

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до лабораторної роботи №5.

**ДОСЛІДЖЕННЯ ІНТЕРФЕРЕНЦІЙНОЇ СТРУКТУРИ ПОЛЯ
ВИПРОМІНЮВАЧА, ПІДНЯТОГО НАД ПЛОСКОЮ ЗЕМЛЕЮ**

з дисципліни

“Технічна електродинаміка, поширення радіо хвиль, антени”

для студентів спеціальності

G5 (172) Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та
радіотехніка
всіх форм навчання

Методичні вказівки для лабораторної роботи №5 «Дослідження інтерференційної структури поля випромінювача, піднятого над плоскою землею» з дисципліни “Технічна електродинаміка, поширення радіо хвиль, антени” для студентів спеціальності G5 (172) Електроніка та електронні комунікації, приладобудування та радіотехніка всіх форм навчання / Укл. Л.М. Логачова – Запоріжжя: НУ ЗП, 2025. - 18 с.

Укладачі:

Л.М. Логачова, ст. викладач

Рецензент:

С.С. Самойлик, доцент, к.ф.-м.н.

Відповідальний за випуск: Л.М. Логачова, ст. викладач

Затверджено
на засіданні кафедри
радіотехніки та телекомунікацій
Протокол № 2
від “28” серпня 2025 р.

Затверджено
на засіданні НМК ФІБЕК
Протокол № 2
від “23” вересня 2025 р.

ЗМІСТ

	С.
Лабораторна робота № 5 Дослідження інтерференційної структури поля випромінювача, піднятого над плоскою землею.....	4
1 Загальні положення.....	4
2 Розрахункове завдання.....	12
3 Опис лабораторної установки.....	13
4 Порядок виконання роботи.....	14
5 Зміст звіту.....	15
6 Контрольні запитання.....	16
Перелік джерел посилань.....	17
Додаток А Таблиці косинус – і синус – інтегралів Френеля.....	18

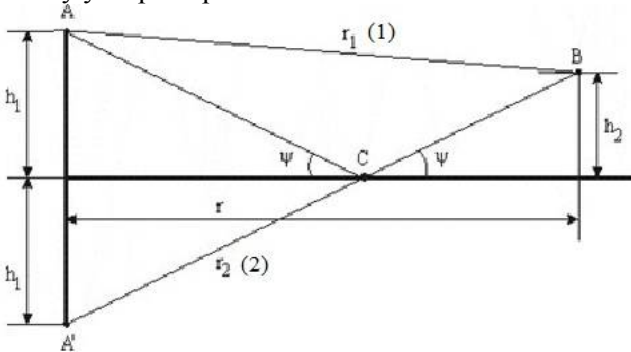
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5

ДОСЛІДЖЕННЯ ІНТЕРФЕРЕНЦІЙНОЇ СТРУКТУРИ ПОЛЯ ВИПРОМІНЮВАЧА, ПІДНЯТОГО НАД ПЛОСКОЮ ЗЕМЛЕЮ

Мета роботи: вивчити особливості поширення ультракоротких хвиль над поверхнею землі, дослідити висотні характеристики і характеристики дальності множника послаблення поля випромінювача, піднятого над плоскою радіотрасою.

1 Загальні положення

Розглянемо радіолінію, у якої передавальна та приймальна антени знаходяться на невеликій відстані одна від одної, так що можна не враховувати сферичність землі. Будемо вважати, що радіохвилі поширюються над плоскою напівпровідниковою поверхнею. Нехай далі поверхня Землі зовсім гладка і однорідна на протязі усїєї траси, а висоти антен складають не менше декількох довжин хвиль. Подібна модель радіотраси (рис. 1.1) є справедливою для діапазону ультра коротких хвиль.



r – довжина траси;

h_1, h_2 – висоти передавальної та приймальної антен;

r_1 – довжина шляху прямого променю AB;

$r_2 = (AC+BC)$ – довжина шляху відбитого від землі променю;

Рисунок 1.1 – Геометрія задачі

Задача визначення напруженості поля в точці прийому B зводиться до знаходження множника послаблення \dot{V} , який дорівнює відношенню напруженості поля в точці прийому на реальній радіотрасі до напруженості електричного поля у вакуумі при однаковому в обох випадках віддаленні приймальної антени від передавальної.

При піднятих над плоскою землею передавальної та приймальної антен задачу про знаходження множника послаблення, зводиться до вирішення рівнянь Максвелла стосовно до заданих граничних умов, можна значно спростити. Наближено напруженість електричного поля у місці розташування приймальної антени можна знайти методами геометричної оптики.

Електричне поле у місці приймальної антени (точка B) можна розглядати як результат інтерференції прямого (який вільно поширюється у повітрі) променя I

$$\dot{E}_1 = \frac{\sqrt{60PD}}{r_1} e^{-jkr_1},$$

та променя 2 , відбитого в точці C від поверхні землі на приймальну антену (рис. 1.1)

$$\dot{E}_2 = \dot{R}_{\theta,z} \frac{\sqrt{60PD}}{r_2} e^{-jkr_2},$$

де P – потужність передавача;

D – КСД передавальної антени;

$\dot{R}_{\theta,z} = |\dot{R}_{\theta,z}| e^{-j\theta_{\theta,z}}$ – комплексний коефіцієнт відбиття від

поверхні землі відповідно при горизонтальній та вертикальній поляризації.

Враховуючи, що в амплітудному множнику $r_2 = r_1$, отримуємо поле в точці B [1]

$$\dot{E}_1 = \frac{\sqrt{60PD}}{r_1} e^{-jk r_1} \left[1 + \dot{R}_{\epsilon, z} e^{-jk \Delta r} \right],$$

де Δr – це різниця ходу променів прямої та відбитої хвилі

$$\Delta r = r_1 - r_2 \approx \frac{2h_1 h_2}{r}.$$

Очевидно,

$$\dot{E}_1 = \frac{\sqrt{60PD}}{r_1} e^{-jk r_1} \cdot \dot{V}. \quad (1.1)$$

При цьому

$$\begin{aligned} |\dot{V}| &= \sqrt{1 + 2R_{\epsilon, z} \cos\left(\theta_{R_{B, \Gamma}} + \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r\right) + R_{B, \Gamma}^2} = \\ &= \sqrt{1 + R_{B, \Gamma} \cos\left(\theta_{R_{B, \Gamma}} + \frac{4\pi h_1 h_2}{\lambda r}\right)}. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Тут $\theta_{R_{\epsilon, z}}$ – фаза коефіцієнта відбиття.

Комплексний коефіцієнт відбиття залежить від кута ковзання Ψ , комплексної діелектричної проникності землі $\dot{\epsilon} = \epsilon' - j60\lambda\sigma$ та поляризації хвилі

$$\begin{aligned} \dot{R}_z &= \frac{\sin \Psi - \sqrt{\dot{\epsilon} - \cos^2 \Psi}}{\sin \Psi + \sqrt{\dot{\epsilon} - \cos^2 \Psi}}, \\ \dot{R}_\epsilon &= \frac{\dot{\epsilon} \sin \Psi - \sqrt{\dot{\epsilon} - \cos^2 \Psi}}{\dot{\epsilon} \sin \Psi + \sqrt{\dot{\epsilon} - \cos^2 \Psi}}. \end{aligned}$$

При зменшенні відстані r множник послаблення проходить через ряд максимумів $\left(\text{коли } \cos\left(\theta_{R_{B,r}} + \frac{4\pi h_1 h_2}{\lambda r}\right) = 1 \right)$ та ряд мінімумів $\left(\text{коли } \cos\left(\theta_{R_{B,r}} + \frac{4\pi h_1 h_2}{\lambda r}\right) = -1 \right)$, які дорівнюють $(I+R_{e,z})$ та $(I-R_{e,z})$ (рис. 1.2). [3]

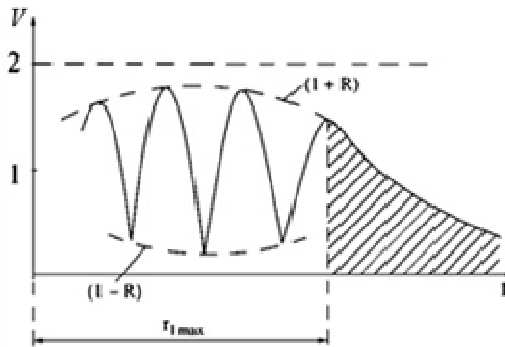


Рисунок 1.2 – Залежність множника послаблення від відстані в загальному випадку

Починаючи з деякої відстані $r_{1\max}$ множник послаблення монотонно зменшується, прямуючи до 0.

Спростимо формулу (1.2) для більших кутів падіння.

Для багатьох поверхонь Землі коефіцієнт відбиття $|\dot{R}|$ близький до одиниці, а кут набігу фази θ_R - до 180° .

Припустимо у формулі (1.2) $R=1$, $\theta_R=180^\circ$, отримаємо

$$V = 2 \left| \sin \frac{2\pi h_1 h_2}{\lambda r} \right|. \quad (1.3)$$

Підставляючи (1.3) у формулу (1.1), отримаємо інтерференційну формулу Введенського для добре провідної землі

$$|\dot{E}| = \frac{\sqrt{240PD}}{r} \left| \sin \frac{2\pi h_1 h_2}{\lambda r} \right|. \quad (1.4)$$

У багатьох важливих для практики випадках формулу (1.3) можна ще більше спростити, надавши їй зручний для розрахунків вигляд. Замінімо у виразі (1.3) синус його аргументом

$$V = \frac{4\pi h_1 h_2}{\lambda r}. \quad (1.5)$$

Це справедливо у випадках, коли аргумент синуса у формулі (1.3) менше 20° , тобто, при умові

$$\frac{2\pi h_1 h_2}{\lambda r} \leq \frac{\pi}{2}.$$

Підставивши (1.5) у (1.1), отримаємо амплітуду напруженості електричного поля в точці прийому при великих відстанях

$$E = \frac{4\pi\sqrt{60PD} \cdot h_1 h_2}{r^2 \cdot \lambda}. \quad (1.6)$$

Формула (1.6) була вперше отримана Б.О. Введенським і носить назву квадратичної формули Введенського, так як напруженість поля відповідно до цієї формули зворотно пропорційна квадрату відстані. З формули (1.4) випливає, що останній інтерференційний максимум множника послаблення буде спостерігатися, коли

$$\frac{2\pi h_1 h_2}{\lambda r_{\max}} = \frac{\pi}{2}, \quad r_{\max} = \frac{4\pi h_1 h_2}{\lambda}.$$

З умови правомірності заміни синуса його аргументом знаходимо область застосування квадратичної формули Введенського. Її можна застосовувати, починаючи з відстаней

$$r_B = \frac{18h_1h_2}{\lambda} = 4.5r_{\max}.$$

На рис. 1.3 область застосування формули (1.6) позначена подвійною штриховкою. [2]

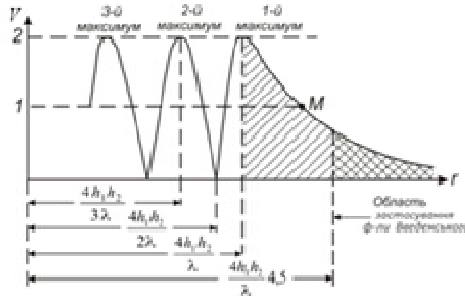


Рисунок 1.3 – Залежність множника послаблення від відстані при $|\hat{R}| = 1$

При значних відстанях між приймачем та передавачем у інтерференційних формулах Введенського необхідно враховувати сферичність Землі.

При цьому користуються відстанню прямої видимості r_0 , тобто відстанню між приймальною та передавальною антенами, коли пряма, яка з'єднує ці антени, доторкається до земної поверхні в одній точці C (це довжина дотичної до земної сфери пряма AB на рис. 1.4).

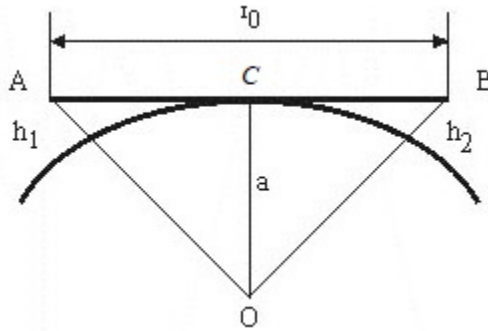


Рисунок 1.4 – До визначення відстані прямої видимості r_0 у разі високо піднятих антен

$$r_0 = AC + CB,$$

$$AC = \sqrt{(a + h_1)^2 - a^2} \approx \sqrt{2ah_1},$$

$$CB \approx \sqrt{2ah_2},$$

тобто,

$$r_0 = \sqrt{2a}(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}),$$

де a – радіус Землі, якій дорівнює 6370 км.

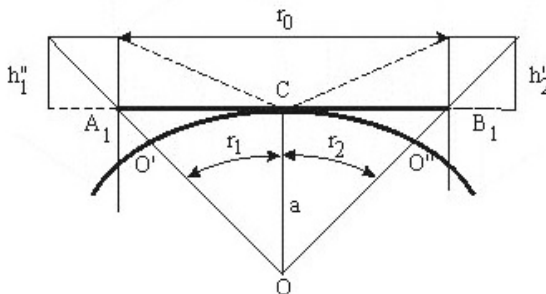


Рисунок 1.5 – Геометрія траси при необхідності врахування сферичності Землі

Реальна криволінійна траса довжиною $r_1 + r_2$ (рис. 1.5) змінюється на еквівалентну прямолінійну радіотрасу довжиною r_0 . Тоді реальні висоти приймальної та передавальної антен h_1 та h_2 слід змінити на так звані приведені висоти h'_1 та h'_2

$$h'_1 = h_1 - \Delta h_1, \quad h'_2 = h_2 - \Delta h_2. \quad (1.7)$$

Щоб визначити приведені висоти h'_1 та h'_2 необхідно знайти точку дзеркального відбиття С. Для радіотрас, що близькі за довжиною до відстані прямої видимості ($r \rightarrow r_0$), положення точки С визначається виразом

$$CA_1 \approx r \frac{\sqrt{h_1}}{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}}.$$

Для малих відстаней ($r \ll r_0$) точку дзеркального відбиття можна знайти наближено за формулою

$$CA_1 \approx r \frac{h_1}{h_1 + h_2}, \quad CB \approx r \frac{h_2}{h_1 + h_2}.$$

Далі визначаються поправки висот антен на сферичність Землі Δh_1 та Δh_2 з ΔA_1CO та ΔB_1CO (врахуємо при цьому, що $OO' = OO'' = a$, де a – радіус Землі).

Напруженість поля в точці прийому з урахуванням сферичності Землі розраховується за формулами (1.1), (1.4), (1.6), де замість справжніх висот приймальної та передавальної антен h_1 , h_2 необхідно підставити наведені висоти h'_1 та h'_2 .

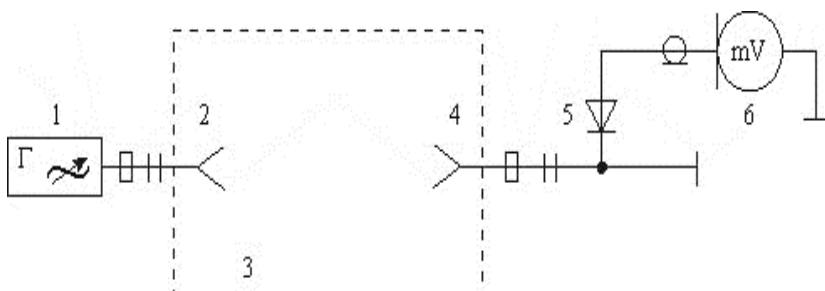
2 Розрахункове завдання

2.1 Побудувати залежність $V(h_2)$ для $\lambda=0,03$ м за завданими викладачем значеннями h_1, r, ε .

2.2 Побудувати залежність $V(r)$ для $\lambda=0,03$ м за завданими викладачем значеннями $h_1, h_2, \varepsilon = j60\lambda\sigma$.

2.3 За даними п. 2.1 та п. 2.2 повторити розрахунки для випадку ідеально відбивної поверхні.

3 Опис лабораторної установки



1 – генератор коливань; 2 – передавальна антена; 3 – модель радіотраси; 4 – приймальна антена; 5 – хвилеводна детекторна секція; 6 – мілівольтметр.

Рисунок 3.1 – Структурна схема лабораторної установки

3.1 Добре відбиваюча траса є металевим листом.

3.2 Приймальна антена може пересуватися як по висоті, так і вздовж траси.

4 Порядок виконання роботи

4.1 Ввімкнути і на протязі 20 хвилин прогріти НВЧ генератор, отримати стабільну вихідну потужність.

4.2 Встановити висоту h_1 за завданням викладача; зняти залежність рівня поля від висоти h_2 .

4.3 Встановити висоту h_2 за вказівкою викладача та зняти залежність рівня поля від висоти h_1 .

4.4 Встановити висоти антен h_1 та h_2 за вказівкою викладача і зняти залежність рівня поля від відстані r .

4.5 Нанести експериментальні точки на розрахункові графіки, порівняти отримані теоретичні та експериментальні результати.

5 Зміст звіту

5.1 Графіки розрахункових залежностей з нанесеними на них експериментальними точками.

5.2 Аналіз величин та причин розбіжностей розрахункових та експериментальних значень.

6 Контрольні запитання

6.1 Якісна картина залежності рівня поля від висоти приймальної антени при різних висотах передавальної.

6.2 Якісна картина залежності рівня поля від висоти передавальної антени при різних висотах приймальної.

6.3 Якісна картина залежності рівня поля від відстані при фіксованих висотах приймальної і передавальної антен.

6.4 Як знайти точку дзеркального відбиття і кут дзеркального відбиття при відомих h_1 , h_2 та γ ?

6.5 У чому різниця інтерференційних структур поля при зміні поляризації випромінювача з горизонтальної на вертикальну? Для яких поверхонь воно буде мати яскраво виражений характер?

6.6 Роль зон Френеля у формуванні відбитого поля.

6.7 Вивести квадратичну формулу Введенського. У яких випадках вона застосовується?

6.8 Що таке явища повного заломлення та відбиття і коли вони мають місце?

6.9 Як знайти відстань прямої видимості над сферичною Землею?

6.10 У яких діапазонах хвиль можуть застосовуватися інтерференційні формули для розрахунку поля?

6.11 Як необхідно змінити інтерференційні формули при розрахунку поля над сферичною Землею?

Перелік джерел посилань

1. Рубан А. І., Гогоці Ю. Г., Гусак О. Г. Теорія поля : підручник. Суми : Сумський державний університет, 2023. – 279 с.
2. Пілінський В.В., Швайченко В.Б. Технічна електродинаміка та поширення радіохвиль: навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. 343 с. URL: <https://ela.kpi.ua/items/2df0ef72-19a8-4865-89d5-420ef55ccb19> (дата звернення 15.04.2026)
3. Логачова Л. М. Бугрова Т.І. Поширення земних радіохвиль та мобільний зв'язок : навч. посіб. Запоріжжя: ЗНТУ, 2019. 236 с.
4. M. Abramowitz and I. A. Stegun Handbook of mathematical functions. With formulas, graphs, and mathematical tables. Issued June 1964, Tenth Printing, December 1972, with corrections U.S. Government Printing Office Washington, D.C. 1046 p. URL: <https://personal.math.ubc.ca/~cbm/aands/frameindex.htm>
5. Герасимчук В.С., Васильченко Г.С., Кравцов В.І. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах. навч. посіб. К.: Книги України ЛТД, 2010. 470 с.
6. Ільїнов М.Д., Гурський Т.Г., Борисов І.В., Гриценко К.М. Лінії радіозв'язку та антенні пристрої. Навчальний посібник. К.: ВІПІ, 2018. 250 с.

Додаток А[5,6]
Таблиці косинус- і синус- інтегралів Френеля
R=0, ... , 3.25 ч

$$C(R) = \int_0^R \cos\left[\frac{\pi}{2} \cdot U^2\right] dU$$

$$S(R) = \int_0^R \sin\left[\frac{\pi}{2} \cdot U^2\right] dU$$

R	C(R)	S(R)
0	0.0000000	0.0000000
0.5	0.0499999	0.0000654
0.1	0.0999975	0.0005236
0.15	0.1499813	0.001767
0.2	0.1999211	0.0041876
0.25	0.2497592	0.0081756
0.3	0.299401	0.014117
0.35	0.3487063	0.02239
0.4	0.3974808	0.0333594
0.45	0.4454682	0.0473692
0.5	0.4923442	0.0647324
0.55	0.5377111	0.0857189
0.6	0.5810954	0.1105402
0.65	0.6219488	0.1393324
0.7	0.6596523	0.1721364
0.75	0.693526	0.2088771
0.8	0.7228442	0.2493413
0.85	0.7468577	0.2931575
0.9	0.7648231	0.3397762
0.95	0.7760395	0.3884568
1.0	0.7798936	0.438259
1.05	0.7759098	0.4880459
1.1	0.7638071	0.5364978
1.15	0.7435566	0.5821423
1.2	0.7154384	0.623401
1.25	0.6800916	0.6586558
1.3	0.6385515	0.6863339
1.35	0.5922678	0.7050108
1.4	0.5430967	0.7135268
1.45	0.4932593	0.7111118
1.5	0.4452612	0.697508
1.55	0.4017716	0.6730791
1.6	0.3654593	0.6388918

R	C(R)	S(R)
1.65	0.338794	0.596755
1.7	0.3238206	0.5491994
1.75	0.3219265	0.4993865
1.8	0.3336223	0.4509379
1.85	0.3583658	0.4076833
1.9	0.3944586	0.3733375
1.95	0.4390467	0.3511261
2.0	0.4882481	0.3433943
2.05	0.5374219	0.3512427
2.1	0.5815767	0.3742451
2.15	0.6158948	0.4103026
2.2	0.6363245	0.4556856
2.25	0.6401743	0.5052971
2.3	0.6266184	0.5531669
2.35	0.5970233	0.5931492
2.4	0.5550034	0.6196941
2.45	0.5061459	0.6289442
2.5	0.4573894	0.619188
2.55	0.4181432	0.5915369
2.6	0.3889302	0.5499935
2.65	0.3804562	0.5010901
2.7	0.3924835	0.452662
2.75	0.4232547	0.4139823
2.8	0.4674864	0.3915152
2.85	0.5170743	0.3900195
2.9	0.5623856	0.4101248
2.95	0.5942435	0.4481093
3.0	0.6057438	0.4963104
3.05	0.5941194	0.5444698
3.1	0.5616131	0.5818378
3.15	0.5154127	0.5996474
3.2	0.4661592	0.5933846
3.25	0.4263098	0.56425