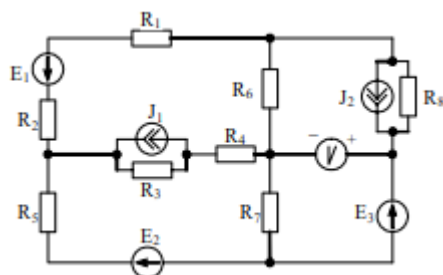


Рисунок 3.31- Схема до варіанту 31

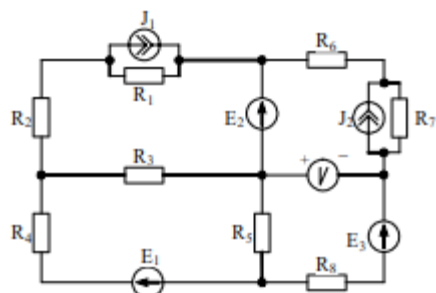


Рисунок 3.32- Схема до варіанту 32

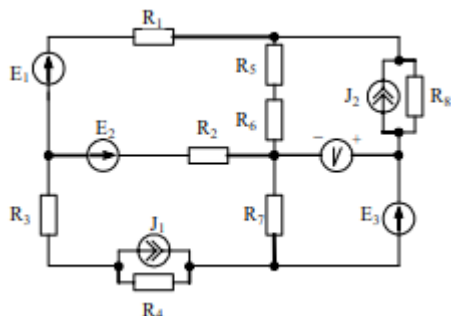


Рисунок 3.33- Схема до варіанту 33

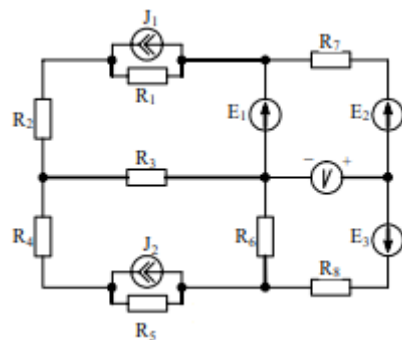


Рисунок 3.34- Схема до варіанту 34

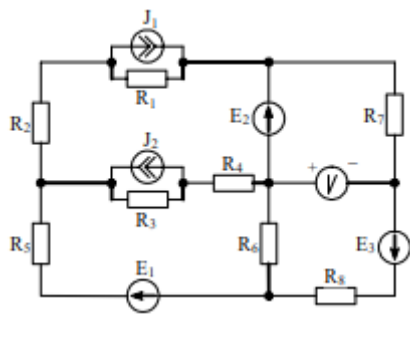


Рисунок 3.35 - Схема до варіанту 35

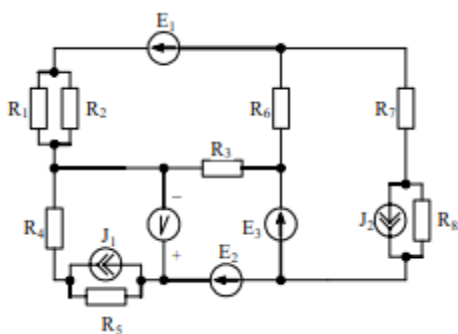


Рисунок 3.36 - Схема до варіанту 36

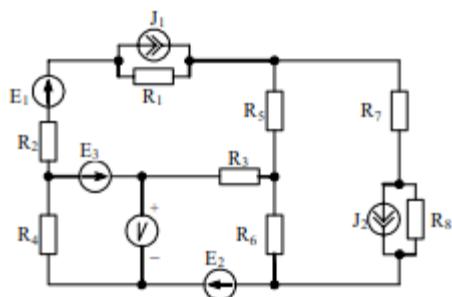


Рисунок 3.37 - Схема до варіанту 37

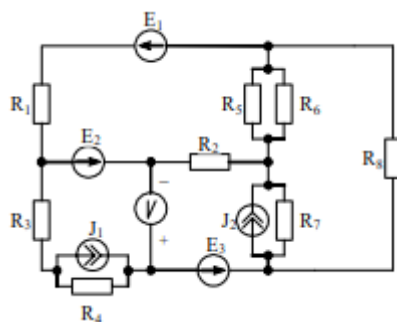


Рисунок 3.38 - Схема до варіанту 38

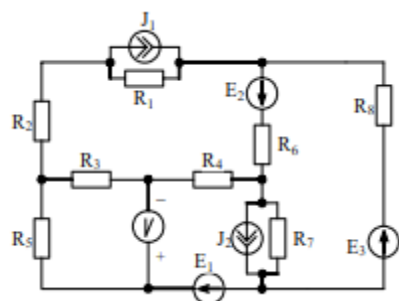


Рисунок 3.39- Схема до варіанту 39

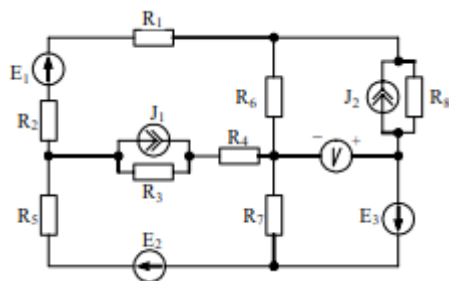


Рисунок 3.40 – Схема до варіанту 40

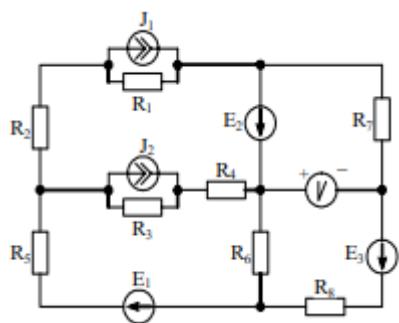


Рисунок 3.41 - Схема до варіанту 41

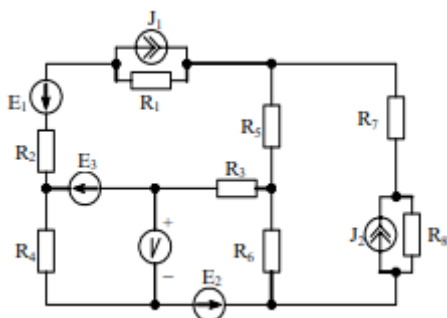


Рисунок 3.42 - Схема до варіанту 42

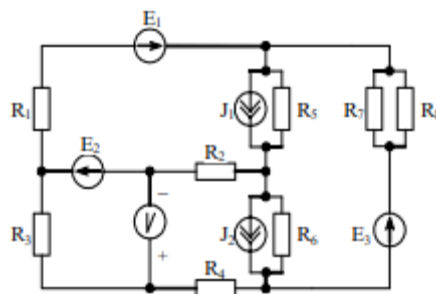


Рисунок 3.43 - Схема до варіанту 43

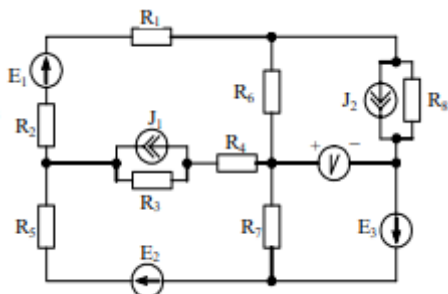


Рисунок 3.44 - Схема до варіанту 44

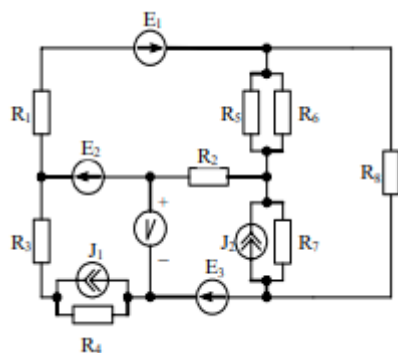


Рисунок 3.45 - Схема до варіанту 45

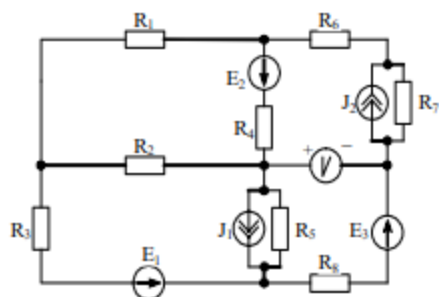


Рисунок 3.46 –Схема до варіанту 46

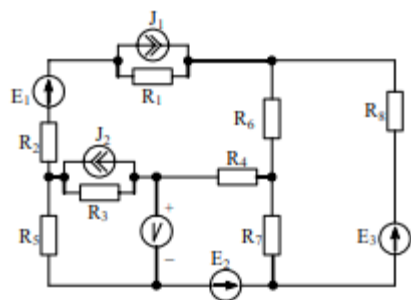


Рисунок 3.47- Схема до варіанту 47

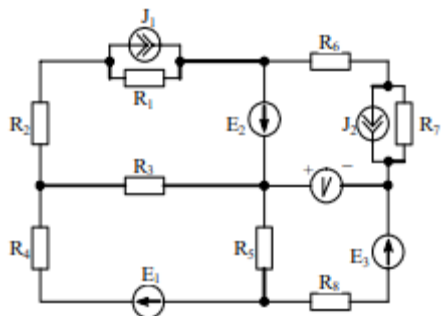


Рисунок 3.48 – Схема до варіанту 48

4. ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ З ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ (ПРИКЛАД)

Дано:

$R_1 = 30 \text{ Ом}$, $R_2 = 40 \text{ Ом}$, $R_3 = 60 \text{ Ом}$, $R_4 = 50 \text{ Ом}$, $R_5 = 80 \text{ Ом}$,
 $R_6 = 10 \text{ Ом}$, $R_7 = 20 \text{ Ом}$, $R_8 = 45 \text{ Ом}$, $R_j = R_7$, $E_1 = 75 \text{ В}$, $E_2 = 90 \text{ В}$,
 $E_3 = 75 \text{ В}$, $J_1 = 2 \text{ А}$, $J_2 = 3 \text{ А}$.

Визначити струми у всіх вітках.

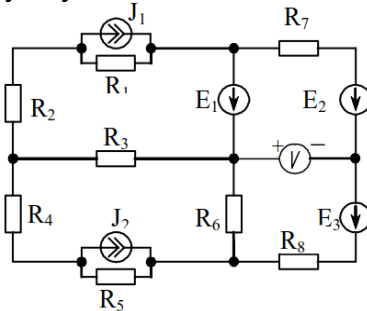


Рисунок 4.1 –Схема для розв'язання

1. Метод контурних токів.

Перетворимо схему

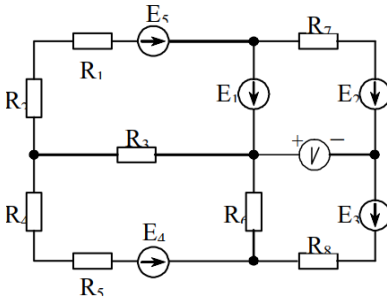


Рисунок 4.1 - Перетворена схема

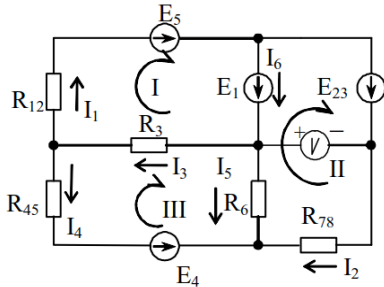


Рисунок 4.2 –Схема для складання рівнянь

$$E_4 = J_2 R_5 = 3 \cdot 80 = 240 \text{ В}$$

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 50 + 80 = 130 \text{ Ом}$$

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 30 + 40 = 70 \text{ Ом}$$

$$R_{78} = R_7 + R_8 = 20 + 45 = 65 \text{ Ом}$$

$$E_5 = J_1 R_1 = 2 \cdot 30 = 60 \text{ В}$$

$$E_{23} = E_2 + E_3 = 90 + 75 = 165 \text{ В}$$

Контурні ЕРС:

$$E_{11} = E_5 + E_1 = 135 \text{ В}, E_{22} = -E_1 + E_{23} = 90 \text{ В}, E_{33} = -E_4 = -240 \text{ В}$$

Власні опори контурів:

$$R_{11} = R_{12} + R_3 = 70 + 60 = 130 \text{ Ом}$$

$$R_{22} = R_{78} + R_6 = 65 + 10 = 75 \text{ Ом}$$

$$R_{33} = R_{45} + R_3 + R_6 = 130 + 60 + 10 = 200 \text{ Ом}$$

$$\left. \begin{aligned} I_{11}R_{11} - I_{22}R_{12} - I_{33}R_{13} &= E_{11} \\ -I_{11}R_{21} + I_{22}R_{22} - I_{33}R_{23} &= E_{22} \\ -I_{11}R_{31} - I_{22}R_{32} + I_{33}R_{33} &= E_{33} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 130I_{11} - I_{22} \cdot 0 - 60I_{33} &= 135 \\ -0 \cdot I_{11} + 75I_{22} - 10I_{33} &= 90 \\ -60I_{11} - 10I_{22} + 200I_{33} &= -240 \end{aligned} \right\}$$

$$I_{11} = 0,591182926 \text{ А}$$

$$I_{22} = 1,07078589 \text{ А}$$

$$I_{33} = -0,969105827 \text{ А}$$

$$I_1 = I_{11} = 0,591182926 \text{ А}$$

$$I_2 = I_{22} = 1,07078589 \text{ А}$$

$$I_3 = I_{11} - I_{33} = 0,591182926 + 0,969105827 = 1,560288753 \text{ А}$$

$$I_4 = -I_{33} = 0,969105827 \text{ А}$$

$$I_5 = I_{33} - I_{22} = -0,969105827 - 1,07078589 =$$

$$-2,039891717 \text{ А} \quad I_6 = I_{11} - I_{22} = -0,479602964$$

2. Метод вузлових потенціалів

Вузлові провідності:

$$G_{11} = 1 / R_{12} + 1 / R_{78} + 1 / 0 = 1 / 70 + 1 / 65 = 0,029670329 + 1 / 0$$

$$G_{22} = 1 / R_{12} + 1 / R_3 + 1 / R_{45} = 1 / 70 + 1 / 60 + 1 / 130 = 0,038644688$$

$$G_{44} = 1 / R_{45} + 1 / R_6 + 1 / R_{78} = 1 / 130 + 1 / 10 + 1 / 65 = 0,123076923$$

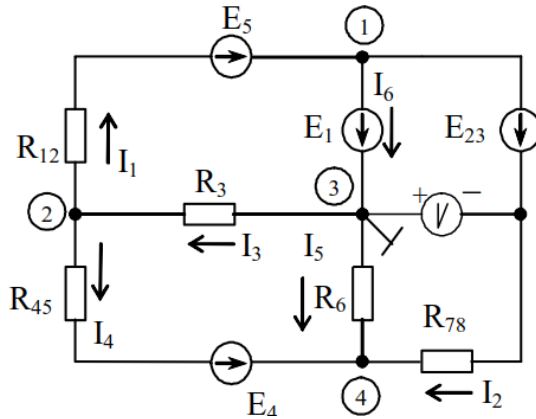


Рисунок 4.3 –Електрична схема

Вузлові струми:

$$I_{11} = E_5 / R_{12} - E_{23} / R_{78} - E_1 / 0 = 60 / 70 - 165 / 65 = -1,681318681 - E_1 / 0 \text{ A}$$

$$I_{22} = -E_5 / R_{12} - E_4 / R_{45} = -60 / 70 - 240 / 130 = -2,703296703 \text{ A}$$

$$I_{44} = E_4 / R_{45} + E_{23} / R_{78} = 240 / 130 + 165 / 65 = 4,384615385 \text{ A}$$

Міжвузлові провідності:

$$G_{12} = G_{21} = 1 / R_{12} = 1 / 70 = 0,014285714$$

$$G_{14} = G_{41} = 1 / R_{78} = 1 / 65 = 0,015384615$$

$$G_{24} = G_{42} = 1 / R_{45} = 1 / 130 = 0,007692307$$

$$I_{11} = \varphi_1 G_{11} - \varphi_2 G_{12} - \varphi_4 G_{14}$$

$$I_{22} = -\varphi_1 G_{21} + \varphi_2 G_{22} - \varphi_4 G_{24}$$

$$I_{44} = -\varphi_1 G_{41} - \varphi_2 G_{42} + \varphi_4 G_{44}$$

$$\varphi_1(0,029670329 + 1/0) - \varphi_2 0,014285714 - \varphi_4 0,015384615 = -1,681318681 - E_1/0$$

$$-\varphi_1 0,014285714 + \varphi_2 0,038644688 - \varphi_4 0,007692307 = -2,703296703$$

$$-\varphi_1 0,015384615 - \varphi_2 0,007692307 + \varphi_4 0,123076923 = 4,384615385$$

$$\varphi_1 = -75$$

$$\varphi_2 = -93,6172772$$

$$\varphi_4 = 20,39892092$$

$$I_1 = (\varphi_2 - \varphi_1 + E_5) / R_{12} = (-93,6172772 + 75 + 60) / 70 = 0,591181754 \text{ A}$$

$$I_2 = (\varphi_1 - \varphi_4 + E_{23}) / R_{78} = (-75 - 20,39892092 + 165) / 65 = 1,07078583 \text{ A}$$

$$I_3 = (\varphi_3 - \varphi_2) / R_3 = (0 + 93,6172772) / 60 = 1,560287953 \text{ A}$$

$$I_4 = (\varphi_2 - \varphi_4 + E_4) / R_{45} = (-93,6172772 - 20,39892092 + 240) / 130 = 0,96910617 \text{ A}$$

$$I_5 = (\varphi_3 - \varphi_4) / R_6 = (0 - 20,39892092) / 10 = -2,039892092 \text{ A}$$

3. Метод еквівалентного генератора

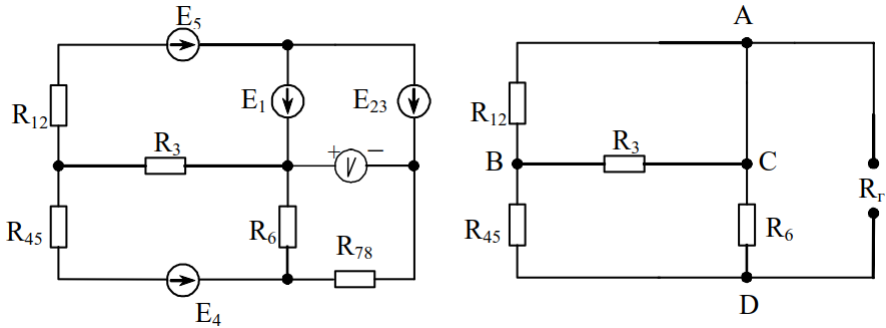
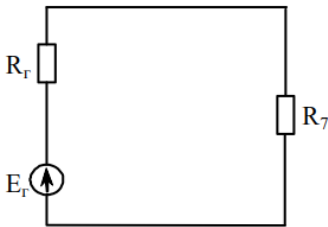


Рисунок 4.4 – Схеми для розрахунку методом еквівалентного генератора



$$R_{36} = R_3 + R_6 + R_3 \cdot R_6 / 0 = 60 + 10 + 600 / 0 = 70 + 600 / 0 \text{ Ом}$$

$$R_{123} = R_{12} \cdot R_3 / (R_{12} + R_3) = 70 \cdot 60 / (70 + 60) = 32,30769231 \text{ Ом}$$

Рисунок 4.5 – Схема після перетворювання

$$R_{4536} = R_{45} \cdot R_{36} / (R_{45} + R_{36}) = (9100 + 780000 / 0) / (200 + 600 / 0) \text{ Lim } (9100 + 780000 / x) / (200 + 600 / x) = 130$$

$$x \rightarrow 0$$

$$R_{4536} = 130 \text{ Ом}$$

$$R_{1234536} = R_{123} + R_{4536} = 32,307692317 + 130 = 162,3076923 \text{ Ом}$$

$$R_r = R_{1234536} \cdot R_6 / (R_{1234536} + R_6) = 1623,076923 / 172,3076923 = 9,419642857$$

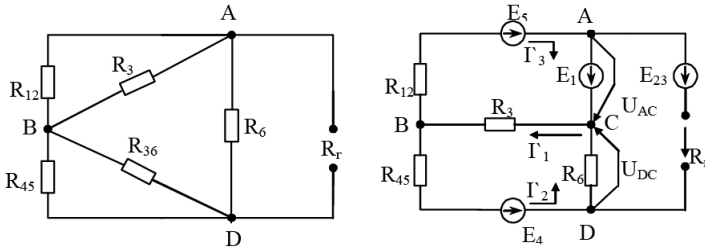


Рисунок 4.6 Електричні схеми для знаходження напруги

$$U_r + U_{DC} - U_{AC} = E_{23} \rightarrow U_r = E_{23} - U_{DC} + U_{AC}$$

$$BAC: R_3 I'_1 + R_{12} I'_3 = E_1 + E_5$$

$$BDC: R_3 I'_1 + (R_{45} + R_6) I'_2 = E_4$$

$$A: I'_1 - I'_2 - I'_3 = 0$$

$$ABC: 60 I'_1 + 70 I'_2 = 135$$

$$ADC: 60 I'_1 + 140 I'_3 = 240$$

$$A: I'_1 - I'_2 - I'_3 = 0 \quad I'_1 = 1,59357$$

$$I'_2 = 1,03125 \quad I'_3 = 0,5625$$

$$U_{DC} = I'_2 \cdot R_6 = 1,03125 \cdot 10 = 10,3125 \text{ В}$$

$$U_{AC} = I'_3 \cdot 0 - E_1 = -75 \text{ В}$$

$$U_r = E_{23} - U_{DC} + U_{AC} = 165 - 10,3125 - 75 = 79,6875 \text{ В}$$

$$I_2 = E_r / (R_r + R_{78}) = 79,6875 / (9,419642857 + 65) = 1,070785843 \text{ А}$$

4. Система рівнянь за законами Кірхгофа

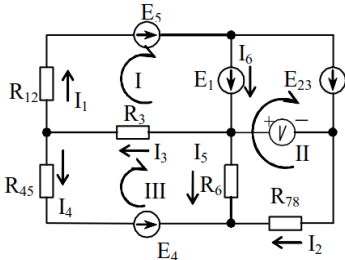


Рисунок 4.7 Схема розгалуженого кола

$$I_1 R_{12} + I_3 R_3 + I_6 \cdot 0 = E_1 + E_5$$

$$I_2 R_{78} - I_5 R_6 = -E_1 + E_{23}$$

$$-I_4 R_{45} - I_3 R_3 + I_5 R_6 = -E_4$$

$$I_3 - I_4 - I_1 = 0$$

$$I_2 + I_4 + I_5 = 0$$

$$I_1 - I_6 - I_2 = 0$$

Результати розрахунків

Метод:	контурних струмів	Вузлових потенціалів	еквівалентного генератора
I_1, A	0,591182926	0,591181754	-
I_2, A	1,07078589	1,07078583	1,070785843
I_3, A	1,560288753	1,560287953	-
I_4, A	0,969105827	0,969106168	-
I_5, A	-2,039891717	-2,039892092	-
I_6, A	-0,479602964		-

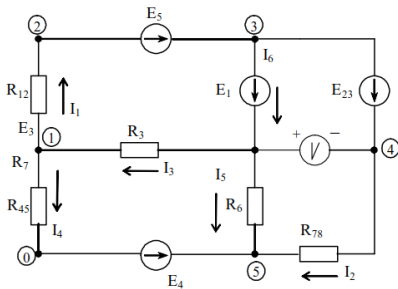
Перевірка балансу потужностей

$$I_1 E_5 + I_2 E_{23} + I_4 E_4 + I_6 E_1 = 408,7658236 \text{ Вт}$$

$$I_1^2 R_{12} + I_2^2 R_{78} + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_{45} + I_5^2 R_6 = 408,7659003 \text{ Вт}$$

Перевірка дала вірний результат.

Потенційна діаграма для зовнішнього контуру



$$\varphi_0 = 0$$

$$\varphi_1 = \varphi_0 + I_4 R_{45} = 125,9837575$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 - I_1 R_{12} = 84,60095269$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 + E_5 = 144,6009527$$

$$\varphi_4 = \varphi_3 + E_{23} = 309,6009527$$

$$\varphi_5 = \varphi_4 - I_2 R_{78} = 239,9998737$$

$$\varphi_0 = \varphi_5 - E_4 = -0.00012626 \approx 0$$

Рисунок 4.8 –Схема розгалуженого кола

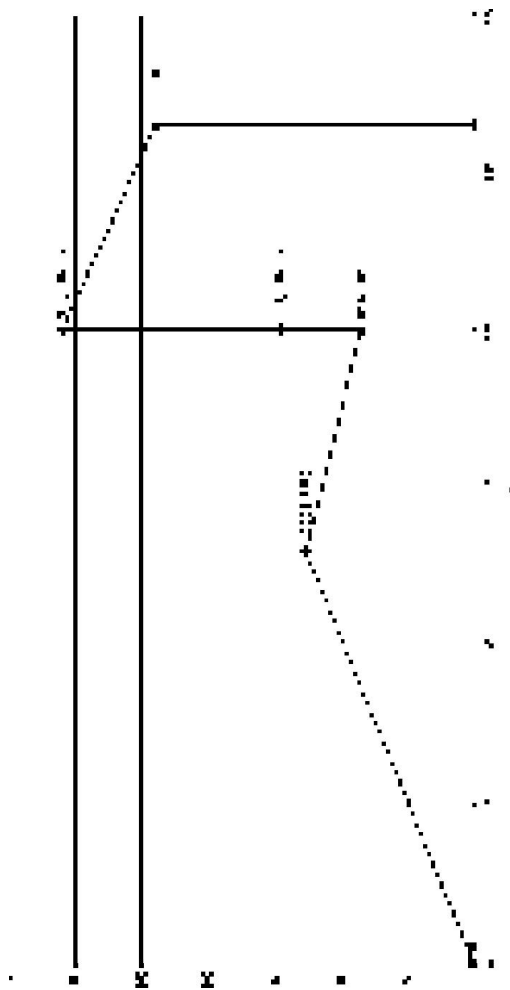


Рисунок 4.9 – Потенційна діаграма

5. ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РІШЕННЯ

1. Дано: $I_3=2$ А, $I_4=1$ А, $R_2=4$ Ом,
 $R_3=20$ Ом, $R_4=10$ Ом, $R_5=5$ Ом.
 Потужність, що виділяється в
 опорі R_6 дорівнює 20 Вт.
 Визначити: R_6, E_1, E_2 .

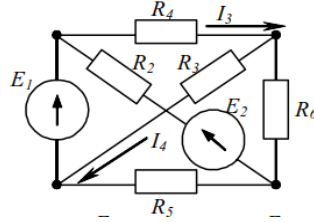


Рисунок 5.1 –Схема для розрахунку

2. Знайти показання
 амперметра, якщо дано:
 $E_1=3$ В, $E_2=3$ В, $E_3=7$ В, $E_4=4$ В,
 $E_5=6$ В, $R_2=4$ Ом,
 $R_3=2$ Ом, $R_4=2$ Ом, $R_5=2$ Ом.

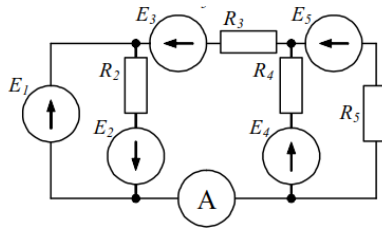


Рисунок 5.2 –Схема для розрахунку

3. Визначити струми у вітках та
 показання вольтметра, якщо:
 $E_1=40$ В, $E_2=15$ В, $E_3=25$ В, $R_1=5$
 Ом, $R_2=R_3=10$ Ом.
 Струмом вольтметра знехтувати.

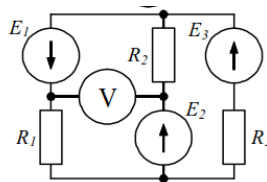


Рисунок 5.3 –Схема для розрахунку

4. Дано: $I_1=10$ мА, $I_3=-20$ мА,
 $R_4=5$ кОм, $E_5=20$ В, $R_5=3$ кОм,
 $E_6=40$ В, $R_6=2$ кОм. Визначити
 струми I_4, I_5, I_6 , а також $U_{ab}=\varphi_a -$
 φ_b .

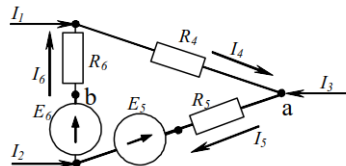


Рисунок 5.4 –Схема для розрахунку

5. Визначити струми у вітках, якщо дано: $J = 1 \text{ A}$, $R_4 = 20 \text{ Ом}$, $R_1 = R_2 = R_3 = 12 \text{ Ом}$, $R_5 = 8 \text{ Ом}$.

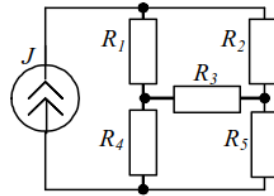


Рисунок 5.5 – Схема для розрахунку

6. Визначити струм I , якщо дано: $E_1 = 110 \text{ В}$, $E_2 = 220 \text{ В}$, $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, $R_3 = 5 \text{ Ом}$, $R_5 = 5 \text{ Ом}$, $R_6 = 10 \text{ Ом}$.

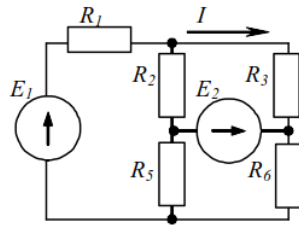


Рисунок 5.6 – Схема для розрахунку

ЛІТЕРАТУРА

1. Пантюшин В.С. Електротехніка. – М.: – Высш. шк., 1976. – 560 с.
2. Електротехніка под ред. В.Г. Герасимова, – 3-е изд., – М.: Высш. шк., 1985. – 480 с.
3. Касаткин А.С., Немцов М.В. Електротехніка. – М.: Высш. шк., 1984. – 375 с.
4. Иванов И.И., Равдоник В.С. Електротехніка. – М.: Высш. шк., 1984. – 377 с.
5. Сборник задач по електротехніке и основам електроніке / Под. ред. В.С. Пантюшина. – М.: Высш. шк., 1979. – 253 с.
6. Липатов Д.Н. Вопросы и задачи по електротехніке для программированного обучения. – М.: Энергія, 1977. – 304 с.
7. Борисов Ю.М. и др. Електротехніка. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 552 с.
8. Овчинников В.С. Пособіе по електротехніке. Лінейные електрические цепи постоянного тока. – КГТУ, 2001, 17 с.