

**MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**ZAPORIZHZHIA NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ**

С.П. Луцин

COURSE OF PHYSICS

Volume 1

КУРС ФІЗИКИ

Том 1

2019

УДК 53(075.8)

Рекомендовано вченою радою Запорізького національного технічного університету (протокол № 10 від 03.06.2019 р.)

Рецензенти:

В. Г. Міщенко, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри прикладної фізики і наноматеріалів Запорізького національного університету;

О. С. Воронкін, кандидат педагогічних наук, старший викладач кафедри природничо-наукових дисциплін та методики їх викладання Луганського обласного інституту післядипломної педагогічної освіти, член Українського фізичного товариства;

О. І. Шевченко, кандидат філологічних наук, доцент кафедри теорії та практики перекладу з англійської мови Запорізького національного університету.

Луцин С. П.

L 96 Course of Physics. Volume 1. Курс фізики. Том 1: навчальний посібник / С. П. Луцин – Запоріжжя : ЗНТУ, 2019. – 304 с.

ISBN 978-617-529-232-7

Навчальний посібник написаний у відповідності з програмою по фізиці для студентів технічних навчальних закладів вищої освіти. Том 1 навчального посібника складається з механіки, молекулярної фізики і термодинаміки, електрики і магнетизму. Цей навчальний посібник може бути використаний студентами, викладачами фізики та тими, хто цікавиться природничими науками.

The textbook is composed in accordance with the program of physics and assigned for students of higher technical educational institutions. Volume 1 of the textbook contains mechanics, molecular physics and thermodynamics, electricity and magnetism. This textbook may be used by students, teaches of physics and those who is interested in natural sciences.

УДК 53(075.8)

ISBN 978-617-529-232-7

© Луцин С. П.

© Запорізький національний технічний університет (ЗНТУ), 2019

ВІД АВТОРА

Фізика є фундаментальною дисципліною, яка сприяє створенню наукової бази для формування сучасного світогляду людини на основі досягнень науки і техніки. Оволодіння знаннями сучасної фізики формує сприйняття і розуміння явищ і процесів у природі. Фізика є базовою дисципліною для підготовки висококваліфікованих фахівців технічного профілю.

Розробка і упровадження двомовної практики у навчальному процесі при викладанні курсу загальної фізики у технічному університеті із застосуванням білінгвістичного методу дозволяє вважати його прогресивним сучасним методом навчання, що дає можливість більш повно інтегруватись майбутнім фахівцям в єдиний освітній і науковий європейський простір.

Це є головною причиною, що спонукала написати двомовний навчальний посібник із синхронним перекладом тексту англійською та українською мовами. Навчальний посібник узагальнює багаторічний досвід автора викладання курсу фізики у Запорізькому національному технічному університеті студентам, що навчаються за спеціальністю «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» з поглибленим навчанням англійської мови, а також студентам спеціальності «Переклад».

Перший том навчального посібника містить перші три базові розділи фізики, що вивчаються у технічному університеті на протязі одного семестру: механіка, молекулярна фізика і термодинаміка, електрика і магнетизм. Викладені розділи курсу фізики відповідають програмі по фізиці для студентів навчальних закладів вищої освіти технічного профілю. Навчальний посібник містить також ілюстративний матеріал, контрольні запитання, предметний покажчик, перелік рекомендованої літератури.

Автор висловлює щире вдячність рецензентам і колегам кафедри фізики Запорізького національного технічного університету, що приймали участь в обговоренні змісту навчального посібника. Автор вдячний Сокол Т.О. за мовне й термінологічне редагування посібника англійською мовою.

CONTENTS

Introduction	12
1 MECHANICS	12
1.1 Kinematics	12
1.1.1 Basic Concepts of Kinematics	12
1.1.2 Velocity	18
1.1.3 Acceleration	20
1.1.4 Tangential and Normal Accelerations	20
1.1.5 Uniformly Accelerated Rectilinear Motion	24
1.1.6 Kinematics of Rotational Motion	26
1.2 Dynamics	34
1.2.1 Classification of Forces	34
1.2.2 Laws of Classical Dynamics	38
1.2.3 Law of Impulse Conservation	40
1.2.4 Energy. Work. Power	42
1.2.5 Mechanical Energy	46
1.2.6 Force as a Gradient of Potential Energy	48
1.2.7 Law of Conservation of Mechanical Energy	50
1.2.8 Noninertial Systems. Forces of Inertia	52
1.2.9 Mechanical Principles of Relativity. Galilean Transformations	58
1.3 Dynamics of Rotational Motion	62
1.3.1 Concepts of Dynamics of Rotational Motion	62
1.3.2 Basic Law of Dynamics of Rotational Motion	66
1.3.3 Law of Conservation of Impulse Moment	68
1.3.4 Kinetic Energy of Rotating Body	70
1.3.5 Work Done During Rotational Motion	72
1.4 Elements of Hydroaeromechanics	72
1.4.1 The Equation of Continuity	72
1.4.2 Bernoulli's Equation	74
Control Questions	78
2 MOLECULAR PHYSICS AND THERMODYNAMICS	82
2.1 Molecular Physics	82
2.1.1 Basic Physical Values of Molecular Physics	82
2.1.2 Main Equation of Molecular Kinetic Theory of Gases	86
2.1.3 Molecular-Kinetic Interpretation of Temperature	94
2.1.4 Law of Uniform Distribution of Energy into Molecule Degrees of Freedom	96

ЗМІСТ

Вступ	13
1 МЕХАНІКА	13
1.1 Кінематика	13
1.1.1 Основні поняття кінематики	13
1.1.2 Швидкість	19
1.1.3 Прискорення	21
1.1.4 Тангенціальне та нормальне прискорення	21
1.1.5 Рівномірно прискорений рух	25
1.1.6 Кінематика обертального руху	27
1.2 Динаміка	35
1.2.1 Класифікація сил	35
1.2.2 Закони класичної динаміки	39
1.2.3 Закон збереження імпульсу	41
1.2.4 Енергія. Робота. Потужність	43
1.2.5 Механічна енергія	47
1.2.6 Сила, як градієнт потенціальної енергії	49
1.2.7 Закон збереження механічної енергії	51
1.2.8 Неінерціальні системи. Сили інерції	53
1.2.9 Механічний принцип відносності. Перетворення Галілея ...	59
1.3 Динаміка обертального руху	63
1.3.1 Поняття динаміки обертального руху	63
1.3.2 Основний закон динаміки обертального руху	67
1.3.3 Закон збереження моменту імпульсу	69
1.3.4 Кінетична енергія тіла, що обертається	71
1.3.5 Робота при обертальному русі	73
1.4 Елементи гідроаеромеханіки	73
1.4.1 Рівняння нерозривності	73
1.4.2 Рівняння Бернуллі	75
Контрольні запитання	79
2 МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА	83
2.1 Молекулярна фізика	83
2.1.1 Основні фізичні величини молекулярної фізики	83
2.1.2 Основне рівняння молекулярно - кінетичної теорії газів.....	87
2.1.3 Молекулярно-кінетична інтерпретація температури.....	95
2.1.4 Закон рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності молекул	97

2.1.5 Ideal Gas Equation of State	98
2.1.6 Ideal Gas Isoprocesses	100
2.1.7 Maxwell's Distribution Law of Gas Molecules by Velocities...	102
2.1.8 Velocities of Gas Molecules	104
2.1.9 Barometric Formula. Boltzmann's Distribution	108
2.1.10 Transfer Phenomena	112
2.1.11 Diffusion	112
2.1.12 Thermal Conductivity	114
2.1.13 Internal Friction (Viscosity)	114
2.1.14 Real Gases. Van der Waal's Equation	116
2.2 Thermodynamics	122
2.2.1 The First Law of Thermodynamics	122
2.2.2 Internal Energy of the Ideal Gas	124
2.2.3 Work Done by Gas During Alternation of its Volume	124
2.2.4 Heat Capacity	128
2.2.5 Work done by Ideal Gas in Isoprocesses	132
2.2.6 Adiabatic Process	136
2.2.7 Cyclic Process. Heat Engines and Refrigerators	140
2.2.8 Carnot Cycle	144
2.2.9 Entropy	148
2.2.10 Second Law of Thermodynamics	148
Control Questions	152
3 ELECTRICITY AND MAGNETISM	154
3.1 Electrostatics	154
3.1.1 Electric Charges. Law of Conservation of an Electric Charge....	154
3.1.2 Coulomb's Law	156
3.1.3 Density of Electric Charge	158
3.1.4 Intensity of Electric Field	160
3.1.5 Force Lines of an Electric Field	160
3.1.6 Flux of Intensity Vector	162
3.1.7 The Ostrogradsky-Gauss Theorem for Electrostatic Field in Vacuum	162
3.1.8 Application of the Ostrogradsky-Gauss Theorem for the Electric Fields Calculation in Vacuum	166
3.1.9 Circulation of the Electrostatic Field Intensity Vector	176
3.1.10 Potential of the Electrostatic Field	178
3.1.11 Relationship between Intensity Vector and Potential	180
3.1.12 Electric Field in Dielectrics	184

2.1.5 Рівняння стану ідеального газу	99
2.1.6 Ізопроцеси ідеального газу	101
2.1.7 Закон розподілу Максвелла для швидкостей молекул газу ...	103
2.1.8 Швидкості молекул газу	105
2.1.9 Барометрична формула. Розподіл Больцмана	109
2.1.10 Явища переносу	113
2.1.11 Дифузія	113
2.1.12 Теплопровідність	115
2.1.13 Внутрішнє тертя (в'язкість)	115
2.1.14 Реальні гази. Рівняння Ван дер Ваальса	117
2.2 Термодинаміка	123
2.2.1 Перший закон термодинаміки	123
2.2.2 Внутрішня енергія ідеального газу	125
2.2.3 Робота газу при зміні його об'єму	125
2.2.4 Теплоємність	129
2.2.5 Робота газу в ізопроцесах	133
2.2.6 Адіабатний процес	137
2.2.7 Цикли. Теплові двигуни та холодильні машини	141
2.2.8 Цикл Карно	145
2.2.9 Ентропія	149
2.2.10 Другий закон термодинаміки	149
Контрольні запитання	153
3 ЕЛЕКТРИКА І МАГНЕТИЗМ	155
3.1 Електростатика	155
3.1.1 Електричні заряди. Закон збереження електричного заряду	155
3.1.2 Закон Кулона	157
3.1.3 Густина електричного заряду	159
3.1.4 Напруженість електричного поля	161
3.1.5 Силкові лінії електричного поля	161
3.1.6 Потік вектора напруженості	163
3.1.7 Теорема Остроградського – Гаусса для електростатичного поля у вакуумі	163
3.1.8 Застосування теореми Остроградського –Гаусса для розрахунку електричних полів у вакуумі	167
3.1.9 Циркуляція вектора напруженості електростатичного поля	177
3.1.10 Потенціал електростатичного поля.....	179
3.1.11 Зв'язок між вектором напруженості та потенціалом	181
3.1.12 Електричне поле в діелектриках	185

3.1.13 Polarization of Dielectrics	186
3.1.14 Ferroelectrics	188
3.1.15 Conductors in Electric Field	192
3.1.16 Electric Capacitance	198
3.1.17 Capacitance of a Plane Capacitor	200
3.1.18 Energy of Electric Field	204
3.2 Electric Current	208
3.2.1 Direct Electric Current	208
3.2.2 Ohm's Law for Uniform Conductor. Resistance of Conductor	210
3.2.3 Ohm's Law in Differential Form	210
3.2.4 Ohm's Law for Heterogeneous Circuit	212
3.2.5 Difference of Potentials. Electromotive Force. Voltage	214
3.2.6 Ohm's Law for a Closed Circuit	216
3.2.7 Kirchhoff's Laws	218
3.2.8 Work and Power of Electric Current. Joule-Lenz Law	222
3.3 Magnetic field	224
3.3.1 Magnetic Field and its Characteristics	224
3.3.2 Force Lines of the Magnetic Field	228
3.3.3 Ampere's Force	230
3.3.4 Biot-Savart-Laplace's Law	232
3.3.5 Full Current Law for the Magnetic Field in Vacuum	236
3.3.6 Lorentz's Force	244
3.3.7 Hall's Effect	249
3.3.8 Magnetic Flux	252
3.3.9 Ostrogradsky-Gauss's Theorem for the Magnetic Field	254
3.3.10 Work done by displacement of a conductor and contour with current in magnetic field	254
3.3.11 Comparison of Electric and Magnetic Fields	258
3.4 Electromagnetic Induction	258
3.4.1 Electromagnetic Induction Phenomenon. Faraday's law	258
3.4.2 Source of Alternating Current (Generator)	262
3.4.3 Eddy Currents	264
3.4.4 Eddy Electric Field	268
3.4.5 Self-induction. Inductance	272
3.4.6 Mutual Inductance. Transformer	278
3.4.7 Energy of magnetic field	280
3.5 Magnetic Properties of Substance	280

3.1.13 Поляризація діелектриків	187
3.1.14 Сегнетоелектрики	189
3.1.15 Провідники в електричному полі	193
3.1.16 Електроємність	199
3.1.17 Електроємність плоского конденсатора	201
3.1.18 Енергія електричного поля	205
3.2 Електричний струм	209
3.2.1 Постійний електричний струм	209
3.2.2 Закон Ома для однорідного провідника. Опір провідника	211
3.2.3 Закон Ома у диференціальній формі	211
3.2.4 Закон Ома для неоднорідної ділянки кола	213
3.2.5 Різниця потенціалів. Електрорушійна сила. Напряга	215
3.2.6 Закон Ома для замкненого кола	217
3.2.7 Закони Кірхгофа	219
3.2.8 Робота і потужність електричного струму. Закон Джоуля-Ленца	223
3.3 Магнітне поле	225
3.3.1 Магнітне поле та його характеристики	225
3.3.2 Силкові лінії магнітного поля	229
3.3.3 Сила Ампера	231
3.3.4 Закон Біо-Савара-Лапласа	233
3.3.5 Закон повного струму для магнітного поля у вакуумі	237
3.3.6 Сила Лоренца	245
3.3.7 Ефект Холла	250
3.3.8 Магнітний потік	253
3.3.9 Теорема Остроградського-Гауса для магнітного поля	255
3.3.10 Робота переміщення провідника і контуру зі струмом у магнітному полі	255
3.3.11 Порівняння електричного та магнітного полів	259
3.4 Електромагнітна індукція	259
3.4.1 Явище електромагнітної індукції. Закон Фарадея	259
3.4.2 Джерело змінного струму (генератор)	263
3.4.3 Вихрові струми	265
3.4.4 Вихрове електричне поле	269
3.4.5 Самоіндукція. Індуктивність	273
3.4.6 Взаємна індукція. Трансформатор	279
3.4.7 Енергія магнітного поля	281
3.5 Магнітні властивості речовини	281

3.5.1 Physical Fundamentals of Magnetic Properties of Substance	280
3.5.2 Diamagnetism	282
3.5.3 Paramagnetism	284
3.5.4 Ferromagnetism	286
Control Questions	296
Subject Index	298
References	304

3.5.1 Фізичні основи магнітних властивостей речовини	281
3.5.2 Діамагнетизм	283
3.5.3 Парамагнетизм	385
3.5.4 Феромагнетизм	287
Контрольні запитання	297
Предметний покажчик	299
Література	304

Introduction

Physics is a science dealing with the most simple and simultaneously the most general regularities of natural phenomena, properties and structure of matter and laws of its motion. The word «physics» is derived from Greek φύσις meaning nature.

There are great many parts of physics covering various subjects of investigations: mechanics, molecular physics and thermodynamics, electricity and magnetism, optics, physics of solids, atomic and nuclear physics. Physics is a fundamental science. It is a base for development of modern science and technology.

1 MECHANICS

Mechanics studies the motion of objects and the forces that affect their motion. When a body changes its position relative to other bodies with time it is said to be in mechanical motion.

The classic mechanics was founded in sixteenth and seventeenth centuries due to the work of Galileo Galilei and Isaac Newton. Mechanics is divided into three branches:

- kinematics,
- dynamics,
- statics.

Kinematics deals with motion without considering its causes. Dynamics considers laws of motion and the factors causing this motion. Statics deals with laws of equilibrium of bodies.

1.1 Kinematics

1.1.1 Basic Concepts of Kinematics

Kinematics studies the motion of bodies regardless to causes of this motion.

The basic concepts of kinematics are following:

- material point;
- frame of reference;
- radius-vector;
- trajectory;
- path length;
- displacement;
- velocity;
- acceleration.

Вступ

Фізика – це наука, що вивчає найпростіші і разом з тим найбільш загальні закономірності явищ природи, властивості і будову матерії та закони її руху. Слово «фізика» походить від грецького φύσις – природа.

Існує багато розділів фізики, які охоплюють різні предмети досліджень: механіка, молекулярна фізика і термодинаміка, електрика і магнетизм, оптика, фізика твердого тіла, атомна і ядерна фізика. Фізика – це фундаментальна наука. Вона є основою для розвитку сучасної науки і техніки.

1 МЕХАНІКА

Механіка вивчає рух тіл та сили, які впливають на цей рух. Коли тіло змінює своє положення з часом відносно інших тіл, говорять, що це є механічний рух.

Класична механіка була започаткована в XVI – XVII столітті в роботах Галілео Галілея та Ісаака Ньютона. Механіку поділяють на три розділи:

- кінематика,
- динаміка,
- статика.

Кінематика вивчає рух об'єктів без розгляду його причин. Динаміка розглядає закони руху та причини, що викликали його. Статика вивчає закони рівноваги тіл.

1.1 Кінематика

1.1.1 Основні поняття кінематики

Кінематика вивчає рух тіл незалежно від причин, що його спричинили.

Основні поняття кінематики :

- матеріальна точка;
- система відліку;
- радіус – вектор;
- траєкторія;
- довжина шляху;
- переміщення;
- швидкість;
- прискорення.

Material point (m.p.) is a body whose dimensions can be neglected within a given problem.

For determination of the location a body at any time it is necessary to choose frame of reference.

Frame of reference is a body of reference, system of axes connected with a body and clock. Body of reference is any body with reference to which positions of other objects are determined.

Space position of the material point may be determined by the coordinates x, y, z or radius-vector \vec{r} . Radius-vector connects the origin of a frame of reference O with arbitrary point M (Fig.1.1).

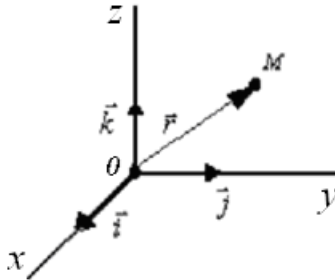


Figure 1.1

Radius-vector \vec{r} may be resolved into the axes:

$$\vec{r} = r_x \vec{i} + r_y \vec{j} + r_z \vec{k},$$

where r_x, r_y, r_z are projections of radius-vector into the axis;

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ are unit vectors.

$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1.$$

Modulus of the \vec{r} is given by

$$|\vec{r}| = \sqrt{(r_x)^2 + (r_y)^2 + (r_z)^2}.$$

A motion of the m. p. point is described by the equation:

$$\vec{r} = \vec{r}(t),$$

that is equivalent to the system of equations:

Матеріальна точка (м.т.) – це тіло, розмірами якого можна знехтувати в умовах даної задачі.

Для визначення положення тіла у будь-який час необхідно вибрати систему відліку.

Система відліку – тіло відліку, система координат, пов'язана з ним, та годинник. Тіло відліку – це будь-яке тіло, відносно якого, визначають положення інших тіл.

Положення матеріальної точки у просторі визначається за допомогою координат x, y, z або радіус-вектором \vec{r} . Радіус-вектор з'єднує початок координат системи відліку O з довільною точкою M (рис.1.1).

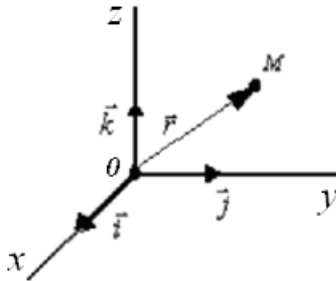


Рисунок 1.1

Радіус-вектор \vec{r} може бути розкладений по вісям :

$$\vec{r} = r_x \vec{i} + r_y \vec{j} + r_z \vec{k},$$

де r_x, r_y, r_z - проекції радіус-вектора на вісі;

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - одиничні вектори

$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1.$$

Модуль \vec{r} визначається таким чином:

$$|\vec{r}| = \sqrt{(r_x)^2 + (r_y)^2 + (r_z)^2}.$$

Рух м.т. описується наступним рівнянням:

$$\vec{r} = \vec{r}(t),$$

що тотожно системі рівнянь:

$$\begin{cases} r_x = r_x(t) \\ r_y = r_y(t) \\ r_z = r_z(t) \end{cases}$$

These equations are called kinematics equations of motion for material point.

The line described by a moving material point in space is called a trajectory.

The motion is rectilinear if the trajectory is straight line. The motion is curvilinear when the trajectory is curve.

The motion of a body may be:

- translational (if any straight line that passes through the body remains continually parallel to itself);
- rotational (if the points of a body describe concentric circles).

Let us consider the motion of the m.p. along the arbitrary trajectory from initial point 1 to final point 2 (Fig.1.2).

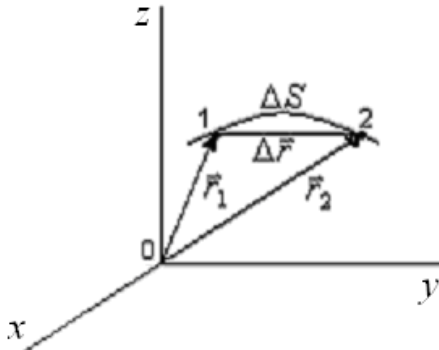


Figure 1.2

Path length Δs is the distance measured along a trajectory.

Displacement $\Delta \vec{r}$ of a m.p. is the vector that connects initial point 1 with final point 2:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$

$$\begin{cases} r_x = r_x(t) \\ r_y = r_y(t) \\ r_z = r_z(t) \end{cases}$$

Ці рівняння називають кінематичними рівняннями руху матеріальної точки.

Лінія, яку описує матеріальна точка при переміщенні у просторі, називається траєкторією.

Рух є прямолінійний, якщо траєкторією є пряма лінія. Рух є криволінійний, якщо траєкторією є крива.

Рух тіла буває:

- поступальний (якщо будь-яка пряма лінія, яка проходить через тіло, залишається паралельною сама собі);

- обертальний (якщо точки тіла описують концентричні кола).

Розглянемо рух м.т. вздовж довільної траєкторії від початкової точки 1 до кінцевої точки 2 (рис.1.2).

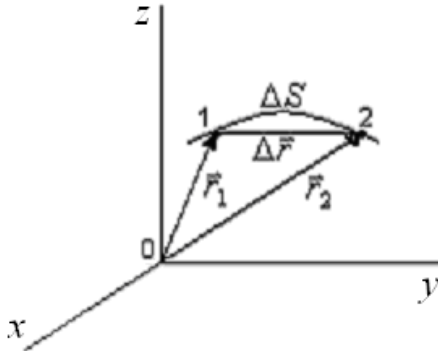


Рисунок 1.2

Довжина шляху Δs – це відстань, виміряна вздовж траєкторії.

Переміщення $\Delta \vec{r}$ м.т. – це вектор, що з'єднує початкову точку 1 з кінцевою точкою 2:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$

1.1.2 Velocity

To characterize the rapidity of motion the term of velocity is used. Average velocity \vec{v}_{av} of material point motion for time interval Δt is the ratio of displacement vector $\Delta\vec{r}$ to Δt :

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} .$$

The vector \vec{v}_{av} is parallel to vector $\Delta\vec{r}$, namely it is oriented in the same way.

Instantaneous velocity \vec{v} of material point motion at a given moment of time is the limit of the ratio $\Delta\vec{r}$ to Δt as Δt tends to zero:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} .$$

In other words \vec{v} is the first derivative of radius-vector \vec{r} with respect to time t .

Vector \vec{v} is directed along the tangent to the trajectory in the direction of motion.

Vector \vec{v} can be resolved along the axis:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k} .$$

Modulus of vector \vec{v} can be expressed as:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} ,$$

where

$$v_x = \frac{dr_x}{dt} ; v_y = \frac{dr_y}{dt} ; v_z = \frac{dr_z}{dt} .$$

Speed of a m.p. is the ratio of path length to time interval:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} .$$

It is a scalar quantity.

The unit of velocity and speed is

$$[v] = \text{m/s} .$$

1.1.2 Швидкість

Для характеристики швидкості руху, використовують термін швидкість. Середня швидкість \vec{v}_{cp} руху м.т за інтервал часу Δt - це відношення вектора переміщення $\Delta\vec{r}$ до Δt :

$$\vec{v}_{cp} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$

Вектор \vec{v}_{cp} паралельний до вектору $\Delta\vec{r}$ та орієнтований так само, як вектор $\Delta\vec{r}$.

Миттєва швидкість \vec{v} руху на даний момент часу – це границя відношення $\Delta\vec{r}$ до Δt , коли Δt наближається до нуля:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Іншими словами, миттєва швидкість \vec{v} - це перша похідна радіус-вектора по часу t .

Вектор \vec{v} спрямований вздовж дотичної до траєкторії в бік руху.

Вектор \vec{v} можна розкласти по осям координат:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}.$$

Модуль вектору \vec{v} можна виразити, як

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2},$$

де

$$v_x = \frac{dr_x}{dt}; v_y = \frac{dr_y}{dt}; v_z = \frac{dr_z}{dt}.$$

Модуль швидкості м.т. – це відношення довжини шляху до інтервалу часу:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Це скалярна величина.

Одиниця вимірювання швидкості:

$$[v] = \text{м} / \text{с}.$$

1.1.3 Acceleration

The velocity varies with time in the general case. We distinguish between uniform and non-uniform motion. Uniform motion is the motion if velocity equals constant:

$$\vec{v} = \text{const.}$$

When velocity is not equal constant, motion is non-uniform:

$$\vec{v} \neq \text{const.}$$

Physical value characterizes the time rate of velocity change is called acceleration.

The average acceleration is the ratio of velocity increment to the time interval during which this increment takes place:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

The instantaneous acceleration is the limit of ratio $\Delta \vec{v}$ to Δt as Δt tends to zero:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

In other words vector \vec{a} is the first derivative of \vec{v} with respect to t .

Vector \vec{a} may be expressed as:

$$\vec{a} = \frac{d\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}.$$

Acceleration is a vector quantity.

The unit of acceleration is $[a] = \text{m/s}^2$.

1.1.4 Tangential and Normal Accelerations

Let us consider a material point M that is moving along the curvilinear trajectory (Fig.1.3). Its velocity varies and is related to time.

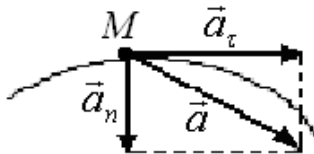


Figure 1.3

1.1.3 Прискорення

Взагалі швидкість може змінюватись з часом. Розрізняють однорідний та неоднорідний рух. Однорідний рух відбувається з незмінною швидкістю:

$$\vec{v} = \text{const.}$$

Коли швидкість змінюється, рух є неоднорідним:

$$\vec{v} \neq \text{const.}$$

Фізична величина, яка характеризує ступінь зміни швидкості у часі, називається прискоренням.

Середнє прискорення – це відношення приросту швидкості до інтервалу часу, протягом якого цей приріст має місце:

$$\vec{a}_{\text{cp}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

Миттєве прискорення – це границя відношення $\Delta \vec{v}$ до Δt , коли Δt наближається до нуля:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Іншими словами, вектор \vec{a} це перша похідна від \vec{v} по t .

Вектор \vec{a} можна виразити так:

$$\vec{a} = \frac{d\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}.$$

Прискорення – це векторна величина.

Одиниця вимірювання прискорення: $[a] = \text{м/с}^2$.

1.1.4 Тангенціальне та нормальне прискорення

Розглянемо матеріальну точку M , яка рухається по криволінійній траєкторії (рис.1.3). Її швидкість змінюється з часом.

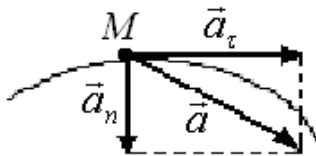


Рисунок 1.3

Vector of acceleration can be decomposed by two components \vec{a}_τ and \vec{a}_n :

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

The vector \vec{a}_τ is called the tangential acceleration. Vector \vec{a}_τ is directed along the tangent at the given point of trajectory and represents the change in the magnitude of the velocity. The tangential vector direction is coincide with the velocity vector

$$\vec{a}_\tau = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

The vector \vec{a}_n is directed normally to the velocity. It represents the change in the direction of the velocity and is called the normal acceleration. This vector equals

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{n},$$

where \vec{n} is a unit normal vector, R is a radius of trajectory curvature.

If the point moves along circumference the normal acceleration is called centripetal.

Any curvilinear trajectory can be considered as sequence of elementary segments of circumferences each of them being considered as a circular arc of radius R (Fig.1.4), which is called radius of curvature in the given point of the trajectory.

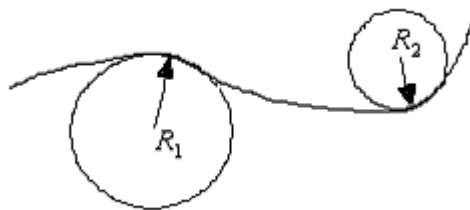


Figure 1.4

Modulus of total acceleration is equal to

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2},$$

Вектор прискорення можна розкласти на дві складові \vec{a}_τ та \vec{a}_n :

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n .$$

Вектор \vec{a}_τ називають тангенціальним прискоренням. Цей вектор спрямований вздовж дотичної в даній точці і показує зміну швидкості за величиною. Вектор тангенціального прискорення спрямований вздовж вектора швидкості:

$$\vec{a}_\tau = \frac{d\vec{v}}{dt} .$$

Вектор \vec{a}_n спрямований нормально до швидкості. Він показує зміну напрямку швидкості, та називається нормальним прискоренням. Цей вектор дорівнює:

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{n} ,$$

де \vec{n} - одиничний нормальний вектор, R - радіус кривизни траєкторії.

Якщо точка рухається вздовж кола, нормальне прискорення називається доцентровим.

Будь-яка криволінійна траєкторія може бути розглянута, як сукупність елементарних сегментів кіл, кожен з яких можна розглядати, як дугу кола радіусом R (рис.1.4), який називається радіусом кривизни даної траєкторії в заданій точці.

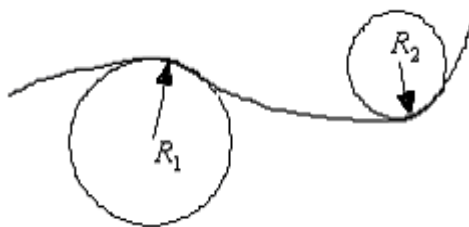


Рисунок 1.4

Модуль повного прискорення дорівнює:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} ,$$

consequently,

$$a = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}.$$

1.1.5 Uniformly Accelerated Rectilinear Motion

If tangential acceleration is constant and normal acceleration is equal to zero ($a_t = \text{const}$, $a_n = 0$) the rectilinear motion is said to be uniformly accelerated. In order to deduce formulas for uniformly accelerated rectilinear motion let us use its definition.

If $\vec{a} = \text{const}$, then

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt}, \\ d\vec{v} &= \vec{a}dt, \\ \int_{v_0}^v d\vec{v} &= \int_0^t \vec{a}dt, \\ \vec{v} - \vec{v}_0 &= \vec{a}t, \\ \vec{v} &= \vec{v}_0 + \vec{a}t;\end{aligned}$$

where \vec{v}_0 is initial velocity.

This equation determines the velocity of uniformly accelerated rectilinear motion at any moment of time.

Further,

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{r}}{dt} &= \vec{v}_0 + \vec{a}t, \\ d\vec{r} &= \vec{v}_0 dt + \vec{a}t dt, \\ \int d\vec{r} &= \int (\vec{v}_0 + \vec{a}t) dt, \\ \int_{r_0}^r d\vec{r} &= \int_0^t \vec{v}_0 dt + \int_0^t \vec{a}t dt, \\ \vec{r} - \vec{r}_0 &= \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2},\end{aligned}$$

отже,

$$a = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}.$$

1.1.5 Рівномірно прискорений рух

Якщо прискорення не змінюється, то такий рух називають рівномірно прискореним. Щоб вивести формули рівномірно прискореного руху, використаємо його визначення.

Якщо $\vec{a} = \text{const}$, тоді:

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt}, \\ d\vec{v} &= \vec{a}dt, \\ \int_{v_0}^v d\vec{v} &= \int_0^t \vec{a}dt, \\ \vec{v} - \vec{v}_0 &= \vec{a}t, \\ \vec{v} &= \vec{v}_0 + \vec{a}t;\end{aligned}$$

де \vec{v}_0 - початкова швидкість.

Це рівняння визначає швидкість рівномірно прискореного руху в будь-який момент часу.

Далі

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{r}}{dt} &= \vec{v}_0 + \vec{a}t, \\ d\vec{r} &= \vec{v}_0 dt + \vec{a}t dt, \\ \int d\vec{r} &= \int (\vec{v}_0 + \vec{a}t) dt, \\ \int_{r_0}^r d\vec{r} &= \int_0^t \vec{v}_0 dt + \int_0^t \vec{a}t dt, \\ \vec{r} - \vec{r}_0 &= \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2},\end{aligned}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2},$$

where \vec{r}_0 is the radius-vector of m.p. in initial position.

Consequently, the set of equations

$$\begin{cases} \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2} \end{cases}$$

describes the uniformly accelerated rectilinear motion.

If $\vec{a} = 0$ ($a_\tau = 0$, $a_n = 0$) these formulas are turned into equations for uniform rectilinear motion:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t.$$

1.1.6 Kinematics of Rotational Motion

A motion, in which all points of a body describe circumferences about a fixed axis, is called a rotational motion. We meet some new parameters to study kinematics of rotation, they are:

$\Delta\varphi$ is angle of rotation;

$\vec{\omega}$ is angular velocity;

$\vec{\varepsilon}$ is angular acceleration;

T is period of rotation;

ν is frequency of rotation.

Suppose the material point rotates in a circle with radius r (Fig.1.5).

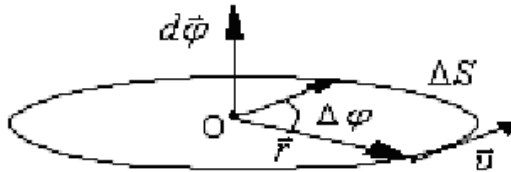


Figure 1.5

The angle of rotation is $\Delta\varphi$. Elementary angle of rotation $d\vec{\varphi}$ is called angular displacement. Value of $d\vec{\varphi}$ determines the direction of

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2},$$

де \vec{r}_0 - радіус-вектор матеріальної точки в початковій позиції.

Отже, система рівнянь

$$\begin{cases} \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2} \end{cases}$$

описує рівномірно прискорений рух.

Якщо $\vec{a} = 0$, ці формули перетворюються на рівняння рівномірного руху:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t.$$

1.1.6 Кінематика обертального руху

Рух, при якому всі точки тіла описують кола відносно нерухомої осі, називають обертальним. Вивчаючи кінематику обертального руху, ми зустрінемо деякі нові поняття, такі як:

$\Delta\varphi$ - кут обертання;

$\vec{\omega}$ - кутова швидкість;

$\vec{\epsilon}$ - кутове прискорення;

T - період обертання;

ν - частота обертання.

Припустимо, що матеріальна точка обертається по колу радіусом r (рис.1.5).

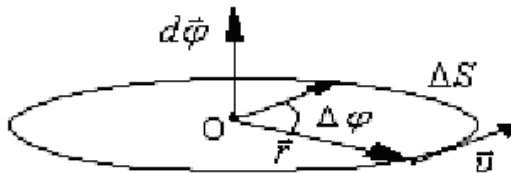


Рисунок 1.5

Величина $\Delta\varphi$ є кутом обертання. Елементарний кут обертання $d\vec{\varphi}$ називається кутовим переміщенням. Величина $d\vec{\varphi}$ задає напрямок

rotation and it is the pseudovector. The direction of $d\vec{\phi}$ is defined by right-hand screw rule: it is directed in the direction of translational motion of the screw having the same rotation.

Average angular velocity of rotation $\vec{\omega}$ is a ratio the angle of rotation of the radius-vector to the respective time interval:

$$\vec{\omega}_{av} = \frac{\Delta\vec{\phi}}{\Delta t}.$$

Limit of average angular velocity, when Δt tends to zero is called instantaneous angular velocity of rotation at time t :

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{\phi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\phi}}{dt}.$$

Unit of angular velocity is

$$[\omega] = \text{rad/s}.$$

The linear velocity v of the m.p. is given by

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(r\phi)}{dt} = r \frac{d\phi}{dt} = r\omega.$$

In vector form the relationship between \vec{v} , \vec{r} , $\vec{\omega}$ may be expressed by the formula:

$$\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{r}].$$

Period of rotation T is the time of one complete revolution. In this case $\Delta\phi = 2\pi$.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

The number of revolutions per unit of time is called frequency:

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

The unit of frequency is

$$[\nu] = 1/\text{s} = \text{Hz}.$$

Thus

$$\omega = 2\pi\nu.$$

Average angular acceleration for the time interval of Δt equals

$$\vec{\varepsilon}_{av} = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}.$$

обертання i є псевдовектором. Напрямок $d\vec{\phi}$ визначається за правилом правого гвинта: він направлений за напрямком поступального руху гвинта, який обертається так само.

Середня кутова швидкість обертального руху ω – це відношення кута обертання радіус-вектора до відповідного інтервалу часу:

$$\vec{\omega}_{\text{cp}} = \frac{\Delta\vec{\phi}}{\Delta t}.$$

Границя середньої кутової швидкості, коли Δt наближається до нуля, називається миттєвою кутовою швидкістю обертання в момент часу t :

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{\phi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\phi}}{dt}.$$

Одиниця вимірювання кутової швидкості:

$$[\omega] = \text{рад/с}.$$

Лінійна швидкість матеріальної точки визначається як

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(r\phi)}{dt} = r \frac{d\phi}{dt} = r\omega.$$

У векторній формі співвідношення між \vec{v} , \vec{r} , $\vec{\omega}$ можна виразити формулою:

$$\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{r}].$$

Період обертання T – це час одного повного оберту. У цьому випадку $\Delta\phi = 2\pi$.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Число обертів за одиницю часу називається частотою:

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

Одиниця вимірювання частоти:

$$[\nu] = 1/\text{с} = \text{Гц}.$$

Отже

$$\omega = 2\pi\nu.$$

Середнє кутове прискорення за проміжок часу Δt дорівнює:

$$\varepsilon_{\text{cp}} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}.$$

Limit of average angular acceleration, when Δt tends to zero is called the instantaneous angular acceleration:

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2 \vec{\phi}}{dt^2}.$$

Unit of angular acceleration ε is:

$$[\varepsilon] = \text{rad/s}^2.$$

The angular velocity of rotation $\vec{\omega}$ is a vector directed along the axis of rotation (Fig.1.6):

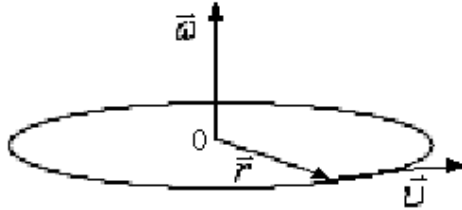


Figure 1.6

The direction of $\vec{\omega}$ is defined by the right-hand screw rule, that is in the direction of translational motion of the screw having the same rotation. The angular acceleration $\vec{\varepsilon}$ is also a vector. The direction of $\vec{\varepsilon}$ coincides with vector $\vec{\omega}$ if the angular velocity increases in magnitude. If the angular velocity $\vec{\omega}$ decreases the vector $\vec{\varepsilon}$ is oriented in the direction opposite to that of angular velocity (Fig.1.7).

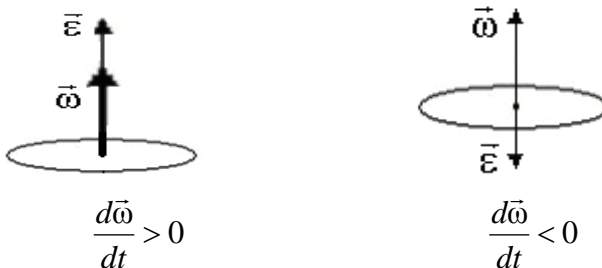


Figure 1.7

Tangential part of acceleration equals

Границя середнього кутового прискорення, коли Δt прямує до нуля, називається миттєвим кутовим прискоренням:

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}.$$

Одиниця вимірювання середнього кутового прискорення ε :
 $[\varepsilon] = \text{рад/с}^2$.

Кутова швидкість обертання $\vec{\omega}$ - це вектор, направлений уздовж осі обертання (рис.1.6):

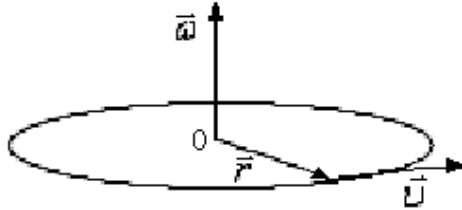


Рисунок 1.6

Напрямок $\vec{\omega}$ визначається за правилом правого гвинта: він направлений як поступальний рух гвинта, який обертається так само. Кутове прискорення $\vec{\varepsilon}$ також вектор. Якщо кутова швидкість зростає, ми маємо напрямок $\vec{\varepsilon}$, що співпадає з вектором $\vec{\omega}$. Якщо модуль вектора $\vec{\omega}$ зменшується, вектор $\vec{\varepsilon}$ направлений протилежно до вектору кутової швидкості (рис.1.7).



Рисунок 1.7

Тангенціальна складова прискорення дорівнює:

$$a_{\tau} = \frac{d\nu}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon.$$

The normal part of acceleration is

$$a_n = \frac{\nu^2}{R} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \omega^2 R.$$

The uniformly accelerated rotational motion ($\vec{\varepsilon} = \text{const}$) is given by the same equation as translational motion.

As

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt},$$

then

$$d\omega = \varepsilon dt.$$

Integration of this equation gives

$$\int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = \int_0^t \varepsilon dt,$$

$$\omega - \omega_0 = \varepsilon t,$$

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t.$$

As

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt},$$

then

$$d\varphi = \omega dt.$$

Integration of this equation gives

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi} d\varphi = \int_0^t (\omega_0 + \varepsilon t) dt,$$

$$\varphi - \varphi_0 = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon.$$

Нормальна складова прискорення:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \omega^2 R.$$

Рівномірно прискорений обертальний рух ($\bar{\varepsilon} = \text{const}$) задається аналогічним рівнянням до опису поступового руху.

Так як

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt},$$

то

$$d\omega = \varepsilon dt.$$

Інтегрування цього виразу дає:

$$\int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = \int_0^t \varepsilon dt,$$

$$\omega - \omega_0 = \varepsilon t,$$

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t.$$

Так як

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt},$$

то

$$d\varphi = \omega dt.$$

Інтегрування цього виразу дає:

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi} d\varphi = \int_0^t (\omega_0 + \varepsilon t) dt,$$

$$\varphi - \varphi_0 = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

Consequently the set of equations for uniformly accelerated rotational motion is

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 + \varepsilon t \\ \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2} \end{cases}.$$

1.2 Dynamics

Dynamics deals with the motion of bodies under the effect of forces. The basic physical concepts of dynamics are mass, impulse and force.

Mass is a physical quantity that is a measure of the body inertia and gravitation. It is a scalar quantity.

The unit of mass is kilogram $[m] = \text{kg}$.

Density is the mass per unit volume of substance:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

The unit of density is

$$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Impulse of a body (linear momentum) is the product of the mass of body by its velocity. It is a vector quantity.

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

The unit of impulse is

$$[p] = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Force is the vector physical quantity that is a measure of interaction of bodies.

The unit of force is a newton:

$$[F] = \text{N}.$$

1.2.1 Classification of Forces

We consider three kinds of the forces in dynamics.

1. Gravity force.

According to the law of universal gravitation the gravitational force between two bodies masses m_1 and m_2 is equals to

Отже, система рівнянь для рівномірно прискореного обертального руху є:

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 + \varepsilon t \\ \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2} \end{cases}$$

1.2 Динаміка

Динаміка розглядає рух тіл під дією сил. Основними фізичними величинами динаміки є маса, імпульс і сила.

Маса є фізична величина, яка визначає інертні і гравітаційні властивості тіла. Маса є скалярною величиною.

Одиницею маси є кілограм $[m] = \text{кг}$.

Густина – маса одиниці об'єму речовини:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Одиницею вимірювання густини є:

$$[\rho] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Імпульс – це добуток маси тіла на його швидкість. Імпульс є векторною величиною:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Одиницею вимірювання імпульсу є:

$$[p] = \text{кг} \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Сила - це векторна фізична величина, яка є мірою взаємодії тіл.

Одиницею вимірювання сили є ньютон:

$$[F] = \text{Н}.$$

1.2.1 Класифікація сил

В динаміці розглядають три види сил.

1. Сила тяжіння.

Згідно закону всесвітнього тяжіння гравітаційна сила між двома тілами масою m_1 і m_2 дорівнює:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{R^2},$$

where γ is the gravitational constant,

$$\gamma = 6.672 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2.$$

R is the distance between the bodies.

Weight of the body is

$$\vec{P} = m\vec{g},$$

where \vec{g} is the acceleration in a free fall.

2. Force of friction.

The force of friction is interaction force arising between contacting bodies hindering their motion.

The force of friction is caused by the irregularities of the contacting surfaces and forces of molecular interaction.

The friction force is presented by

$$\vec{F}_{fr} = -k\vec{N},$$

where k is the coefficient of friction,

\vec{N} is the force pressing the contacting surfaces together.

The friction is observed in liquids and gases too, in this case the force of resistance arises:

$$\vec{F}_r = -r\vec{v},$$

where r is the coefficient of the medium resistance,

\vec{v} is the velocity of a body.

We can see that resistance force is directly proportional to the velocity.

3. Elastic force.

When a body is subjected to deformation the elastic force arises. If the body restores its initial shape and size after the action of the force, the deformation is called elastic.

According to the Hook's law, the stress applied to the elastic body is directly proportional to the strain produced:

$$\sigma = E\varepsilon,$$

where $\sigma = \frac{F}{S}$ is the stress,

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{R^2} .$$

де γ - гравітаційна константа:

$$\gamma = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{ м}^2 / \text{ кг}^2 .$$

R - відстань між тілами.

Вага тіла:

$$\vec{P} = m\vec{g} .$$

де \vec{g} - прискорення вільного падіння.

2. Сила тертя.

Між тілами що контактують виникає сила взаємодії, яка перешкоджає їхньому руху. Ця сила називається силою тертя. Силу тертя викликають нерегулярність поверхонь, що контактують і сили молекулярної взаємодії. Сила тертя визначається:

$$\vec{F}_{mp} = -k\vec{N} .$$

де k - коефіцієнт тертя,

\vec{N} - сила, яка притискає поверхні що контактують.

Тертя спостерігається в рідинах і газах також, в даному випадку виникає сила опору:

$$\vec{F}_{on} = -r\vec{v} ,$$

де r - коефіцієнт опору середовища,

\vec{v} - швидкість тіла.

Ми бачимо, що сила тертя прямо пропорційна швидкості.

3. Сила пружності

Сила пружності виникає, коли тіло деформується. Якщо тіло відновлює свою початкову форму і розмір після дії сили, деформація називається пружною.

Згідно закону Гука, напруження прикладене до пружного тіла, прямо пропорційне до відносного подовження:

$$\sigma = E\varepsilon ,$$

де $\sigma = \frac{F}{S}$ - напруження,

$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ is the longitudinal strain,

E is Young's modulus.

Young's modulus characterizes the elastic properties of a material. After substitution this formulas in Hook's law, we obtain:

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l},$$

$$F = \frac{ES}{l} \Delta l = k \Delta l,$$

where $k = \frac{ES}{l}$ is the coefficient of elasticity,

Δl is the deformation of a body.

Thus the deformation of an elastic body is directly proportional to the applied force.

Units of these values:

$$[\sigma] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa},$$

$$[\varepsilon] = \frac{\text{m}}{\text{m}} = 1,$$

$$[E] = \text{Pa}.$$

1.2.2 Laws of Classical Dynamics

The laws of classical dynamics were formulated by Isaac Newton in 1687.

Newton's first law. Every body retains its state of rest or straight line uniform motion unless it is compelled to change that state by the application of external forces.

Ability of the body to be in a state of rest or straight line uniform motion without external action is called inertia. So the Newton's first law is the law of inertia.

Newton's second law. The acceleration of a body is directly proportional to the vector sum of forces acting upon it and is inversely proportional to the mass of the body. The direction of the acceleration coincides with direction of the force sum:

$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ - відносне подовження,

E - модуль Юнга.

Модуль Юнга характеризує пружні властивості матеріалу. Після підстановки цих формул в закон Гука, ми отримуємо:

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l},$$

$$F = \frac{ES}{l} \Delta l = k \Delta l,$$

де $k = \frac{ES}{l}$ - коефіцієнт пружності,

Δl - деформація тіла.

Тому деформація пружного тіла прямо пропорційна до прикладеної сили.

Одиниці вимірювання цих величин:

$$[\sigma] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па},$$

$$[\varepsilon] = \frac{\text{м}}{\text{м}} = 1,$$

$$[E] = \text{Па}.$$

1.2.2 Закони класичної динаміки

Закони класичної динаміки сформулював Ісаак Ньютон в 1687 році.

Перший закон Ньютона. Кожне тіло зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху, доки дія зовнішніх сил не примусить його змінити цей стан.

Здатність тіла зберігати стан спокою або прямолінійного рівномірного руху при відсутності зовнішньої дії називають інерцією. Тому перший закон Ньютона є законом інерції.

Другий закон Ньютона. Прискорення тіла прямо пропорційне до векторної суми сил, що діють на нього, і обернено пропорційно до маси тіла. За напрямком прискорення збігається з напрямком суми сил:

Thus we obtain the sum of these forces which equals zero:

$$\sum_{i=1}^n \frac{d(m_i \vec{v}_i)}{dt} = 0.$$

From this equation we obtain:

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const}.$$

The law of impulse conservation reads as follows: the vector sum of impulses of bodies in a closed system is a constant quantity.

1.2.4 Energy. Work. Power

Energy is the body ability to do work. Energy is universal measure of different forms of matter's motion and interaction. Different types of energy correspond to different forms of matter's motion: mechanical, internal, electro-magnetic, nuclear etc. The energy is scalar value, it is expressed in joules.

The total energy of mass at rest is presented by the Einstein's equation:

$$E = mc^2,$$

where m is the mass of body,

c is a speed of light.

According to this equation mass can be converted into energy and vice versa.

Work of the force is called the scalar product of a \vec{F} force by the elementary displacement of $d\vec{r}$.

If the point of the force applied is displaced, we can say that the force performs work.

Thus

$$dA = (\vec{F}, d\vec{r}) = F|d\vec{r}|\cos\alpha = Fds\cos\alpha = F_s ds,$$

where $ds = |d\vec{r}|$ is the pass length,

$F_s = F\cos\alpha$ is a projection of force to the direction of $d\vec{r}$.

A force does not perform any work if:

1) the point of the force applied is at rest

$$\vec{r} = \text{const}; dA = 0; d\vec{r} = 0.$$

2) the force is at the right angle to the displacement vector

Тому ми отримуємо суму цих сил рівною нулю:

$$\sum_{i=1}^n \frac{d(m_i \vec{v}_i)}{dt} = 0 .$$

З цього рівняння ми отримуємо:

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = const .$$

Закон збереження імпульсу можна сформулювати так: векторна сума імпульсів тіл в замкнутій системі є постійною величиною.

1.2.4 Енергія. Робота. Потужність

Енергія є здатністю тіла виконувати роботу. Енергія є універсальною мірою різних форм руху матерії і взаємодії. Різні види енергії відповідають різним формам руху: механічна, внутрішня, електромагнітна, ядерна, тощо. Енергія є скалярною величиною, вона вимірюється в джоулях.

Повна енергія маси у спокої визначається рівнянням Ейнштейна:

$$E = mc^2 ,$$

де m - маса тіла,

c - швидкість світла.

Згідно цього рівняння маса може бути перетворена в енергію і навпаки.

Роботою сили називають скалярний добуток сили \vec{F} на елементарне переміщення $d\vec{r}$.

Якщо точка прикладання сили переміщується, ми можемо говорити, що сила виконує роботу.

Тому :

$$dA = (\vec{F}, d\vec{r}) = F |d\vec{r}| \cos \alpha = F ds \cos \alpha = F_s ds ,$$

де $ds = |d\vec{r}|$ - довжина шляху,

$F_s = F \cos \alpha$ - проекція сили на напрям $d\vec{r}$.

Сила не виконує ніякої роботи, якщо:

1) точка прикладання сили є у спокої

$$\vec{r} = const; d\vec{r} = 0; dA = 0 .$$

2) сила знаходиться під прямим кутом до вектора переміщення

$$\alpha = \pm \frac{\pi}{2},$$

$$\cos \alpha = 0,$$

$$dA = 0.$$

Example:

The centripetal force doesn't perform any work because it is at the right angle to the radius. Thus $\cos \alpha = 0$; $dA = 0$.

In general case force \vec{F} is not a constant value therefore the work is given by

$$A = \int_1^2 (\vec{F}, d\vec{r}) = \int_{s_1}^{s_2} F_s ds.$$

The definite integral is taken along the trajectory 1 – 2 (Fig. 1.8).

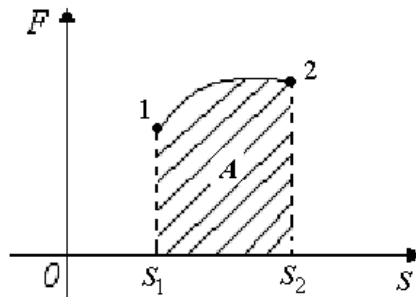


Figure 1.8

The work A is equal to the square under the curve (Fig. 1.8).

The force is called potential if the work of this force depends only on the initial and the final positions of a material point.

The work of the potential force along the arbitrary closed trajectory L of integration equals zero:

$$\oint_L (\vec{F}, d\vec{r}) = 0.$$

The unit of work as well as of energy is joule:

$$\alpha = \pm \frac{\pi}{2},$$

$$\cos \alpha = 0,$$

$$dA = 0.$$

Приклад:

Доцентрова сила не виконує будь-яку роботу, тому що вона знаходиться під прямим кутом до радіусу. Тому $\cos \alpha = 0$; $dA = 0$.

У загальному випадку сила \vec{F} може змінюватись, тому робота буде дорівнювати:

$$A = \int_1^2 (\vec{F}, d\vec{r}) = \int_{s_1}^{s_2} F_s ds.$$

Визначений інтеграл береться уздовж траєкторії 1 - 2 (рис. 1.8).

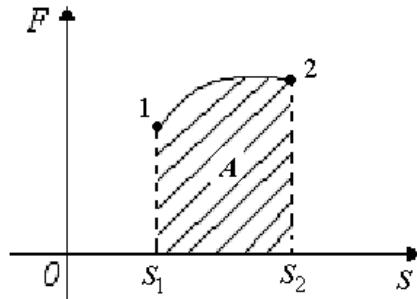


Рисунок 1.8

Робота A дорівнює площині під кривою (рис. 1.8).

Сила називається потенціальною, якщо робота цієї сили залежить тільки від початкової і кінцевої позиції матеріальної точки.

Робота потенціальної сили вздовж довільної замкнутої траєкторії інтегрування L дорівнює нулю:

$$\oint_L (\vec{F}, d\vec{r}) = 0.$$

Одиницею вимірювання роботи так як і енергії є джоуль:

$$[A]=J=N \cdot m$$

Power is the work performed per unit of time:

$$N = \frac{dA}{dt},$$

$$N = \frac{(\vec{F}, d\vec{r})}{dt} = (\vec{F}, \frac{d\vec{r}}{dt}) = (\vec{F}, \vec{v}).$$

As a result of this equation we may say the more is velocity of an engine the more is its power.

The unit of power is watt:

$$[N] = W = \frac{J}{s}.$$

1.2.5 Mechanical Energy

There are two forms of mechanical energy: kinetic energy and potential one.

Kinetic energy

Kinetic energy is a function of the state of a body. It depends upon velocity and mass of the body. Let's assume that external force F acts upon a body. According to the Newton's second law

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F},$$

$$\vec{v} dt = d\vec{r},$$

where $d\vec{r}$ is a displacement.

Multiplying these equations scalar we'll have

$$m(\vec{v} d\vec{v}) = (\vec{F}, d\vec{r}) \Rightarrow d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = (\vec{F}, d\vec{r}),$$

$$E_k = \frac{mv^2}{2},$$

where E_k is called kinetic energy. Thus the increment of kinetic energy equals the work of the external force.

Potential energy

Potential energy is the reserve of work that a body can perform. It is the energy of a body position relative to other bodies.

1. Potential energy in the field of gravity.

$$[A] = \text{Дж} = \text{Н} \cdot \text{м}$$

Потужність - це робота, виконана за одиницю часу:

$$N = \frac{dA}{dt},$$

$$N = \frac{(\vec{F}, d\vec{r})}{dt} = (\vec{F}, \frac{d\vec{r}}{dt}) = (\vec{F}, \vec{v}).$$

Результаті цього рівняння є те, що чим більше швидкість двигуна, тим більше його потужність.

Одиницею потужності є ват:

$$[N] = \text{Вт} = \frac{\text{Дж}}{\text{с}}.$$

1.2.5 Механічна енергія

Існують дві форми механічної енергії: кінетична і потенціальна енергія.

Кінетична енергія

Кінетична енергія є функцією стану тіла. Вона залежить від маси тіла і швидкості. Припустимо, що зовнішня сила F діє на тіло. Згідно другого закону Ньютона:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F},$$

$$\vec{v} dt = d\vec{r},$$

де $d\vec{r}$ - переміщення.

Скалярний добуток цих рівнянь дає

$$m(\vec{v} d\vec{v}) = (\vec{F}, d\vec{r}) \Rightarrow d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = (\vec{F}, d\vec{r}),$$

$$E_k = \frac{mv^2}{2},$$

де E_k зветься кінетичною енергією. Тому приріст кінетичної енергії дорівнює роботі зовнішньої сили.

Потенціальна енергія

Потенціальна енергія є запасом роботи, що тіло може виконати, вона залежить від розміщення тіла відносно інших тіл.

1. Потенціальна енергія у полі гравітації.

If a body is displaced in the field of gravity the work done by the force of gravity is given by

$$A = \int_0^h Pdh = \int_0^h mgdh = mgh.$$

This work is equal to the change of potential energy of a body. Thus

$$E_p = mgh.$$

2. Potential energy of a deformed spring.

The force of deformation acting at the end of spring is:

$$F = kx.$$

The work done by this force equals

$$A = \int_0^x Fdx = \int_0^x kxdx = \frac{kx^2}{2},$$

where k is a coefficient of elasticity.

This work equals to the potential energy of the deformed spring:

$$E_p = \frac{kx^2}{2}.$$

1.2.6 Force as a Gradient of Potential Energy

Considering three-dimensional case one can get:

$$\begin{cases} \vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} \\ d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k} \end{cases}.$$

The work is

$$dA = (\vec{F}, d\vec{r}) = F_x dx + F_y dy + F_z dz,$$

$$\begin{cases} dA_x = F_x dx \\ dA_y = F_y dy \\ dA_z = F_z dz \end{cases}$$

If work was performed then the potential energy of system reduced:

$$dA = -dE_p,$$

$$(\vec{F}, d\vec{r}) = -dE_p,$$

Якщо тіло переміщується у полі гравітації, то робота, виконана силою гравітації, визначається:

$$A = \int_0^h Pdh = \int_0^h mgdh = mgh.$$

Ця робота дорівнює зміні потенціальної енергії тіла. Тому

$$E_{\Pi} = mgh.$$

2. Потенціальна енергія деформованої пружини.

Сила деформації, яка діє на кінець пружини дорівнює:

$$F = kx.$$

Робота, виконана цією силою, дорівнює:

$$A = \int_0^x Fdx = \int_0^x kxdx = \frac{kx^2}{2},$$

де k - коефіцієнт пружності.

Ця робота дорівнює потенціальній енергії деформованої пружини:

$$E_{\Pi} = \frac{kx^2}{2}.$$

1.2.6 Сила, як градієнт потенціальної енергії

Розглядаючи тривимірний випадок, ми отримаємо:

$$\begin{cases} \vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} \\ d\vec{r} = dx \vec{i} + dy \vec{j} + dz \vec{k} \end{cases}$$

Робота сили \vec{F} дорівнює:

$$dA = (\vec{F}, d\vec{r}) = F_x dx + F_y dy + F_z dz,$$

$$\begin{cases} dA_x = F_x dx \\ dA_y = F_y dx. \\ dA_z = F_z dx \end{cases}$$

Якщо була виконана робота, то потенціальна енергія системи зменшилась:

$$dA = -dE_{\Pi},$$

$$(\vec{F}, d\vec{r}) = -dE_{\Pi},$$

$$dA = - \left(\frac{\partial E_p}{\partial x} dx + \frac{\partial E_p}{\partial y} dy + \frac{\partial E_p}{\partial z} dz \right),$$

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz = - \left(\frac{\partial E_p}{\partial x} dx + \frac{\partial E_p}{\partial y} dy + \frac{\partial E_p}{\partial z} dz \right).$$

Thus

$$F_x = - \frac{\partial E_p}{\partial x},$$

$$F_y = - \frac{\partial E_p}{\partial y},$$

$$F_z = - \frac{\partial E_p}{\partial z}.$$

Thus the force is given as

$$\vec{F} = - \left(\frac{\partial E_p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial E_p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial E_p}{\partial z} \vec{k} \right),$$

$$\vec{F} = -\text{grad } E_p,$$

$$\vec{F} = -\nabla E_p.$$

1.2.7 Law of Conservation of Mechanical Energy

Let us consider the system of material points with masses $m_1 \dots m_n$ and velocities $\vec{v}_1 \dots \vec{v}_n$.

$\vec{F}_{\text{int}.i}$ are internal forces and $\vec{F}_{\text{ext}.i}$ are external forces acting to the m.p. The Newton's second law for all m.p. is

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} = \vec{F}_{\text{int}.12} + \dots + \vec{F}_{\text{int}.1n} + \vec{F}_{\text{ext}.1} \\ \dots \dots \dots \\ m_n \frac{d\vec{v}_n}{dt} = \vec{F}_{\text{int}.n1} + \dots + \vec{F}_{\text{int}.1n(n-1)} + \vec{F}_{\text{ext}.n} \end{array} \right. .$$

$$dA = - \left(\frac{\partial E_{\Pi}}{\partial x} dx + \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial y} dy + \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial z} dz \right),$$

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz = - \left(\frac{\partial E_{\Pi}}{\partial x} dx + \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial y} dy + \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial z} dz \right).$$

Тому

$$F_x = - \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial x},$$

$$F_y = - \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial y},$$

$$F_z = - \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial z}.$$

Отже силу можна представити так:

$$\vec{F} = - \left(\frac{\partial E_{\Pi}}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial z} \vec{k} \right),$$

$$\vec{F} = -\text{grad } E_{\Pi},$$

$$\vec{F} = -\nabla E_{\Pi}.$$

1.2.7 Закон збереження механічної енергії

Розглянемо систему матеріальних точок з масами $m_1 \dots m_n$ і швидкостями $\vec{v}_1 \dots \vec{v}_n$.

$\vec{F}_{\text{вн}}$ є внутрішніми силами і $\vec{F}_{\text{зовн}}$ - зовнішні сили, які діють на матеріальні точки.

Другий закон Ньютона для всіх матеріальних точок:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} = \vec{F}_{\text{вн}.12} + \dots + \vec{F}_{\text{вн}.1n} + \vec{F}_{\text{зовн}.1} \\ \dots \\ m_n \frac{d\vec{v}_n}{dt} = \vec{F}_{\text{вн}.n1} + \dots + \vec{F}_{\text{вн}.ln(n-1)} + \vec{F}_{\text{зовн}.n} \end{array} \right. .$$

Якщо ми помножимо ці рівняння на відповідні переміщення $d\vec{r}_i = \vec{v}_i dt$, то ми отримаємо:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 \vec{v}_1 d\vec{v}_1 = (\vec{F}_{\text{вн}12} + \dots + \vec{F}_{\text{вн}1n}) d\vec{r}_1 + \vec{F}_{\text{зовн}1} d\vec{r}_1 \\ \dots \\ m_n \vec{v}_n d\vec{v}_n = (\vec{F}_{\text{вн}n1} + \dots + \vec{F}_{\text{вн}n(n-1)}) d\vec{r}_n + \vec{F}_{\text{зовн}n} d\vec{r}_n \end{array} \right.$$

Сума цих рівнянь приводить до:

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i d\vec{v}_i - \sum_{i=1}^n (\vec{F}_{\text{вн}i1} + \dots + \vec{F}_{\text{вн}in}) d\vec{r}_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{\text{зовн}i} d\vec{r}_i.$$

Перший член цього рівняння - елементарна кінетична енергія матеріальних точок; другий член - елементарна потенціальна енергія м.т. зі знаком „мінус”.

Права частина цього рівняння - елементарна робота зовнішніх сил, що діють на систему матеріальних точок.

Отже:

$$dE_K + dE_{\Pi} = dA,$$

$$d(E_K + E_{\Pi}) = dA.$$

Зміна повної механічної енергії системи дорівнює роботі зовнішніх сил, що діють на систему матеріальних точок.

Якщо система матеріальних точок замкнена, тоді:

$$dA = 0,$$

$$d(E_K + E_{\Pi}) = 0,$$

$$E_K + E_{\Pi} = \text{const}.$$

Закон збереження механічної енергії можна сформулювати так: механічна енергія замкненої системи не змінюється з часом.

1.2.8 Неінерціальні системи. Сили інерції

Закони Ньютона справедливі тільки в системах відліку, які не прискорюються. Система відліку, яка знаходиться у спокої або переміщується прямолінійно і рівномірно називається інерціальною системою. Інерціальна система пов'язана з так званими "нерухомими" далекими зірками. Система відліку, яка рухається з прискоренням, називається неінерціальною (рис. 1.9).

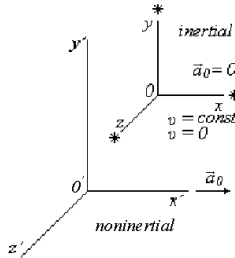


Figure 1.9

In an inertial system Newton's second law is valid for a body

$$\vec{a} = \vec{F} / m.$$

In a noninertial system we should add acceleration of body and acceleration of the frame of reference:

$$\vec{a} + \vec{a}_0 = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow m\vec{a} + m\vec{a}_0 = \vec{F},$$

$$m\vec{a} = \vec{F} - m\vec{a}_0.$$

The force caused by an acceleration of the frame of reference is called the force of inertia.

Its magnitude is equal to the product of a body mass and the frame of reference acceleration.

Force of inertia is directed in the opposite direction to acceleration:

$$F_{in} = -ma_0,$$

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_{in}.$$

The force of inertia has also the following peculiarities and differences:

- 1) there are no interaction of bodies;
- 2) the force changes as a result of a transition to other coordinate system;
- 3) the force doesn't obey the Newton's third law;
- 4) the forces of inertia exist only from an observer point of view who is in the noninertial system.

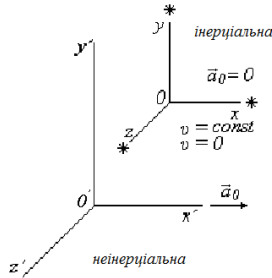


Рисунок 1.9

В інерціальній системі для тіла справедливий другий закон Ньютона:

$$\vec{a} = \vec{F} / m.$$

В неінерціальній системі ми повинні скласти прискорення тіла і прискорення системи відліку:

$$\vec{a} + \vec{a}_0 = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow m\vec{a} + m\vec{a}_0 = \vec{F},$$

$$m\vec{a} = \vec{F} - m\vec{a}_0.$$

Сила, викликана прискоренням системи відліку, називається силою інерції.

Її величина дорівнює добутку маси тіла і прискорення системи відліку.

Сила інерції спрямована в протилежному напрямку до прискорення:

$$F_{in} = -ma_0,$$

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_{in}.$$

Сила інерції має також наступні особливості і відмінності:

- 1) відсутня взаємодія тіл;
- 2) сила змінюється в результаті переходу до іншої системи координат;
- 3) сила не підпорядковується третьому закону Ньютона ;
- 4) сили інерції існують тільки з точки зору спостерігача, що знаходиться у неінерціальній системі.

Let us consider the example. A body lies on a cart. Cart starts the motion and moves with acceleration \vec{a}_0 . The force of inertia $F_{in} = -ma_0$ acts on the body. The body moves with acceleration $-\vec{a}_0$ in the opposite direction under the effect of the force of inertia \vec{F}_{in} .

Centrifugal Force

Centrifugal force arises in systems, which are rotated.

Let's consider the body in the noninertial system, rotating with angular velocity ω relative to inertial one (Fig. 1.10):

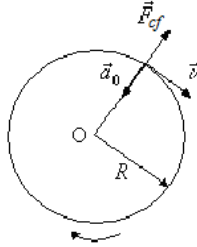


Figure 1.10

If the body connected with the centre of rotation O the elastic force of thread is the reason of the centripetal acceleration of a body:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \omega^2 R ,$$

To equalize the elastic force the centrifugal force is introduced:

$$\vec{F}_{cf} = -m\vec{a}_{cp} ,$$

$$F_{cf} = -m\omega^2 R .$$

The centrifugal force is directed along the radius from the center of rotation.

Thus, in noninertial system, which is rotated, the centrifugal force arises and acts on the body in this system.

Coriolis' Force

Coriolis' force arises in the noninertial rotating system and acts upon a body which is moving in this system. The body is moving under the action of Coriolis' force along the curvilinear trajectory OB (Fig. 1.11):

Розглянемо приклад. Тіло лежить на візку, який починає рухатись з прискоренням \vec{a}_0 . Сила інерції $\vec{F}_{in} = -m\vec{a}_0$ діє на тіло. Тіло рухається з прискоренням $-\vec{a}_0$ в протилежному напрямку під дією сили інерції \vec{F}_{in} .

Відцентрова сила.

Відцентрова сила виникає у системах, які обертаються. Розглянемо тіло в неінерціальній системі, яка обертається з кутовою швидкістю ω щодо інерціальної (рис. 1.10):

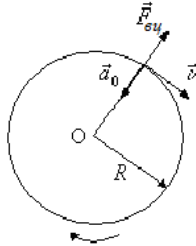


Рисунок 1.10

Якщо тіло з'єднане з центром обертання O , пружна сила нитки є причиною доцентрового прискорення тіла:

$$a_{oc} = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \omega^2 R.$$

Щоб врівноважити пружну силу, запроваджується відцентрова сила, яка дорівнює:

$$\vec{F}_{вц} = -m\vec{a}_{oc}.$$

$$F_{вц} = -m\omega^2 R.$$

Відцентрова сила спрямована уздовж радіусу від центру обертання.

Тому, в неінерціальній системі, яка обертається, виникає відцентрова сила, яка діє на тіло в цій системі.

Сила Коріоліса

Сила Коріоліса виникає в неінерціальній системі, що обертається і діє на тіло, яке рухається в цій системі. Тіло рухається під дією сили Коріоліса уздовж криволінійної траєкторії OB (рис. 1.11):

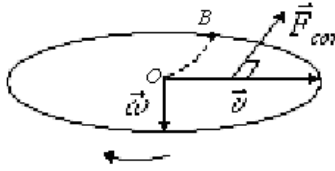


Figure 1.11

Coriolis' force is given by

$$\vec{F}_{cor} = 2m[\vec{v}, \vec{\omega}],$$

where m is the mass of a body,

v is the linear velocity of a body,

ω is the angular velocity of a rotating system.

Coriolis' force is directed perpendicular to vector \vec{v} and $\vec{\omega}$ (Fig. 1.12).

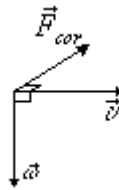


Figure 1.12

1.2.9 Mechanical Principle of Relativity. Galilean Transformations

Let us suppose that we have two reference frames K and K' with which the coordinate axes are connected and assume that frames move with respect to each other (Fig. 1.13).

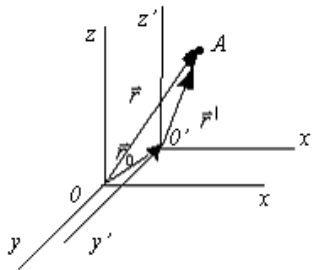


Figure 1.13

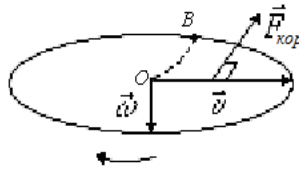


Рисунок 1.11

Сила Коріоліса визначається:

$$\vec{F}_{кор} = 2m[\vec{v}, \vec{\omega}],$$

де m - маса тіла;

v - лінійна швидкість тіла;

ω - кутова швидкість системи, що обертається.

Сила Коріоліса спрямована перпендикулярно до вектора \vec{v} і $\vec{\omega}$ (рис. 1.12).

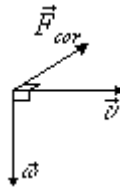


Рисунок 1.12

1.2.9 Механічний принцип відносності. Перетворення Галілея

Припустимо, що існують дві системи відліку K і K' з якими пов'язані осі координат і які рухаються одна відносно одної (рис.1.13).

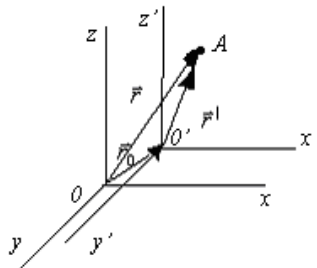


Рисунок 1.13

Let us find the connection between the measurement results of the coordinates and time with respect to two inertial reference systems K and K' . Let us denote the coordinates of a moving point A and its time by x, y, z, t measured with respect to K frame and the time and coordinates of the same point in K' frame by x', y', z', t' .

System K' moves uniformly and rectilinear with respect to K and rectilinear with velocity \vec{u} in the direction of OO' . Initially the origin of the system K' was at point O . During the time t the distance between O and O' becomes equal to ut and radius-vector $\vec{r}_0 = \vec{u}t$.

From Fig.1.13 we obtain: $\vec{r} = \vec{r}' + \vec{r}_0 = \vec{r}' + \vec{u}t$, or in the projections on to axes:

$$\begin{cases} x = x' + u_x t \\ y = y' + u_y t \\ z = z' + u_z t \\ t = t' \end{cases}$$

Classical mechanics assumes that time does not depend on reference system, therefore $t = t'$ and $u \ll c$. These relations are called Galilean transformations.

Taking the derivative of \vec{r} with respect to time one can get:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{r}}{dt} &= \frac{d\vec{r}'}{dt} + \vec{u} = \vec{v}' + \vec{u}, \\ \vec{v} &= \vec{v}' + \vec{u}. \end{aligned}$$

This equation states the law of velocities adding in classical mechanics.

Acceleration in the system K :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(\vec{v}' + \vec{u})}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} = \vec{a}'.$$

The force acting on the point A in the system K equals force, acting on the same point in the system K' :

$$\begin{cases} \vec{F} = m\vec{a} \\ \vec{F}' = m\vec{a}' \end{cases} \Rightarrow \vec{F} = \vec{F}'.$$

Знайдемо зв'язок між результатами вимірювань координат і часу щодо двох інерціальних систем відліку K і K' . Позначимо координати рухомої точки A і її час як x, y, z, t , виміряні в системі K , і час і координати тієї самої точки в системі K' як x', y', z', t' .

Система K' рухається рівномірно і прямолінійно щодо системи K зі швидкістю \vec{u} у напрямку OO' . Спочатку початок системи K' знаходився в точці O . Протягом часу t відстань між O і O' стає рівним ut і радіус – вектор дорівнює: $\vec{r}_0 = \vec{u}t$.

З рис. 1.13 ми отримуємо: $\vec{r} = \vec{r}' + \vec{r}_0 = \vec{r}' + \vec{u}t$, або в проєкціях на осі:

$$\begin{cases} x = x' + u_x t \\ y = y' + u_y t \\ z = z' + u_z t \\ t = t' \end{cases}$$

Класична механіка припускає, що час не залежить від системи відліку, тому $t = t'$ і $u \ll c$. Ці співвідношення називаються перетвореннями Галілея.

Взявши похідну від \vec{r} по часу ми отримаємо:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{r}}{dt} &= \frac{d\vec{r}'}{dt} + \vec{u} = \vec{v}' + \vec{u}, \\ \vec{v} &= \vec{v}' + \vec{u}. \end{aligned}$$

Це рівняння виражає закон додавання швидкостей у класичній механіці.

Прискорення в системі K :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(\vec{v}' + \vec{u})}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} = \vec{a}'.$$

Сила, що діє на точку A , в системі K , дорівнює силі, яка діє на цю точку в системі K' :

$$\begin{cases} \vec{F} = m\vec{a} \\ \vec{F}' = m\vec{a}' \end{cases} \Rightarrow \vec{F} = \vec{F}'.$$

These results allow to assume the mechanical principle of relativity (Galileo principle of relativity):

the laws of mechanical phenomena are the same for all systems of reference which move rectilinearly and uniformly with respect to each other.

1.3 Dynamics of Rotational Motion

1.3.1 Concepts of Dynamics of Rotational Motion

There are three basic concepts.

1. Moment of a force relative to the fixed point O is the vector product of the radius vector \vec{r} directed from point O to the point of force applied and the force \vec{F} :

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}].$$

Vector \vec{M} is directed along the axis of rotation. Its direction is determined according to the right-hand screw rule: if the head of a screw is turned in the direction of rotation of a material point then the forward motion of the screw will coincide with the direction of \vec{M} (Fig.1. 14).

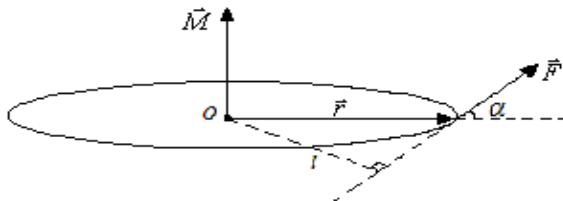


Figure 1.14

The modulus of \vec{M} is given by:

$$M = Fr \sin \alpha = Fl,$$

where α is the angle between vectors \vec{r} and \vec{F} ,

$l = r \sin \alpha$ is the arm of the force \vec{F} .

The unit of M is $[M] = \text{N} \cdot \text{m}$.

2. Moment of impulse (the angular momentum) of the material point relative to the fixed point O is the vector product of the radius-vector \vec{r} , directed from point O to the given material point, and the impulse of this material point:

Ці результати дозволяють сформулювати механічний принцип відносності (принцип відносності Галілея):

закони механічних явищ однакові у всіх системах відліку, які рухаються прямолінійно і рівномірно одна відносно одної.

1.3 Динаміка обертального руху

1.3.1 Поняття динаміки обертального руху

Використовують три основних поняття.

1. Момент сили відносно фіксованої точки O – це векторний добуток радіус-вектора \vec{r} , направленого від точки O до точки прикладання сили, на силу \vec{F} :

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}].$$

Вектор \vec{M} напрямлений уздовж осі обертання. Його напрямок визначається за правилом правого гвинта: якщо головка гвинта обертається в напрямі обертання матеріальної точки, то поступальний рух гвинта буде збігатися з напрямком вектору \vec{M} (рис.1.14).

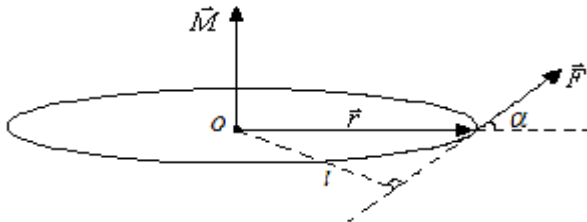


Рисунок 1.14

Модуль вектору \vec{M} :

$$M = Fr \sin \alpha = Fl,$$

де α - кут між векторами \vec{r} та \vec{F} ,

$l = r \sin \alpha$ - плече сили \vec{F} .

Одиниця вимірювання моменту сили:

$$[M] = \text{Н} \cdot \text{м}.$$

2. Момент імпульсу матеріальної точки відносно фіксованої точки O - векторний добуток радіус-вектора \vec{r} , напрямленого від точки O до заданої матеріальної точки, та імпульсу цієї матеріальної точки:

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}].$$

Vector \vec{L} is directed along the axis of rotation, its direction is determined according to the right-hand screw rule: if the head of a screw is turned in the direction of rotation of a material point, then the forward motion of the screw will coincide with the direction of \vec{L} (Fig.1.15):

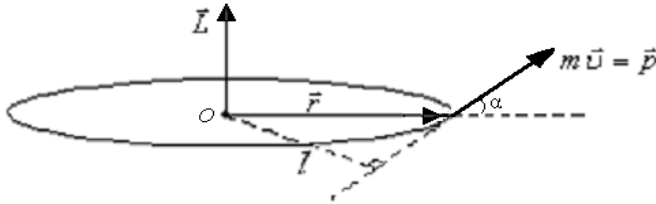


Figure 1.15

The module of \vec{L} is given by:

$$L = rps \sin \alpha = mvr \sin \alpha = pl,$$

where α is angle between vectors \vec{r} and \vec{p} ;

$l = r \sin \alpha$ is the arm of the impulse \vec{p} .

Unit of the moment of impulse is

$$[L] = \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

3. Moment of inertia of a point mass relative to the axis is equal to the product of the mass and the square of the distance from the given axis:

$$I = mr^2.$$

This is the scalar value. Unit of moment of inertia is $[I] = \text{kg} \cdot \text{m}^2$. The moment of inertia of a body is the sum of the moments of inertia of the point masses which the body is composed of. If the point masses are continuously distributed over the volume of a body V , then the moment of inertia of a body is

$$I = \int r^2 dm = \int_V r^2 \rho dV = \rho \int_V r^2 dV,$$

where $\rho = \frac{dm}{dV}$ is the density of a body.

Steiner's theorem enables to determine the moment of inertia of the body rotating around the arbitrary axis that is parallel to a given one passing through the centre of mass of this body.

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}].$$

Вектор \vec{L} напрямлений уздовж осі обертання, його напрямок визначається за правилом правого гвинта: якщо головка гвинта обертається в напрямі обертання матеріальної точки, то поступальний рух гвинта буде збігатися з напрямком вектору \vec{L} (рис.1.15):

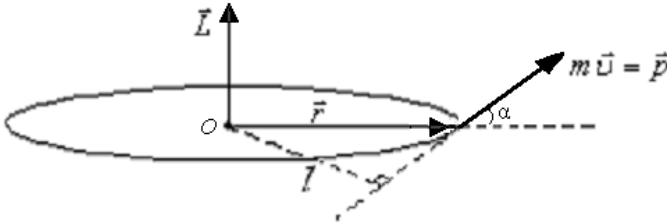


Рисунок 1.15

Модуль вектору \vec{L} :

$$L = rp \sin \alpha = mvr \sin \alpha = pl,$$

де α - кут між \vec{r} та \vec{p} ,

$$l = r \sin \alpha - \text{плече імпульсу } \vec{p}.$$

Одиниця вимірювання моменту імпульсу:

$$[L] = \text{кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}.$$

3. Момент інерції точкової маси відносно осі дорівнює добутку маси та квадрату відстані від цієї осі:

$$I = mr^2.$$

Це скалярна величина. Одиниця вимірювання моменту інерції $[I] = \text{кг} \cdot \text{м}^2$. Момент інерції тіла – це сума моментів інерції точкових мас тіла. Якщо точкові маси безперервно розподілені по об'єму тіла V , то момент інерції тіла дорівнює:

$$I = \int_V r^2 dm = \int_V r^2 \rho dV = \rho \int_V r^2 dV,$$

де $\rho = \frac{dm}{dV}$ - густина тіла.

Теорема Штейнера дозволяє визначити момент інерції тіла, що обертається навколо довільної осі, паралельної до осі, що проходить через центр маси цього тіла.

According to this theorem the moment of inertia of a body I around any arbitrary axis PP' (Fig.1.16) is equal to the moment of inertia of the given body I_c with respect to a parallel axis OO' passing through the centre of body mass plus the product of the mass of this body m and the square of the distance a between these two axes:

$$I = I_c + ma^2 .$$

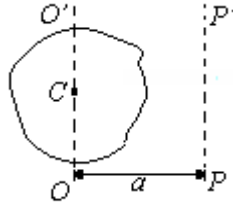


Figure 1.16

1.3.2 Basic Law of Dynamics of Rotational Motion

To obtain the basic law of dynamics of rotational motion let us take the derivative of \vec{L} with respect to time:

$$\vec{L} = [\vec{r}, m\vec{v}] ,$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \left[\frac{d\vec{r}}{dt}, m\vec{v} \right] + [\vec{r}, m \frac{d\vec{v}}{dt}] = [\vec{v}, m\vec{v}] + [\vec{r}, m\vec{a}] .$$

But

$$\vec{v} \parallel m\vec{v} \text{ and } [\vec{v}, m\vec{v}] = 0 .$$

Thus:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = [\vec{r}, \vec{F}] = \vec{M} ,$$

i.e.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} .$$

$$L = \sum_i m_i v_i r_i ,$$

As

$$v_i = \omega r_i ,$$

Згідно з цією теоремою момент інерції тіла I , що обертається навколо довільної осі PP' (рис.1.16), дорівнює моменту інерції даного тіла I_c відносно паралельної осі OO' , що проходить через центр мас тіла, плюс добуток маси тіла на квадрат відстані між цими двома осями:

$$I = I_c + ma^2.$$

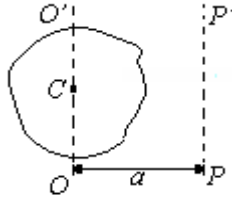


Рисунок 1.16

1.3.2 Основний закон динаміки обертального руху

Щоб отримати основний закон динаміки обертального руху, знайдемо похідну від моменту імпульсу \vec{L} по часу:

$$\vec{L} = [\vec{r}, m\vec{v}],$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \left[\frac{d\vec{r}}{dt}, m\vec{v} \right] + [\vec{r}, m \frac{d\vec{v}}{dt}] = [\vec{v}, m\vec{v}] + [\vec{r}, m\vec{a}].$$

Але

$$\vec{v} \parallel m\vec{v} \text{ і } [\vec{v}, m\vec{v}] = 0.$$

тоді

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = [\vec{r}, \vec{F}] = \vec{M},$$

тобто

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}.$$

$$L = \sum_i m_i v_i r_i,$$

якщо

$$v_i = \omega r_i,$$

then

$$\vec{L} = \vec{\omega} \sum_i m_i \vec{r}_i^2 = \vec{\omega} I .$$

Thus

$$\begin{aligned} \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} &= \vec{M}, \\ I \frac{d\vec{\omega}}{dt} &= \vec{M}, \\ I\vec{\varepsilon} &= \vec{M}, \\ \vec{\varepsilon} &= \frac{\vec{M}}{I}. \end{aligned}$$

Definition: if an unbalanced moment of force acts about an axis fixed in a rigid body, an angular acceleration is proportional to the unbalanced moment of force and inversely proportional to the moment of inertia of the body about that axis.

You see that the moment of inertia I is analogous to the mass, the moment of force \vec{M} - to the force and the angular acceleration $\vec{\varepsilon}$ - to the linear acceleration.

Therefore the basic law of dynamics of rotational motion is the analogy of the Newton's second law for translation motion and is called the Newton's second law for rotary motion.

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\sum_i \vec{M}_i}{I} \Leftrightarrow \vec{a} = \frac{\sum_i \vec{F}_i}{m} .$$

1.3.3 Law of Conservation of the Impulse Moment

There is no external moment of forces in a closed system.

Thus

$$\sum_i \vec{M}_i = 0.$$

Consequently:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0,$$

тоді

$$\vec{L} = \bar{\omega} \sum_i m_i \vec{r}_i^2 = \bar{\omega} I .$$

Тому

$$\begin{aligned} \frac{d(I\bar{\omega})}{dt} &= \vec{M}, \\ I \frac{d\bar{\omega}}{dt} &= \vec{M}, \\ I\vec{\varepsilon} &= \vec{M}, \\ \vec{\varepsilon} &= \frac{\vec{M}}{I}. \end{aligned}$$

Визначення: якщо незбалансований момент сили діє відносно осі, зв'язаної з тілом, то кутове прискорення прямо пропорційне незбалансованому моменту сили та обернено пропорційно моменту інерції тіла відносно цієї осі.

Ми бачимо, що момент інерції I аналогічний масі, момент сили \vec{M} - силі, а кутове прискорення $\vec{\varepsilon}$ - лінійному прискоренню.

Звідси, основний закон динаміки обертального руху є аналогом до другого закону Ньютона для поступального руху, і називається другим законом Ньютона для обертального руху.

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\sum_i \vec{M}_i}{I} \Leftrightarrow \vec{a} = \frac{\sum_i \vec{F}_i}{m} .$$

1.3.3 Закон збереження моменту імпульсу

Момент зовнішніх сил відсутній у замкненій системі.

Тому:

$$\sum_i \vec{M} = 0.$$

Отже:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0,$$

$$\vec{L} = \text{const}.$$

Law of conservation of the impulse moment: the moment of impulse of the closed system remains constant. According to the law of conservation of moment of impulse relative to the vertical axis the angular velocity increases while the moment of inertia decreases:

$$I\omega = \text{const}.$$

For example rotation of a figure-skater follows this law. If he presses arms to his body this results to decrease of moment of inertia ($I \propto r^2$). But the product $I\omega$ must be the same. Consequently his angular velocity increases.

1.3.4 Kinetic Energy of Rotating Body

The kinetic energy of rotating body is

$$E_k = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2},$$

where m_i is the point mass of small element of a body;

v_i is its linear velocity.

As $v_i = \omega r_i$, then

$$E_k = \sum_i \frac{m_i \omega^2 r_i^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_i m_i r_i^2.$$

More rigorously the kinetic energy for the whole body can be obtained as:

$$E_k = \frac{\omega^2}{2} \int_m r^2 dm = \frac{I\omega^2}{2},$$

where I is the moment of inertia about the axis.

Thus

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2}.$$

In general case if a body takes part in translational and rotational motion (for example rolling body) its kinetic energy is

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}.$$

$$\vec{L} = \text{const}.$$

Закон збереження моменту імпульсу

Момент імпульсу замкненої системи залишається незмінним. Згідно з законом збереження моменту імпульсу кутова швидкість збільшується, коли момент інерції зменшується і навпаки.

$$I\omega = \text{const}.$$

Наприклад: обертання фігуриста підпорядковується цьому закону – якщо фігурист притискує руки до свого тіла, то момент інерції зменшується ($I \sim r^2$). Але добуток $I\omega$ повинен бути таким самим. Отже, його кутова швидкість збільшується.

1.3.4 Кінетична енергія тіла, що обертається

Кінетична енергія тіла, що обертається дорівнює:

$$E_k = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2},$$

де m_i - точкова маса малого елемента тіла;

v_i - лінійна швидкість точкової маси.

Так як $v_i = \omega r_i$, то

$$E_k = \sum_i \frac{m_i \omega^2 r_i^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_i m_i r_i^2.$$

Більш точно кінетична енергія всього тіла може бути визначена так:

$$E_k = \frac{\omega^2}{2} \int_m r^2 dm = \frac{I\omega^2}{2},$$

де I є моментом інерції тіла відносно осі.

Тому:
$$E_k = \frac{I\omega^2}{2}.$$

В загальному випадку, якщо тіло приймає участь як у поступальному так і обертальному русі (наприклад тіло, що котиться), його кінетична енергія дорівнює:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}.$$

1.3.5 Work Done During Rotational Motion

The work done by the forces acting on a body when it is rotating relatively to the fixed axes is

$$dA = Fds ,$$

but

$$ds = rd\varphi,$$

and

$$dA = Frd\varphi = Md\varphi .$$

The elementary work dA of the external force done during the rotational motion is equal to the product of the torque of this force by the angle of rotation. The total work can be obtained as:

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} Md\varphi .$$

1.4 Elements of Hydroaeromechanics

1.4.1 The Equation of Continuity

Hydroaeromechanics is a section of mechanics which studies the motion and balance of liquids and gases as well as their interaction with each other and solids.

The concept of ideal liquid is used in the study of the dynamic properties of liquids which is completely incompressible and devoid of internal friction.

The set of moving particles of a liquid is called a flow. A flow of liquid is called stationary if its velocity at all points does not change in time. Lines and tubes of the flow are used to analyze the flow of liquid or gas. The line which is tangent to any point with vector of velocity is taken as a flow line. A tube of the flow is named a part of the liquid which is limited with the lines of a flow.

Let's see the tube of a flow (Fig. 1.17). The volume of liquid which passes through random cross section S_1 at a velocity v_1 which is equal to S_1v_1 is taken per unit of time. The liquid volume S_2v_2 flows through the cross section S_2 at a velocity v_2 . According to the law of conservation of mass we assume that the mass of a liquid passing per unit of time through the cross section S_1 is equal to the mass of the liquid passing through the cross section S_2 per unit of time and is shown with formula for ideal liquid:

1.3.5 Робота при обертальному русі

Робота сил, що діють на тіло, яке обертається навколо фіксованої осі:

$$dA = Fds ,$$

але

$$ds = rd\varphi,$$

і

$$dA = Frd\varphi = M d\varphi .$$

Елементарна робота dA зовнішньої сили при обертальному русі дорівнює добутку моменту цієї сили на кут обертання. Загальна робота може бути отримана як:

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi .$$

1.4 Елементи гідроаеромеханіки

1.4.1 Рівняння нерозривності

Гідроаеромеханіка – розділ механіки, в якому вивчається рух і рівновага рідин та газів, а також їх взаємодія між собою і з твердими тілами.

При вивченні динамічних властивостей рідин застосовують поняття ідеальної рідини, яка абсолютно нестислива і повністю позбавлена внутрішнього тертя.

Сукупність рухомих частинок рідини називається потоком. Течія рідини називається стаціонарною, якщо її швидкість в усіх точках не змінюється з часом. Для аналізу руху рідини або газу застосовують лінії і трубки течії. Під лінією течії розуміють лінію, дотична до якої в кожній точці збігається з вектором швидкості \vec{v} . Трубною течії називають частину рідини, що обмежена лініями течії.

Розглянемо трубку течії (рис. 1.17). За одиницю часу через довільний переріз S_1 зі швидкістю v_1 протече об'єм рідини, який дорівнює $S_1 v_1$. Через переріз S_2 зі швидкістю v_2 протече об'єм рідини $S_2 v_2$. Для ідеальної рідини за законом збереження маси можна вважати, що маса рідини, що проходить за одиницю часу через поперечний переріз S_1 буде дорівнювати масі рідини, що проходить через переріз S_2 за одиницю часу:

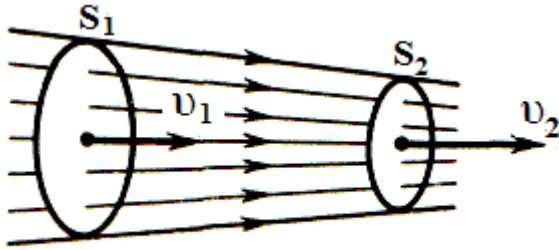


Figure 1.17

$$\rho v_1 S_1 = \rho v_2 S_2 = \text{const},$$

so

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 = \text{const},$$

or

$$vS = \text{const}.$$

This equation is called the equation of continuity for the flow of an ideal liquid. It is also used for gases.

Consequently the product of the flow velocity of an ideal liquid on the cross-sectional area of the flow tube is a constant value.

1.4.2 Bernoulli's Equation

Let's consider the region of the flow tube of an ideal liquid of a small cross-section between the cross sections S_1 and S_2 (Fig. 1.18). At the cross section S_1 , the liquid velocity is v_1 , the pressure - p_1 and the height of the center of the cross-section above some horizontal level - h_1 . Respectively, the liquid velocity is v_2 , the pressure - p_2 and the height - h_2 at the cross section S_2 .

Within the time Δt , the volume of liquid moves from the cross sections S_1 and S_2 to S_1' and S_2' respectively. By the law of conservation of energy the change in the total energy ΔE of an ideal liquid is equal to the work of external forces used for the displacement of the mass m of a liquid:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = A.$$

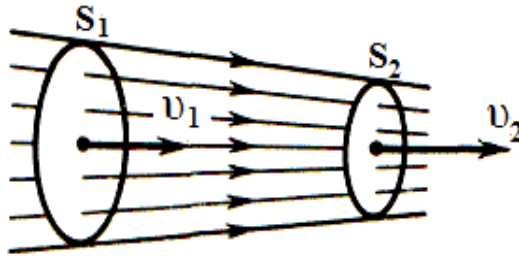


Рисунок 1.17

$$\rho v_1 S_1 = \rho v_2 S_2 = \text{const},$$

тому

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 = \text{const},$$

або

$$vS = \text{const}.$$

Це рівняння називається рівнянням нерозривності для течії ідеальної рідини. Його застосовують також і до газів.

Отже, добуток швидкості течії ідеальної рідини на площу поперечного перерізу трубки течії є сталою величиною.

1.4.2 Рівняння Бернуллі

Розглянемо область трубки течії ідеальної рідини малого перерізу між поперечними перерізами S_1 і S_2 (Рис. 1.18). В місці перерізу S_1 швидкість рідини v_1 , тиск p_1 і висота центру перерізу над деяким горизонтальним рівнем h_1 . Відповідно в місці перерізу S_2 швидкість рідини v_2 , тиск p_2 і висота h_2 .

За час Δt об'єм рідини рухається від перерізів S_1 і S_2 до S'_1 і S'_2 відповідно. За законом збереження енергії зміна повної енергії ΔE ідеальної рідини дорівнює роботі зовнішніх сил по переміщенню маси m рідини:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = A.$$

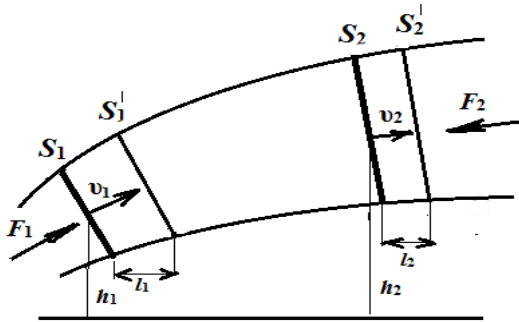


Figure 1.18

Work A is performed by forces of pressure and it is equal to:

$$A = F_1 l_1 + F_2 l_2.$$

Consider that the force F_2 is negative, since it is directed in the opposite direction relatively to the liquid flow:

$$A = p_1 S_1 l_1 - p_2 S_2 l_2 = p_1 V_1 - p_2 V_2.$$

Accordingly the change in total energy equals:

$$\Delta E = \frac{m_2 v_2^2}{2} + m_2 g h_2 - \frac{m_1 v_1^2}{2} - m_1 g h_1.$$

Consider that $m = \rho V$:

$$\Delta E = \frac{\rho V v_2^2}{2} + \rho V g h_2 - \frac{\rho V v_1^2}{2} - \rho V g h_1.$$

Then the energy conservation law will be written:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = A.$$

$$\frac{\rho V v_2^2}{2} + \rho V g h_2 - \frac{\rho V v_1^2}{2} - \rho V g h_1 = p_1 V - p_2 V.$$

After transformations we obtain:

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

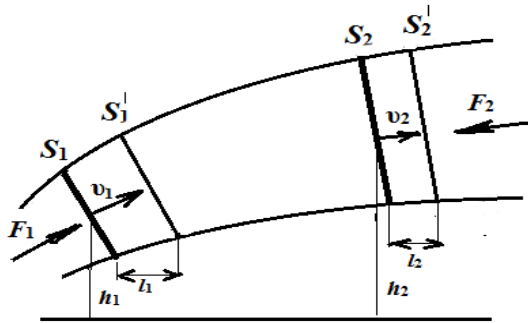


Рисунок 1.18

Робота A виконується силами тиску і вона дорівнює:

$$A = F_1 l_1 + F_2 l_2.$$

Врахуємо, що сила F_2 від'ємна, оскільки напрямлена в протилежний бік відносно до течії рідини:

$$A = p_1 S_1 l_1 - p_2 S_2 l_2 = p_1 V_1 - p_2 V_2.$$

Відповідно, зміна повної енергії дорівнює:

$$\Delta E = \frac{m_2 v_2^2}{2} + m_2 g h_2 - \frac{m_1 v_1^2}{2} - m_1 g h_1.$$

Врахуємо, що $m = \rho V$:

$$\Delta E = \frac{\rho V v_2^2}{2} + \rho V g h_2 - \frac{\rho V v_1^2}{2} - \rho V g h_1.$$

Тоді закон збереження енергії запишеться:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = A.$$

$$\frac{\rho V v_2^2}{2} + \rho V g h_2 - \frac{\rho V v_1^2}{2} - \rho V g h_1 = p_1 V - p_2 V.$$

Після перетворень отримаємо:

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

Consequently for any section of the flow tube the condition is realized:

$$p + \rho gh + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const.}$$

This equation is called the Bernoulli's equation for the stationary flow of an ideal liquid. The value p is called static pressure, ρgh - hydrostatic pressure, $\frac{\rho v^2}{2}$ - dynamic pressure in the flow.

The Bernoulli's equation can be formulated as follows: in the stationary flow of an ideal liquid the sum of static, dynamic and hydrostatic pressures is a constant value at an arbitrary cross section of the flow.

From this equation it follows that the sum of the static and dynamic pressures along the horizontal pipe of the flow of the variable section remains constant when $h_1 = h_2$. This concept is used in the work of water jet pumps, carburettors, liquid mixers, spray guns. Bernoulli's equation explains the phenomenon of the lifting force of the wing of an airplane.

Control questions

1. What does a mechanics study?
2. What are the main concepts of kinematics?
3. What is a material point?
4. What is a frame of reference?
5. What is displacement?
6. Define the mean and instantaneous speed.
7. Give the definition of average and instantaneous acceleration.
8. What is angular velocity, angular acceleration?
9. What is force?
10. Formulate the laws of Newton.
11. Formulate the law of conservation of momentum.
12. Give the definition of energy, work, power.
13. Formulate the law of conservation of energy.
14. What are non-inertial frames of reference, what are the forces of inertia?
15. What is the moment of force, moment of impulse, moment of inertia?

Отже, для будь якого перерізу трубки течії виконується умова:

$$p + \rho gh + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const.}$$

Це рівняння називається рівнянням Бернуллі для стаціонарного потоку ідеальної рідини. Величина p називається статичним тиском,

ρgh - гідростатичним тиском, $\frac{\rho v^2}{2}$ - динамічним тиском у потоці.

Рівняння Бернуллі можна сформулювати таким чином: в стаціонарному потоці ідеальної рідини сума статичного, динамічного і гідростатичного тисків є сталою величиною на довільному поперечному перерізі потоку.

З цього рівняння випливає, що сума статичного і динамічного тисків уздовж горизонтальної труби течії змінного перерізу, коли $h_1=h_2$, лишається сталою. Це використовується в роботі водоструминних насосів, карбюраторів, змішувачах рідин, пульверизаторах. Згідно рівняння Бернуллі пояснюється існування підйімальної сили крила літака.

Контрольні запитання

1. Що вивчає механіка?
2. Назвіть основні поняття кінематики.
3. Що таке матеріальна точка?
4. Що таке система відліку?
5. Що називається переміщенням?
6. Дайте визначення середньої та миттєвої швидкості.
7. Дайте визначення середнього та миттєвого прискорення.
8. Що називається кутовою швидкістю, кутовим прискоренням?
9. Що таке сила?
10. Сформулюйте закони Ньютона.
11. Сформулюйте закон збереження імпульсу.
12. Дайте визначення енергії, роботи, потужності.
13. Сформулюйте закон збереження енергії.
14. Що таке неінерціальні системи відліку, які існують сили інерції?
15. Що таке момент сили, момент імпульсу, момент інерції?

16. Formulate the Steiner theorem.
17. Formulate the basic law of dynamics of rotational motion.
18. What is the analogy between the fundamental law of the dynamics of the rotational and translational motion.
19. Formulate the law of conservation of the impulse moment.
20. How is the kinetic energy of the rotating body determined?
21. How is the work of forces determined during the rotational motion?
22. Write down and explain the equation of continuity.
23. Explain the Bernoulli's equation.
24. Explain the origin of the lifting force of the wing of an airplane.

16. Сформулюйте теорему Штейнера.
17. Сформулюйте основний закон динаміки обертального руху.
18. У чому полягає аналогія між основним законом динаміки обертального і поступального руху.
19. Сформулюйте закон збереження моменту імпульсу.
20. Як визначається кінетична енергія тіла, що обертається?
21. Як визначається робота сил при обертальному русі?
22. Запишіть і поясніть рівняння нерозривності.
23. Поясніть рівняння Бернуллі.
24. Поясніть виникнення підйімальної сили крила літака.

2 MOLECULAR PHYSICS AND THERMODYNAMICS

2.1 Molecular Physics

Molecular physics studies the structure, physical properties and aggregates of matter on the basis of the laws of their microscopic structure, motion, and the interaction of molecules or atoms. This part of physics deals with gases, liquids and solids depending on the conditions of the state of the substance.

Molecular physics is based on the molecular - kinetic theory which uses a statistical method for the investigation of macroscopic systems consisting of a large number of small particles. The statistical method is based on the consideration of the mean values of physical quantities that characterize the properties of individual molecules.

Fundamentals of molecular - kinetic theory were laid in the XVIII century by M.V. Lomonosov and developed in the following century by prominent physicists D. Joul, R. Klausis, D. Maxwell and L. Boltzmann.

The main conceptions of the molecular - kinetic theory are:

- 1) all substances consist of particles - molecules;
- 2) molecules are in the state of uninterrupted continuous chaotic motion being called a heat motion;
- 3) the molecules interact with each other.

These conceptions are confirmed experimentally. Molecules can be observed using modern methods of electronic and tunneling microscopy and X-ray. The thermal motion of molecules is confirmed by diffusion phenomena, Brownian motion and others. The interaction of molecules is confirmed by the existence of forces of elasticity in mechanical deformations.

2.1.1 Basic Physical Values of Molecular Physics

The state of a given substance is characterized by the physical values being called parameters of state: pressure, volume, temperature etc.

Let us define so called macroscopic and microscopic parameters.

Pressure, volume, temperature, mass and amount of substance belong to the first ones. Number of molecules, mass of a single molecule, velocities of molecules belong to the last ones. Our aim is to find a relationship between these two groups, which characterize the molecular systems. Let's consider these concepts in detail.

2 МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

2.1 Молекулярна фізика

Молекулярна фізика вивчає будову, фізичні властивості і агрегатні стани речовини на основі закономірностей їхньої мікроскопічної будови, руху і взаємодії молекул або атомів. Ця частина фізики має справу з газами, рідинами і твердими тілами в залежності від умов стану перебування речовини.

Молекулярна фізика базується на молекулярно-кінетичній теорії, яка застосовує статистичний метод дослідження макроскопічних систем, що складаються з великої кількості маленьких частинок. Статистичний метод ґрунтується на розгляді середніх значень фізичних величин, які характеризують властивості окремих молекул.

Основи молекулярно-кінетичній теорії були закладені у XVIII столітті М.В. Ломоносовим і розвинуті в наступному столітті видатними фізиками Д. Джоулем, Р. Клаузісом, Д. Максвеллом і Л. Больцманом.

Основними положеннями молекулярно - кінетичній теорії є:

- 1) усі речовини складаються з частинок – молекул;
- 2) молекули перебувають у безперервному хаотичному русі, який називається тепловим рухом;
- 3) молекули взаємодіють між собою.

Ці положення підтверджені експериментально. Молекули можна спостерігати за допомогою сучасних методів електронної і тунельної мікроскопії та рентгенографії. Тепловий рух молекул підтверджується явищами дифузії, броунівським рухом та іншими. Взаємодія молекул підтверджується існуванням сил пружності при механічних деформаціях.

2.1.1 Основні фізичні величини молекулярної фізики

Стан речовини характеризується фізичними величинами, які називаються параметрами стану: тиском, об'ємом, температурою і т.д.

Визначимо так звані макроскопічні і мікроскопічні параметри. Тиск, об'єм, температура, маса і кількість речовини належать до макроскопічних параметрів. Число молекул, маса молекули, швидкість молекули - до мікроскопічних параметрів. Наша мета - знайти співвідношення між цими двома групами, які характеризують молекулярні системи. Розглянемо ці поняття детально.

Pressure is the force acting normally per unit of area:

$$p = \frac{dF}{dS}.$$

Unit of pressure is pascal:

$$[p] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa}.$$

Volume is one of the quantity characteristics of body geometry. It is usually denoted as V .

Unit of volume V :

$$[V] = \text{m}^3.$$

Temperature is a physical quantity which characterizes the degree of heating of a matter. Temperature related to the mean kinetic energy of molecules. The more is the kinetic energy of molecules, the higher is the temperature.

Today two temperature scales are used:

- the thermodynamics scale, graduated in kelvin (K);
- the international scale, graduated in degrees of Celsius ($^{\circ}\text{C}$).

Relationship between these two scales is:

$$T(\text{K}) = t(^{\circ}\text{C}) + 273.15.$$

Graduation value of kelvin and the degree of Celsius are the same:

$$1 \text{ K} = 1 ^{\circ}\text{C}.$$

The temperature $T = 0 \text{ K}$ is called the absolute zero. It is the point to count of the thermodynamic scale.

Amount of substance ν is physical quantity equal to the number of structure elements of system. It is measured in moles:

$$[\nu] = \text{mole}.$$

Mole is the quantity of substance, which consists of such number of molecules that equal to the number of atoms in 0.012 kg of the carbon isotope ^{12}C .

Avogadro's Law states: one mole of any substance consists of the same number of molecules:

$$N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mole}^{-1}.$$

This value N_A is called Avogadro's constant.

Тиском називається сила, яка діє нормально на одиницю площі:

$$p = \frac{dF}{dS}.$$

Одиницею вимірювання тиску є паскаль:

$$[p] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}.$$

Об'єм є однією з кількісних характеристик геометрії тіла. Звичайно він позначається як V .

Одиниця об'єму:

$$[V] = \text{м}^3.$$

Температура є фізичною величиною, яка характеризує ступінь нагріву речовини. Температура пов'язана з середньою кінетичною енергією молекул. Чим більше кінетична енергія молекул, тим вище температура.

На сьогодні застосовують дві температурні шкали:

- термодинамічна шкала, яка градується в кельвінах (К);
- міжнародна шкала, яка градується в градусах Цельсія ($^{\circ}\text{C}$).

Співвідношення між цими двома шкалами:

$$T (\text{K}) = t (^{\circ}\text{C}) + 273,15.$$

Величина кельвіна і градуса Цельсія однакова:

$$1 \text{ K} = 1 ^{\circ}\text{C}.$$

Температура $T = 0 \text{ K}$ називається абсолютним нулем. Це є точкою відліку термодинамічної шкали.

Кількість речовини ν - є фізичною величиною, яка дорівнює кількості структурних елементів системи. Вона вимірюється в молях:

$$[\nu] = \text{моль}.$$

Моль - це кількість речовини, яка містить таке число молекул, яке дорівнює числу атомів в 0.012 кг ізотопу вуглецю ^{12}C .

Закон Авогадро стверджує: один моль будь - якої речовини містить однакове число молекул:

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

N_A називається сталою Авогадро.

Relative molecular (atomic) mass is the ratio of the molecule (or atom) mass to $\frac{1}{12}$ part of carbon atom mass ^{12}C :

$$M_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12}m_{^{12}\text{C}}}.$$

It is the dimensionless value.

Atomic mass unit (a.m.u.) is $\frac{1}{12}$ part of the carbon atom mass ^{12}C :

$$1 \text{ a.m.u.} = \frac{1}{12} m_{^{12}\text{C}} = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

Molar mass μ is the mass of one mole:

$$\mu = \frac{m}{\nu}, \quad \mu = m_0 N_A;$$

where m is the mass of substance,

m_0 is mass of one molecule.

Unit of molar mass μ :

$$[\mu] = \frac{\text{kg}}{\text{mole}}.$$

The numerical value of the molar mass ($\frac{\text{g}}{\text{mole}}$ or $\frac{\text{kg}}{\text{kmole}}$) coincides with the relative molecular mass of a given substance.

2.1.2 Main Equation of Molecular-Kinetic Theory of Gases

To explain the property of gases the molecular-kinetic theory the model of an ideal gas is used.

An ideal gas satisfies the following conditions:

- 1) proper volume of molecules or atoms is negligibly small in comparison with that of vessel in which gas is kept;
- 2) forces of interaction between molecules are absent;

Відносна молекулярна (або атомна) маса – це відношення маси молекули (або атому) до $\frac{1}{12}$ частини маси атома вуглецю ^{12}C :

$$M_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12}m_{^{12}\text{C}}}$$

Вона є безрозмірною величиною.

Одиниця атомної маси (о.а.м.) є $\frac{1}{12}$ частиною маси атома вуглецю ^{12}C :

$$1 \text{ о.а.м.} = \frac{1}{12} m_{^{12}\text{C}} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

Молярна маса μ є масою одного моля:

$$\mu = \frac{m}{\nu}, \quad \mu = m_0 N_A.$$

де m - маса речовини

m_0 - молярна маса одної молекули.

Одиниця вимірювання молярної маси μ :

$$[\mu] = \frac{\text{кг}}{\text{моль}}.$$

Числова величина молярної маси ($\frac{\text{г}}{\text{моль}}$, або $\frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}$) співпадає з відносною молекулярною масою даної речовини.

2.1.2 Основне рівняння молекулярно - кінетичної теорії газів

Для того, щоб пояснити властивості газів, молекулярно – кінетична теорія використовує модель ідеального газу.

Ідеальний газ задовольняє наступні умови:

- 1) власний об'єм молекул або атомів надто малий порівняно з об'ємом посудини, в якій знаходиться газ;
- 2) сили взаємодії між молекулами відсутні;

3) collisions of molecules with each other and with the vessel walls are perfectly elastic.

The main equation of molecular-kinetic theory of gases states the relationship between gas pressure and velocities of motion of its molecules. As molecules in chaotic motion collide with the vessel walls, this process can be considered on the principle of classic mechanical laws, as the pressure on these walls.

Let's consider a vessel of a cubic shape to derive the main equation of molecular-kinetic theory of gases (Fig.2.1.), which contains a monatomic ideal gas. Any molecule in the middle of the vessel moves at a velocity that can be resolved into three components along the coordinate axes:

$$\vec{v}_i = \vec{v}_{ix} + \vec{v}_{iy} + \vec{v}_{iz}.$$

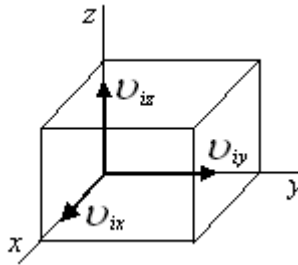


Figure 2.1

Let's denote:

N is the number of molecules in a vessel;

l is a side of the vessel;

V is the volume of the vessel;

$$V = l^3;$$

n is molecular concentration

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N}{l^3};$$

m_0 is mass of one molecule;

i is number of molecules, $i = 1, 2 \dots N$;

v_i is velocity of i -th molecule;

v_{ix} is projection of v_i on x -axis.

3) зіткнення молекул між собою і зі стінками посудини абсолютно пружні.

Основне рівняння молекулярно – кінетичної теорії газів встановлює зв'язок між тиском газу і швидкостями руху молекул. Так як молекули при хаотичному русі зіштовхуються зі стінками посудини, цей процес можна розглядати на основі законів класичної механіки, як тиск на ці стінки.

Для того, щоб вивести основне рівняння молекулярно – кінетичної теорії газів, розглянемо посудину кубічної форми (рис.2.1), в якій міститься одноатомний ідеальний газ. Будь яка молекула в середині посудини рухається зі швидкістю \vec{v}_i , яку можна розкласти на три складові вздовж координатних осей:

$$\vec{v}_i = \vec{v}_{ix} + \vec{v}_{iy} + \vec{v}_{iz}.$$

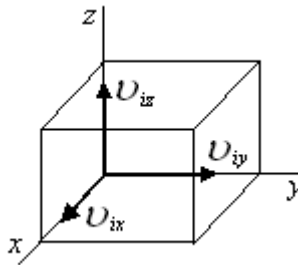


Рисунок 2.1

Позначимо:

N - кількість молекул у посудині;

l - сторона посудини;

V - об'єм посудини

$$V = l^3;$$

n - концентрація молекул

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N}{l^3};$$

m_0 - маса однієї молекули;

i - номер молекул, $i = 1, 2 \dots N$;

v_i - швидкість i -тої молекули;

v_{ix} - проекція швидкості на вісь x .

As shown in Fig.2.2 the change of molecule impulse after the perfectly elastic impact on the vessel wall along the x – axis is:

$$\Delta(m_0 v_{ix}) = m_0 v_{ix} - (-m_0 v_{ix}) = 2m_0 v_{ix} .$$

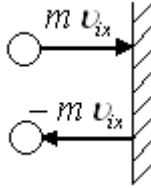


Figure 2.2

On the basis of the Newton's second law impulse of force is equal to the change of molecule impulse:

$$F \Delta t = \Delta(m_0 v) ,$$

where F is the force, acting on the molecule;

Δt – is the time of impact.

Let's change the notation:

$$\bar{f}_{ix} \tau = \Delta(m_0 v_{ix}) ,$$

where \bar{f}_{ix} is the mean force acting on the molecule from the wall side;

τ is the time of molecule flying across the vessel forward and back.

$$\tau = \frac{2l}{v_{ix}} .$$

Then

$$\bar{f}_{ix} = \frac{m_0 v_{ix}^2}{l} .$$

According to Newton's third law the magnitude of force acting on the molecule is equal to the force acting to the vessel wall from the part of the molecules. As molecules move with different velocities $v_{1x} \dots v_{Nx}$ we add the effect of all the molecules upon the wall:

$$\bar{F}_x = \bar{f}_{1x} + \bar{f}_{2x} + \dots + \bar{f}_N = \frac{m_0 v_{1x}^2}{l} + \dots + \frac{m_0 v_{Nx}^2}{l} =$$

Згідно з рис.2.2. зміна імпульсу молекули після абсолютно пружного зіткнення зі стінкою посудини уздовж осі x:

$$\Delta(m_0 v_{ix}) = m_0 v_{ix} - (-m_0 v_{ix}) = 2m_0 v_{ix}.$$

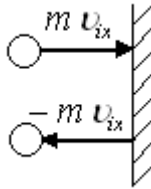


Рисунок 2.2.

На основі другого закону Ньютона імпульс сили дорівнює зміні імпульсу молекули:

$$F \Delta t = \Delta(m_0 v_{ix})$$

де F - сила, яка діє на молекулу;

Δt - час зіткнення.

Змінимо позначення:

$$\bar{f}_{ix} \tau = \Delta(m_0 v_{ix}),$$

де \bar{f}_{ix} - середня сила дії на молекулу з боку стінки;

τ - час польоту молекули уздовж посудини: вперед і назад.

$$\tau = \frac{2l}{v_{ix}}.$$

Тоді:

$$\bar{f}_{ix} = \frac{m_0 v_{ix}^2}{l}$$

Згідно з третім законом Ньютона сила, яка діє на молекулу, дорівнює силі дії молекули на стінку посудини. Так як молекули рухаються з різними швидкостями, додамо сили дії усіх молекул на стінку:

$$\bar{F}_x = \bar{f}_{1x} + \bar{f}_{2x} + \dots + \bar{f}_{Nx} = \frac{m_0 v_{1x}^2}{l} + \dots + \frac{m_0 v_{Nx}^2}{l} =$$

$$= \frac{m_0 N}{l} \cdot \frac{v_{1x}^2 + \dots + v_N^2}{N}.$$

The quantity

$$v_{sq} = \sqrt{\overline{v_x^2}} = \sqrt{\frac{v_{1x}^2 + \dots + v_N^2}{N}}$$

is called root mean square velocity of the gas molecules. Thus, we obtain

$$\overline{F_x} = \frac{m_0 N}{l} \overline{v_x^2}.$$

Turning to pressure we get

$$p_x = \frac{\overline{F_x}}{l^2} = \frac{m_0 N \overline{v_x^2}}{l^3} = m_0 n \overline{v_x^2},$$

since $n = \frac{N}{l^3}$ is concentration of molecules.

As it is illustrated in Fig.2.1

$$\begin{aligned} \overline{v^2} &= \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}, \\ \overline{v_x^2} &= \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} \Rightarrow \overline{v^2} = 3\overline{v_x^2}. \end{aligned}$$

Then

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \overline{v^2}.$$

Multiplying and dividing by two we obtain:

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \overline{v^2}}{2} = \frac{2}{3} n \overline{E},$$

where \overline{E} is the mean kinetic energy of a molecule.

This equation is called the main equation of molecular-kinetic theory of gases.

Consequently we've got the eventually remarkable equation. We started from the Newton's second law of classic dynamics and eventually arrived at the principle equation of the molecular physics. Different parts of physics are closely connected with each other.

$$= \frac{m_0 N}{l} \cdot \frac{v_{1x}^2 + \dots + v_{Nx}^2}{N}.$$

Величина

$$v_{cp.кв} = \sqrt{\overline{v_x^2}} = \sqrt{\frac{v_{1x}^2 + \dots + v_{Nx}^2}{N}},$$

називається середньою квадратичною швидкістю молекул газу. Тому, ми отримуємо:

$$\overline{F_x} = \frac{m_0 N}{l} \overline{v_x^2}.$$

Перетворимо у тиск:

$$p_x = \frac{\overline{F_x}}{l^2} = \frac{m_0 N \overline{v_x^2}}{l^3} = m_0 n \overline{v_x^2},$$

так як $n = \frac{N}{l^3}$ є концентрація молекул.

Так, як показано на рис. 2.1:

$$\begin{aligned} \overline{v^2} &= \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}, \\ \overline{v_x^2} &= \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} \Rightarrow \overline{v^2} = 3\overline{v_x^2}. \end{aligned}$$

Тоді

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \overline{v^2}.$$

Помножимо і розділимо останнє рівняння на два:

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \overline{v^2}}{2} = \frac{2}{3} n \overline{E},$$

де \overline{E} є середня кінетична енергія молекули.

Це рівняння називається основним рівнянням молекулярно – кінетичної теорії газів.

У результаті ми отримали важливе рівняння. Ми почали з другого закону Ньютона класичної динаміки і у кінцевому випадку отримали основне рівняння молекулярної фізики. Різні розділи фізики тісно пов'язані між собою.

2.1.3 Molecular – Kinetic Interpretation of Temperature

Absolute temperature T is a positive quantity $T > 0$. If two physical systems had got non-equal temperatures and come into contact with each other heat would pass from the system having higher T to the system, having lower T . After some time the heat transfer stops and the thermodynamic equilibrium is established. If $T_1 = T_2$, there is no heat exchange between the systems and there is no heat transfer.

Experimental investigations have proved that relationship of

$$\frac{pV}{N} = \text{const}$$

is true for any gases.

This value is related to the temperature:

$$\frac{pV}{N} = kT.$$

where $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$ is Boltzmann's constant.

By the main equation of molecular- kinetic theory of ideal gas:

$$p = \frac{2}{3} n \bar{E}.$$

As $n = \frac{N}{V}$, we obtain:

$$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \bar{E},$$

$$\frac{pV}{N} = \frac{2}{3} \cdot \bar{E}.$$

So, we may write down:

$$\frac{2}{3} \bar{E} = kT,$$

$$\bar{E} = \frac{3}{2} kT.$$

Consequently, the mean kinetic energy of translational motion of ideal gas monoatomic molecules is directly proportional to the temperature.

2.1.3 Молекулярно – кінетична інтерпретація температури

Абсолютна температура T є позитивною величиною $T > 0$. Якщо дві фізичні системи мали різні температури і вступили в контакт одна з одною, теплота буде переходити від системи з вищою температурою до системи з нижчою температурою. Через деякий час перехід теплоти зупиняється і встановлюється термодинамічна рівновага. Якщо $T_1 = T_2$, теплообмін між системами відсутній і перехід теплоти не відбувається.

Експериментальні дослідження довели, що співвідношення

$$\frac{pV}{N} = \text{const}$$

є справедливим для будь-яких газів. Ця величина пов'язана з температурою:

$$\frac{pV}{N} = kT,$$

де $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ є сталою Больцмана.

Згідно з основним рівнянням молекулярно - кінетичної теорії ідеального газу

$$p = \frac{2}{3} n \bar{E}.$$

Так як $n = \frac{N}{V}$, ми отримаємо:

$$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \bar{E},$$

$$\frac{pV}{N} = \frac{2}{3} \cdot \bar{E}.$$

Тому, ми маємо:

$$\frac{2}{3} \bar{E} = kT,$$

$$\bar{E} = \frac{3}{2} kT.$$

Отже, середня кінетична енергія поступального руху молекул ідеального одноатомного газу прямо пропорційна до температури.

This formula expresses the molecular-kinetic interpretation of temperature. That is, the temperature is a measure of the average kinetic energy of the translational motion of the molecules.

2.1.4 Law of Uniform Distribution of Energy into Molecule Degrees of Freedom

The number of molecular degrees of freedom is defined as the number of its possible types of movements. Each molecule has a definite number of degrees of freedom. A monatomic molecule possesses three degrees of freedom of translational motion ($i=3$). A diatomic molecule possesses five degrees of freedom: three degrees of freedom of translational and two degrees of freedom of rotational motion ($i=5$). A molecule that has three or more atoms, possesses six degrees of freedom: three translational and three rotational degrees of freedom ($i=6$).

The mean kinetic energy of translational motion of molecule is:

$$\bar{E} = \frac{m_0 \bar{v}^2}{2} = \frac{m_0}{2} (\bar{v}_x^2 + \bar{v}_y^2 + \bar{v}_z^2).$$

As motion of molecules is chaotic all directions are equivalent and that's why:

$$\bar{v}_x^2 = \bar{v}_y^2 = \bar{v}_z^2.$$

Consequently

$$\bar{v}_x^2 = \bar{v}_y^2 = \bar{v}_z^2 = \frac{1}{3} \bar{v}^2.$$

As for monatomic molecule

$$\bar{E} = \frac{3}{2} kT,$$

then the energy corresponds to one degree of freedom is

$$\bar{E}_i = \frac{1}{3} \bar{E} = \frac{1}{2} kT.$$

Boltzmann's Law of uniform energy distribution into molecule degrees of freedom takes place:

the same energy $\bar{E}_i = \frac{1}{2} kT$ corresponds to each degree of molecule freedom. The mean kinetic energy of any molecule may be defined as:

Ця формула відображає молекулярно-кінетичну інтерпретацію температури. Тобто температура є мірою середньої кінетичної енергії поступального руху молекул.

2.1.4 Закон рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності молекул

Число ступенів вільності молекули визначається як число можливих видів її рухів. Кожна молекула має певне число ступенів вільності. Одноатомна молекула має три ступені вільності поступального руху ($i = 3$). Двоатомна молекула має п'ять ступенів вільності: три ступені вільності поступального і дві ступені вільності обертального руху ($i = 5$). Молекула з трьох або більше атомів має шість ступенів вільності: три поступальної і три обертальної ступені вільності ($i = 6$).

Середня кінетична енергія поступального руху молекули:

$$\bar{E} = \frac{m_0 \bar{v}^2}{2} = \frac{m_0}{2} (\bar{v}_x^2 + \bar{v}_y^2 + \bar{v}_z^2).$$

Так як рух молекул хаотичний, усі напрямки є еквівалентними

$$\bar{v}_x^2 = \bar{v}_y^2 = \bar{v}_z^2.$$

Тому

$$\bar{v}_x^2 = \bar{v}_y^2 = \bar{v}_z^2 = \frac{1}{3} \bar{v}^2.$$

Так як для одноатомної молекули

$$\bar{E} = \frac{3}{2} kT,$$

то енергія, яка припадає на один ступінь вільності дорівнює:

$$\bar{E}_i = \frac{1}{3} \bar{E} = \frac{1}{2} kT.$$

Має місце закон Больцмана про рівномірний розподіл енергії за ступенями вільності молекул:

однакова енергія $\bar{E}_i = \frac{1}{2} kT$ припадає на кожен ступінь вільності молекули.

Середня енергія будь-якої молекули може бути визначена як:

$$\bar{E} = \frac{m_0 \bar{v}^2}{2} = \frac{i}{2} kT,$$

where i is the number of molecular degrees of freedom.

2.1.5 Ideal Gas Equation of State

The equation which states the relationship between parameters of state is called equation of state:

$$f(p, V, T) = 0.$$

Earlier we have obtained the equation:

$$p = \frac{2}{3} n \bar{E}.$$

Let's turn microscopic parameters n and \bar{E} into macroscopic ones p, V, T, m . According to kinetic theory of ideal gases the mean kinetic energy of a molecule is given by:

$$\bar{E} = \frac{3}{2} kT.$$

Thus

$$p = \frac{2}{3} n \cdot \frac{3}{2} kT = nkT.$$

Taking into account that $n = \frac{N}{V}$ we obtain

$$p = \frac{N}{V} kT.$$

The number of molecules N is $N = \frac{m}{\mu} N_A$.

Incorporating previous equation into the equation for pressure we obtain:

$$pV = \frac{m}{\mu} N_A kT = \frac{m}{\mu} RT,$$

where $R = N_A \cdot k$ is universal gas constant, $R = 8.31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mole}}$.

The last equation of the state for the ideal gas in this form is called Clapeyron -Mendeleyev equation:

$$\bar{E} = \frac{m_0 \bar{v}^2}{2} = \frac{i}{2} kT,$$

де i - число ступенів вільності молекули.

2.1.5 Рівняння стану ідеального газу

Рівняння, що встановлює зв'язок між параметрами стану, називається рівнянням стану:

$$f(p, V, T) = 0.$$

Раніше ми отримали рівняння:

$$p = \frac{2}{3} n \bar{E}.$$

Замінімо мікроскопічні параметри n і \bar{E} на макроскопічні p , V , T , m . Згідно кінетичної теорії ідеальних газів середня кінетична енергія молекули визначається за формулою:

$$\bar{E} = \frac{3}{2} kT.$$

Тому

$$p = \frac{2}{3} n \cdot \frac{3}{2} kT = nkT.$$

Зважаючи на те, що $n = \frac{N}{V}$, ми отримуємо

$$p = \frac{N}{V} kT.$$

Число молекул N дорівнює: $N = \frac{m}{\mu} N_A$.

Підставивши останнє рівняння у рівняння для тиску, ми отримуємо:

$$pV = \frac{m}{\mu} N_A kT = \frac{m}{\mu} RT,$$

де $R = N_A \cdot k$ є універсальна газова стала, $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}}$.

Останнє рівняння стану ідеального газу називається рівнянням Менделєєва - Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT .$$

2.1.6 Ideal Gas Isoprocesses

The isoprocess of an ideal gas is a process with a constant mass of gas in which one of the state parameters (p, V, T) is a constant value.

1. Isothermal process: $T, m = \text{const.}$

Equation of Clapeyron-Mendeleyev results in

$$pV = \text{const.}$$

This relationship is called Boyle-Mariottes law.

The graph of isothermal process is shown in Fig. 2.3:

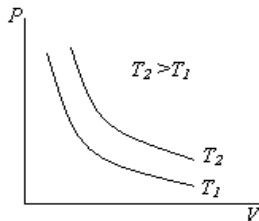


Figure 2.3

2. Isobaric process: $p, m = \text{const.}$

The volume of gas varies directly as the absolute temperature T :

$$V = V_0(1 + \alpha T)$$

where $\alpha = 1/273 \text{ K}^{-1}$ –thermal coefficient of volume expansion.

$$\frac{V}{T} = \text{const.}$$

This is Gay-Lussac's law

The graph of isobaric process is shown in Fig. 2.4:

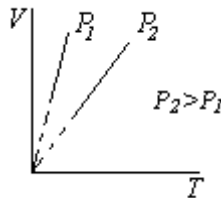


Figure 2.4

$$pV = \frac{m}{\mu} RT.$$

2.1.6 Ізопроцеси ідеального газу

Ізопроцес ідеального газу – це процес зі сталою масою газу, при якому один із параметрів стану (p, V, T) є постійною величиною.

1. Ізотермічний процес: $T, m = \text{const}$.

Рівняння Менделєєва - Клапейрона свідчить про те, що

$$pV = \text{const}.$$

Це співвідношення називається законом Бойля-Маріотта.

Графік ізотермічного процесу зображено на рис. 2.3:

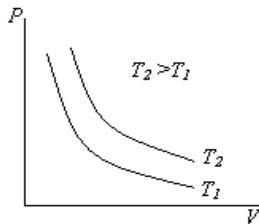


Рисунок 2.3

2. Ізобарний процес: $p, m = \text{const}$.

Об'єм газу змінюється прямо пропорційно до абсолютної температури:

$$V = V_0(1 + \alpha T),$$

де $\alpha = 1/273 \text{ K}^{-1}$ - термічний коефіцієнт об'ємного розширення.

$$\frac{V}{T} = \text{const}.$$

Це є закон Гей – Люссака.

Графік ізобарного процесу зображено на рис. 2.4:

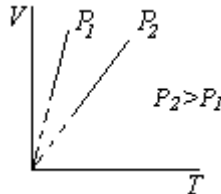


Рисунок 2.4.

3. Isochoric process: $V, m = \text{const.}$

The pressure of gas varies directly as the absolute temperature:

$$p = p_0(1 + \alpha T),$$

$$\frac{p}{T} = \text{const.}$$

This is Charle's law.

The graph of isochoric process is shown in Fig. 2.5:

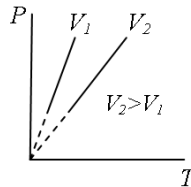


Figure 2.5

2.1.7 Maxwell's Distribution Law of Gas Molecules by Velocities

Every gas molecule has got its velocity. A statistical method is used for description of molecules distribution as per velocities. The velocities of individual molecules vary within a wide range of magnitude. There is a characteristic distribution of molecule velocities for a given gas. It depends on the temperature.

Maxwell first solved the problem of the most probable distribution of velocities in a very large number of molecules. Maxwell's molecule velocity distribution law for gas is

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}}.$$

The function

$$f(v) = \frac{dN}{NdV},$$

denoting the relative number of molecules per unit velocity interval is called the distribution function or the function of velocity distribution. This distribution of molecule velocity is represented graphically in Fig 2.6.

3. Ізохорний процес $V, m = \text{const.}$

Тиск газу змінюється прямо пропорційно до абсолютної температури:

$$p = p_0(1 + \alpha T),$$

$$\frac{p}{T} = \text{const.}$$

Це є закон Шарля.

Графік ізохорного процесу зображено на рис. 2.5:

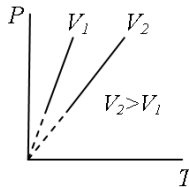


Рисунок 2.5

2.1.7 Закон розподілу Максвелла для швидкостей молекул газу

Кожна молекула газу має свою швидкість. Для опису розподілу молекул за швидкостями використовується статистичний метод. Швидкості окремих молекул змінюються у широкому діапазоні. Існує характеристичний розподіл швидкостей молекул для даного газу. Він залежить від температури.

Максвелл у 1869 р. перший вирішив проблему імовірного розподілу швидкостей дуже великої кількості молекул. Закон розподілу Максвелла для швидкостей молекул газу є:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}}.$$

Функція

$$f(v) = \frac{dN}{NdV},$$

яка визначає відносне число молекул на одиницю інтервалу швидкості називається функцією розподілу або функцією розподілу швидкостей. Цей розподіл швидкостей молекул показано графічно на рис. 2.6.

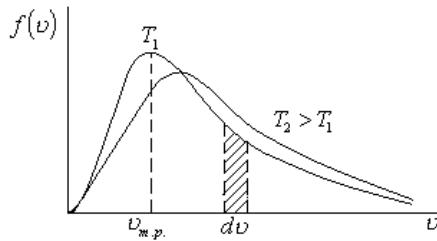


Figure 2.6

The shaded area equals

$$f(v)dV = \frac{dN}{N}.$$

In other words it's equal to the relative number of molecules whose velocities are within $v \dots v + dv$.

The velocity which corresponds to the maximum value of the distribution function and which is denoted by $v_{m.p.}$ is called the most probable velocity of gas molecules. If temperature increases the curve in Fig.2.6 changes as shown. But the area under the curve remains the same.

2.1.8 Velocities of Gas Molecules

We should distinguish between three kinds of velocities:

- 1) root mean square velocity $v_{sq.}$;
- 2) most probable velocity $v_{m.p.}$;
- 3) mean velocity \bar{v} .

Let's consider them in detail.

- 1) By definition the root mean square velocity is

$$v_{sq} = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{N}},$$

where N is the total numbers of molecules.

The mean square velocity is related to mean kinetic energy of gas molecules. The latter is directly proportional to the absolute temperature:

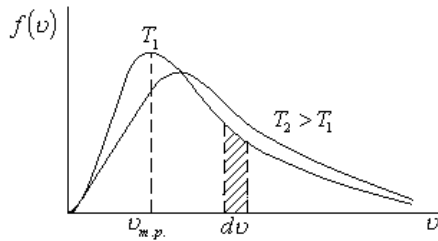


Рисунок 2.6

Заштрихована площа дорівнює :

$$f(v)dV = \frac{dN}{N}.$$

Іншими словами вона дорівнює відносному числу молекул, швидкості котрих є у межах $v \dots v + dv$.

Швидкість, яка відповідає максимальному значенню функції розподілу і яка позначається v_n , називається найімовірнішою швидкістю молекул газу. Якщо температура збільшується, крива змінюється як показано на рис.2.6. Але площа під кривою лишається сталою.

2.1.8 Швидкості молекул газу

Розрізняють три види швидкостей:

- 1) середня квадратична швидкість $v_{cp.kв}$;
- 2) найімовірніша швидкість v_n ;
- 3) середня швидкість \bar{v} .

Розглянемо їх детально.

- 1) За визначенням середня квадратична швидкість дорівнює:

$$v_{cp.kв} = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{N}},$$

де N - загальне число молекул.

Середня квадратична швидкість пов'язана з кінетичною енергією молекул газу. Остання прямо пропорційна абсолютній температурі:

$$\frac{m v_{sq}^2}{2} = \frac{3}{2} kT.$$

The translational motion of molecules has got three degrees of freedom according to three axes. Each degree of freedom of any molecule acquires the average energy which is equal to $\frac{1}{2} kT$. From the last equation we have got

$$v_{sq} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}},$$

as $k \cdot N_A = R$; $m_0 \cdot N_A = \mu$,

where m_0 is the mass of one molecule.

2) The velocity which corresponds to the maximum value of the distribution function of gas molecules is called the most probable velocity. It is denoted as $v_{m.p.}$

One can find this value as follows:

$$f(v)' = 0 \Rightarrow v_{m.p.} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}.$$

3) The mean velocity is

$$\bar{v} = \frac{1}{N} \sum_i v_i;$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}.$$

Position of these kinds of velocities in the graph is shown in Fig. 2.7:

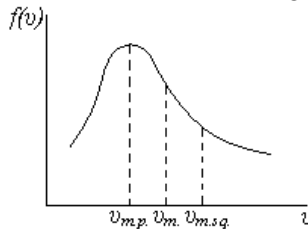


Figure 2.7

Consequently $v_{m.p.} < \bar{v} < v_{sq}$.

$$\frac{m_0 v_{cp.kв}^2}{2} = \frac{3}{2} kT .$$

При поступальному русі молекула має три ступені свободи. На кожен ступінь свободи будь-якої молекули припадає середня енергія, що дорівнює $\frac{1}{2} kT$. З останнього рівняння маємо:

$$v_{cp.kв} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} ,$$

так як $k \cdot N_A = R$; $m_0 \cdot N_A = \mu$,
де m_0 є маса однієї молекули.

2) Швидкість, яка відповідає максимальному значенню функції розподілу молекул газу називається найімовірнішою швидкістю. Вона позначається v_H .

Можна визначити цю величину наступним чином:

$$f(v)' = 0 \Rightarrow v_H = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} .$$

3) Середня швидкість є

$$\bar{v} = \frac{1}{N} \sum_i v_i ;$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} .$$

Положення цих видів швидкостей на графіку показано на рис.

2.7:

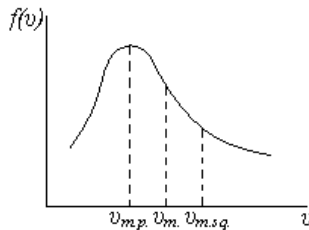


Рисунок 2.7

Отже $v_H < \bar{v} < v_{cp.kв}$

2.1.9 Barometric Formula. Boltzmann's Distribution

There is a definite distribution of air molecules in the gravitational field of the Earth. We deduce an equation that establishes a connection between atmospheric pressure and height above the surface of the Earth. When the height increases for dh , the pressure decreases respectively for dp , therefore

$$dp = -\rho g dh,$$

where ρ is the air density; g - acceleration of free fall.

From the Mendeleev-Clapeyron equation $pV = \frac{m}{\mu} RT$ we determine

the air density:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}.$$

Then

$$dp = -\frac{\mu g}{RT} p dh,$$

or

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT} dh.$$

Integrating this equation within the range from p_0 to p and from 0 to h_0 and assuming $T = \text{const}$, we obtain

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT} \int_0^h dh,$$

$$\ln \frac{p}{p_0} = -\frac{\mu g}{RT} h,$$

from here

$$p = p_0 e^{-\frac{\mu g}{RT} h}.$$

The obtained formula is called the barometric formula. Thus atmospheric pressure decreases with the increase of height above the Earth's surface in the exponential law (Fig. 2.8). To determine the height above the surface of the Earth an altimeter device is used. The principle of its operation is based on the application of the barometric formula.

2.1.9 Барометрична формула. Розподіл Больцмана

Існує певний розподіл молекул повітря у гравітаційному полі Землі. Виведемо рівняння, що встановлює зв'язок між атмосферним тиском і висотою над поверхнею Землі. Зі збільшенням висоти на dh тиск відповідно зменшиться на dp , тому

$$dp = -\rho g dh,$$

де ρ – густина повітря; g – прискорення вільного падіння.

З рівняння Менделєєва-Клапейрона $pV = \frac{m}{\mu} RT$ визначимо густину повітря:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}.$$

Тоді

$$dp = -\frac{\mu g}{RT} p dh,$$

або

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT} dh.$$

Інтегруючи це рівняння в межах від p_0 до p і від 0 до h_0 і вважаючи $T = \text{const}$, отримуємо

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT} \int_0^h dh,$$

$$\ln \frac{p}{p_0} = -\frac{\mu g}{RT} h,$$

звідси

$$p = p_0 e^{-\frac{\mu g}{RT} h}.$$

Отримана формула називається барометричною формулою. Таким чином атмосферний тиск зменшується із збільшенням висоти над поверхнею Землі за експоненціальним законом (рис. 2.8). Для визначення висоти над поверхнею Землі використовують прилад, що зветься висотоміром або альтиметром. Принцип його роботи заснований на застосуванні барометричної формули.

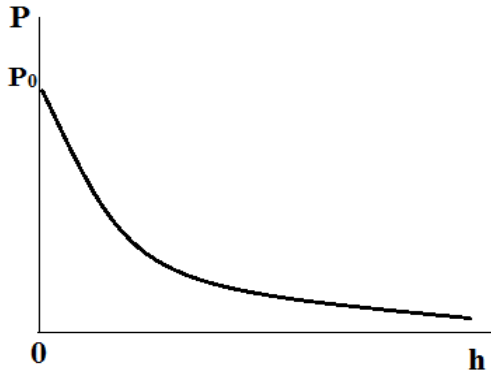


Figure 2.8

Using the barometric formula, one can find the relation between the concentration of molecules and the height above the surface of the Earth. If we take into account the equation of the state of the ideal gas then pressure equals $p = nkT$ and

$$n = n_0 e^{-\frac{\mu g}{RT} h}$$

where n is the concentration of gas molecules at height h , n_0 is the concentration of gas molecules at $h = 0$.

As $\mu = m_0 N_A$ and $R = k N_A$ then

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}} = n_0 e^{-\frac{E_n}{kT}},$$

where E_n is the potential energy of molecules in the gravitational field of the Earth.

This relationship shows that the concentration of gas molecules decreases in exponential law with increase in height above the Earth's surface. Boltzmann proved that the obtained relationship is performed not only for particles in the gravitational field of the Earth but also for particles that are in a state of chaotic thermal motion in an arbitrary potential force field of external forces. This law states that the concentration of molecules increases with a decrease of their potential energy.

The obtained formula is called the Boltzmann's distribution in an external potential field.

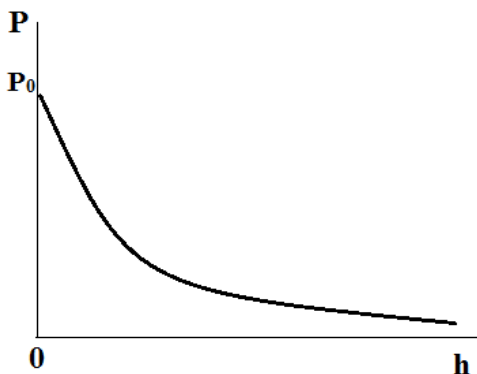


Рисунок 2.8

За допомогою барометричної формули можна знайти співвідношення між концентрацією молекул і висотою над поверхнею Землі. Якщо врахувати, що згідно з рівнянням стану ідеального газу тиск дорівнює $p = nkT$, то

$$n = n_0 e^{-\frac{\mu g}{kT} h}$$

де n -концентрація молекул газу на висоті h , n_0 – концентрація молекул газу на висоті $h=0$.

Так як $\mu = m_0 N_A$, а $R = k N_A$, то

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}} = n_0 e^{-\frac{E_n}{kT}}$$

де E_n - потенціальна енергія молекул в гравітаційному полі Землі.

Це співвідношення показує, що із збільшенням висоти над поверхнею Землі концентрація молекул газу зменшується за експоненціальним законом. Больцман довів, що отримане співвідношення виконується не тільки для частинок в гравітаційному полі Землі, але і для частинок, що перебувають у стані хаотичного теплового руху в довільному потенціальному силовому полі зовнішніх сил. Цей закон встановлює, що концентрація молекул зростає із зменшенням їх потенціальної енергії.

Отримана формула називається розподілом Больцмана у зовнішньому потенціальному полі.

2.1.10 Transfer Phenomena

The phenomena in thermodynamically nonequilibrium systems, related to the chaotic molecule motion, are called the phenomena of transfer. Diffusion, thermal conductivity and internal friction belong to them. As a result of these phenomena the mass, energy and impulse are transmitted respectively. The phenomena of transfer are described by the following values:

$\bar{\lambda}$ is mean free path of molecules between two collisions;

\bar{v} is mean velocity of molecules;

$\bar{\tau}$ is mean time between two collisions;

\bar{z} is mean number of collisions per unit of time:

$$\bar{z} = \sqrt{2}\pi d^2 n \bar{v},$$

where d is molecule diameter; πd^2 is the effective cross-section of a molecule, n is concentration of molecules.

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}.$$

2.1.11 Diffusion

Diffusion denotes the process of leveling out concentrations due to the transfer of a substance by means of molecules motion.

The amount of mass dm diffusing through the area S per unit of time dt is proportional to density gradient:

$$dm = -D \text{grad } \rho S dt.$$

This equation is called the diffusion equation, or the Fick's law.

The density of mass flow is:

$$j_m = \frac{dm}{S dt} = -D \text{grad } \rho,$$

where D is diffusion coefficient, ρ is density of matter.

The diffusion coefficient is determined:

$$D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda}.$$

The unit of this coefficient is $[D] = \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \text{m} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$.

2.1.10 Явища переносу

Явища в термодинамічно нерівноважних системах, які пов'язані з хаотичним рухом молекул, називаються явищами переносу. До них належать дифузія, теплопровідність і внутрішнє тертя. В результаті цих явищ відбувається перенос маси, енергії і імпульсу відповідно. Явища переносу описуються наступними величинами:

$\bar{\lambda}$ - середня довжина вільного пробігу молекули ;

\bar{v} - середня швидкість молекул;

$\bar{\tau}$ - середній час між двома зіткненнями;

\bar{z} - середня кількість зіткнень за одиницю часу:

$$\bar{z} = \sqrt{2}\pi d^2 n \bar{v},$$

де d - діаметр молекули; πd^2 - ефективний переріз молекули, n - концентрація молекул.

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}.$$

2.1.11 Дифузія

Дифузія означає процес вирівнювання концентрацій речовини шляхом її переносу завдяки руху молекул.

Кількість маси dm , яка дифундує через площу S за одиницю часу dt , є пропорційною градієнту густини:

$$dm = -D \text{grad } \rho S dt.$$

Це рівняння називається рівнянням дифузії, або законом Фіка.

Густина потоку маси ϵ :

$$j_m = \frac{dm}{S dt} = -D \text{grad } \rho,$$

де D - коефіцієнт дифузії, ρ - густина речовини.

Коефіцієнт дифузії дорівнює:

$$D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda}.$$

Одиниця виміру цього коефіцієнта є $[D] = \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \text{м} = \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$.

2.1.12 Thermal Conductivity

The resultant transfer of heat dQ through the area S per unit of time dt is directly proportional to S , dt and the temperature gradient:

$$dQ = -\chi \text{grad } T S dt .$$

It is the law of thermal conductivity – Fourier's law.

The density of thermal flow is

$$J_Q = \frac{dQ}{S dt} = -\chi \text{grad } T ,$$

where χ is called the coefficient of thermal conductivity.

$$\chi = \frac{1}{3} \bar{v} \lambda n C_V .$$

2.1.13 Internal Friction (Viscosity)

The force of internal friction (viscosity) arises in gases if one gas layer slides over another. The force of internal friction is proportional to the velocity gradient and area S (the Newton's law):

$$F = -\eta \left| \frac{dv}{dx} \right| S ;$$

$$f = \frac{F}{S} = -\eta \left| \frac{dv}{dx} \right| ,$$

where f is the force per unit of area;

η is called the coefficient of internal friction:

$$\eta = \frac{1}{3} \bar{v} \lambda \rho .$$

As

$$F = \frac{dp}{dt} ,$$

then

$$\frac{dp}{dt} = -\eta \left| \frac{dv}{dx} \right| S .$$

The density of impulse flow is:

$$j_p = \frac{dp}{S dt} = -\eta \left| \frac{dv}{dx} \right| .$$

2.1.12 Теплопровідність

Результуючий перенос тепла dQ через площу S за одиницю часу dt прямо пропорційний до S , dt і градієнту температури:

$$dQ = -\chi \text{grad } T S dt .$$

Цей закон теплопровідності є законом Фур`є.

Густина теплового потоку дорівнює:

$$J_Q = \frac{dQ}{S dt} = -\chi \text{grad } T ,$$

де χ називається коефіцієнтом теплопровідності:

$$\chi = \frac{1}{3} \bar{v} \lambda n C_V .$$

2.1.13 Внутрішнє тертя (в'язкість)

Сила внутрішнього тертя (в'язкість) виникає у газах, якщо один шар газу ковзає відносно іншого. Сила внутрішнього тертя пропорційна до градієнта швидкості, площі S (закон Ньютона):

$$F = -\eta \left| \frac{dv}{dx} \right| S ;$$

$$f = \frac{F}{S} = -\eta \left| \frac{dv}{dx} \right| ,$$

де f є сила, яка діє на одиницю площі;

η називається коефіцієнтом внутрішнього тертя:

$$\eta = \frac{1}{3} \bar{v} \lambda \rho .$$

Так як

$$F = \frac{dp}{dt} ,$$

то

$$\frac{dp}{dt} = -\eta \left| \frac{dv}{dx} \right| S .$$

Густина потоку імпульсу дорівнює:

$$j_p = \frac{dp}{S dt} = -\eta \left| \frac{dv}{dx} \right| .$$

2.1.13 Real Gases. Van der Waal's Equation

The gas properties of which depend upon interaction between molecules, is called the real gas. The equation for equilibrium state:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT .$$

This equation is true for gases on condition that there are relatively low pressure and high temperature. However, considerable deviations from the equation of state are observed especially for high pressure and low temperature. The product pV differs from $\frac{m}{\mu} RT$. In this case $pV \neq const.$

There are two reasons for these deviations:

- 1) proper volume of molecules is not equal to zero;
- 2) molecular forces act between molecules.

Van der Waal made two corrections in the equation of the gas state. Let's consider them in details. If only one mole of real gas is given, then $V = V_{\mu}$. The first correction of Van der Waals b takes into consideration the proper volume of molecules. We should subtract b from V_{μ} :

$$p(V_{\mu} - b) = RT .$$

The second correction is introduced into equation of state in order to take into account the attractive forces. These forces exist between molecules and have got an electric nature.

Let's assume that a molecule is found inside a vessel. Then the attraction of molecule A is always compensated by molecule A' . The sum of attractive forces is equal to zero (Fig.2.8).

Another thing is if the molecule under consideration located near the vessel wall. In this case the attractive forces don't compensate each other (Fig. 2.8).

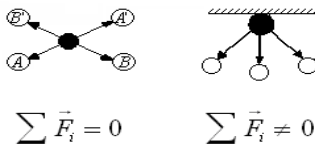


Figure 2.8

2.1.13 Реальні гази. Рівняння Ван дер Ваальса

Газ, властивості котрого залежать від взаємодії між молекулами, називається реальним газом. Рівняння стану:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT .$$

Це рівняння справедливе для газів, за умови, що вони знаходяться при низькому тиску і високій температурі. Проте, значні відхилення від рівняння стану спостерігаються особливо при високому тиску і низьких температурах. Добуток pV відрізняється від $\frac{m}{\mu} RT$. В даному

випадку $pV \neq const$. Існує дві причини цих відхилень:

- 1) власний об'єм молекул не дорівнює нулю;
- 2) між молекулами діють молекулярні сили.

Ван дер Ваальс вніс дві поправки у рівняння стану газу. Розглянемо їх у деталях. Якщо кількість речовини – один моль реального газу, тоді $V = V_{\mu}$. Перша поправка Ван дер Ваальса b враховує власний об'єм молекул. Ми повинні відняти b від V_{μ} :

$$p(V_{\mu} - b) = RT .$$

Друга поправка вводиться у рівняння стану для того, щоб врахувати сили притягання між молекулами. Ці сили існують між молекулами і мають електричну природу.

Припустимо, що молекула знаходиться всередині посудини. Притягання молекули A завжди компенсується молекулою A' . Сума сил притягання дорівнює нулю(рис.2.8.).

Інша річ, якщо молекула знаходиться біля стінки посудини. В даному випадку сили притягання не компенсують одна одну (рис.2.8).

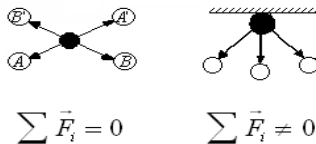


Рисунок 2.8

Consequently an internal pressure exists

$$p' = \frac{a}{V_{\mu}^2}.$$

This internal pressure should be added to the external one and the equation of state for one mole is:

$$\left(p + \frac{a}{V_{\mu}^2} \right) \cdot (V_{\mu} - b) = RT.$$

The equation of state for any volume $V = vV_{\mu}$, where V is arbitrary volume and v is the number of mole:

$$\left(p + \frac{av^2}{V^2} \right) \cdot \left(\frac{V}{v} - b \right) = RT.$$

This equation is called Van der Waals equation.

Equation of Van der Waals is the equation of third power in respect to volume. Accordingly this equation has got three roots in general case. This relation between p and V at different temperatures is shown in Fig. 2.9:

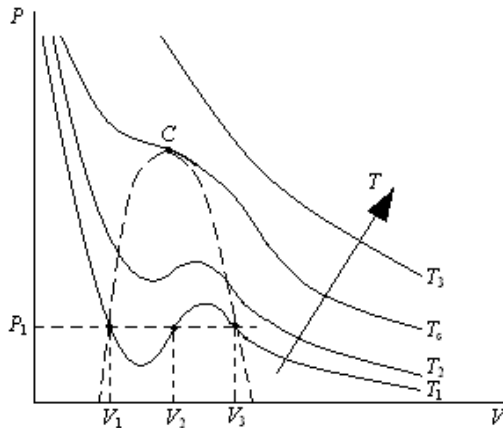


Figure 2.9

Тому існує внутрішній тиск

$$p' = \frac{a}{V_{\mu}^2}.$$

Цей внутрішній тиск потрібно додати до зовнішнього, тоді рівняння стану для одного молю є:

$$\left(p + \frac{a}{V_{\mu}^2} \right) \cdot (V_{\mu} - b) = RT.$$

Рівняння стану для будь-якого об'єму $V = \nu V_{\mu}$, де V - довільний об'єм і ν - кількість речовини:

$$\left(p + \frac{a\nu^2}{V^2} \right) \cdot \left(\frac{V}{\nu} - b \right) = RT.$$

Це рівняння називається рівнянням Ван дер Ваальса.

Рівняння Ван дер Ваальса є рівнянням третього ступеню по відношенню до об'єму. Відповідно це рівняння має три кореня в загальному випадку. Ця залежність між p і V при різних температурах показана на рис.2.9:

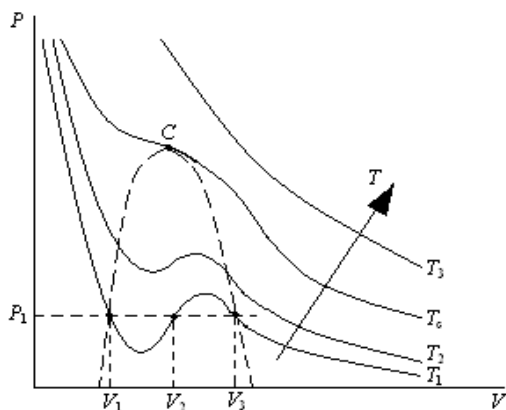


Рисунок 2.9

At temperature $T = T_c$ equation has only one root and corresponding curve has bending point. At this temperature $V_1 = V_2 = V_3$. The temperature T_c is called the critical temperature.

At high temperatures $T > T_c$ gas is in one state of substance and it doesn't transform into another ones (Fig. 2.10). At low temperatures $T < T_c$ any curve is divided into three parts. These parts correspond to vapor, liquid plus vapor, liquid (Fig.2.10).

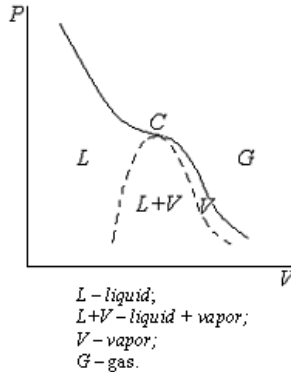


Figure 2.10

Let us consider the curve at $T < T_c$. If vapor is being compressed at T_1 (Fig.2.11), its pressure increases from point 6 up to point 5.

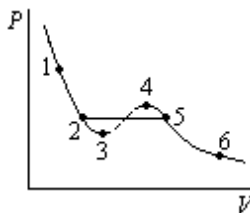


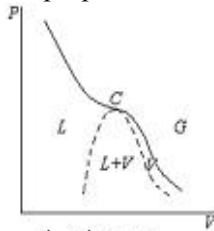
Figure 2.11

At the point 5 vapor starts transforming into liquid. Along the curve 5-2 vapor and liquid coexist. At the point 2 only liquid exists. Further liquid is being compressed.

5-4 and 3-2 are regions of instability. In the region 5-4 the substance represents a state of supersaturated vapor. In the region 3-2 the substance represents a state of superheated liquid. Region 4-3 isn't realized usually.

При температурі $T = T_c$ рівняння має тільки один корінь і відповідна крива має точку перегину. При цій температурі $V_1 = V_2 = V_3$. Температура T_c називається критичною температурою.

При високих температурах $T > T_c$ газ знаходиться в одному стані речовини і він не може бути переведений в інші стани (рис.2.10). При низьких температурах $T < T_c$ будь-яка крива ділиться на три частини. Ці частини відповідають парі, рідині плюс парі, рідині (рис.2.10).



L - рідина;
L+V - рідина+пара;
V - пара;
G - газ.

Рисунок 2.10

Розглянемо криву при $T < T_c$. Якщо пара стискається при T_1 (рис.2.11), її тиск зростає від точки 6 до точки 5.

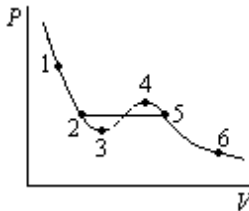


Рисунок 2.11

У точці 5 пара починає перетворюватись в рідину. Вздовж кривої 5-2 пара і рідина співіснують. У точці 2 існує тільки рідина. Далі рідина стискається.

5-4 і 3-2 є регіонами нестійкості. У регіоні 5-4 речовина являє собою стан перенасиченої пари. У регіоні 3-2 речовина являє собою стан перегрітої рідини. Регіон 4-3 зазвичай не реалізується.

Experimental isothermal curves of real gases differ from Van der Waals curves and proceed along the curve 1-2-5-6.

At high temperature $T > T_c$ these curves have the shape close to hyperbola $pV = \text{const}$. If $T > T_c$ gas cannot be transformed into liquid by any pressure.

2.2 Thermodynamics

Thermodynamics studies the most common properties of macroscopic physical systems in the state of thermodynamic equilibrium, and the processes of transition between these states. Thermodynamics is based on the thermodynamic method, which does not consider microscopic processes, but only determines the state of the thermodynamic system, which is characterized by macroscopic parameters: temperature, pressure, volume, and others. Thermodynamics studies heat phenomena, that is, the laws of propagation and conservation of heat.

2.2.1 The First Law of Thermodynamics

The first law of thermodynamics is fundamental law of nature. It was established on the base of huge numbers of experimental facts and presents the law of conservation and transformation of energy for thermodynamic processes.

There are some definitions of this law. The basic definition formulates as follows:

the heat given to a system is spent on increment of its internal energy of system and the work performed by this system against external forces:

$$dQ = dU + dA,$$

where dQ is the heat given to a system, dU is increment of the internal energy, dA is the work, performed by a system against external forces.

If the system periodically returns to initial state (for example periodic acting engine), then the change of its internal energy equals zero $\Delta U = 0$. Then the first law of the thermodynamics writes as follows:

$$dQ = dA.$$

Consequently the first law of thermodynamics can be formulated in another way: perpetuum mobile of the first kind is impossible, i.e. periodically acting engine which would make more work, than amount of transformed to it energy.

Експериментальні ізотермічні криві реальних газів відрізняються від кривих Ван дер Ваальса і продовжуються уздовж кривої 1-2-5-6.

При високій температурі $T > T_c$ ці криві мають форму близьку до гіперболи $pV = \text{const}$. Якщо $T > T_c$, то газ не може бути перетворений в рідину при будь-якому тиску.

2.2 Термодинаміка

Термодинаміка вивчає найбільш загальні властивості макроскопічних фізичних систем, що знаходяться в стані термодинамічної рівноваги, та процеси переходу між цими станами. Термодинаміка оснований на термодинамічному методі, який не розглядає мікроскопічні процеси, а визначає тільки стан термодинамічної системи, який характеризується макроскопічними параметрами: температура, тиск, об'єм та ін. Термодинаміка вивчає теплові явища, тобто закони поширення та збереження тепла.

2.2.1 Перший закон термодинаміки

Перший закон термодинаміки є фундаментальним законом природи. Він був встановлений на основі величезної кількості експериментів і являє собою закон збереження і перетворення енергії для термодинамічних процесів.

Є декілька формулювань першого закону термодинаміки. Основним з них є:

теплота, надана системі, витрачається на збільшення її внутрішньої енергії і на виконання системою роботи проти зовнішніх сил:

$$dQ = dU + dA,$$

де dQ – теплота, надана системі; dU – зміна внутрішньої енергії системи; dA – робота, що виконується системою проти зовнішніх сил.

Якщо система періодично повертається до початкового стану (наприклад, періодично діючий двигун), то зміна її внутрішньої енергії дорівнює нулю $dU = 0$. У цьому випадку перший закон термодинаміки запишеться таким чином: $dQ = dA$.

Тобто перший закон термодинаміки можна сформулювати ще так: вічний двигун першого роду, тобто періодично діючий двигун, який виконував би роботу більшу, ніж кількість наданої енергії, неможливий.

2.2.2 Internal Energy of the Ideal Gas

Energy of molecules and atoms of the ideal gas is called an internal energy. One may say that internal energy U is a single-valued function of state of thermodynamic system. This means that any state of gas corresponds to its own value of U . For ideal gas U depends upon temperature, amount of gas and upon a kind of a molecule:

$$U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} RT,$$

where m is mass of the gas;

i is number of degrees of freedom of gas molecule.

As number of molecules

$$N = \frac{m}{\mu} N_A,$$

and

$$R = kN_A,$$

we have got for a single molecule:

$$U = \frac{i}{2} kT.$$

The change of the internal energy as a result of temperature change is equal to:

$$U_2 - U_1 = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1)$$

or

$$dU = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R dT.$$

One can see that dU depends upon dT .

2.2.3 Work Done by Gas during Alternation of its Volume

Let's assume that gas is inside a vessel provided with a piston (Fig. 2.12). If gas extends, a work is performed by gas.

2.2.2 Внутрішня енергія ідеального газу

Енергія молекул ідеального газу називається його внутрішньою енергією. Можна сказати, що внутрішня енергія U є однозначною функцією термодинамічного стану системи. Це означає, що будь-якому стану газу відповідає своє власне значення U . Для ідеального газу U залежить від температури, кількості газу та виду молекули:

$$U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} RT,$$

де m - маса газу;

i - кількість ступенів свободи молекули газу.

Так як кількість молекул

$$N = \frac{m}{\mu} N_A,$$

та

$$R = kN_A,$$

ми отримуємо внутрішню енергію для одноатомного газу:

$$U = \frac{i}{2} kT.$$

Зміна внутрішньої енергії відповідно до зміни температури дорівнює:

$$U_2 - U_1 = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1),$$

або

$$dU = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R dT.$$

Ми бачимо, що dU залежить від dT .

2.2.3 Робота газу при зміні його об'єму

Припустимо, що газ знаходиться у посудині під поршнем (рис. 2.12). Якщо газ розширюється, то він виконує роботу.

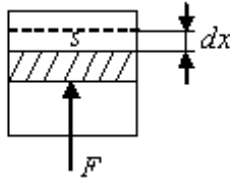


Figure 2.12

Work may be expressed as:

$$dA = (\vec{F}, d\vec{x}).$$

But $F = pS$, so

$$dA = Fdx = pSdx = pdV.$$

Then

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV.$$

The work done by gas is equal to the area under the curve (Fig. 2.13)

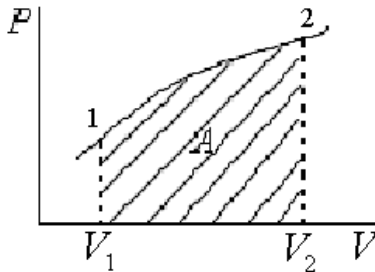


Figure 2.13

The first law of thermodynamics may be written now as:

$$dQ = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} RdT + pdV.$$

The rule of signs is the following:

$$V_2 > V_1 \Rightarrow dV > 0 \Rightarrow dA > 0.$$

Gas expands and performs work over other bodies. In this case the work is positive.

If

$$V_2 < V_1 \Rightarrow dV < 0 \Rightarrow dA < 0.$$

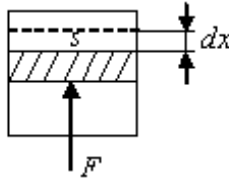


Рисунок 2.12

Роботу можна виразити так:

$$dA = (\vec{F}, d\vec{x}).$$

Але $F = pS$, тоді

$$dA = Fdx = PSdx = PdV.$$

Отже

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

Робота, виконана газом дорівнює площі фігури під кривою (рис.2.13).

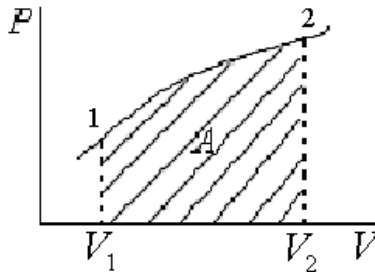


Рисунок 2.13

Перший закон термодинаміки тепер може бути записаний так:

$$dQ = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} R dT + p dV.$$

Правило знаків наступне:

$$V_2 > V_1 \Rightarrow dV > 0 \Rightarrow dA > 0.$$

Газ розширюється та виконує роботу над іншими тілами. У цьому випадку робота позитивна.

Якщо

$$V_2 < V_1 \Rightarrow dV < 0 \Rightarrow dA < 0.$$

Gas is compressed in this case and work is performed over gas by other bodies. The work is negative.

2.2.4 Heat capacity

1. The quantity of heat required to raise the temperature of a body by one Kelvin is called the heat capacity:

$$C = \frac{dQ}{dT}.$$

Unit of C is J/K.

2. The quantity of heat required to raise the temperature of one kg of a substance by one kelvin is known as the specific heat capacity c of that substance

$$c = \frac{dQ}{m dT}.$$

It is measured in $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.

3. The quantity of heat required to raise the temperature of one mole of substance by one Kelvin is called the molar heat capacity c_μ of that substance:

$$c_\mu = \frac{C}{\nu} = \frac{dQ}{\nu dT}.$$

It is measured in $\frac{\text{J}}{\text{mole} \cdot \text{K}}$.

We should distinguish between C_p and C_V .

C_p is heat capacity at $p = \text{const}$,

C_V is heat capacity at $V = \text{const}$:

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_p \quad C_V = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_V.$$

$p = \text{const} \qquad V = \text{const}$

If $V = \text{const}$, $dV = 0$ and as a consequence the performed work is equal to zero. Thus in this case the first law of thermodynamics may be expressed as:

$$dQ = dU.$$

Газ стискається і робота виконується іншими тілами над цим газом. Робота є негативною.

2.2.4 Теплоємність

1. Кількість теплоти, отримана при зміні температури тіла на один кельвін називається теплоємністю:

$$C = \frac{dQ}{dT}.$$

Теплоємність вимірюється в Дж/К.

2. Кількість теплоти, отримана при зміні температури одного кілограма речовини на один кельвін називається питомою теплоємністю

$$c = \frac{dQ}{mdT}.$$

та вимірюється в $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

3. Кількість теплоти, потрібна для підвищення температури одного молю речовини на один кельвін називається молярною теплоємністю:

$$c_{\mu} = \frac{dQ}{\nu dT}.$$

Вона вимірюється в $\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$.

Існує різниця між теплоємностями C_p та C_V .

C_p – це теплоємність при $p = \text{const}$,

C_V – це теплоємність при $V = \text{const}$:

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_p \quad C_V = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_V$$

$$p = \text{const} \quad V = \text{const}$$

Якщо $V = \text{const}$, $dV = 0$, а отже виконана робота дорівнює нулю. У цьому випадку перший закон термодинаміки виражається так:

$$dQ = dU.$$

Consequently:

$$C_V = \left(\frac{dU}{dT} \right)_V ;$$

$$dU = C_V dT.$$

Now the first law of thermodynamics may be written as:

$$dQ = C_V dT + p dV.$$

Differentiating this equation with respect to T provided $p = \text{const}$, we obtain:

$$\left(\frac{dQ}{dT} \right)_p = C_V + p \frac{dV}{dT}.$$

However from the equation $pV = RT$ ($v = 1$ mole) we obtain:

$$p dV = R dT;$$

$$\left(\frac{dQ}{dT} \right)_p = C_V + R \cdot \frac{dT}{dT}.$$

Thus

$$C_p = C_V + R.$$

This formula is called Mayer's equation. From this equation you see that $C_p > C_V$.

Let's calculate C_p and C_V :

$$U = \frac{i}{2} \cdot RT ;$$

$$C_V = \frac{dU}{dT} ;$$

$$C_V = \frac{i}{2} \cdot R ;$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V},$$

where γ is called Poisson's coefficient.

$$C_p = C_V + R.$$

$$C_p = \frac{i+2}{2} \cdot R.$$

Тоді:

$$C_V = \left(\frac{dU}{dT} \right)_V,$$

$$dU = C_V dT.$$

Тепер перший закон термодинаміки можна записати так:

$$dQ = C_V dT + p dV.$$

Якщо продиференціювати цей вираз по T , при $p = \text{const}$, ми отримаємо:

$$\left(\frac{dQ}{dT} \right)_p = C_V + p \frac{dV}{dT}.$$

Та з виразу $pV = RT$ ($\nu = 1$ моль) ми маємо:

$$p dV = R dT;$$

$$\left(\frac{dQ}{dT} \right)_p = C_V + R \cdot \frac{dT}{dT}.$$

Отже

$$C_p = C_V + R.$$

Ця формула називається рівняння Маєра. З цього рівняння слідує, що $C_p > C_V$.

Визначимо C_p та C_V :

$$U = \frac{i}{2} \cdot RT;$$

$$C_V = \frac{dU}{dT};$$

$$C_V = \frac{i}{2} \cdot R;$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V},$$

де γ - називається коефіцієнтом Пуассона.

$$C_p = C_V + R;$$

$$C_p = \frac{i+2}{2} \cdot R.$$

Let's fill in the table 2.1:

Table 2.1

Gas	$U, \frac{\text{J}}{\text{mole}}$	$\frac{C_V, \text{J}}{\text{K} \cdot \text{mole}}$	$C_p, \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mole}}$	$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$	Example
One-atom	$\frac{3}{2}RT$	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$	1.67	Ar, Ne
Two-atom	$\frac{5}{2}RT$	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$	1.40	O ₂ , N ₂ , H ₂
Three-atom	$\frac{6}{2}RT$	$\frac{6}{2}R$	$\frac{8}{2}R$	1.33	H ₂ O, CO ₂

2.2.5 Work Done by Ideal Gas in Isoprocesses

We have obtained the general formula for the work done by gas $dA = pdV$. Value of work done by gas depends upon the type of thermodynamic process.

1. Isothermal process: $T = \text{const.}$

Work done by gas at isothermal expansion:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV.$$

However according to the Clapeyron –Mendeleyev equation

$$pV = \frac{m}{\mu} \cdot RT,$$

and

$$p = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{RT}{V},$$

then

$$A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{\mu} \cdot RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} \cdot RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

The graph of isothermal process is represented in Fig. 2.14 as hyperbole. The work done by gas in the isothermal process is equal to the area of the figure under the curve.

Заповнимо таблицю 2.1:

Таблиця 2.1

Газ	$\frac{U, \text{ Дж}}{\text{моль}}$	$\frac{C_{V, \text{ Дж}}}{\text{К} \cdot \text{моль}}$	$\frac{C_{P, \text{ Дж}}}{\text{К} \cdot \text{моль}}$	$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$	Приклад
Одноатомний	$\frac{3}{2}RT$	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$	1,67	Ar, Ne
Двоатомний	$\frac{5}{2}RT$	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$	1,40	O ₂ , N ₂ , H ₂
Триатомний	$\frac{6}{2}RT$	$\frac{6}{2}R$	$\frac{8}{2}R$	1,33	H ₂ O, CO ₂

2.2.5 Робота газу в ізопроцесах

Ми отримали загальну формулу для роботи газу $dA = pdV$. Значення роботи, виконаної газом залежить від типу термодинамічного процесу.

1. Ізотермічний процес: $T = \text{const}$.

Робота газу при ізотермічному розширенні:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV .$$

Але згідно з рівняння Менделєєва-Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu} \cdot RT ,$$

та

$$p = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{RT}{V} ,$$

Тоді

$$A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{\mu} \cdot RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} \cdot RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} .$$

Графік ізотермічного процесу зображений на рис. 2.14 і являє собою гіперболу. Робота газу при ізотермічному процесі дорівнює площі фігури під кривою.

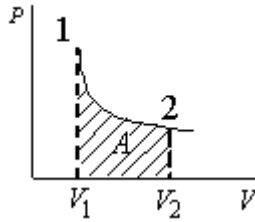


Figure 2.14

2. Isobaric process: $p = \text{const.}$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1).$$

But

$$pV_1 = \frac{m}{\mu} \cdot RT_1, \quad pV_2 = \frac{m}{\mu} \cdot RT_2.$$

Thus

$$A = \frac{m}{\mu} \cdot R(T_2 - T_1).$$

The graph of isobaric process is represented in Fig. 2.15. The work done by gas in the isobaric process is equal to the area of the figure under the graph.

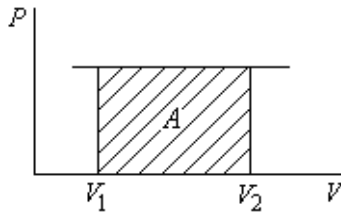


Figure 2.15

3. Isochoric process: $V = \text{const.}$

$$dV = 0, \quad A = 0.$$

Gas doesn't perform any work in the isochoric process.

The graph of isochoric process is represented in Fig. 2.16. The area of the figure below the graph is zero.

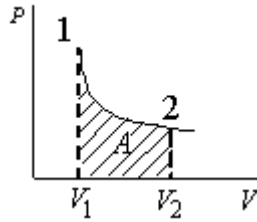


Рисунок 2.14

2. Ізобарний процес: $p = const.$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1).$$

До речі

$$pV_1 = \frac{m}{\mu} \cdot RT_1, \quad pV_2 = \frac{m}{\mu} \cdot RT_2.$$

Отже

$$A = \frac{m}{\mu} \cdot R(T_2 - T_1).$$

Графік ізобарного процесу зображений на рис. 2.15. Робота газу при ізотермічному процесі дорівнює площі фігури під графіком.

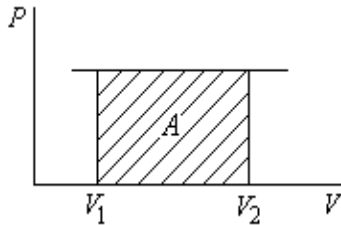


Рисунок 2.15

3. Ізохорний процес: $V = const.$

$$dV = 0, \quad A = 0.$$

При ізохорному процесі газ не виконує роботу.

Графік ізохорного процесу зображений на рис. 2.16. Площа фігури під графіком дорівнює нулю.

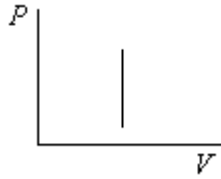


Figure 2.16

2.2.6 Adiabatic Process

The process in which there is no heat exchange between gas and surrounding medium is called adiabatic process. This process is a fast one.

For the process under consideration:

$$dQ = 0.$$

The first law of thermodynamics for adiabatic process:

$$dU + dA = 0.$$

Gas can perform work whereas the internal energy of system decreases:

$$dA = -dU,$$

or

$$dA = -(U_2 - U_1) = U_1 - U_2.$$

If $dA > 0$, then $U_2 < U_1$.

Let's consider the equation that results from the first law of thermodynamics:

$$C_v dT + pdV = 0, \text{ for one mole } pV = RT.$$

Taking the derivative from the last equation we obtain:

$$pdV + Vdp = RdT,$$

$$dT = \frac{pdV + Vdp}{R}.$$

Incorporating the last equation into the equation that comes from the first law of thermodynamics, we've got:

$$C_v \frac{pdV + Vdp}{R} + pdV = 0,$$

$$C_v pdV + C_p Vdp + RpdV = 0,$$

$$C_p pdV + C_v Vdp = 0.$$



Рисунок 2.16

2.2.6 Адіабатний процес

Процес, при якому відсутній теплообмін між газом та навколишнім середовищем називається адіабатним. Це миттєвий процес.

Для розглядаємого процесу:

$$dQ = 0.$$

Перший закон термодинаміки для адіабатичного процесу:

$$dU + dA = 0.$$

Газ може виконувати роботу, при цьому внутрішня енергія зменшується:

$$dA = -dU,$$

або
$$dA = -(U_2 - U_1) = U_1 - U_2.$$

Якщо $dA > 0$, тоді $U_2 < U_1$.

Розглянемо рівняння, що витікає з першого закону термодинаміки:

$$C_V dT + pdV = 0, \text{ для одного молю } pV = RT.$$

Продиференціювавши останнє рівняння, отримаємо:

$$pdV + Vdp = RdT,$$

$$dT = \frac{pdV + Vdp}{R}.$$

Підставивши останнє рівняння в рівняння, що слідує з першого закону термодинаміки, отримаємо:

$$C_V \frac{pdV + Vdp}{R} + pdV = 0,$$

$$C_V pdV + C_P Vdp + RpdV = 0,$$

$$C_P pdV + C_V Vdp = 0.$$

Dividing the last equation by $C_p pV$ and taking into account that

$\frac{C_p}{C_v} = \gamma$ we obtain:

$$\int \gamma \cdot \frac{dV}{V} + \int \frac{dp}{p} = 0;$$

$$\gamma \cdot \ln V + \ln p = \text{const.}$$

Finally the adiabatic process equation may be expressed as:

$$pV^\gamma = \text{const.}$$

Other form of this equation is given by:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const.}$$

We can get it:

$$pV = RT \quad (\text{for one mole}) \Rightarrow p = \frac{RT}{V}.$$

$$\frac{RT}{V} V^\gamma = \text{const.},$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{const.}$$

The Fig. 2.17 presents to the adiabatic process:

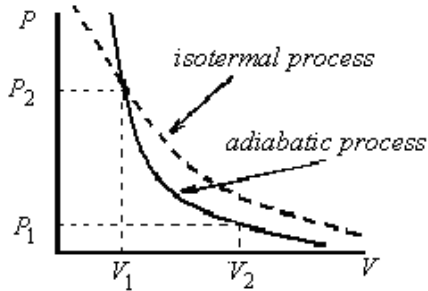


Figure 2.17

Graphically this process is represented by the curve which is steeper than the curve of the isothermal process. Work performed by gas is expressed as the area under the curve (shaded). The following equation can be derived:

Поділивши останній вираз на $C_p pV$, та враховуючи, що

$$\frac{C_p}{C_v} = \gamma, \text{ ми отримаємо:}$$

$$\int \gamma \cdot \frac{dV}{V} + \int \frac{dp}{p} = 0;$$

$$\gamma \cdot \ln V + \ln p = \text{const.}$$

Остаточню рівняння адіабатного процесу можна виразити так:

$$pV^\gamma = \text{const.}$$

Інша форма цього рівняння:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const.}$$

Ми можемо її вивести:

$$pV = RT \text{ (для одного молю)} \Rightarrow p = \frac{RT}{V}.$$

$$\frac{RT}{V} V^\gamma = \text{const.},$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{const.}$$

Рис. 2.17 відповідає адіабатному процесу:

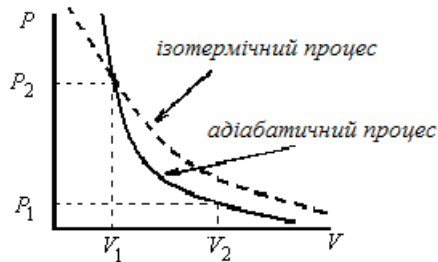


Рисунок 2.17

Графічно цей процес відображається кривою, що крутіша за криву ізоермічного процесу. Робота, виконана газом дорівнює площі фігури під кривою (заштрихована). Наступне рівняння може бути виведено:

$$A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}} \right),$$

where $V_2 > V_1$.

2.2.7 Cyclic Process. Heat Engines and Refrigerators

A process in which the system passes through a series of intermediate states returning exactly to its initial state is called a cyclic process or cycle. The graph of cycle is shown by closed curve. Let's consider the following cycle in the Fig. 2.18:

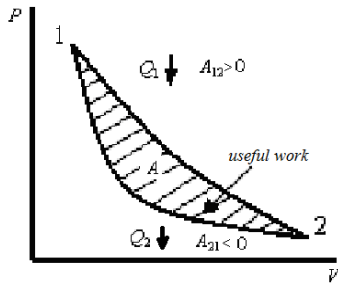


Figure 2.18

The gas obtained the heat Q_1 and did the positive work A_{12} during the process 1-2. The change of internal energy is:

$$\Delta U = U_2 - U_1.$$

In the process 2-1 gas is compressed and gives back the heat Q_2 , then the work A_{21} is negative. The change of internal energy in this process is:

$$\Delta U = U_1 - U_2.$$

The first law of thermodynamics results in:

$$1 \rightarrow 2: Q_1 = U_2 - U_1 + A_{12};$$

$$2 \rightarrow 1: -Q_2 = U_1 - U_2 - A_{21}.$$

The sum of these equations is

$$Q_1 - Q_2 = A_{12} - A_{21} = A.$$

$$A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}} \right),$$

де $V_2 > V_1$.

2.2.7 Коловий процес. Теплові двигуни та холодильні машини

Процес, при якому система проходить декілька змін стану, повертаючись до початкового, називається коловим процесом або циклом. Графік циклу зображають замкнутою кривою. Розглянемо наступний цикл на рис. 2.18:

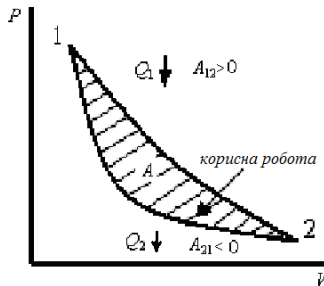


Рисунок 2.18

Газ отримав кількість теплоти Q_1 і виконав позитивну роботу A_{12} впродовж процесу 1-2. Зміна внутрішньої енергії при цьому:

$$\Delta U = U_2 - U_1.$$

У процесі 2-1 газ стискається та віддає назад кількість теплоти Q_2 , робота A_{21} – негативна. Зміна внутрішньої енергії у цьому процесі:

$$\Delta U = U_1 - U_2.$$

З першого закону термодинаміки витікає:

$$1 \rightarrow 2: Q_1 = U_2 - U_1 + A_{12};$$

$$2 \rightarrow 1: -Q_2 = U_1 - U_2 - A_{21}.$$

Сума цих рівнянь:

$$Q_1 - Q_2 = A_{12} - A_{21} = A.$$

If work done during cycle is positive, cycle is called straight. A straight cycle that repeats continuously is a base of the heat engines. Any heat engine comprises three parts. It contains a working body (gas), a heater and a refrigerator (Fig.2.19).

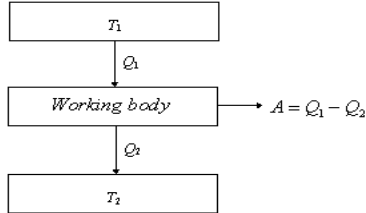


Figure 2.19

A temperature of heater is T_1 . A temperature of refrigerator is T_2 ($T_1 > T_2$). Useful work done during a cycle is:

$$A = Q_1 - Q_2.$$

The efficiency η of a heat engine is equal to the ratio of useful work A to a heat Q_1 , obtained by a working body (gas) from the heat source:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$

The reverse process is used in the refrigerator when the heat transfers from the body of lower temperature T_2 to another body with the higher temperature T_1 (Fig.2.20). The work is done by means of external forces.

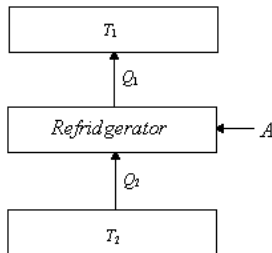


Figure 2.20

In this process the delivered heat Q_1 is equal to the sum of received heat Q_2 and the work done by the external forces:

$$Q_1 = Q_2 + A.$$

Якщо за цикл виконується додатна робота $A > 0$, то він називається прямим. Прямий цикл, що безперервно повторюється, є основою роботи теплових двигунів. Будь-який тепловий двигун включає в себе три частини. Він має робоче тіло (газ), нагрівник та холодильник (рис.2.19).

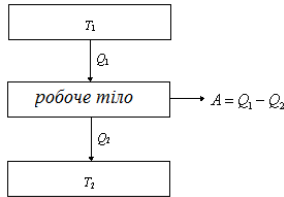


Рисунок 2.19

Температура нагрівника – T_1 . Температура холодильника – T_2 ($T_1 > T_2$). Корисна робота, виконана під час циклу дорівнює:

$$A = Q_1 - Q_2.$$

ККД η теплового двигуна дорівнює відношенню корисної роботи A до кількості теплоти Q_1 , отриманої робочим тілом (газом) від джерела тепла:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$

Якщо за цикл виконується від'ємна робота $A < 0$, то він називається зворотним. Зворотній процес використовується в холодильнику, коли завдяки роботі зовнішніх сил відбувається теплообмін між тілом з нижчою температурою T_2 та тілом з більшою температурою T_1 (рис. 2.20).

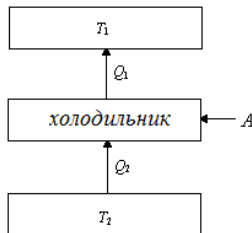


Рисунок 2.20

У цьому процесі віддана теплота Q_1 дорівнює сумі отриманої теплоти Q_2 та роботи, виконаної зовнішніми силами:

$$Q_1 = Q_2 + A.$$

The thermodynamic process is called reversible if it takes place as in the straight direction as well in reversible one without any alternation in the surrounding medium and in a given system.

The thermodynamic process that is impossible in the reverse direction is called irreversible. Irreversible process may occur only in one direction. All real processes in nature are always irreversible.

2.2.8 Carnot Cycle

The Carnot cycle is called the ideal thermodynamic process, which is considered in an ideal heat machine. This process has the maximum efficiency, as it happens without loss of energy. Its working body is an ideal gas. The heat machine works using a heater at the temperature T_1 and a refrigerator at the temperature T_2 . The Carnot cycle is reversible and consists of two isothermal and two adiabatic processes. Cycle of Carnot is represented in Fig. 2.21:

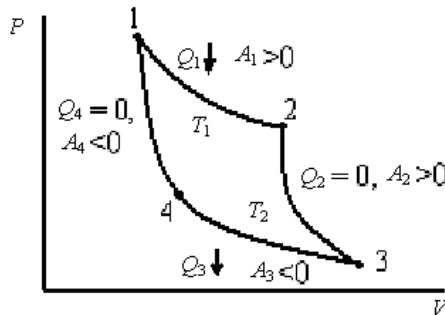


Figure 2.21

In region 1→2 the gas obtains heat Q_1 from a heater and performs mechanical work A_1 . Its temperature T_1 is a constant value (isothermal expansion).

In region 2→3 the gas performs external work by decreasing of its internal energy. Temperature of the gas decreases. $T_2 < T_1$ (adiabatic expansion).

Further in region 3→4 the gas is compressed isothermically. It gives heat Q_3 back to the refrigerator. The work is performed upon the engine and it is negative (isothermal compression).

In region 4→1 gas is compressed further by external bodies.

Термодинамічний процес називається оборотним, якщо він протікає як в прямому так і в зворотному напрямі, без змін в навколишньому середовищі та в даній системі.

Термодинамічний процес, неможливий в зворотному напрямі, називається необоротним. Він може протікати лише в одному напрямі. Усі реальні процеси в природі є необоротними.

2.2.8 Цикл Карно

Циклом Карно називається ідеальний термодинамічний процес, який розглядається в ідеальній тепловій машині. Такий процес має максимальний ККД, так як відбувається без втрат енергії. Його робочим тілом є ідеальний газ. Теплова машина працює використовуючи нагрівник з температурою T_1 та холодильник з температурою T_2 . Цикл Карно є оборотним і складається з двох ізотермічних і двох адіабатних процесів. Цикл Карно показано на рис.2.21:

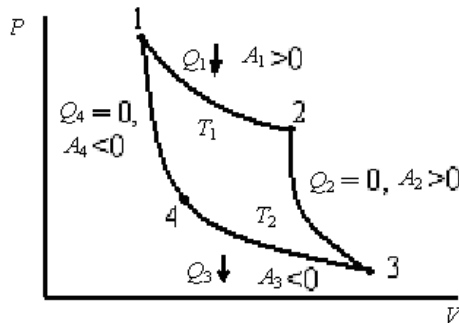


Рисунок 2.21

На ділянці $1 \rightarrow 2$ газ отримує тепло Q_1 від теплового джерела і виконує механічну роботу A_1 . Його температура T_1 незмінна (ізотермічне розширення).

На ділянці $2 \rightarrow 3$ газ виконує зовнішню роботу, а його внутрішня енергія зменшується. $T_2 < T_1$ (адіабатне розширення).

На ділянці $3 \rightarrow 4$ газ стискають ізотермічно і він віддає тепло Q_3 холодильнику. Робота виконується над двигуном і вона негативна (ізотермічне стиснення).

На ділянці $4 \rightarrow 1$ газ стискається під дією зовнішніх сил.

The work is performed upon the gas and its temperature increases ($T_2 < T_1$) (adiabatic compression).

The total work of Carnot's cycle is given by

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4.$$

However

$$A_4 = -A_2,$$

and

$$A = A_1 + A_3.$$

$$A = RT_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} + RT_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} = RT_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} - RT_2 \cdot \ln \frac{V_3}{V_4}.$$

Let's prove that
$$\frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1}.$$

The equation of adiabatic process results in:

$$2 \rightarrow 3: T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1};$$

$$4 \rightarrow 1: T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}.$$

Dividing the first line by the second one we obtain

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}.$$

Thus

$$A = R \ln \frac{V_2}{V_1} (T_1 - T_2).$$

According to the law of the energy conservation $A_1 = Q_1$.

Efficiency of Carnot's Cycle:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{A}{A_1} = \frac{R \ln \frac{V_2}{V_1} (T_1 - T_2)}{RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

It depends on the temperature of the heater and the temperature of refrigerator only and doesn't depend upon the nature of a working body.

The efficiency of any other heat machine due to energy losses is lower than that considered in the Carnot cycle.

Робота виконується над газом і його температура зростає (адіабатне стиснення).

Загальна робота циклу Карно виражається так

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4.$$

Але

$$A_4 = -A_2,$$

і

$$A = A_1 + A_3.$$

$$A = RT_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} + RT_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} = RT_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} - RT_2 \cdot \ln \frac{V_3}{V_4}.$$

Доведемо, що
$$\frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1}.$$

З рівняння адіабатного процесу витікає:

$$2 \rightarrow 3: T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1};$$

$$4 \rightarrow 1: T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}.$$

Розділивши перший вираз на другий, отримаємо

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}.$$

Тоді

$$A = R \ln \frac{V_2}{V_1} (T_1 - T_2).$$

Згідно з законом збереження енергії $A_1 = Q_1$.

ККД циклу Карно:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{A}{A_1} = \frac{R \ln \frac{V_2}{V_1} (T_1 - T_2)}{RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Він залежить тільки від температури нагрівника і температури холодильника та ніяк не залежить від природи робочого тіла.

ККД будь-якої іншої теплової машини через втрати енергії нижчий ніж розглянутий в циклі Карно ідеальної теплової машини.

2.2.9 Entropy

Entropy S is a function of state of thermodynamic system. By definition entropy is the function of state differential of which is

$$dS = \frac{dQ}{T},$$

where dS is differential of entropy;

dQ is the heat obtained by a system;

T is the temperature of system.

Thermodynamics considers only the change of entropy. The change of entropy while equilibrium transfer of system from one state to another is defined by the formula

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

Along reversible process in closed system the change of entropy equals zero:

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0.$$

This means that dS is a full differential and S is single-value function of state of thermodynamic system. The change of entropy does not depend on the way of transition from state 1 to state 2. For example, the change of entropy during Carnot's cycle is equal to zero

$$\Delta S = 0.$$

During transition of a closed system from one state to another at irreversible process entropy increases

$$\Delta S > 0.$$

Summing up these statements we obtain Clausius` inequality:

$$\Delta S \geq 0,$$

i.e. entropy of closed system may increase in a case of irreversible processes or stay constant in a case of reversible processes.

2.2.10 Second Law of Thermodynamics

The limitation of the first law of thermodynamics is impossibility to predict the direction of thermodynamic process. The second law of thermodynamics states the direction of processes in nature. There are some equivalent formulas of this law.

2.2.9 Ентропія

Ентропія S є функцією стану термодинамічної системи. За визначенням ентропія – це функція стану, диференціал якої дорівнює

$$dS = \frac{dQ}{T},$$

де dS – це зміна ентропії;

dQ – це теплота, отримана системою;

T – температура системи.

Термодинаміка розглядає лише зміну ентропії. Зміна ентропії впродовж рівноважного переходу системи з одного стану в інший визначається формулою:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

Впродовж оборотного процесу в замкнутій системі зміна ентропії дорівнює нулю:

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0.$$

Це означає, що dS є повним диференціалом, а S являє собою однозначну функцію стану термодинамічної системи. Зміна ентропії не залежить від шляху переходу системи зі стану 1 в стан 2. Наприклад, зміна ентропії під час циклу Карно дорівнює нулю

$$\Delta S = 0.$$

При переході замкнутої системи з одного стану в інший при необоротному процесі ентропія зростає $\Delta S > 0$.

Узагальнюючи ці твердження приходимо до нерівності Клаузіуса:

$$\Delta S \geq 0,$$

тобто ентропія замкненої системи або зростає в разі необоротних процесів, або залишається сталою в разі оборотних процесів.

2.2.10 Другий закон термодинаміки

Обмеженням першого закону термодинаміки є неможливість передбачити напрямок термодинамічного процесу. Другий закон термодинаміки встановлює напрямок процесів в природі. Існує декілька еквівалентних формулювань цього закону.

German scientist Clausius formulated the second law of thermodynamics at first time:

heat by itself can't flow from the bodies with the lower temperature to the bodies with higher temperature.

This process can be realized only if external work is done. For example, the refrigerator does work and compels the heat to flow from a colder to a warmer body.

English scientist Thompson formulated the second law of thermodynamics as:

cyclic process is impossible whose only result is the transformation of heat obtained from heat source into equivalent mechanical work.

In other words, the engine with efficiency of $\eta = 1$ ($Q_2 = 0$) that has only heat source without refrigerator is impossible. Such engine is called the perpetuum mobile of the second kind. Therefore the second law of thermodynamics can be formulated as:

the perpetuum mobile of the second kind is impossible.

Efficiency of real heat engine is always $\eta < 1$ as the only part of heat obtained from the heat source is transformed into mechanical work:

$$A = Q_1 - Q_2.$$

The heat Q_2 passes to the refrigerator and disperses into the surrounding medium.

If we have the perpetuum mobile of the second kind we will be able to transform the thermal energy of the ocean into mechanical work (Fig.2.22).

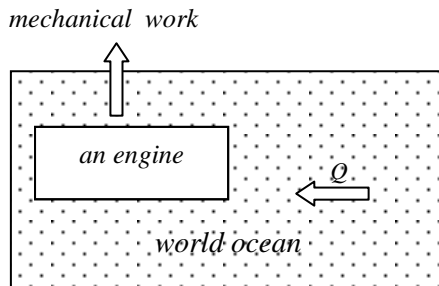


Figure 2.22

If the temperature of the ocean is decreased by the 0.1 K the equivalent energy would be provided for all of the mankind for 1500 years.

Вперше другий закон термодинаміки сформулював німецький вчений Клаузіус:

теплота не може переходити сама собою від тіл з нижчою температурою до тіл з вищою температурою.

Цей процес може бути здійснений тільки, якщо виконана зовнішня робота. Наприклад, холодильна машина виконує роботу і примушує теплоту переходити від менш нагрітого тіла до більш нагрітого.

Англійський вчений Томсон сформулював другий закон термодинаміки так:

неможливий круговий процес, єдиним результатом якого є перетворення теплоти, отриманої від нагрівника, в еквівалентну йому роботу.

Іншими словами, двигун з ККД $\eta = 1$ ($Q_2 = 0$), який має нагрівник і не має холодильника неможливий. Такий двигун називається вічним двигуном другого роду. Тоді другий закон термодинаміки може бути сформульований так:

вічний двигун другого роду неможливий.

ККД реального теплового двигуна завжди менше одиниці $\eta < 1$, так як тільки частина отриманої від нагрівника теплоти перетворюється у механічну роботу:

$$A = Q_1 - Q_2.$$

Кількість тепла Q_2 переходить до холодильника і розсіюється в навколишньому середовищі. Якщо б ми мали вічний двигун другого роду, то могли б перетворити термальну енергію світового океану в механічну роботу (рис.2.22).

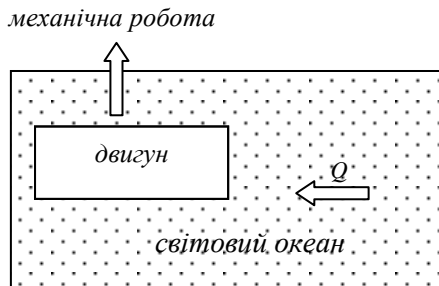


Рисунок 2.22

Якщо б температура світового океану зменшилася на 0,1 К, відповідна енергія забезпечила б усе людство на 1500 років.

But it is impossible to realize this project due to the second law of thermodynamics.

Using Clausius' inequality the second law of thermodynamics also can be formulated as:

entropy of a closed system increases or does not change:

$$\Delta S \geq 0.$$

As real processes are irreversible then they go on in the direction of the entropy increasing of an closed thermodynamic system.

Control questions

1. What are the main physical quantities of molecular physics?
2. Formulate the law of Avogadro.
3. Formulate the basic equation of the molecular-kinetic theory of ideal gas.
4. What is the temperature?
5. Formulate the law of the uniform distribution of energy by degrees of freedom of molecules.
6. Record the equation of the ideal gas state.
7. Formulate and analyze the laws of ideal gas.
8. Write down and explain the barometric formula
9. What are the phenomena of transfer?
10. What is the difference between real gas and ideal?
11. Record the Van der Waals equation and analyze its isotherms.
12. What is the internal energy of ideal gas?
13. Formulate the first law of thermodynamics.
14. What is heat capacity of gas?
15. What is an adiabatic process?
16. What process is called circular?
17. How is the thermal efficiency coefficient of heat engine determined?
18. What thermodynamic processes are called reversible and irreversible?
19. What is Carnot's cycle and how is its efficiency coefficient determined?
20. Give the definition of entropy.
21. Formulate the second law of thermodynamics.

Але здійснення цього проекту неможливе відповідно до другого закону термодинаміки,

Застосовуючи нерівність Клаузіуса, другий закон термодинаміки можна сформулювати ще так:

ентропія замкненої системи збільшується, або залишається незмінною:

$$\Delta S \geq 0.$$

Так як усі реальні процеси в природі необоротні, то ентропія замкненої системи завдяки цим процесам збільшується.

Контрольні запитання

1. Назвіть основні фізичні величини молекулярної фізики.
2. Сформулюйте закон Авогадро.
3. Сформулюйте основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу.
4. Що таке температура?
5. Сформулюйте закон рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності молекул.
6. Запишіть рівняння стану ідеального газу.
7. Сформулюйте і проаналізуйте закони ідеального газу.
8. Запишіть і поясніть барометричну формулу.
9. Які існують явища переносу?
10. Чим відрізняється реальний газ від ідеального?
11. Запишіть рівняння Ван дер Ваальса і проаналізуйте його ізотерми.
12. Що таке внутрішня енергія ідеального газу?
13. Сформулюйте перший закон термодинаміки.
14. Що таке теплоємність газу?
15. Що таке адіабатний процес?
16. Який процес називається коловим?
17. Як визначається коефіцієнт корисної дії теплового двигуна?
18. Які термодинамічні процеси називаються оборотними і необоротними?
19. Що таке цикл Карно і як визначається його коефіцієнт корисної дії?
20. Дайте визначення ентропії.
21. Сформулюйте другий закон термодинаміки.

3 ELECTRICITY AND MAGNETISM

3.1 Electrostatics

3.1.1 Electric Charges. Law of Conservation of an Electric Charge

Electrostatics studies motionless electric charges and its electric fields. Electric fields are created by electric charges in space. Thus every charged body is surrounded by its electric field, which theoretically extends out to infinity.

There are two kinds of electric charges: positive and negative.

Electrons are carries of negative charge. The charge of an electron is

$$q_e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb (C)}.$$

The least negative charge is equal to charge of electron.

Protons are carries of positive charge. The charge of a proton is

$$q_p = +1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}.$$

The least positive charge is equal to charge of proton.

The law of conservation of electric charge states that in an isolated system the algebraic sum of electric charges is a constant value:

$$\sum_i q_i = \text{const.}$$

3.1.2 Coulomb's Law

A charged body, dimensions of which is neglected in comparison with distance to other bodies is called the point charge.

The Coulomb's law was found experimentally by the French physicist Coulomb in 1785.

The law of Coulomb considers the point charges and describes the interaction between them:

in vacuum a force of interaction of two point charges q_1 and q_2 is directly proportional to the product of these charges and is inversely proportional to the squared distance r between them. The force is directed along the line connecting two charges:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \vec{i},$$

3 ЕЛЕКТРИКА І МАГНЕТИЗМ

3.1 Електростатика

3.1.1 Електричні заряди. Закон збереження електричного заряду

Електростатика вивчає нерухомі електричні заряди та їхні електричні поля. Електричні поля у просторі створюються електричними зарядами. Тому кожне заряджене тіло оточене електричним полем, яке теоретично спрямоване у нескінченність.

Існує два види електричних зарядів: позитивні та негативні.

Електрони є носієм негативного заряду. Заряд електрона дорівнює:

$$q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ кулон (Кл).}$$

Найменший негативний заряд дорівнює заряду електрона.

Протони є носіями позитивного заряду. Заряд протону дорівнює:

$$q_p = +1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Найменший позитивний заряд дорівнює заряду протона.

Закон збереження електричного заряду стверджує, що алгебраїчна сума електричних зарядів у замкненій системі є сталою величиною.

$$\sum_i q_i = \text{const.}$$

3.1.2 Закон Кулона

Заряджене тіло, розмірами якого можна знехтувати у порівнянні з відстанню до інших тіл, називається точковим зарядом.

Закон Кулона був відкритий експериментально французьким фізиком Кулоном у 1785 році.

Закон Кулона розглядає точкові заряди і описує взаємодію між ними:

сила взаємодії двох точкових зарядів q_1 та q_2 у вакуумі прямо пропорційна добутку цих зарядів і обернено пропорційна квадрату відстані між ними. Сила напрямлена вздовж прямої, що з'єднує два заряди:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \vec{i},$$

where $\vec{i} = \frac{\vec{F}}{r}$ is the unit vector, ϵ_0 is the electric constant. This value has no any physical sense and it is presented in this law to agreement of units. In the SI-system the numerical value of this quantity is

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m.}$$

$$[\epsilon_0] = \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} = \frac{\text{F}}{\text{m}}.$$

If charges are in a homogeneous medium the Coulomb's Law is:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q_1q_2}{r^2} \vec{i},$$

where ϵ is dielectric permittivity of a medium.

Value of ϵ characterizes the electric properties of the medium and shows how much the Coulomb's force in vacuum F_0 is greater than in a medium:

$$\epsilon = \frac{F_0}{F}.$$

For vacuum dielectric permittivity is equal to $\epsilon = 1$.

3.1.3 Density of Electric Charge

We should distinguish three types of the charge density.

1. The ratio of the charge value to volume, in which it is distributed, is called the volume charge density:

$$\rho = \frac{dq}{dV},$$

$$[\rho] = \frac{\text{C}}{\text{m}^3}.$$

2. The ratio of the charge value to area over which it is distributed is called the surface charge density:

$$\sigma = \frac{dq}{dS},$$

де $\vec{i} = \frac{\vec{r}}{r}$ - одиничний вектор, ϵ_0 - електрична стала. Ця величина не має фізичного змісту і представлена у цьому законі для узгодження одиниць. Числове значення ϵ_0 в системі СІ дорівнює:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$$

$$[\epsilon_0] = \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} = \frac{\Phi}{\text{м}}$$

Якщо заряди знаходяться в однорідному середовищі, то закон Кулона має вигляд:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{i},$$

де ϵ - діелектрична проникність середовища.

Величина ϵ характеризує електричні властивості середовища і показує наскільки сила Кулона F_0 у вакуумі більша, ніж у середовищі:

$$\epsilon = \frac{F_0}{F}$$

Для вакууму діелектрична проникність середовища дорівнює $\epsilon = 1$.

3.1.3 Густина електричного заряду

Розрізняють три типи густини заряду:

1. Об'ємною густиною заряду називається відношення величини заряду до об'єму, в якому він розподілений:

$$\rho = \frac{dq}{dV},$$

$$[\rho] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^3}.$$

2. Поверхневою густиною заряду називається відношення величини заряду до площі, на якій він розподілений:

$$\sigma = \frac{dq}{dS},$$

$$[\sigma] = \frac{\text{C}}{\text{m}^2}.$$

3. The ratio of the charge value to the length of line along which it is distributed is called the linear charge density:

$$\lambda = \frac{dq}{dl},$$

$$[\lambda] = \frac{\text{C}}{\text{m}}.$$

3.1.4 Intensity of Electric Field

Intensity of an electric field is its force characteristic which depends upon coordinates. Generally $\vec{E} = \vec{E}(x, y, z)$. The intensity of an electric field at a given point is equal to the force acting on a unit positive charge, placed at this point:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0},$$

where $q_0 = +1 \text{ C}$ is a test charge.

Intensity is a vector value. The direction of \vec{E} vector coincides with that of the force acting on the positive charge in the electric field. The unit of the intensity of the electric field in SI system is

$$[E] = \frac{\text{N}}{\text{C}} = \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

The electric field of fixed charges is called electrostatic field.

We should distinguish homogeneous and heterogeneous fields. At any point of homogeneous field vector \vec{E} is the same. On the contrary, at any point of heterogeneous field there are different \vec{E} vectors.

The superposition principle takes place:

the vector \vec{E} at a given point for electric field of any system of electric charges may be found by summing the vectors \vec{E}_i for each of individual charges:

$$[\sigma] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}.$$

3. Лінійною густиною заряду називається відношення величини заряду до довжини прямої, вздовж якої він розподілений:

$$\lambda = \frac{dq}{dl},$$

$$[\lambda] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}}.$$

3.1.4 Напруженість електричного поля

Напруженість електричного поля є його силовою характеристикою, яка залежить від координат. Взагалі $\vec{E} = \vec{E}(x, y, z)$. Напруженість електричного поля в даній точці дорівнює силі, яка діє на одиничний позитивний заряд, розташований у цій точці:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0},$$

де $q_0 = +1$ Кл – пробний заряд.

Напруженість є векторною величиною. Напрямок вектору \vec{E} співпадає з силою, що діє на позитивний заряд в електричному полі. Одиниця напруженості електричного поля в системі СІ:

$$[E] = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Електричне поле нерухомих зарядів називається електростатичним полем.

Розрізняють однорідні і неоднорідні поля. У будь-якій точці однорідного поля вектор \vec{E} є незмінним і навпаки, у будь-якій точці неоднорідного поля вектор \vec{E} є змінним.

Має місце принцип суперпозиції:

вектор \vec{E} у даній точці електричного поля будь-якої системи зарядів можна знайти додаючи вектори \vec{E}_i , утворені кожним зарядом окремо:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i,$$

where n is the number of charges.

The intensities should be added as vector values.

3.1.5 Force Lines of an Electric Field

The electric field graphically is represented with force lines. A line the tangent to which at each point coincides with direction of the intensity vector is called the force line of an electric field. These lines are imaginable ones. A view of the force lines depends upon arrangements of charges. The electric force lines have got two properties:

- 1) they can be started and finished at electric charges or at the infinity only;
- 2) they cannot cross each other.

Examples of some electric fields are shown in the Fig. 3.1:

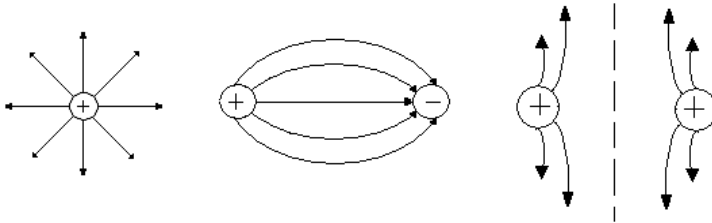


Figure 3.1

Force lines are initiated at the positive charges and finished at the negative charges or in infinity.

The density of force lines is determined by magnitude of intensity of electric field. The quantity of force lines that penetrate normally the unit area is equal to the module of vector \vec{E} .

3.1.6 Flux of Intensity Vector

Let's consider an arbitrary plane dS in a homogeneous electric field $\vec{E} = const$ (Fig. 3.2). The vector of the intensity of the electric field \vec{E} is with a vector of normal \vec{n} to the plane the angle α . The projection of the intensity vector \vec{E} on the perpendicular to the elementary dS area denote E_n .

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i,$$

де n – число зарядів.

Напруженості додаються як векторні величини.

3.1.5 Силкові лінії електричного поля

Електричне поле графічно зображують силковими лініями. Лінія, дотична до якої у кожній точці співпадає з напрямком вектора напруженості, називається силовою лінією електричного поля. Ці лінії уявні. Вигляд силових ліній залежить від розташування зарядів. Електричні силкові лінії мають дві властивості:

- 1) вони починаються або закінчуються на електричних зарядах чи нескінченності;
- 2) вони не можуть перетинатися.

На рис.3.1 зображено приклади деяких електричних полів:

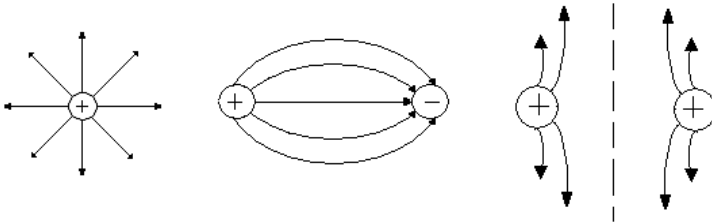


Рисунок 3.1.

Силкові лінії починаються на позитивних зарядах і закінчуються на негативних зарядах або у нескінченності.

Густина силових ліній визначає величину напруженості електричного поля. Кількість силових ліній, які перетинають перпендикулярно одиницю площі, дорівнює модулю вектора \vec{E} .

3.1.6 Потік вектора напруженості

Розглянемо довільну площину dS в однорідному електричному полі $\vec{E} = const$ (рис.3.2). Вектор напруженості електричного поля \vec{E} складає з вектором нормалі \vec{n} до площини кут α . Проекцію вектора напруженості \vec{E} на перпендикуляр до елементарної площини dS позначимо E_n .

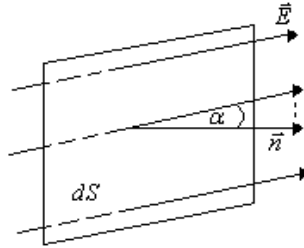


Figure 3.2

The product of E_n by dS is called the elementary flux of intensity \vec{E} vector through this area:

$$d\Phi_E = E_n dS = E dS \cos \alpha = (\vec{E}, d\vec{S}),$$

where $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$.

The total flux Φ_E of intensity vector of the electric field through surface S is

$$\Phi_E = \int_s E_n dS = \int_s E \cos \alpha dS.$$

A flux of intensity vector of the electric field \vec{E} through a closed area is

$$\Phi_E = \oint_s E_n dS.$$

The unit of Φ_E is

$$[\Phi_E] = \text{V}\cdot\text{m}.$$

3.1.7 The Ostrogradsky-Gauss Theorem for Electrostatic Field in Vacuum

The Ostrogradsky-Gauss theorem for an electrostatic field in a vacuum allows us to determine the electric field intensity of different systems of electric charges. This theorem is used based on the consideration of the form of charged bodies. In fact it is a consequence of the Coulomb's law.

Let's consider the electric field formed at the point charge q (Fig. 3.3). Determine the flux of electrostatic field intensity through an arbitrary closed surface covering the point charge q . A test charge q_0 put at a distance r of this charge.

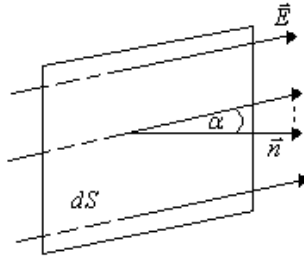


Рисунок 3.2.

Добуток E_n на dS називається елементарним потоком вектора напруженості \vec{E} через цю площу:

$$d\Phi_E = E_n dS = E dS \cos \alpha = (\vec{E}, d\vec{S}),$$

де $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$.

Повний потік Φ_E вектора напруженості електричного поля через поверхню S :

$$\Phi_E = \int_s E_n dS = \int_s E \cos \alpha dS.$$

Потік вектора напруженості електричного поля \vec{E} крізь замкнуту поверхню:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS.$$

Одиниця Φ_E :

$$[\Phi_E] = \text{В} \cdot \text{м}.$$

3.1.7 Теорема Остроградського – Гауса для електростатичного поля у вакуумі

Теорема Остроградського – Гауса для електростатичного поля у вакуумі дозволяє визначити напруженість електричного поля різних систем електричних зарядів. Ця теорема застосовується виходячи з розгляду форми заряджених тіл. Фактично вона є наслідком закону Кулона.

Розглянемо електричне поле, що утворюється біля точкового заряду q (рис.3.3). Визначимо потік напруженості електростатичного поля через довільну замкнуту поверхню, що охоплює точковий заряд q . На відстані r від цього заряду помістимо пробний заряд q_0 .



Figure 3.3

The Coulomb force acts on the test charge q_0 located in the electric field of charge q :

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq_0}{r^2}.$$

By definition

$$E = \frac{F}{q_0} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}.$$

The flux of intensity vector \vec{E} through the sphere of radius r equals

$$\Phi_E = E \cdot S = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0},$$

where S is the surface of sphere of r radius. A closed surface is called the surface of Gauss.

In the general form the Ostrogradsky-Gauss theorem for electrostatic field in vacuum is formulated as follows:

the flux of the intensity vector for electrostatic field in vacuum through an arbitrary closed surface is equal to the sum of charges surrounded by this surface divided by the electric constant ϵ_0

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \sum_i q_i.$$

Thus

$$\oint_s E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \sum_i q_i.$$



Рисунок 3.3.

На пробний заряд q_0 , що знаходиться в електричному полі заряду q , діє сила Кулона:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq_0}{r^2}.$$

За визначенням:

$$E = \frac{F}{q_0} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}.$$

Потік вектора напруженості електричного поля \vec{E} крізь сферу радіусом r дорівнює:

$$\Phi_E = E \cdot S = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0},$$

де S – площа сфери радіусом r . Замкнута поверхня називається поверхнею Гаусса.

В загальній формі теорема Остроградського – Гаусса для електростатичного поля у вакуумі формулюється так:

потік вектора напруженості електростатичного поля у вакуумі крізь довільну замкнуту поверхню дорівнює сумі зарядів, які розташовані в середині цієї поверхні, розділеної на електричну сталу ϵ_0

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \sum_i q_i.$$

Отже:

$$\oint_s E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \sum_i q_i.$$

3.1.8 Application of the Ostrogratsky – Gauss Theorem for the Electric Fields Calculation in Vacuum

1. Intensity of an electric field created by a point charge.

Let us consider the point charge that creates an electric field in space.

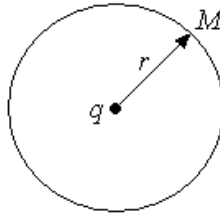


Figure 3.4

In Figure 3.4 q is the charge that creates an electric field; r - distance to the selected point M .

Our aim is to determine the intensity of an electric field at this point. It is reasonable to draw a sphere of Gauss passing through a given point M .

Now we've got:

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0},$$

because only the charge q is located inside this sphere.

Further

$$\Phi_E = ES = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0},$$

thus

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}.$$

In Fig. 3.5 the value of vector E is plotted versus distance r :

3.1.8 Застосування теореми Остроградського – Гаусса для розрахунку електричних полів у вакуумі

1. Напруженість електричного поля, створеного точковим зарядом.

Розглянемо точковий заряд, що створює електричне поле у просторі.

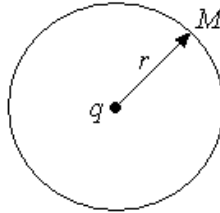


Рисунок 3.4

На рисунку 3.4 q – заряд, який створює електричне поле; r – відстань до вибраної точки M .

Наша мета - визначити напруженість електричного поля у довільній точці M . Доцільно зобразити поверхню Гаусса у вигляді сфери, що проходить через задану точку M .

В середині сфери розташований тільки заряд q , тому ми отримуємо, що потік вектора напруженості електричного поля

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Далі:

$$\Phi_E = ES = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0};$$

Тому

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}.$$

На рис. 3.5 зображена залежність вектора E від відстані r :

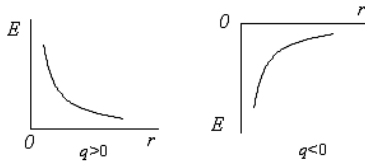


Figure 3.5

2. Intensity of an electric field created by a hollow charged sphere

Let us consider that there is a hollow charged sphere of R_0 radius (Fig.3.6).

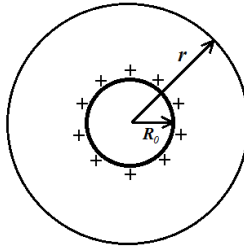


Figure 3.6

Let's determine its electric field near the sphere. It means that we should find a vector \vec{E} at any point of space. R_0 is radius of a real charged sphere; r is radius of an imagined sphere of Gauss. If $r > R_0$ the theorem of Ostrogradsky-Gauss looks like

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}; E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\sigma 4\pi R_0^2}{r^2} = \frac{\sigma R_0^2}{\epsilon_0 r^2}.$$

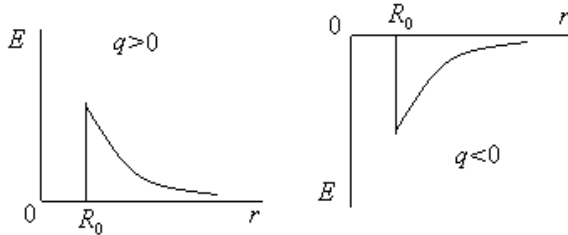


Figure 3.7

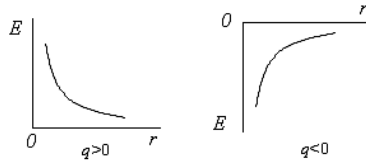


Рисунок 3.5

2. Напруженість електричного поля, створеного порожньою зарядженою сферою.

Припустимо, що існує порожня сфера зарядом q з поверхневою густиною $+\sigma$ сфера радіусом R (рис.3.6).

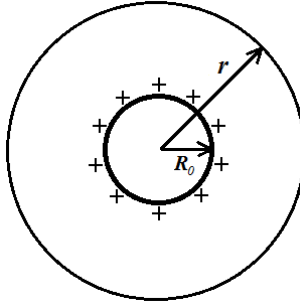


Рисунок 3.6

Визначимо напруженість електричного поля біля сфери. Мається на увазі, що треба знайти вектор \vec{E} у будь-якій точці простору. R_0 - радіус реальної зарядженої сфери; r - радіус уявної сфери Гаусса. Якщо $r > R_0$, то теорема Остроградського-Гаусса має вигляд:

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}; E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\sigma 4\pi R_0^2}{r^2} = \frac{\sigma R_0^2}{\epsilon_0 r^2}.$$

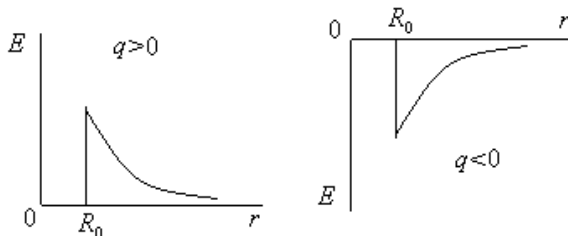


Рисунок 3.7

If $r < R_0$, $q = 0$ inside the sphere and $E = 0$ (Fig. 3.7).

3. Intensity of an electric field created by uniformly charged infinite plane.

Let us see an infinite charged plane. The surface charge density is equal to $+\sigma$. It is reasonable to use a cylinder as a surface of Gauss (Fig. 3.8).

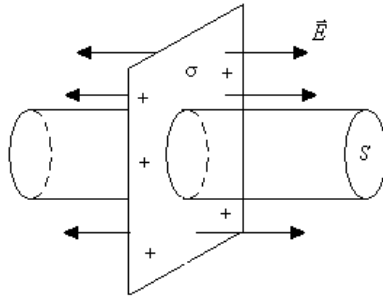


Figure 3.8

The flux of vector intensity through a side surface is zero. As for butt-end surface it is:

$$2ES = \frac{q}{\epsilon_0},$$

as

$$q = \sigma S,$$

thus

$$2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}.$$

Then

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

and intensity vector \vec{E} doesn't depend on r (Fig.3.9).

Якщо $r < R$, $q = 0$ всередині сфери і $E = 0$ (рис. 3.7).

3. Напруженість електричного поля, створена рівномірно зарядженою нескінченною площиною.

Розглянемо нескінчену заряджену площину. Поверхнева густина заряду дорівнює $+\sigma$. В такому випадку доцільно використовувати циліндр, як поверхню Гауса (рис.3.8).

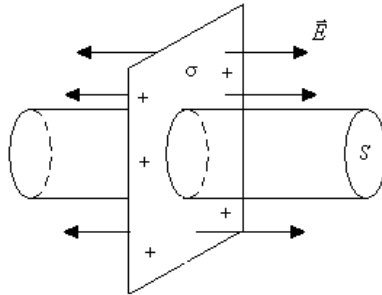


Рисунок 3.8

Потік вектора напруженості через бічну поверхню циліндра дорівнює нулю. Крізь поверхню основи він дорівнює:

$$2ES = \frac{q}{\epsilon_0},$$

так як

$$q = \sigma S,$$

то

$$2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}.$$

Тоді

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

і вектор напруженості \vec{E} не залежить від відстані до площини (рис.3.9).

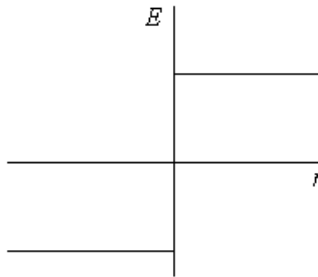


Figure 3.9

4. The electric field of two uniformly charged parallel infinite planes

Let us consider two parallel infinite planes that are evenly charged with electric charges of the opposite sign (Fig. 3.10).

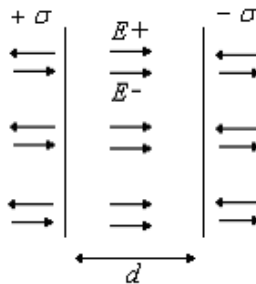


Figure 3.10

The surface charge density is $\sigma = \frac{dq}{dS}$. The distance between planes is d .

The intensity of an electric field between the parallel planes according to the principle of superposition is:

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = 2 \cdot \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

Outside the parallel planes the directions of the electric fields are opposite and according to the superposition principle the intensity of an electric field is zero (Fig. 3.11).

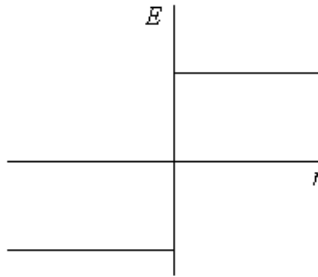


Рисунок 3.9

4. Електричне поле двох рівномірно заряджених паралельних нескінчених площин.

Розглянемо дві паралельні нескінчених площини, які рівномірно заряджені електричними зарядами протилежного знаку (рис.3.10).

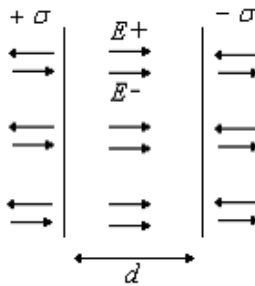


Рисунок 3.10

Поверхнева густина заряду дорівнює $\sigma = \frac{dq}{dS}$. Відстань між площинами d .

Напруженість електричного поля між паралельними площинами згідно принципу суперпозиції дорівнює:

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = 2 \cdot \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

За межами паралельних площин напрямки електричних полів протилежні і згідно принципу суперпозиції напруженість електричного поля дорівнює нулю (рис. 3.11).

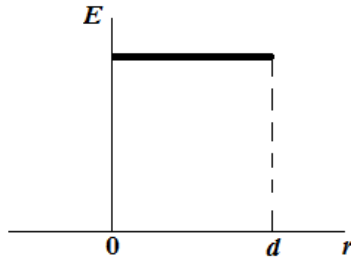


Figure 3.11

5. The electric field of an infinitely uniformly charged wire.

Let us consider an infinitely uniformly charged wire.

In this case, it is advisable to choose a Gauss surface with a cylinder covering a charged wire (Fig. 3.12). The radius of the cylinder is indicated by r , and the length is l .

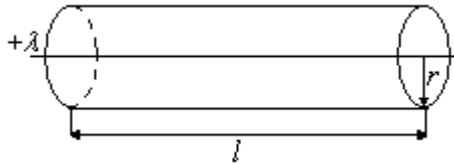


Figure 3.12

The line charge density λ is

$$\lambda = \frac{dq}{dl}.$$

The theorem of Ostrogradsky and Gauss is:

$$E \cdot 2\pi r l = \frac{\lambda l}{\epsilon_0};$$

as

$$q = \lambda l.$$

Therefore, the electric field intensity is equal:

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r}.$$

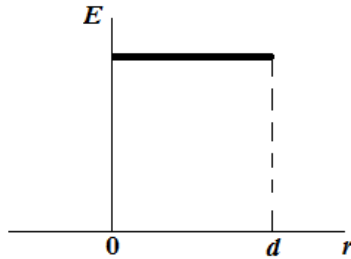


Рисунок 3.11

5. Напруженість електричного поля нескінченного рівномірно зарядженого дроту.

Розглянемо нескінчений рівномірно заряджений дріт.

В цьому випадку поверхнею Гауса доцільно вибрати циліндр, що охоплює заряджений дріт (рис.3.12). Радіус циліндра позначено r , а довжина – l .

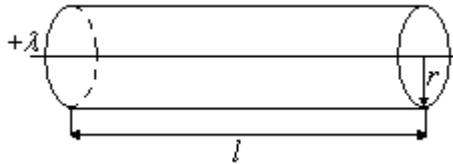


Рисунок 3.12

Лінійна густина заряду дорівнює:

$$\lambda = \frac{dq}{dl}$$

Теорема Остроградського-Гаусса:

$$E \cdot 2\pi r l = \frac{\lambda l}{\epsilon_0},$$

так як

$$q = \lambda l.$$

Тому напруженість електричного поля дорівнює

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r}.$$

3.1.9 Circulation of the Electrostatic Field Intensity Vector

Let us move a positive unit charge q_0 from the first point to the second one along line L and calculate the work required to do displacement (Fig. 3.11):

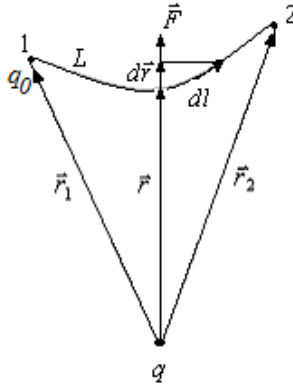


Figure 3.13

The elementary part of length dl is so small, that the electric field intensity \vec{E} may be taken as a constant in magnitude and direction within the limits of dl .

The elementary work done in this small interval is

$$dA = Fdl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq_0}{r^2} dl \cos \alpha,$$

as

$$dl \cos \alpha = dr,$$

then

$$dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq_0}{r^2} dr.$$

The total work is:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2} \right).$$

From this equation we can see that a work done is not related to the shape and length of the path L . A work is defined only by the position of the points 1 and 2. Consequently the electric field of a unit charge is potential

3.1.9 Циркуляція вектора напруженості електростатичного поля

Перемістимо позитивний одиничний заряд q_0 в електростатичному полі заряду q з першої точки до другої уздовж лінії L і розрахуємо роботу, необхідну для здійснення переміщення (рис. 3.13).

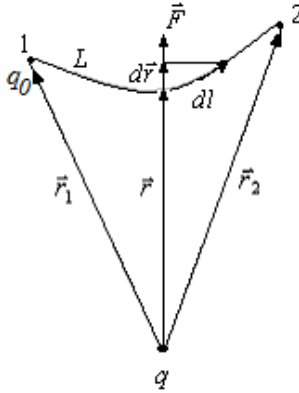


Рисунок 3.13

Елементарна довжина dl така мала, що напруженість електричного поля \vec{E} можна вважати постійною за величиною і напрямом в межах dl . Елементарна робота на цьому малому інтервалі дорівнює:

$$dA = F dl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq_0}{r^2} dl \cos \alpha,$$

так як
то

$$dl \cos \alpha = dr,$$

$$dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq_0}{r^2} dr.$$

Повна робота дорівнює:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2} \right).$$

З цього рівняння можна зробити висновок, що робота не залежить від форми та довжини шляху L . Робота визначається тільки положенням точок 1 і 2. Тому, електричне поле точкового заряду - потенціальне,

and electrostatic force is conservative. The work done by electrostatic forces around any closed contour is always zero:

$$\oint_L dA = 0.$$

That is

$$\oint_L q_0 E dl = 0.$$

For unit charge $q_0 = +1 \text{ C}$

$$\oint_L E dl = 0.$$

This integral is called the circulation of the intensity vector \vec{E} . Consequently the circulation of the vector intensity of electrostatic field around any closed contour is always equal to zero. The field that has this property is called potential.

3.1.10 Potential of the Electrostatic Field

The potential is an energetic characteristic of an electric field. It is denoted as φ . The potential at a given point of the electrostatic field is the potential energy of a unit positive charge placed at this point:

$$\varphi = \frac{W}{q_0}.$$

It is a scalar function of coordinates: $\varphi = \varphi(x, y, z) = \varphi(\mathbf{r})$.

The potential difference between two points of an electric field is determined by a linear integral

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E dl.$$

The unit of potential is volt:

$$[\varphi] = \frac{\text{J}}{\text{C}} = \text{V}.$$

The work electric field performs on removing the unit positive charge q_0 in the electrostatic field of charge q from point 1 to point 2 is

а електрична сила - консервативна. Робота, яка виконується електростатичними силами вздовж будь-якого замкненого контуру завжди дорівнює нулю:

$$\oint_L dA = 0.$$

Тоді

$$\oint_L q_0 E dl = 0.$$

Для точкового заряду $q_0 = +1$ Кл

$$\oint_L E dl = 0.$$

Цей інтеграл називається циркуляцією вектора напруженості \vec{E} . Таким чином, циркуляція вектора напруженості електростатичного поля вздовж замкненого контуру завжди дорівнює нулю. Поле, яке має таку властивість, називається потенціальним.

3.1.10 Потенціал електростатичного поля

Потенціал - це енергетична характеристика електричного поля. Він позначається як φ . Потенціал в заданій точці електростатичного поля є потенційною енергією одиничного позитивного заряду, розміщеного в цій точці:

$$\varphi = \frac{W}{q_0}.$$

Потенціал є скалярною функцією координат: $\varphi = \varphi(x, y, z) = \varphi(r)$.

Різниця потенціалів між двома точками електричного поля визначається лінійним інтегралом

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E dl.$$

Одиницею вимірювання потенціалу є вольт:

$$[\varphi] = \frac{\text{Дж}}{\text{К}} = \text{В}.$$

Робота, яку виконує електричне поле при переміщенні одиничного позитивного заряду q_0 в електростатичному полі заряду q з точки 1 до точки 2 дорівнює:

$$A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2} \right) = W_1 - W_2.$$

The work is equal to the difference of potential energies of charge q_0 at the point 1 and 2.

By definition:

$$\varphi = \frac{W}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$$

and

$$A = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2} \right) = q_0(\varphi_1 - \varphi_2).$$

If positive unit charge moves from given point to infinity potential of which is $\varphi = 0$, the work is

$$A_\infty = q_0\varphi;$$

and

$$\varphi = \frac{A_\infty}{q_0}.$$

This is the next definition of potential: the work electric field performs on removing unit positive charge from given point to infinity is called the potential of an electric field at a given point.

At the given point the potential of a set of point charges is the algebraic sum of the potentials created at the given point by each charge separately:

$$\varphi = \sum_i \varphi_i .$$

3.1.11 Relationship between Intensity Vector and Potential

Work of electric charge q movement in the electric field is

$$dA = (\vec{F}, d\vec{r}) = (q\vec{E}, d\vec{r})$$

$$A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2} \right) = W_1 - W_2.$$

Робота дорівнює різниці потенціальних енергій заряду q_0 в точці 1 і 2.

За визначенням:
$$\varphi = \frac{W}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r},$$

і

$$A = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2} \right) = q_0(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Якщо переміщувати одиничний позитивний заряд з даної точки у нескінченність, потенціал якої дорівнює нулю, то робота буде визначатись:

$$A_\infty = q_0\varphi;$$

і

$$\varphi = \frac{A_\infty}{q_0}.$$

Таким чином, робота переміщення одиничного позитивного заряду з заданої точки у нескінченність називається потенціалом електричного поля в даній точці.

В даній точці потенціал декількох точкових зарядів дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів, створених в даній точці окремими зарядами:

$$\varphi = \sum_i \varphi_i.$$

3.1.11 Зв'язок між вектором напруженості та потенціалом

Робота по переміщенню електричного заряду q в електричному полі:

$$dA = (\vec{F}, d\vec{r}) = (q\vec{E}, d\vec{r}).$$

On the other hand this work can be defined through the potential difference

$$dA = -q d\varphi$$

Thus equating right parts these equations we have:

$$-q d\varphi = (q\vec{E}, d\vec{r}) = q(\vec{E}, d\vec{r}),$$

$$-d\varphi = (\vec{E}, d\vec{r}),$$

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

Considering the charge movement along the axes we have

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx}; \quad E_y = -\frac{d\varphi}{dy}; \quad E_z = -\frac{d\varphi}{dz}.$$

Thus \vec{E} vector can be presented as

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k},$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial\varphi}{\partial x} \vec{i} - \frac{\partial\varphi}{\partial y} \vec{j} - \frac{\partial\varphi}{\partial z} \vec{k},$$

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \vec{k}\right).$$

From the vector analysis it follows that in brackets there is a value called the gradient of the scalar value:

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi.$$

At the given point of an electric field the intensity vector equals minus gradient of potential at this point. A minus sign means that \vec{E} vector is directed to the side of φ potential decreasing.

The geometric location of points with the same potential is called the equipotential surface. The vector \vec{E} is always directed perpendicular to the equipotential surface.

Intensity of a field \vec{E} vector and φ potential comparison is shown in the table 3.1.

З іншого боку ця робота може бути знайдена через різницю потенціалів:

$$dA = -qd\varphi.$$

Тоді, прирівнявши праві частини цих рівнянь, отримаємо:

$$-qd\varphi = (q\vec{E}, d\vec{r}) = q(\vec{E}, d\vec{r}),$$

$$-d\varphi = (\vec{E}, d\vec{r}),$$

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

Якщо розглядати переміщення заряду вздовж осей, то ми отримаємо:

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx}; \quad E_y = -\frac{d\varphi}{dy}; \quad E_z = -\frac{d\varphi}{dz}.$$

Тоді вектор \vec{E} можна представити, як:

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k},$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial\varphi}{\partial x} \vec{i} - \frac{\partial\varphi}{\partial y} \vec{j} - \frac{\partial\varphi}{\partial z} \vec{k},$$

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \vec{k}\right).$$

З векторного аналізу випливає, що в скобках стоїть величина, що називається градієнтом скалярної величини φ :

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi.$$

В даній точці електричного поля вектор напруженості дорівнює градієнту потенціалу зі знаком мінус. Знак мінус означає, що вектор \vec{E} спрямований у бік убивання потенціалу φ .

Геометричне місце точок з однаковим потенціалом називається екіпотенціальною поверхнею. Вектор \vec{E} завжди напрямлений перпендикулярно до екіпотенціальної поверхні.

Порівняння вектора напруженості електричного поля \vec{E} і потенціалу φ надано в таблиці 3.1.

Table 3.1

The intensity vector \vec{E}	The potential φ
Vector, \vec{E}	scalar, φ
$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$, force characteristic	$\varphi = \frac{W}{q_0}$, energetic characteristic
$[E] = \frac{N}{C} = \frac{V}{m}$	$[\varphi] = V = \frac{J}{C}$
$\vec{E} = -\text{grad } \varphi$	$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} (\vec{E}, d\vec{r})$
For a point charge:	
$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$	$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$

3.1.12 Electric Field in Dielectrics

All substances can be divided into three groups: conductors, dielectrics (insulators) and semiconductors. Conductors have so called free electrical charges (electrons). They can move within the entire sample. Dielectrics are called substances that practically do not conduct electric current. Specific electrical resistance of dielectrics is $\rho \sim 10^6 \div 10^{15} \Omega \cdot m$. Each dielectric molecule consists of a positively charged nucleus and negatively charged electrons that move around the nucleus. The total charge of atomic nuclei and electrons is zero. Therefore, the dielectric molecules are electrically neutral. Dielectrics have no free electrical charges. They have only fixed charges. It means that in dielectrics electrical charges move only within molecules. Every electric charge is fixed by its molecule.

Let's consider the dielectric which is put in electric field. In dielectrics fixed charges oriented under the effect of the outside electric field. The molecules of the dielectric under the effect of the electric field are situated as it is shown in Fig. 3.14:

Таблиця 3.1

Вектор напруженості \vec{E}	Потенціал φ
\vec{E} , векторна величина	φ , скалярна величина
$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$, силова характеристика	$\varphi = \frac{W}{q_0}$, енергетична характеристика
$[E] = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = \frac{\text{В}}{\text{м}}$	$[\varphi] = \text{В} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}$
$\vec{E} = -\text{grad } \varphi$	$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} (\vec{E}, d\vec{r})$
Для точкового заряду:	
$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$	$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$

3.1.12 Електричне поле в діелектриках

Всі речовини поділяються на три групи: провідники, діелектрики і напівпровідники. Провідники мають так звані вільні електричні заряди (електрони). Вони можуть рухатись всередині всього провідника. Діелектриками називають речовини, які практично не проводять електричний струм. Питомий електричний опір діелектриків становить $\rho \sim 10^6 \div 10^{15}$ Ом·м. Кожна молекула діелектрика складається з позитивно зарядженого ядра і негативно заряджених електронів, які рухаються навколо ядра. Сумарний заряд атомних ядер і електронів дорівнює нулю. Тому молекули діелектрика електрично нейтральні. Діелектрики не мають вільних електричних зарядів. У них є тільки зв'язані заряди. Це означає, що в діелектриках електричні заряди можуть рухатись всередині молекули. Кожний електричний заряд зв'язаний своєю молекулою.

Розглянемо діелектрик, який знаходиться в електричному полі. В діелектриках під дією зовнішнього електричного поля зв'язані заряди. Молекули діелектрика під дією електричного поля розташовуються, як показано на рис.3.14.

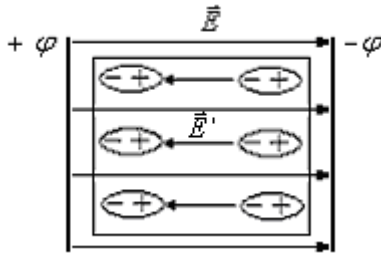


Figure 3.14

The field of dielectrics \vec{E}' is in the opposite direction regarding to the external field \vec{E} . Thus a field of dielectrics reduces an external field. The force of interaction F of two charges is less in dielectrics than in vacuum. This idea may be expressed as:

$$F = \frac{F_0}{\varepsilon},$$

where F is force of interaction in dielectric;

F_0 is force of interaction in vacuum;

ε is dielectric permittivity of an environment. It is dimensionless value.

3.1.13 Polarization of Dielectrics

The formation of electric moment in molecules of dielectrics is called the polarization.

An electric dipole is the system of two opposite charges equal in the magnitude (Fig. 3.15):

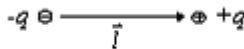


Figure 3.15

\vec{l} is the dipole arm. It is the vector directed from the negative charge to the positive one and numerically equal to the distance l between them.

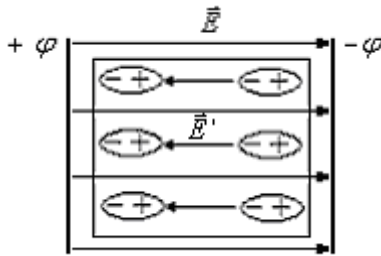


Рисунок 3.14

Поле діелектрика \vec{E}' має протилежний напрям по відношенню до зовнішнього поля \vec{E} . Тому поле діелектрика зменшує зовнішнє поле. Сила взаємодії F двох зарядів в діелектриках менша, ніж у вакуумі. Тому:

$$F = \frac{F_0}{\epsilon},$$

де F – сила взаємодії в діелектрику;

F_0 – сила взаємодії у вакуумі;

ϵ – діелектрична проникність середовища.

3.1.13 Поляризація діелектриків

Утворення електричного моменту у молекулах діелектриків називається поляризацією. Електричний диполь є системою двох протилежних зарядів рівних за величиною (рис.3.15).

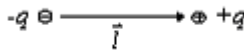


Рисунок 3.15

\vec{l} є плечем диполя. Це вектор, який напрямлений від негативного заряду до позитивного і кількісно дорівнює відстані l між ними.

The product $\vec{p} = q\vec{l}$ is called the electric dipole moment. The sum of dipole moments of molecules per unit of volume is called the polarization vector:

$$\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{V}.$$

Unit of P :

$$[P] = \frac{C}{m^2}.$$

The more is the intensity of an outside electric field the more is the polarization.

For homogeneous isotropic dielectrics:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E},$$

where χ is the electric susceptibility.

We can describe the electric field in dielectrics by vector of electric induction (displacement) \vec{D} :

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P},$$

The vector \vec{D} characterizes the electrostatic field of free charges (in vacuum) distributed in space in the presence of a dielectric.

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi \vec{E} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E},$$

where

$$\varepsilon = 1 + \chi.$$

3.1.14 Ferroelectrics

Ferroelectrics is dielectrics having spontaneous polarization in a definite range of temperatures when external electric field is absent.

Its name ferroelectrics was obtained after typical exemplar - ferrous salt which was studied by I.V. Kurchatov and P.P. Kobeko in 1930. Nowadays, more than 600 ferroelectric substances are known – they are double or triple metal oxides (BaTiO_3), organic substances, polymers.

Добуток $\vec{p} = q\vec{l}$ називається електричним моментом диполя. Сума моментів диполя молекул одиниці об'єму називається вектором поляризації:

$$\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{V}.$$

Одиниця P :

$$[P] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}.$$

Чим більша напруженість зовнішнього поля, тим більша поляризація діелектрика.

Для однорідних ізотропних діелектриків:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E},$$

де χ - діелектрична сприйнятливість.

Електричне поле в діелектричних середовищах можна описати вектором електричної індукції \vec{D} :

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P},$$

Вектор \vec{D} характеризує електростатичне поле вільних зарядів (у вакуумі), що розподілені у просторі за наявності діелектрика.

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi \vec{E} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E},$$

де

$$\varepsilon = 1 + \chi.$$

3.1.14 Сегнетоелектрики

Сегнетоелектрики – це діелектрики, які мають спонтанну поляризованість у певному інтервалі температур за відсутності зовнішнього електричного поля.

Свою назву сегнетоелектрики отримали від типового представника – сегнетової солі, яку вивчали І.В. Курчатов і П.П. Кобеко у 1930 р. У наш час відомо понад 600 сегнетоелектричних речовин – це подвійні і потрійні оксиди металів (наприклад титанат натрію ВаTiO₃), органічні сполуки, полімери тощо.

The dielectric permittivity ϵ and dielectric susceptibility χ of ferroelectrics depend on intensity of electric field \vec{E} and the dependence between polarization vector \vec{P} and intensity of electric field is non-linear.

The phenomenon of dielectric hysteresis is inherent in ferroelectrics. The graph of dependence of polarization P and intensity of electric field E has form of a loop and is called the hysteresis loop (Fig.3.16).

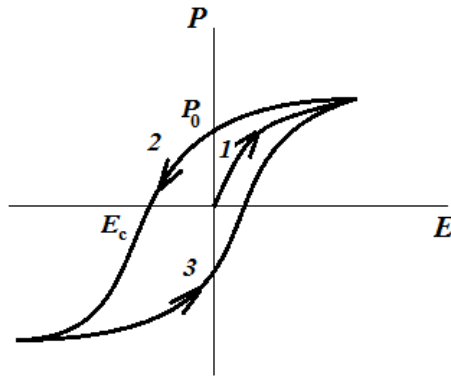


Figure 3.16

With a growth of intensity of an electric field the polarization grows as well and reaches saturation (curve 1). With decrease of E the polarization decreases according to curve 2. When $E = 0$ the ferroelectric stays polarized. P_0 is called residual polarization. To reduce polarization the external electric field E_c is applied, and it is called coercive force. Then the P is changed according to curve 3.

In the absence of external electric field the volume of ferroelectric consists regions having spontaneous polarization. These regions are called domains. Electrical dipoles moments of different domains are oriented chaotically and dipoles moments of ferroelectrics are common and equal to zero.

In external electric field the domains are oriented along field and they save their orientation after the external electric field is being switched off. Ferroelectric becomes polarized (Fig.3.17).

Діелектрична проникність ε і діелектрична сприйливість χ сегнетоелектриків залежить від напруженості електричного поля \vec{E} , а залежність між вектором поляризації \vec{P} і напруженістю електричного поля \vec{E} нелінійна.

Для сегнетоелектриків характерне явище діелектричного гістерезису. Графік залежності поляризованості P від напруженості E електричного поля має форму петлі і називається петлею гістерезису (Рис.3.16).

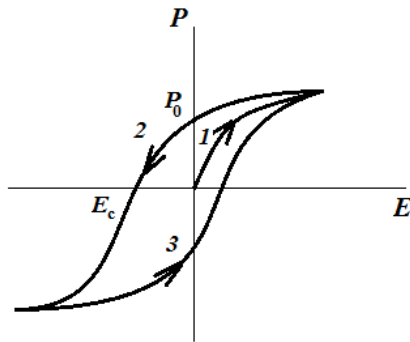


Рисунок 3.16

При збільшенні напруженості E електричного поля поляризованість P зростає і досягає насиченості (крива 1). При зменшенні E поляризованість зменшується по кривій 2 при $E = 0$ сегнетоелектрик залишається поляризованим, P_0 — називається залишковою поляризацією. Для зняття цієї поляризації необхідно прикласти зворотне електричне поле E_c , яке називається коерцитивною силою. Далі P зменшується по кривій 3.

За відсутності зовнішнього електричного поля об'єм сегнетоелектрика складається з областей, які мають спонтанну поляризацію. Ці області називаються доменами. Електричні дипольні моменти різних доменів орієнтовані хаотично і дипольний момент сегнетоелектрика в цілому дорівнює нулю.

В зовнішньому електричному полі домени орієнтуються за полем і зберігають свою орієнтацію після вимкнення зовнішнього електричного поля. Сегнетоелектрик стає поляризованим (рис.3.17).

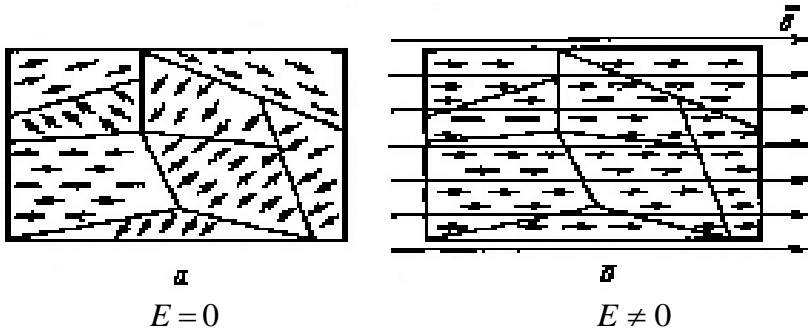


Figure 3.17

Ferroelectrics have abnormal high values of dielectric permittivity (for ferrous salt $\epsilon \approx 10^4$).

The properties of ferroelectrics depend on the temperature. At some definite temperature the phase transition takes place and spontaneous polarization disappears and ferroelectrics become ordinary dielectrics. Such temperature is called the Kurri point.

In some polar dielectrics takes place the piezoelectric effect. Direct piezoelectric effect is an appearance of fixed charges with opposite signs on the opposite faces of crystals, because of mechanical deformation. These charges appear because of molecular dipoles rotation of the crystal. When the deformation stops the charges disappear. Inverse piezoelectric effect is a mechanical deformation of the crystal under the action of electric field.

There exists another type of dielectrics having spontaneous polarization – pyroelectrics. With the change of a temperature their polarization changes as well and electric charges appear on their surface. The event of appearance of connecting charges on the surface of crystals with the change of temperature is called pyroelectric effect.

3.1.15 Conductors in Electric Field

The conductors contain free charge carries. In conductors free charge carriers are conduction electrons and in electrolytes there are free ions. The electrical properties of conductors are determined by these free charge carriers . Two features of conductors are responsible for electric properties. The first one is very big mobility of charges.

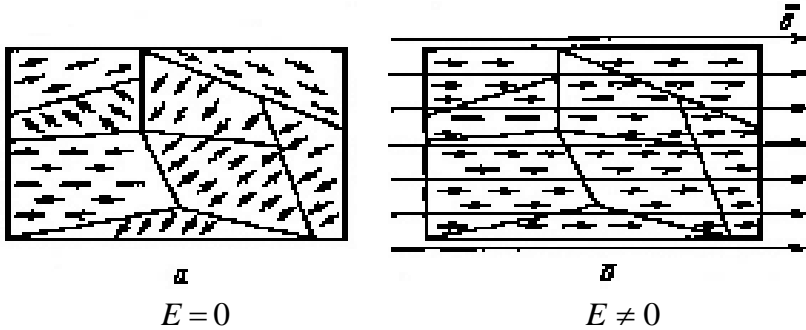


Рисунок 3.17

Сегнетоелектрики мають аномально високі значення діелектричної проникності (для сегнетоелектриків $\epsilon \approx 10^4$).

Властивості сегнетоелектриків залежать від температури. При певній температурі відбувається фазовий перехід, спонтанна поляризація зникає і сегнетоелектрик стає звичайним діелектриком. Ця температура називається температурою Кюрі.

У деяких полярних діелектриків має місце п'єзоелектричний ефект. Прямий п'єзоелектричний ефект – це виникнення на протилежних гранях кристалів зв'язаних електричних зарядів внаслідок їх механічної деформації. Ці заряди виникають внаслідок повертання молекулярних диполів кристалу. Після припинення деформації заряди зникають. Обернений п'єзоелектричний ефект – це деформація кристала під дією електричного поля.

Існує ще один вид діелектриків зі спонтанною поляризацією – піроелектрики. При зміні температури їх поляризація змінюється і на поверхні виникають електричні заряди. Явище виникнення зв'язаних зарядів на поверхні кристала при зміні температури називається піроелектричним ефектом.

3.1.15 Провідники в електричному полі

Провідники містять вільні носії заряду. У провідниках вільними носіями заряду є електрони провідності, а в електролітах – вільні іони. Електричні властивості провідників визначаються цими вільними носіями заряду. Існують дві особливості, які характерні для електричних властивостей провідників. Перша особливість – висока рухливість зарядів.

The second feature is their interaction according to Coulomb's law. When a conductor is placed in an electric field the Coulomb forces act upon free charge carriers and move them. Charges of opposite sign are induced in conductor and redistributed in such a manner that in any point inside the conductor the electric field of electrons and positive ions will compensate the external electric field.

The Fig. 3.18 shows distribution of a homogenous electric field \vec{E}' in the middle of a conductor of arbitrary shape which is located in an external electric field \vec{E} .

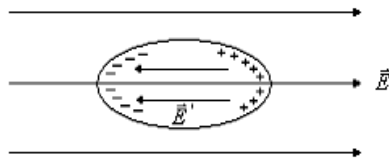


Figure 3.18

The total electric field inside the conductor is zero:

$$\vec{E} + \vec{E}' = 0.$$

The redistribution of free charges in a conductor under the action of an external electric field is called electrostatic induction.

If the electric field inside the conductor is zero it means that

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi = 0,$$

and potential in any point of conductor is constant

$$\varphi = \text{const}.$$

Consequently the surface of conductor is an equipotential surface. The vector of intensity of electrostatic field is perpendicular to the surface of a charged conductor ($\vec{E} = \vec{E}_n$). There is no tangential component of vector \vec{E} .

Let us suppose the opposite view (Fig. 3.19). Then the vector \vec{E} can be resolved into two components

$$\vec{E} = \vec{E}_n + \vec{E}_\tau.$$

Друга особливість – це їхня взаємодія згідно закону Кулона. Коли провідник розміщений в електричному полі, кулонівські сили діють на вільні носії заряду і переміщують їх. В провіднику виникають заряди іншого знаку і вони перерозподілені таким чином, що в будь-якій точці всередині провідника електричне поле електронів і позитивних іонів буде компенсувати зовнішнє електричне поле.

На рис. 3.18 зображено розподіл однорідного електричного поля \vec{E}' в середині провідника довільної форми, який розміщений у зовнішньому електричному полі \vec{E} .

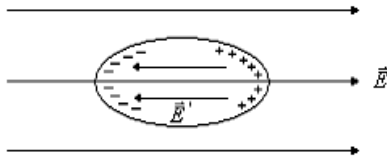


Рисунок 3.18

Сумарне електричне поле всередині провідника дорівнює нулю:

$$\vec{E} + \vec{E}' = 0.$$

Перерозподіл вільних зарядів у провіднику під впливом зовнішнього електричного поля називається електростатичною індукцією.

Якщо електричне поле всередині провідника дорівнює нулю, тоді

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi = 0,$$

і потенціал в будь-якій точці провідника постійний:

$$\varphi = \text{const}.$$

Тому поверхня провідника є екіпотенційною. Вектор напруженості електростатичного поля перпендикулярний до поверхні зарядженого провідника ($\vec{E} = \vec{E}_n$). Тангенціальна складова вектора \vec{E} відсутня.

Припустимо протилежне (рис. 3.19). Тоді вектор \vec{E} може бути розкладений на дві компоненти:

$$\vec{E} = \vec{E}_n + \vec{E}_\tau.$$

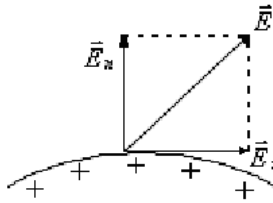


Figure 3.19

Under the action of \vec{E}_t charges will redistribute until \vec{E}_t is equal to zero and charges redistribution achieves equilibrium.

Uncompensated charges are situated on the surface of a conductor only. It follows from the theorem of Ostrogradsky-Gauss according to which the charge inside the conductor equals zero:

$$q = \varepsilon_0 \oint_s E dS = 0,$$

as intensity of electric field inside the conductor equals to zero

$$E = 0.$$

Relationship between vectors \vec{E} , \vec{D} and surface charge density σ takes place. Let us find this relationship with the help of Ostrogradsky-Gauss theorem. Small cylinder is taken as Gaussian surface the half of which is inside of a conductor, and the other is outside of a conductor as shown in Fig. 3.20.

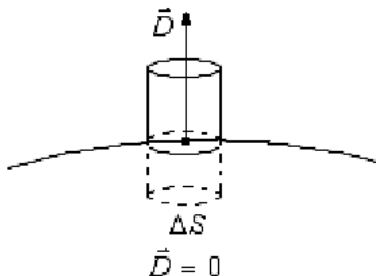


Figure 3.20

According to the theorem of Ostrogradsky-Gauss for dielectrics:

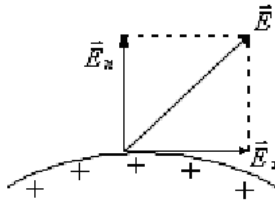


Рисунок 3.19

Під дією \vec{E}_t , заряди будуть перерозподілятися, доки \vec{E}_t не стане рівний нулю і перерозподіл зарядів не досягне рівноваги.

Нескомпенсовані заряди розміщені тільки на поверхні провідника. Це впливає з теореми Остроградського – Гаусса, згідно з якої заряд всередині провідника дорівнює нулю:

$$q = \varepsilon_0 \oint_s E dS = 0,$$

тому що напруженість електричного поля всередині провідника дорівнює нулю

$$E = 0.$$

Має місце співвідношення між векторами \vec{E} , \vec{D} і поверхневою густиною зарядів σ . Знайдемо це співвідношення, використовуючи теорему Остроградського – Гаусса. За поверхню Остроградського – Гаусса обираємо малий циліндр, половина якого знаходиться всередині провідника, а інша – ззовні провідника, як зображено на рис.3.20.

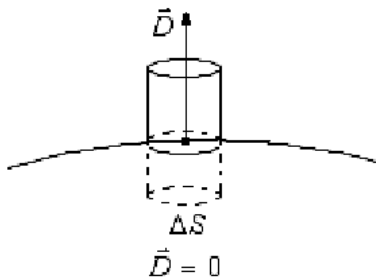


Рисунок 3.20

Згідно з теоремою Остроградського – Гаусса:

$$\oint_S D dS = q.$$

The flux of the displacement vector \vec{D} will only come from the outer surface of the cylinder so

$$\begin{aligned} D \cdot \Delta S &= \sigma \cdot \Delta S, \\ D &= \sigma, \\ E &= \frac{D}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0}. \end{aligned}$$

Therefore the displacement and intensity vectors of electric field near the surface of a charged conductor are proportional to the surface charge density.

The absence of an electric field inside the hollow conductor is used for electrostatic insulation. This is the method of a protection of a body from the action of an external electric field. In engineering metal nets are used for this purpose.

Let's enumerate the special features of conductors put in an electric field:

- 1) there is no electric field inside a conductor;
- 2) all points of a conductor surface have got the same value of potential.
- 3) intensity vector is perpendicular to the surface of a conductor.
- 4) in an electric field the conductor charges are situated on the surface only;
- 5) displacement \vec{D} and intensity \vec{E} vectors of electric field near surface of a charged conductor are proportional to the surface charge density.

3.1.16 Electric Capacitance

The electric capacitance is a property of any conductor. This property provides an ability to accumulate the electric charges by a conductor. By definition the ratio of q charge of a conductor to its potential ϕ is called electric capacity of an isolated conductor:

$$\oint D dS = q.$$

Потік вектора зміщення \vec{D} буде проходити тільки крізь зовнішню поверхню циліндра, тоді:

$$D \cdot \Delta S = \sigma \cdot \Delta S,$$

$$D = \sigma,$$

$$E = \frac{D}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}.$$

Таким чином вектори зміщення і напруженості електричного поля біля поверхні зарядженого провідника пропорційні поверхневій густині заряду.

Відсутність електричного поля всередині порожнього провідника використовується для електростатичного захисту. Це метод екранування тіла від дії зовнішнього електричного поля. У техніці використовують металеві сітки для цієї мети.

Перерахуємо характерні особливості провідників, розміщених в електричному полі:

- 1) не існує електричного поля всередині провідника;
- 2) всі точки поверхні провідника мають однакову величину потенціалу;
- 3) вектор напруженості перпендикулярний до поверхні провідника;
- 4) в електричному полі заряди провідника розташовані тільки на його поверхні;
- 5) вектори зміщення \vec{D} і напруженості \vec{E} електричного поля біля поверхні зарядженого провідника пропорційні до поверхневої густини заряду.

3.1.16 Електроємність

Електроємність є властивістю будь-якого провідника. Ця властивість забезпечує здатність провідника накопичувати електричні заряди. За визначенням відношення заряду q провідника до його потенціалу ϕ називається електроємністю відокремленого провідника:

$$C = \frac{q}{\varphi}$$

Isolated conductor is located sufficiently far from other bodies. As we know for a point charge:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}.$$

Thus

$$\varphi \sim q$$

and

$$\varphi = \frac{1}{C} q,$$

where C is the coefficient of proportionality. C is an electric capacitance. The SI unit of electric capacitance is farad:

$$[C] = F = \frac{C}{V}.$$

Let's calculate the electric capacitance of a charged sphere:

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

The potential of a charged sphere is

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R},$$

where R is the radius of the sphere.

Then, from the previous equations we obtain:

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R.$$

For example the capacitance of Earth is approximately equal to $C \approx 0.7$ mF.

3.1.17 Capacitance of a Plane Capacitor

A system of two unlikely charged conductors with dielectric between them is called capacitor. A plane capacitor consists of two parallel plane electrodes (Fig. 3.21).

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Відокремлений провідник, розташований достатньо далеко від інших тіл. Як ми знаємо, для точкового заряду:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}.$$

Тому

$$\varphi \sim q$$

і

$$\varphi = \frac{1}{C} q,$$

де C – коефіцієнт пропорційності. C є електроємністю. Одиницею електроємності є фарад:

$$[C] = \Phi = \frac{\text{Кл}}{\text{В}}.$$

Електроємність зарядженої сфери може бути знайдена як:

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Потенціал зарядженої сфери:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R},$$

де R – радіус сфери.

Тоді з останніх рівнянь ми отримаємо:

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R.$$

Наприклад, електроємність Землі дорівнює $C \approx 0,7$ мФ.

3.1.17 Електроємність плоского конденсатора

Система двох різнойменних заряджених провідників з діелектриком між ними називається конденсатором. Плоский конденсатор складається з двох паралельних плоских електродів (рис.3.21).

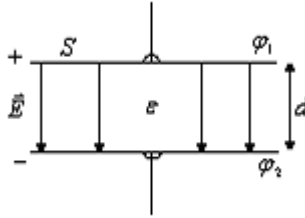


Figure 3.21

S is the area of plane electrode, d is the distance between them, ε is the dielectric permittivity of a medium inside the capacitor.

By definition the electric capacitance of a capacitor:

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi};$$

where

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Potential difference between the plates of a capacitor can be defined as

$$\Delta\varphi = Ed = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} d,$$

where σ is the surface charge density that equals

$$\sigma = \frac{q}{S}.$$

Then the capacitance is equal to

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}.$$

We can change the capacitance by connecting the capacitors in battery. If capacitors are connected in parallel (Fig. 3.22) the common charge of the battery equals to the sum of charges of each capacitor:

$$q_{\Sigma} = \sum_i q_i = \sum_i C_i U = U \sum_i C_i = UC_{parallel},$$

$$C_{parallel} = \sum_i C_i.$$

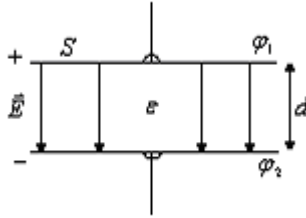


Рисунок 3.21

S є площею пластини електрода, d - відстань між пластинами, ϵ - діелектрична проникність середовища в середині конденсатора.

За визначенням електроємність конденсатора:

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi},$$

де

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Різниця потенціалів між пластинами конденсатора можна визначити, як:

$$\Delta\varphi = Ed = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} d,$$

де σ - поверхнева густина заряду, яка дорівнює:

$$\sigma = \frac{q}{S}.$$

Тоді електроємність плоского конденсатора дорівнює:

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}.$$

Електроємність можна змінити підключенням конденсаторів в батарею. Якщо конденсатори підключені паралельно (рис.3.22), то загальний заряд батареї дорівнює сумі зарядів кожного конденсатора:

$$q_{\Sigma} = \sum_i q_i = \sum_i C_i U = U \sum_i C_i = U C_{нар},$$

$$C_{нар} = \sum_i C_i.$$

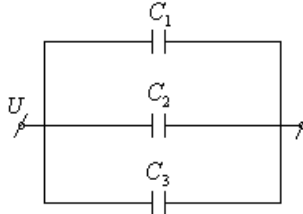


Figure 3.22

For series connected capacitors (Fig. 3.23) the total voltage of the battery equals the sum of voltages for each capacitor:

$$U_{\Sigma} = \sum_i U_i = \sum_i \frac{q}{C_i} = q \sum_i \frac{1}{C_i} = \frac{q}{C_{series}} \Rightarrow$$

thus

$$\frac{1}{C_{series}} = \sum_i \frac{1}{C_i}.$$

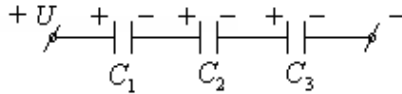


Figure 3.23

3.1.18 Energy of Electric Field

The energy of electric field is conserved inside the plane capacitor. If q is a charge of a capacitor, and $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ is the potential difference between its plates (Fig.3.24), the work must be done for movement dq from negative charged plate to positive one

$$dA = (\varphi_2 - \varphi_1) dq. \quad (3.1)$$

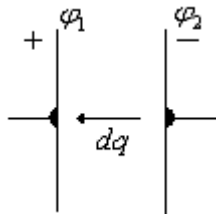


Figure 3.24

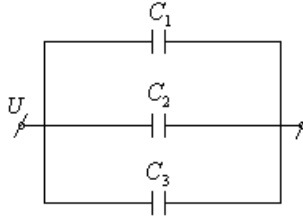


Рисунок 3.22

Для послідовно підключених конденсаторів (рис.3.23) загальна напруга батареї дорівнює сумі напруг кожного конденсатора:

$$U_{\Sigma} = \sum_i U_i = \sum_i \frac{q}{C_i} = q \sum_i \frac{1}{C_i} = \frac{q}{C_{series}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{C_{посл}} = \sum_i \frac{1}{C_i}.$$

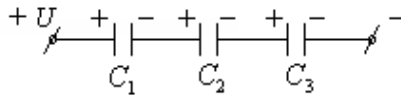


Рисунок 3.23

3.1.18 Енергія електричного поля

Енергія електричного поля запасена всередині зарядженого конденсатора. Якщо q – заряд конденсатора, а $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ – різниця потенціалів між його пластинами (рис.3.24), то для переносу малого заряду dq з негативно зарядженої пластини до позитивно зарядженої необхідно виконати роботу

$$dA = (\varphi_2 - \varphi_1) dq. \quad (3.1)$$

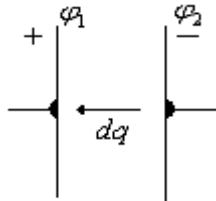


Рисунок 3.24

As an electric capacitance of a capacitor is

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} . \quad (3.2)$$

thus:

$$dA = -\frac{q dq}{C} .$$

Potential energy is:

$$dW = -dA .$$

Then the energy of electric field of a charged capacitor equals the necessary work for increasing of the charge of a capacitor from 0 to q :

$$W = \int_0^q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \int_0^q q dq = \frac{q^2}{2C} .$$

In other way:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q \Delta \varphi}{2} = \frac{1}{2} C \Delta \varphi^2 . \quad (3.3)$$

Considering that:

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} , \Delta \varphi = Ed , \quad (3.4)$$

let us express the energy through the intensity of an electric field.

Incorporating (3.4) in (3.3) we obtain the energy of an electric field:

$$W = \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 E^2 Sd .$$

However $Sd = V$ (volume of the capacitor). Dividing the last equation by V , we obtain the energy located inside the unit of volume of an electric field:

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} .$$

Так як електроємність конденсатора.

$$C = \frac{q}{\Phi_1 - \Phi_2}, \quad (3.2)$$

то:

$$dA = \frac{-q dq}{C}.$$

Потенційна енергія дорівнює:

$$dW = -dA.$$

Тоді енергія електричного поля зарядженого конденсатора буде дорівнювати роботі, необхідній для збільшення заряду конденсатора від 0 до q :

$$W = \int_0^q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \int_0^q q dq = \frac{q^2}{2C}.$$

Або:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q \Delta \Phi}{2} = \frac{1}{2} C \Delta \Phi^2. \quad (3.3)$$

Враховуючи, що:

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}, \Delta \Phi = Ed, \quad (3.4)$$

виразимо енергію через напруженість електричного поля.

Підставивши (3.4) в (3.3) отримаємо енергію електричного поля:

$$W = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2 S d.$$

Проте $Sd = V$ (об'єм конденсатора). Розділивши останнє рівняння на V , отримаємо енергію, що знаходиться в одиниці об'єму електричного поля:

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2}.$$

Value of ω is called the volume density of an electric field energy. That energy is the one which is concentrated in the unite of volume of electric field.

Unit of ω is

$$[\omega] = \frac{\text{J}}{\text{m}^3}.$$

3.2 Electric Current

3.2.1 Direct Electric Current

The orderly motion of electric charges is called the electric current. The direct current is the current that has constant magnitude and direction. At constant current the same quantities of charges passes through a cross-section of a conductor in any equal intervals of time. The direction of electric current coincides with the direction of positive charges movement. The existence of an electric current requires the presence of free charge carriers and the electric field. The electric current is produced by a difference of potentials between two points of the conductor ($\phi_1 - \phi_2$, $\phi_1 > \phi_2$).

The electric charge passing through a cross-section of a conductor per unit of time is called the current intensity:

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Current intensity is a scalar quantity.

Unit of current intensity is ampere:

$$[I] = \frac{\text{C}}{\text{s}} = \text{A}.$$

The current density \vec{j} is a vector directed along the orderly motion of positive charges. The modulus of $|\vec{j}|$ is

$$j = \frac{dI}{dS}.$$

Unit of j is

$$[j] = \frac{\text{A}}{\text{m}^2}.$$

Величина ω називається об'ємною густиною енергії електричного поля. Це енергія, яка сконцентрована в одиниці об'єму електричного поля.

Одиницею ω є:

$$[\omega] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}.$$

3.2 Електричний струм

3.2.1 Постійний електричний струм

Впорядкований рух електричних зарядів називається електричним струмом. Постійний струм - це струм, який має постійну величину і напрямком. При постійному струмі однаковий заряд проходить крізь поперечний переріз провідника за будь-які рівні інтервали часу. За напрямком електричний струм збігається з напрямком руху позитивних зарядів. Для існування електричного струму необхідна наявність вільних носіїв заряду і наявність електричного поля. Електричний струм створюється різницею потенціалів між двома точками провідника ($\varphi_1 - \varphi_2$, $\varphi_1 > \varphi_2$).

Електричний заряд, що проходить крізь поперечний переріз провідника за одиницю часу називається силою струму:

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Сила струму є скалярною величиною.

Одиницею сили струму є ампер:

$$[I] = \frac{\text{Кл}}{\text{с}} = \text{А}.$$

Густина струму \vec{j} є вектором, який направлений уздовж впорядкованого руху позитивних зарядів. Модуль $|\vec{j}|$:

$$j = \frac{dI}{dS}.$$

Одиницею j є:

$$[j] = \frac{\text{А}}{\text{м}^2}.$$

3.2.2 Ohm's Law for Uniform Conductor. Resistance of Conductor

A uniform conductor doesn't contain any current sources. Ohm's law reads as follows: the current intensity through a uniform conductor is directly proportional to the difference of potentials at its ends and inversely proportional to an electric resistance of a conductor:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{\Delta\varphi}{R},$$

where R is the resistance of a conductor.

Unit of R is

$$[R] = \Omega.$$

Conductor resistance of constant S cross-section and l length is

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

where ρ is the specific resistivity.

Unit of ρ is:

$$[\rho] = \Omega \cdot \text{m}.$$

The inverse R value is called the conductance:

$$G = \frac{1}{R}.$$

The unit of G is siemens:

$$[G] = \text{S}.$$

The inverse ρ value is called the conductivity:

$$\gamma = \frac{1}{\rho}.$$

The unit of γ is

$$[\gamma] = \text{S/m}.$$

3.2.3 Ohm's Law in Differential Form

Ohm's law in the differential form is related to any point of a conductor.

3.2.2 Закон Ома для однорідного провідника. Опір провідника

Однорідний провідник не містить джерел струму. У 1826 р. німецький фізик Ом експериментально встановив, що сила струму в однорідному провіднику прямо пропорційна різниці потенціалів на його кінцях і обернено пропорційна електричному опору:

$$I = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R} = \frac{\Delta\Phi}{R},$$

де R – електричний опір провідника.

Одиницею вимірювання R є:

$$[R] = \text{Ом}.$$

Для провідника з поперечним перерізом S і довжиною l :

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

де ρ – питомий електричний опір.

Одиницею вимірювання ρ є:

$$[\rho] = \text{Ом} \cdot \text{м}.$$

Величина, обернена до R , називається електричною провідністю:

$$G = \frac{1}{R}.$$

Одиницею вимірювання G є сіменс:

$$[G] = \text{См}.$$

Обернена величина до ρ називається питомою електричною провідністю:

$$\gamma = \frac{1}{\rho},$$

Одиницею вимірювання γ є:

$$[\gamma] = \frac{\text{См}}{\text{м}}.$$

3.2.3 Закон Ома в диференціальній формі

Ця форма закону Ома встановлює зв'язок між густиною струму і напруженістю електричного поля в будь-якій точці провідника:

$$I = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R} = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\rho \frac{l}{S}} = \frac{El}{\rho \frac{l}{S}} = \frac{ES}{\rho}.$$

Dividing the above equation by S , we obtain:

$$\frac{I}{S} = \frac{E}{\rho},$$

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \gamma \vec{E}.$$

Thus

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}.$$

The above equation is Ohm's law in the differential form.

The current density is directly proportional to the electric field intensity at given conductor point and has the same direction.

3.2.4 Ohm's Law for Heterogeneous Circuit

In order to obtain a current in a conductor a difference of potentials must be maintained at its ends. Devices able to maintain a potential difference are called current sources. Outside forces are not of an electrostatic nature, i.e. they are not coulomb. They can be caused of mechanical, chemical, heat processes etc. Electrochemical sources are often used, they are accumulators.

A part of a circuit that has a current source is called heterogeneous one.

Any current source has got two characteristics: the electromotive force (e.m.f.) of a source \mathcal{E} and the internal resistance r (Fig. 3.25).

Unit of the electromotive force (e.m.f.) is volt:

$$[\mathcal{E}] = \text{V}.$$

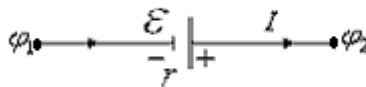


Figure 3.25

$$I = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R} = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\rho \frac{l}{S}} = \frac{El}{\rho \frac{l}{S}} = \frac{ES}{\rho}.$$

Поділивши останнє рівняння на S ми отримаємо:

$$\frac{I}{S} = \frac{E}{\rho},$$

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \gamma \vec{E},$$

Тому:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}.$$

Останнє рівняння - це закон Ома у диференціальній формі. Густина електричного струму в будь якій точці однорідного провідника пропорційна напруженості електричного поля.

3.2.4 Закон Ома для неоднорідної ділянки кола

Щоб отримати струм в провіднику необхідно прикласти різницю потенціалів на його кінцях. Пристрій, який дозволяє підтримувати різницю потенціалів за допомогою сторонніх сил, називається джерелом струму. Сторонні сили мають неелектростатичну природу, тобто вони не є кулонівськими. Вони можуть бути зумовлені механічними, хімічними, тепловими процесами тощо. Зазвичай застосовують електрохімічні джерела – акумулятори.

Ділянка кола, яка містить джерело струму, називається неоднорідною ділянкою.

Будь-яке джерело струму має дві характеристики: внутрішній опір r і електрорушійну силу (ЕРС) джерела \mathcal{E} і внутрішній опір r (рис. 3.25).

Одиницею вимірювання електрорушійної сили (ЕРС) є вольт:

$$[\mathcal{E}] = \text{В}.$$

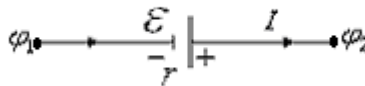


Рисунок 3.25

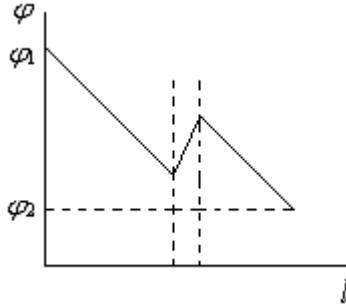


Figure 3.26

In an external circuit current flows from plus to minus. However in the current source the current flows visa versa: from minus to plus as it is shown in Fig. 3.25. This phenomenon is stipulated by charges movement inside the current source under external forces action.

You can see that a drop in potential is observed in external circuit. However the increase in potential occurs inside a source (Fig3.26).

Ohm's law is given by the next formula:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon}{R + r},$$

where R is an electric resistance of an external circuit part.

$$I(R + r) = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon.$$

The above equation is Ohm's law for heterogeneous circuit which is general form of Ohm's law.

3.2.5 Difference of Potentials. Electromotive Force. Voltage

The work of transfer of the test charge ($q_0 = +1$ C) in an electric field is called the difference of potentials. It doesn't depend on the path of transfer.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q_0}.$$

The electromotive force is the work done by external forces for movement of unite positive charge. This work depends upon

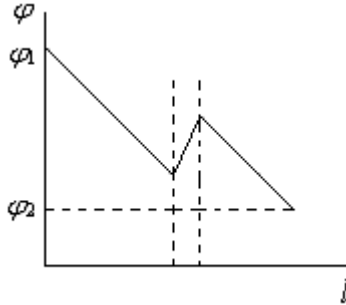


Рисунок 3.26

В зовнішній ділянці кола струм тече від плюса до мінуса. Проте, в джерелі струму він тече навпаки: від мінуса до плюса, як зображено на рис.3.25. Це зумовлено переносом зарядів в середині джерела струму під дією сторонніх сил.

Падіння потенціалу спостерігається на зовнішній ділянці кола. Проте, в середині джерела струму відбувається збільшення потенціалу (рис. 3.26).

Закон Ома можна записати у наступній формі:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon}{R + r},$$

де R -електричний опір зовнішньої ділянки кола.

$$I(R + r) = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon.$$

Останнє рівняння є законом Ома для неоднорідної ділянки кола, який є узагальненим законом Ома.

3.2.5 Різниця потенціалів. Електрорушійна сила. Напруга

Робота по переміщенню одиничного заряду ($q_0 = +1$ Кл) в електричному полі називається різницею потенціалів. Вона не залежить від шляху переміщення:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q_0}.$$

Електрорушійна сила є роботою, яку виконують сторонні сили при переміщенні одиничного позитивного заряду. Вона залежить від

the path of transfer. The electromotive force is equal to work, done against the electrostatic forces.

The voltage is the sum of works of electrostatic and external forces. It depends upon the transfer path.

Thus:

$$U_{12} = I(R + r) = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon.$$

Product IR is called the drop in voltage in the external part of circuit.

Product Ir is called the drop in voltage inside the current source.

Voltage equals to the potential difference for homogeneous circuit part where current source is absent .

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2.$$

3.2.6 Ohm's Law for a Closed Circuit

Connecting ends of a heterogeneous circuit part (Fig.3.25) their potentials will be equal to each other $\varphi_1 = \varphi_2$. As a result a closed circuit is formed which consists of a current source with an EMF ε and an internal resistance r , as well as an external resistance R (Fig. 3.27).

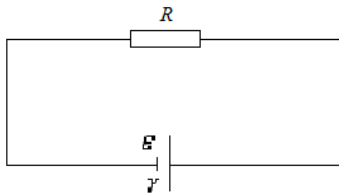


Figure 3.27

Consequently from the Ohm's law in general form we obtain:

$$\varepsilon = IR + Ir,$$

$$I = \frac{\varepsilon}{(R + r)}.$$

It is the Ohm's law for a closed circuit.

шляху переміщення. Електрорушійна сила дорівнює роботі, виконаній на протидію електростатичним силам.

Напруга є сумою робіт електростатичних і сторонніх сил при переміщенні одиничного позитивного заряду. Вона залежить від шляху переміщення.

Тому:

$$U_{12} = I(R + r) = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon.$$

Добуток IR називається падінням напруги в зовнішній ділянці кола.

Добуток Ir називається падінням напруги всередині джерела струму.

Для однорідної ділянки кола, на якій відсутні джерела струму, напруга дорівнює різниці потенціалів:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2.$$

3.2.6 Закон Ома для замкнутого кола

Якщо з'єднати між собою кінці неоднорідної ділянки кола (рис.3.25), то їх потенціали будуть рівними $\varphi_1 = \varphi_2$. В результаті утвориться замкнене коло, яке складається з джерела струму з ЕРС ε і внутрішнім опором r , а також з зовнішнім опором R (рис. 3.27).

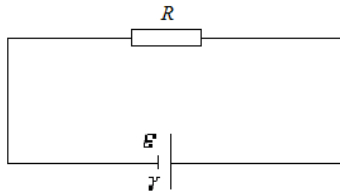


Рисунок 3.27

Тому з узагальненого закону Ома отримаємо:

$$\varepsilon = IR + Ir,$$

$$I = \frac{\varepsilon}{(R + r)}.$$

Це рівняння є законом Ома для замкнутого кола.

3.2.7 Kirchhoff's Laws

It was German physicist G. Kirchhoff who published the first in 1847 systematic formulation of the principles governing the behavior of electric circuits. Kirchhoff's theory includes two laws.

The first law deals with the so called junction point (node). By definition a point of an electric circuit, where three or more conductors are connected is called the junction point.

1. The Kirchhoff's first law states, the algebraic sum of the currents crossing or leaving the junction point at any instant of time is equal to zero. In other words, the algebraic sum of the currents at any junction point equals zero:

$$\sum_i I_i = 0.$$

In other words the sum of currents intensities entering or outgoing of the nodes in any time moment equals zero.

The current which enters junction point is considered to be positive. The current which leaves junction point is considered to be negative (Fig.3.28).

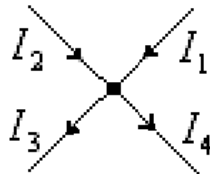


Figure 3.28

For example, for fig. 3.28 the first law of Kirchhoff will be written:

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0.$$

This law is derived from the law of charge conservation. If a charge comes to node it must go away.

2. The Kirchhoff's second law deals with closed loops in a branched circuit (Fig. 3.29).

3.2.7 Закони Кірхгофа

У 1847 році німецький фізик Кірхгоф першим опублікував системне формулювання основних принципів роботи електричних кіл. Теорія Кірхгофа включає два закони.

Перший закон пов'язаний з так званою точкою з'єднання - вузлом. За визначенням, точка ділянки електричного кола, де є 3 або більше провідників, з'єднаних разом, називається точкою з'єднання (вузлом).

1. Перший закон Кірхгофа стверджує, що алгебраїчна сума сил струмів, які сходяться у будь-якому вузлі дорівнює нулю:

$$\sum_i I_i = 0.$$

Іншими словами, сума сил струмів, які входять, або виходять з вузла в будь який момент часу, дорівнює нулю.

Струм, який входить до вузла, вважають позитивним. Струм, який виходить з вузла, вважають негативним (рис.3.28).

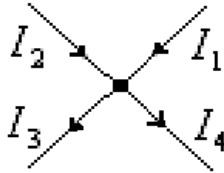


Рисунок 3.28

Наприклад, для рис 3.28 перший закон Кірхгофа запишеться:

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0.$$

Цей закон витікає з закону збереження заряду. Якщо заряд входить в вузол, він має і вийти з нього.

2. Другий закон Кірхгофа є узагальненим законом Ома для замкненого контуру розгалуженого кола (рис. 3.29).

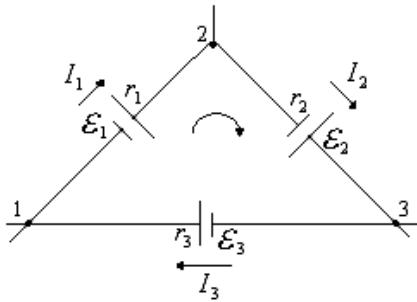


Figure 3.29

According to general form of Ohm's law:

$$\begin{cases} I_1(R_1 + r_1) = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_1 \\ I_2(R_2 + r_2) = \varphi_2 - \varphi_3 + \varepsilon_2, \\ I_3(R_3 + r_3) = \varphi_3 - \varphi_1 + \varepsilon_3 \end{cases}$$

$$I_1(R_1 + r_1) + I_2(R_2 + r_2) + I_3(R_3 + r_3) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3.$$

This law states that for any closed loop taken in a branched circuit, the algebraic sum of the products of the currents and the respective resistances is equal to the algebraic sum of all the electromotive forces in the loop. Currents directions which coincide with the direction of bypass loop are assumed to be positive. E.m.f. is assumed to be positive if it increases the potential in the direction of bypass loop. (Fig 3.26).

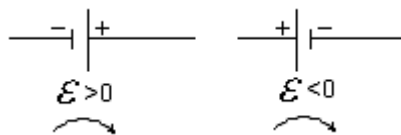


Figure 3.26

Consequently:

$$\sum_i I_i(R_i + r_i) = \sum_k \varepsilon_k.$$

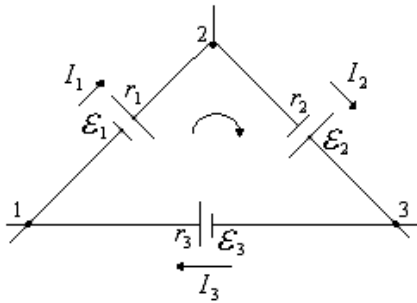


Рисунок 3.29

Згідно узагальненого закону Ома для трьох ділянок:

$$\begin{cases} I_1(R_1 + r_1) = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_1 \\ I_2(R_2 + r_2) = \varphi_2 - \varphi_3 + \varepsilon_2 \\ I_3(R_3 + r_3) = \varphi_3 - \varphi_1 + \varepsilon_3 \end{cases}$$

$$I_1(R_1 + r_1) + I_2(R_2 + r_2) + I_3(R_3 + r_3) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

Другий закон Кірхгофа стверджує, що для будь-якого замкненого контуру в розгалуженому колі, алгебраїчна сума добутків сил струму і відповідного опору дорівнює алгебраїчній сумі усіх електрорушійних сил у контурі. Струми, напрямки яких співпадають з напрямком обходу контуру, вважають позитивними. Електрорушійні сили вважаються позитивними, якщо вони збільшують потенціал у напрямку обходу контуру (рис.3.30).

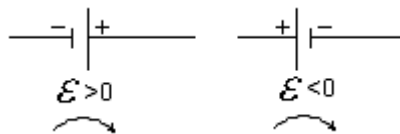


Рисунок 3.30

Отже:

$$\sum_i I_i(R_i + r_i) = \sum_k \varepsilon_k$$

3.2.8 Work and Power of Electric Current. Joule-Lenz Law

Let's consider a homogeneous conductor with resistance R , and voltage U applied to it. The intensity of current, flowing inside a conductor:

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

It means, that over the time t through a cross-section of a conductor a charge $dq = Idt$ is transferred. Work done by electrostatic field to transmit a charge is equal to work done by current:

$$dA = dqU = IUdt = I^2 Rdt = \frac{U^2}{R} dt.$$

For direct current work done by a current within the time t is:

$$A = \int_0^t IUdt = IUt.$$

For alternating current, the work done by a current within the time t is:

$$A = \int_0^t I^2(t)Rdt.$$

Power of a current is:

$$P = \frac{dA}{dt} = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Work done by a current flowing along an immobile conductor is expended onto it's heating

$$dQ = dA.$$

So,

$$dQ = IUdt = I^2 Rdt = \frac{U^2}{R} dt,$$

$$Q = \int_0^t IUdt = IUt.$$

This is Joule-Lenz law: heat generated by a constant current flowing through a conductor is directly proportional to current intensity I , voltage on its ends U and to time t of current flowing

$$Q = IUt.$$

3.2.8 Робота і потужність електричного струму. Закон Джоуля-Ленца

Розглянемо однорідний провідник з опором R , до якого прикладена напруга U . Сила струму, що проходить по провіднику

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Це означає, що за час dt через переріз провідника переноситься заряд $dq = Idt$. Робота електростатичного поля по переміщенню заряду дорівнює роботі струму

$$dA = dqU = IUdt = I^2 Rdt = \frac{U^2}{R} dt.$$

При постійному струмі за силою за проміжок часу t робота електричного струму:

$$A = \int_0^t IUdt = IUt.$$

Якщо струм змінюється, то робота струму за час t

$$A = \int_0^t I^2(t)Rdt.$$

Потужність струму $P = \frac{dA}{dt} = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$

При проходженні струму по нерухомому провіднику, робота струму йде на його нагрівання $dQ = dA.$

Отже

$$dQ = IUdt = I^2 Rdt = \frac{U^2}{R} dt,$$

$$Q = \int_0^t IUdt = IUt.$$

Це є закон Джоуля-Ленца: кількість теплоти, що виділяється в провіднику при проходженні по ньому постійного електричного струму, прямо пропорційна силі струму I , напрузі U на його кінцях і часу t проходження струму:

$$Q = IUt.$$

Heat emission of a conductor, along which flows a current, is explained by energy dispersion of mobile carriers, caused by their collisions with knots of crystal lattice.

Let's calculate heat, emitted by a local area of conductor. Let's take an elementary volume inside of a conductor having a shape of a cylinder of the length dl and area dS . According to Joule-Lenz law inside this volume within the time dt the emitted heat is:

$$dQ = I^2 R dt = (j dS)^2 \rho \frac{dl}{dS} dt = \rho j^2 dV dt .$$

Heat, emitted in elementary volume of conductor over elementary time is called specific thermal power of a current:

$$\omega = \frac{dQ}{dV dt} .$$

So,

$$\omega = \rho j^2 .$$

This formula represents Joule-Lenz law in differential form.

Since $j = \gamma E$, and $\rho = \frac{1}{\gamma}$, so it can be represented as:

$$\omega = jE = \gamma E^2 .$$

3.3 Magnetic Field

3.3.1 Magnetic Field and its characteristics

Magnetic field is one of the forms of matter. It is created by moving electric charges or permanent magnets. No magnetic field appears around electric charges at rest. There is no difference where electric charges move. Magnetic field can be created when electric charges move in space, in a conductor, in a molecule or in atom. Thus, magnetism is typical only for moving electric charges. A magnetic field exists near all the planets. The investigation of the magnetic field of the Earth is a very important problem. But the nature of this phenomenon is unknown today.

Magnetic field can be detected due to its action on magnetic needle, moving charges or conductors with current. If magnetic needle is in a magnetic field, a moment of force (rotational moment) acts on it.

Виділення теплоти в провіднику, по якому проходить струм, пояснюється розсіянням енергії рухомих носіїв заряду, зумовленим зіткненням їх з вузлами кристалічної ґратки.

Визначимо кількість теплоти, що виділяється в деякому локальному місці провідника. Для цього виділимо в середині провідника елементарний об'єм у вигляді циліндра, завдовжки dl і площею основи dS . За законом Джоуля-Ленца в цьому об'ємі протягом часу dt виділиться кількість теплоти

$$dQ = I^2 R dt = (j dS)^2 \rho \frac{dl}{dS} dt = \rho j^2 dV dt.$$

Кількість теплоти, що виділяється в одиниці об'єму провідника за одиницю часу, називається питомою тепловою потужністю струму

$$\omega = \frac{dQ}{dV dt}.$$

Отже

$$\omega = \rho j^2.$$

Ця формула представляє закон Джоуля-Ленца в диференціальній

формі. Оскільки $j = \gamma E$, а $\rho = \frac{1}{\gamma}$, то його можна представити у

наступному вигляді $\omega = jE = \gamma E^2$.

3.3 Магнітне поле

3.3.1 Магнітне поле і його характеристики

Магнітне поле – це один із видів матерії. Воно виникає поблизу рухомих електричних зарядів або постійних магнітів. Магнітне поле не виникає навколо електричних зарядів у стані спокою. Немає різниці де рухається електричний заряд. Магнітне поле виникає під час руху електричних зарядів в просторі, в провіднику, в молекулі чи атомі. Отже, магнетизм характерний тільки для рухомих електричних зарядів. Магнітне поле існує навколо всіх планет. Дослідження магнітного поля Землі є дуже актуальною задачею. Але природа цього явища досі невідома.

Магнітне поле можна виявити завдяки його дії на магнітну стрілку, провідник зі струмом або рухомий заряд. Якщо магнітна стрілка знаходиться в магнітному полі, то на неї діє момент сил (обертальний момент).

In this case the orientation of north pole of magnetic needle coincides with the direction of magnetic field at this point, i.e. from the south pole to the north pole (Fig. 3.31).

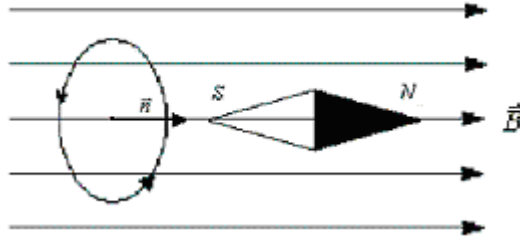


Figure 3.31

The magnitude of magnetic field is proportional to the maximum value of the rotational moment acting on the needle. A rotational moment also acts on a coil of wire in the magnetic field. The orientation of the normal vector, being perpendicular to the contour, coincides with the direction of magnetic field. Magnitude of the rotational moment depends upon the size of the contour and the current in it.

The rotational moment, acting on a plane current loop, placed in magnetic field, is:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}],$$

where \vec{p}_m is the magnetic moment of the loop,

\vec{B} is the magnetic induction.

Vector \vec{p}_m is

$$\vec{p}_m = IS\vec{n},$$

where I is the current intensity,

S is the area of the loop,

\vec{n} is the unit normal vector to the surface of the loop.

The direction of the vector of the magnetic moment \vec{p}_m is determined according to the right-hand screw rule: if the head of the screw is rotated in the direction of the loop current the forward motion of the screw will coincide with the direction of \vec{p}_m .

В цьому випадку, напрям орієнтації північного полюса магнітної стрілки співпадає з напрямком магнітного поля в цій точці, тобто з південного полюса на північний (рис.3.31).

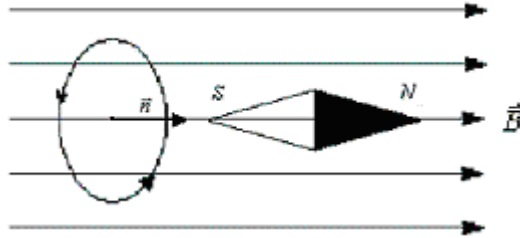


Рисунок 3.31

Величина магнітного поля прямо пропорційна максимальному обертовому моменту, що діє на магнітну стрілку. На контур зі струмом в магнітному полі також діє обертовий момент. Напрямок вектора нормалі до рамки співпадає з напрямком магнітного поля. Величина обертового моменту залежить від розміру рамки і струму в ній.

Обертовий момент сил, який діє на контур зі струмом у магнітному полі, дорівнює:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}],$$

де \vec{p}_m - вектор магнітного моменту контуру,

\vec{B} - вектор магнітної індукції.

Вектор \vec{p}_m дорівнює:

$$\vec{p}_m = IS\vec{n},$$

де I – сила струму,

S – площа контуру,

\vec{n} – одиничний вектор нормалі до поверхні контуру.

Напрямок вектора магнітного моменту \vec{p}_m визначається за правилом правого гвинта: якщо головка свердлика обертається у напрямку протікання струму в контурі, то поступальний рух правого гвинта співпадатиме з напрямком \vec{p}_m .

The magnetic induction magnitude at a given point of magnetic field is determined as maximum rotational moment acting on the contour with a unite magnetic moment:

$$B = \frac{M_{\max}}{P_m},$$

where M_{\max} is the maximal rotational moment acting on the loop with current.

A unit of magnetic induction is tesla (T).

Vector \vec{H} is called intensity of magnetic field, it characterizes magnetic field in vacuum. Intensity \vec{H} is created by macro-currents only. Intensity of magnetic field doesn't depend on environmental properties but induction \vec{B} does.

Magnetic induction vector \vec{B} characterizes resultant magnetic field of macro-currents and micro-currents. Micro-currents originate in atoms under the effect of magnetic field of macro-currents they amplify.

Magnetic induction vector \vec{B} is related to magnetic field intensity vector \vec{H} by relation:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H},$$

where μ_0 is the magnetic constant,

μ is the magnetic permeability of substance.

$$\mu_0 = 1.26 \cdot 10^{-6} \frac{\text{H}}{\text{m}}.$$

The direction of vector \vec{H} coincides with the direction of vector \vec{B} .
Unit of vector \vec{H} is

$$[H] = \frac{\text{A}}{\text{m}}.$$

3.3.2 Force Lines of the Magnetic Field

The force lines of the magnetic field are the imagined lines, tangents of which coincide with the direction of the magnetic induction at the given point. The magnetic force lines are not interrupted at any space point. They are closed. Such fields are called vortex. The force lines near a conductor

Магнітна індукція в даній точці магнітного поля визначається максимальним обертаючим моментом, що діє на контур з одиничним магнітним моментом:

$$B = \frac{M_{\max}}{P_m},$$

де M_{\max} – це максимальний обертальний момент сил, що діє на контур зі струмом.

Одиницею виміру вектору магнітної індукції є тесла (Тл).

Вектор \vec{H} називається напруженістю магнітного поля, він характеризує магнітне поле у вакуумі. Напруженість \vec{H} утворюється тільки макрострумами. Напруженість магнітного поля не залежить від властивостей навколишнього середовища, тоді як індукція \vec{B} - залежить.

Вектор магнітної індукції \vec{B} характеризує результуюче магнітне поле макрострумів і мікрострумів. Мікроструми виникають в атомах речовини під дією магнітного поля макрострумів, яке вони підсилюють.

Вектор магнітної індукції \vec{B} зв'язаний з вектором напруженості магнітного поля \vec{H} співвідношенням:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H},$$

де μ_0 – магнітна стала,

μ – магнітна проникливість речовини.

$$\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}.$$

Напрямок вектору \vec{H} співпадає з напрямком вектору \vec{B} . Одиниця

виміру \vec{H} :

$$[H] = \frac{\text{А}}{\text{м}}.$$

3.3.2 Силкові лінії магнітного поля

Силкові лінії магнітного поля – це уявні лінії, дотичні до яких співпадають з напрямом магнітної індукції в даній точці. Силкові лінії магнітного поля не перериваються в жодній точці простору. Вони замкнуті. Такі поля називаються вихровими. Силкові лінії біля

with current are concentric circles in a plane perpendicular to the conductor (Fig 3.32).

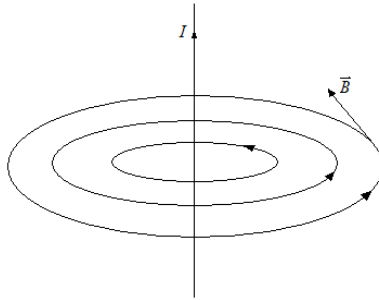


Figure 3.32

The direction of the force lines of magnetic field is determined by the right-hand screw rule: if a right screw is turned in forward direction of the current the direction of its rotation will coincide with that of the force lines.

3.3.3 Ampere's Force

If a conductor with the current is placed into a magnetic field, the Ampere's force effects on it (Fig. 3.33).

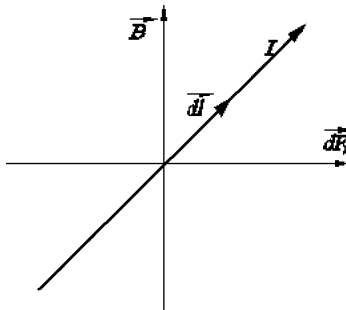


Figure 3.33

Ampere's force $d\vec{F}_A$ acting on the element of length $d\vec{l}$ of a conductor with current in the magnetic field is directly proportional to the current intensity I in the conductor and to the vector product of the element of length $d\vec{l}$ and magnetic induction \vec{B} :

провідника з током – це концентричні кола в площині, перпендикулярної до провідника (рис.3.32).

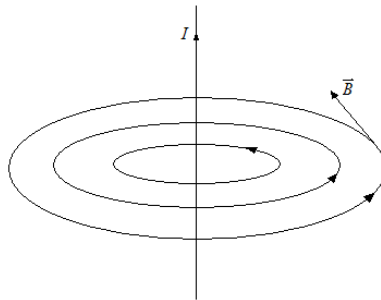


Рисунок 3.32

Напрямок силових ліній магнітного поля визначається за правилом правого гвинта: якщо правий гвинт вкручувати за напрямком до протікання струму, то його обертання співпадає з напрямком силових ліній.

3.3.3 Сила Ампера

Якщо провідник зі струмом помістити в магнітне поле, на нього буде діяти сила Ампера (рис.3.33).

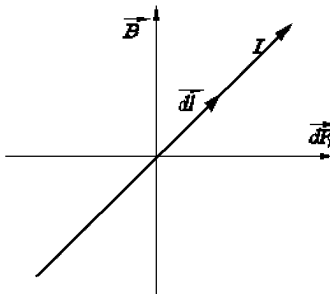


Рисунок 3.33

Сила Ампера $d\vec{F}_A$, яка діє на елемент довжиною $d\vec{l}$ провідника зі струмом в магнітному полі, прямо пропорційна до сили струму I в провіднику і до вектора добутку елемента довжини $d\vec{l}$ на магнітну індукцію \vec{B} :

$$d\vec{F}_A = I[d\vec{l}, \vec{B}],$$

where $d\vec{l}$ is an element length of conductor with current.

\vec{B} is magnetic induction vector.

This is Ampere's law.

One can see that the direction of $d\vec{F}_A$ is perpendicular to \vec{B} as well as to $d\vec{l}$ and is determined by the left-hand rule. If an open palm of a left hand is oriented so that the vector of magnetic induction enters the palm, while the extended forefingers point in the direction of the current then the extended thumb points in the direction of Ampere's force. The modulus of Ampere's force is

$$dF_A = IBdl \sin \alpha,$$

where α is the angle between vectors $d\vec{l}$ and \vec{B} .

3.3.4 Biot-Savart-Laplace's Law

Using the Biot-Savart-Laplace's law we can calculate the magnetic field induction at any point of space near the conductor with current.

According to the superposition principle induction \vec{B} in the arbitrary point of magnetic field near the conductor with current is a vector sum of elementary values of induction \vec{B} created by the elements $d\vec{l}$ of a conductor (Fig. 3.34).

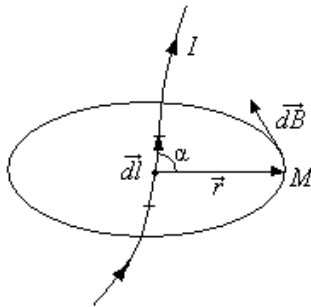


Figure 3.34

$$d\vec{F}_A = I[d\vec{l}, \vec{B}],$$

де $d\vec{l}$ - елемент довжини провідника зі струмом,

\vec{B} - вектор магнітної індукції.

Це є закон Ампера.

Вочевидь, що напрямок $d\vec{F}_A$ перпендикулярний до \vec{B} та $d\vec{l}$ і визначається за правилом лівої руки. Якщо відкрити долонь лівої руки розташувати так, щоб вектор магнітної індукції входив у долонь, а чотири витягнуті пальці спрямувати в напрямку струму, то великий палець вказуватиме напрям сили Ампера. Модуль сили Ампера дорівнює:

$$dF_A = IBdl \sin \alpha,$$

де α - кут між векторами $d\vec{l}$ та \vec{B} .

3.3.4 Закон Біо-Савара-Лапласа

Використовуючи закон Біо-Савара-Лапласа, можна визначити магнітну індукцію в будь-якій точці простору біля провідника зі струмом. За принципом суперпозиції індукція \vec{B} в довільній точці магнітного поля біля провідника зі струмом є векторною сумою елементарних значень індукції $d\vec{B}$, утворених окремими елементами $d\vec{l}$ провідника (рис.3.34).

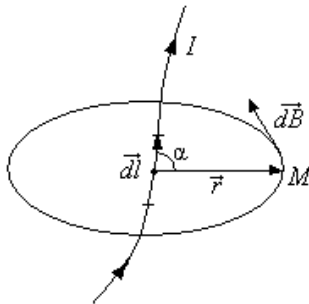


Рисунок 3.34

The distance from $d\vec{l}$ to the M point is defined with the help of the radius-vector \vec{r} . The Biot-Savart-Laplace's law may be written in vector form as

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot I \cdot \frac{[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}.$$

Vector \vec{B} is perpendicular to $d\vec{l}$ and \vec{r}

$$d\vec{B} \perp d\vec{l}, d\vec{B} \perp \vec{r},$$

its direction coincides with the tangent to the line of magnetic induction and can be determined by the right-hand screw rule.

In scalar form

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}.$$

Resulting value of magnetic induction vector \vec{B} can be determined integrating by all elements $d\vec{l}$:

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}.$$

Let's consider Biot-Savart-Laplace's law application for determination of magnetic field induction.

1. Magnetic field of a straight conductor with current.

Let us assume that current flows in an infinitely long straight conductor. The small element $d\vec{l}$ creates magnetic induction $d\vec{B}$ in the M point. The distance between the conductor and M point is R . The direction of magnetic induction $d\vec{B}$ in M point is determined by the right-hand screw rule. The direction of the vector of the magnetic induction of all elements $d\vec{l}$ is the same as $d\vec{B}$ (Fig. 3.35).

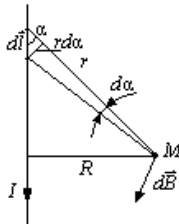


Figure 3.35

Відстань від $d\vec{l}$ до точки M визначається за допомогою радіус-вектору \vec{r} . Закон Біо-Савара-Лапласа можна записати у векторній формі:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot I \cdot \frac{[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}.$$

Вектор $d\vec{B}$ перпендикулярний до $d\vec{l}$ і \vec{r} :

$$d\vec{B} \perp d\vec{l}, d\vec{B} \perp \vec{r},$$

його напрямок збігається з дотичною до лінії магнітної індукції і може бути знайдений за правилом правого гвинта.

В скалярній формі:

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I dl \sin \alpha}{r^2}.$$

Результуюче значення вектора магнітної індукції \vec{B} можна знайти інтегруючи по всім елементам $d\vec{l}$:

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}.$$

1. Магнітне поле прямого провідника.

Припустимо, що струм протікає по нескінченно довгому провіднику. Малий елемент $d\vec{l}$ створює магнітну індукцію $d\vec{B}$ в точці M . Відстань між провідником і точкою M дорівнює R . Напрямок магнітної індукції \vec{B} в точці M визначається за правилом правого гвинта. Напрямок векторів магнітної індукції від всіх елементів $d\vec{l}$ такий самий як і $d\vec{B}$ (рис.3.35).

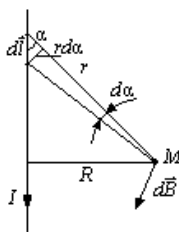


Рисунок 3.35

Total vector \vec{B} equals to the sum of moduli of $d\vec{B}$ vectors.

According to the Biot-Savart-Laplace's law, modulus of magnetic induction is

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin \alpha}{r^2},$$

where I is the current,

α is an angle between \vec{r} and $d\vec{l}$,

\vec{r} is a radius-vector.

From Figure 3.31 we have

$$r = \frac{R}{\sin \alpha}, \quad dl = \frac{rd\alpha}{\sin \alpha}.$$

By incorporating these parameters into the above formula we obtain

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} I \sin \alpha d\alpha.$$

As angle α varies from 0 to π , then the resulting vector \vec{B} is

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} I \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{2I}{R}.$$

Finally the induction of magnetic field of a straight conductor may be expressed as

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \cdot \frac{I}{R}.$$

2. The magnetic induction at the center of a circumference conductor with current.

At the center of a circumference conductor $\sin \alpha = \sin 90^\circ = 1$.

Thus

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} I \frac{1}{r^2} \oint dl = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} I \frac{1}{r^2} \cdot 2\pi r = \frac{\mu_0 \mu}{2r} \cdot I.$$

3.3.5 Full Current Law for the Magnetic Field in Vacuum

Circulation of induction vector of magnetic field \vec{B} in closed contour L is called the integral of the form

Результуючий вектор \vec{B} дорівнює сумі модулів $d\vec{B}$.

Згідно закону Біо-Савара-Лапласа, модуль магнітної індукції дорівнює:

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin \alpha}{r^2},$$

де I – сила струму,

α – кут між \vec{r} та $d\vec{l}$,

\vec{r} – радіус – вектор.

З рисунка 3.31 маємо:

$$r = \frac{R}{\sin \alpha}, \quad dl = \frac{rd\alpha}{\sin \alpha}.$$

Підставивши ці значення в останню формулу, отримаємо:

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} I \sin \alpha d\alpha.$$

Так як кут α змінюється в інтервалі від нуля до π , результуючий вектор \vec{B} дорівнює:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} I \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{2I}{R}.$$

Таким чином, індукція магнітного поля прямого провідника визначається так:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \cdot \frac{I}{R}.$$

2. Магнітна індукція в центрі кругового провідника зі струмом.

В центрі кругового провідника $\sin \alpha = \sin 90^\circ = 1$:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} I \frac{1}{r^2} \oint dl = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} I \frac{1}{r^2} \cdot 2\pi r = \frac{\mu_0 \mu}{2r} \cdot I.$$

3.3.5 Закон повного струму для магнітного поля у вакуумі

Циркуляцією вектора індукції магнітного поля \vec{B} по замкненому контуру L називається інтеграл:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl ,$$

where $d\vec{l}$ is a vector of an element of contour length directed along by pass direction of the contour, $B_l = B \cos \alpha$ is a projection of the vector \vec{B} on the tangent to the loop, α is the angle between vectors \vec{B} and $d\vec{l}$.

The law of full current for magnetic field in vacuum (theorem about circulation of intensity vector of magnetic field): circulation of induction magnetic vector \vec{B} of direct currents in arbitrary closed loop is equal to the product of the magnetic constant μ_0 and algebraic sum of the currents that are covered by this contour

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i .$$

The direction of current which coincides with a direction of contour by pass is determined by right hand screw rule and is considered as a positive; the current that has an opposite direction is negative (Fig.3.36).

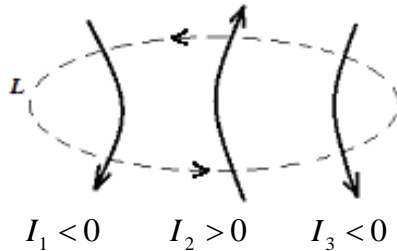


Figure 3.36

The fields which circulation is not equal to zero are called vortex. Since circulation of the vector \vec{B} isn't equal to zero, so the magnetic field is vortex. The lines of magnetic induction are closed or tend to infinity. Let's apply the law of full current to calculate magnetic field.

1. The magnetic field of direct current.

Let's calculate the induction of magnetic field of the infinite straight conductor with a current I placed in the vacuum.

Let's find a circulation of vector \vec{B} along the closed contour as circle of radius r

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl,$$

де $d\vec{l}$ – вектор елемента довжини контуру, напрямлений вздовж обходу контуру,

$B_l = B \cos \alpha$ – проекція вектора \vec{B} на дотичну до контуру, α - кут між векторами \vec{B} і $d\vec{l}$.

Закон повного струму для магнітного поля у вакуумі (теорема о циркуляції вектора індукції магнітного поля): циркуляція вектора індукції магнітного поля \vec{B} постійних струмів по довільному замкненому контуру дорівнює добутку магнітної сталої μ_0 на алгебраїчну суму струмів, які охоплюються цим контуром:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i.$$

Позитивним вважається струм, напрямок якого зв'язаний з напрямком обходу по контуру правилом правого гвинта; струм протилежного напрямку вважається негативним (рис.3.36)

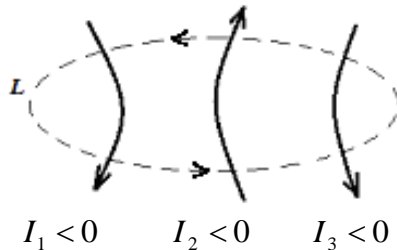


Рисунок 3.36

Поля, циркуляція яких не дорівнює нулю є вихровими. Так як циркуляція вектора \vec{B} не дорівнює нулю, то магнітне поле – вихрове. Лінії магнітної індукції є замкненими або прямують у нескінченність. Застосуємо закон повного струму для обчислення магнітного поля.

1. Магнітне поле прямого струму.

Розрахуємо індукцію магнітного поля нескінченного прямолінійного провідника зі струмом I , що знаходиться у вакуумі. Знайдемо циркуляцію вектора \vec{B} вздовж замкненого контуру у вигляді кола радіуса r

$$\oint_L B dl = B2\pi r .$$

According to the law of full current:

$$B2\pi r = \mu_0 I .$$

Then magnetic induction is

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} .$$

2. Magnetic field of solenoid.

Let's calculate the induction of a magnetic field inside long solenoid with length l and N number of turns and with current I (Fig.3.37).

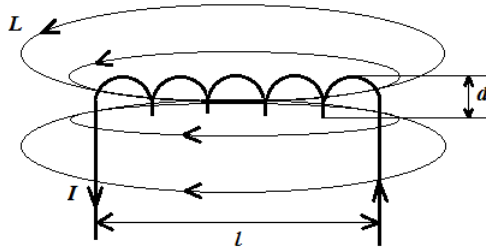


Figure 3.37

So as solenoid is long then it's length is greater than its diameter $l \gg d$.

According to the law of full current circulation of the vector \vec{B} along closed contour L is equal to:

$$\oint_L B dl = \mu_0 \sum_i I_i = \mu_0 NI .$$

Circulation of vector \vec{B} along the contour L may be represented in the form of the sum of two integrals along the internal part of contour L_1 and external part of contour L_2

$$\oint_L B dl = \int_{L_1} B dl + \int_{L_2} B dl .$$

Magnetic field of solenoid is almost localized inside it and outside it is much lower i.e. $\int_{L_2} B dl \approx 0$.

Then

$$\oint_L B dl = B2\pi r .$$

Згідно закону повного струму

$$B2\pi r = \mu_0 I .$$

Тоді індукція магнітного поля

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} .$$

2. Магнітне поле соленоїда.

Розрахуємо індукцію магнітного поля в середині довгого соленоїда завдовжки l з кількістю витків N і силою струму I (рис. 3.37)

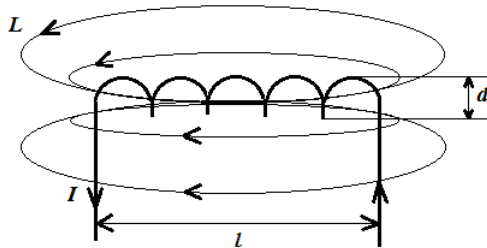


Рисунок 3.37

Так як соленоїд довгий, то його довжина набагато більша за діаметр $l \gg d$. Циркуляція вектора \vec{B} по замкненому контуру L згідно закону повного струму:

$$\oint_L B dl = \mu_0 \sum_i I_i = \mu_0 NI .$$

Циркуляцію вектора \vec{B} по контуру L можна подати у вигляді двох інтегралів по внутрішній частині контуру L_1 і зовнішній частині L_2 :

$$\oint_L B dl = \int_{L_1} B dl + \int_{L_2} B dl .$$

Магнітне поле соленоїда практично повністю локалізовано в середині його, а за його межами є значно меншим, тобто $\int_{L_2} B dl \approx 0$.

Тоді

$$\oint_L B dl = \int_{L_1} B dl = Bl .$$

According to the full current law

$$Bl = \mu_0 NI .$$

So, induction of magnetic field is equal to:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} = \mu_0 nI$$

where $n = \frac{N}{l}$ is a number of turns per unit of solenoid length.

2. Magnetic field of toroid.

Let's calculate the induction of magnetic field of a toroid

Toroid is a circular coil whose turns are wound around a core having the shape of toroid (Fig.3.38).

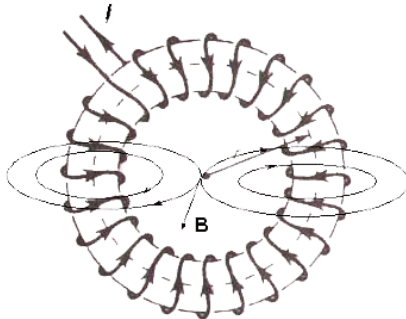


Figure 3.38

The lines of magnetic field induction of the toroid have the shape of circles with a center on axis of toroid.

Circulation of the vector \vec{B} along the circle with radius r is equal to:

$$\oint_L B dl = B \int_0^{2\pi r} dl = B 2\pi r .$$

According to full current law

$$B 2\pi r = \mu_0 NI ,$$

then the induction of magnetic field is equal to:

$$\oint_L B dl = \int_{L_1} B dl = Bl .$$

Згідно закону повного струму

$$Bl = \mu_0 NI ,$$

тоді індукція магнітного поля

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} = \mu_0 nI ,$$

де $n = \frac{N}{l}$ – число витків на одиницю довжини соленоїда.

3. Магнітне поле тороїда.

Розрахуємо індукцію магнітного поля тороїда. Тороїд – це кільцева котушка витки якої намотано на осердя, що має форму тороїда (рис.3.38)

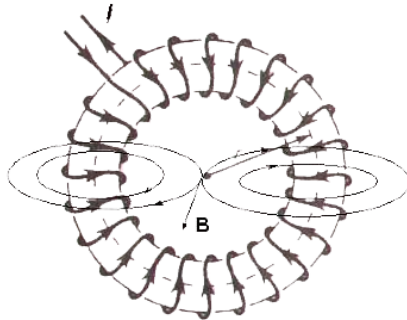


Рисунок 3.38

Лінії індукції магнітного поля тороїда мають форму кіл, центри яких лежать на осі тороїда. Циркуляція вектора \vec{B} вздовж кола радіусом r дорівнює

$$\oint_L B dl = B \int_0^{2\pi r} dl = B2\pi r .$$

Згідно закону повного струму

$$B2\pi r = \mu_0 NI ,$$

тоді індукція магнітного поля:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r},$$

where N is a number of turns of the toroid.

3.3.6 Lorentz's Force

Magnetic field doesn't effect on immobile electric charge. If a charge is moving with \vec{v} velocity in magnetic field of \vec{B} induction Lorentz's force acts on it. It is given by the following formula

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}, \vec{B}].$$

The direction of the Lorentz's force is determined by the rule of the left hand: if the open palm of the left hand is placed so that the vector of magnetic induction \vec{B} enters the palm while the extended forefingers point in the direction of the positive charge velocity \vec{v} then the extended thumb points in the direction of Lorentz's force acting onto the positive charge. Lorentz's force acts on the negative charge in opposite direction. Lorentz's force is directed perpendicularly to the vectors \vec{v} and \vec{B} (Fig.3.39).

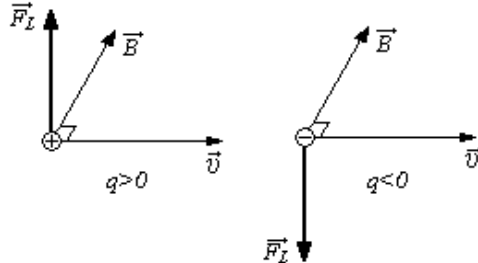


Figure3.39

Modulus of Lorentz's force vector is

$$F_L = qvB \sin \alpha,$$

where α is the angle between \vec{v} and \vec{B} .

Lorentz's force is usually used in engineering in order to accelerate charged particles. We consider motion of an electron in uniform magnetic field. We assume that the electron with \vec{v} velocity flies into the magnetic field of \vec{B} induction.

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r},$$

де N – число витків тороїда.

3.3.6 Сила Лоренца

Магнітне поле не діє на нерухомий електричний заряд. Якщо заряд рухається зі швидкістю \vec{v} у магнітному полі з індукцією \vec{B} , то на нього діє сила Лоренца. Вона визначається за наступною формулою:

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}, \vec{B}].$$

Напрямок сили Лоренца визначається за правилом лівої руки: якщо долоню лівої руки розмістити так, щоб в неї входив вектор магнітної індукції \vec{B} , а чотири витягнуті пальці спрямувати вздовж вектора швидкості \vec{v} руху позитивного заряду, то відігнутий великий палець покаже напрямок сили Лоренца, що діє на позитивний заряд. На негативний заряд сила Лоренца діє в протилежному напрямку. Сила Лоренца направлена перпендикулярно до векторів \vec{v} і \vec{B} (рис.3.39).

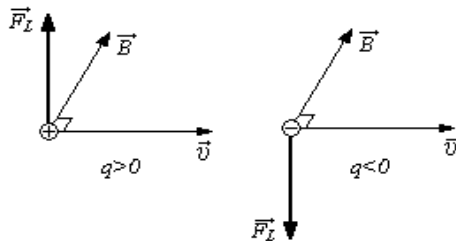


Рисунок 3.39

Модуль вектора сили Лоренца дорівнює:

$$F_L = qvB \sin \alpha,$$

де α – кут між \vec{v} та \vec{B} .

Сила Лоренца зазвичай використовується в техніці для прискорення заряджених частинок. Розглянемо рух електрону в рівномірному магнітному полі. Припустимо, що електрон влітає зі швидкістю \vec{v} в магнітне поле з індукцією \vec{B} .

Velocity vector \vec{v} is perpendicular to magnetic induction vector \vec{B} . An electron being under Lorentz's force acting must deviate from z-axis as it is shown in Fig. 3.40.

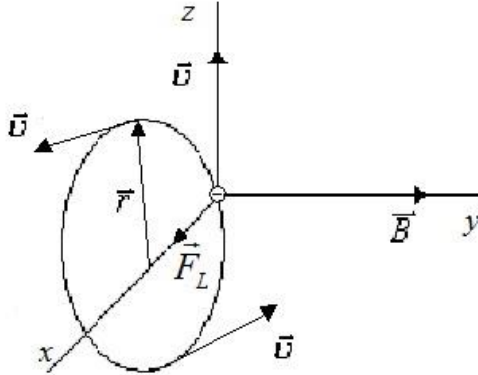


Figure 3.40

The direction of the deviation is in the surface perpendicular to \vec{B} and \vec{v} . Further, Lorentz force continues to act and the deviation arises again. It is easy to see that the Lorentz's force acts as centripetal force. Thus electron moves along the circumference. The equation of motion is given by:

$$qBv = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow$$

From this equation you can find the radius of the circumference on which the electron moves:

$$r = \frac{m}{q} \cdot \frac{v}{B}.$$

The period of rotation of the electron is

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{B q}.$$

If electron velocity \vec{v} is directed at the angle α to the magnetic induction vector \vec{B} electron moves along a spiral (Fig. 3.41).

Вектор швидкості \vec{v} перпендикулярний до вектора магнітної індукції \vec{B} . Отже, електрон під дією сили Лоренца має відхилитися від осі z так, як зображено на рис.3.40:

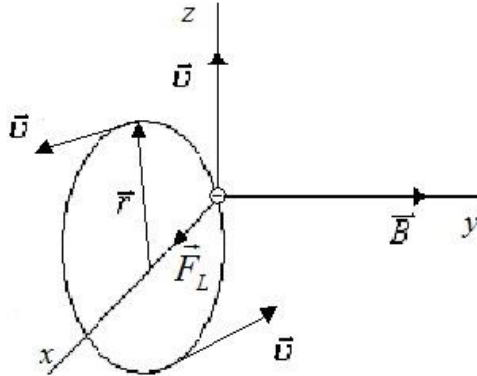


Рисунок 3.40

Напрямок відхилення відбувається в площині, перпендикулярній до \vec{B} і до \vec{v} . Далі сила Лоренца продовжує діяти на електрон і відхилення знову збільшується. Неважко помітити, що сила Лоренца діє, як доцентрова сила. Тому електрон рухається по колу. Рівняння руху може бути записане таким чином:

$$qBv = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow$$

З цього рівняння можна знайти радіус кола, по якому рухається електрон:

$$r = \frac{m}{q} \cdot \frac{v}{B}.$$

Період обертання електрона:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{B q}.$$

Якщо швидкість електрона \vec{v} напрямлена під кутом α до вектора магнітної індукції \vec{B} , то електрон рухається по спіралі (рис.3.41).

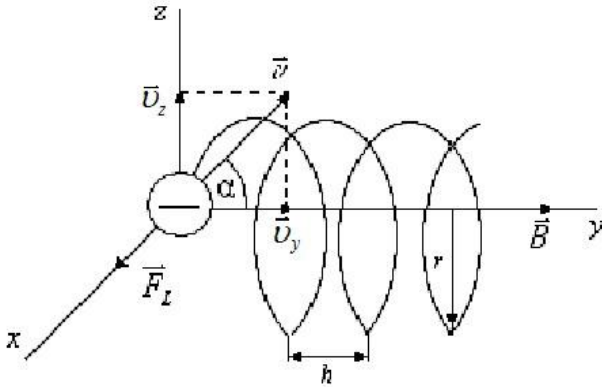


Figure 3.41

Since

$$v_y = v \cos \alpha,$$

$$v_z = v \sin \alpha,$$

then radius of the spire is determined as

$$r = \frac{mv \sin \alpha}{qB}.$$

The step of a spiral is

$$h = v_y T = vT \cos \alpha = \frac{2\pi}{B} \cdot \frac{mv \cos \alpha}{q}.$$

If \vec{B} increases then r and h decrease. This case is used for focusing the charged particle beam (Fig.3.42).

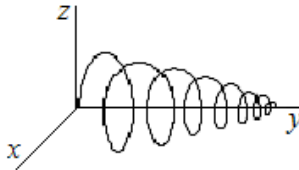


Figure 3.42

3.3.7 Hall's Effect

Hall's effect was discovered by American scientist E. Hall in 1879.

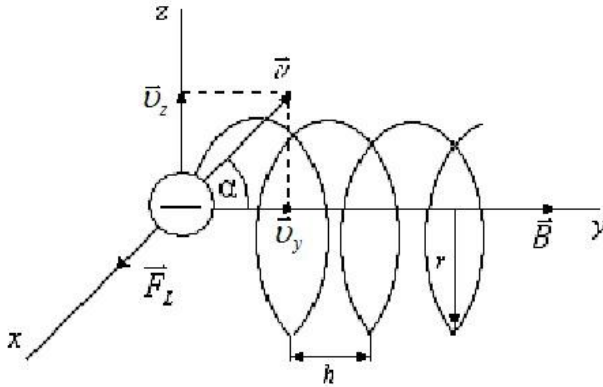


Рисунок 3.41

Так як

$$v_y = v \cos \alpha,$$

$$v_z = v \sin \alpha,$$

то радіус спіралі визначається за формулою:

$$r = \frac{mv \sin \alpha}{qB}.$$

Крок спіралі h :

$$h = v_y T = vT \cos \alpha = \frac{2\pi}{B} \cdot \frac{mv \cos \alpha}{q}.$$

Якщо \vec{B} зростає, то r та h зменшуються. Такий випадок використовується для фокусування пучка заряджених частинок (рис.3.42).

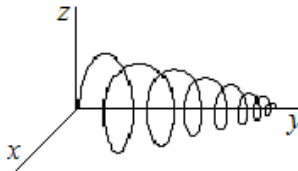


Рисунок 3.42

3.3.7 Ефект Холла

Ефект Холла був відкритий американським вченим Е.Холлом у 1879 р.

Hall's effect is the existence of e.m.f. in metal or semiconductor specimen with electric current which is situated in external magnetic field.

Let's consider the specimen in external magnetic field (Fig. 3.43).

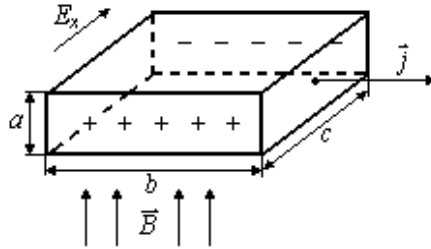


Figure 3.43

Lorentz's force is acting upon a positive charge in the magnetic field. The direction of this force is determined by the rule of left hand. As a result on the lateral planes of the specimen electromotive force of Hall arises.

Accumulation of charges will exist until formation of field intensity E_x which equalizes Lorentz's force and as a result stationary distribution of charges in the polar direction will occur.

In this case

$$qE_x = q \frac{\Delta\varphi}{c},$$

$$q \frac{\Delta\varphi}{c} = qvB,$$

$$\Delta\varphi = vBc.$$

Let's determine velocity v :

$$I = jS = nqvS \quad (S = a \cdot c),$$

$$v = \frac{I}{nqac}.$$

Then

$$\Delta\varphi = \frac{I}{nqa} B = \frac{1}{nq} \cdot \frac{IB}{a} = R \frac{IB}{a},$$

where $R = \frac{1}{nq}$ is Hall's constant.

Ефект Холла полягає в існуванні ЕРС у металевому чи напівпровідниковому зразку зі струмом, розташованому в зовнішньому магнітному полі.

Розглянемо зразок у зовнішньому магнітному полі (рис.3.43).

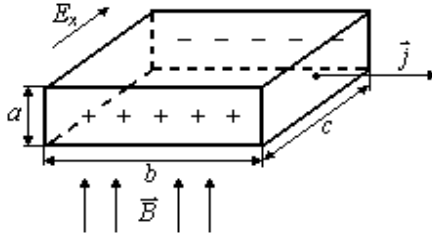


Рисунок 3.43

Сила Лоренца діє на позитивний заряд у магнітному полі. Напрямок цієї сили визначається за правилом лівої руки. В результаті, на бічних площинах провідника виникає електрорушійна сила Холла.

Накопичення зарядів буде продовжуватися, доки не сформується напруженість поля E_x , дія якої врівноважує силу Лоренца. В результаті цього відбудеться стаціонарне розподілення зарядів у поперечному напрямі.

В цьому випадку:

$$qE_x = q \frac{\Delta\varphi}{c} ,$$

$$q \frac{\Delta\varphi}{c} = qvB,$$

$$\Delta\varphi = vBc.$$

Визначимо швидкість v :

$$I = jS = nqvS \quad (S = a \cdot c),$$

$$v = \frac{I}{nqac}.$$

Тоді:

$$\Delta\varphi = \frac{I}{nqa} B = \frac{1}{nq} \cdot \frac{IB}{a} = R \frac{IB}{a},$$

де $R = \frac{1}{nq}$ - стала Холла.

By measuring R we can determine concentration of the current carriers in a conductor and assume the nature of conductance as the sign of Hall's constant that coincides with that of current carriers charge.

Hall's effect has very wide practical applications in devices to measure induction of constant and variable magnetic fields.

3.3.8 Magnetic Flux

Let us consider a closed loop of dS area. The loop may have any shape (Fig. 3.44).

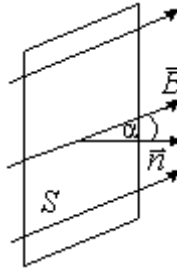


Figure 3.44

By definition the elementary magnetic flux through the area dS is a scalar physical value that is equal to:

$$d\Phi_B = \vec{B}d\vec{S} = B_n dS,$$

where B_n is projection of \vec{B} onto the direction of the normal \vec{n} to the area dS :

$$B_n = B \cos \alpha,$$

where α is the angle between \vec{B} and \vec{n} .

Magnetic flux through the arbitrary surface S is equal to

$$\Phi_B = \int_S B_n dS,$$

and through the arbitrary closed surface:

$$\Phi_B = \oint_S B_n dS.$$

The unit of magnetic flux is weber (Wb).

Вимірюючи R , можемо визначити концентрацію носіїв струму в провіднику і встановити природу провідності, так як знак сталої Холла співпадає зі знаком носіїв заряду.

Ефект Холла має велике практичне значення: його застосовують у пристроях для вимірювання індукції постійних та змінних магнітних полів.

3.3.8 Магнітний потік

Розглянемо замкнутий контур з площею dS . Контур може бути будь-якої форми (рис.3.44).

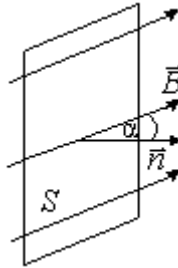


Рисунок 3.44

За визначенням, елементарний магнітний потік через площадку dS є скалярною фізичною величиною, яка дорівнює:

$$d\Phi_B = \vec{B}d\vec{S} = B_n dS,$$

де B_n - проекція \vec{B} на напрямок нормалі \vec{n} до площадки dS :

$$B_n = B \cos \alpha,$$

де α – це кут між \vec{B} та \vec{n} .

Магнітний потік через довільну поверхню S дорівнює:

$$\Phi_B = \int_S B_n dS,$$

а через довільну замкнену поверхню:

$$\Phi_B = \oint_S B_n dS.$$

Одиниця виміру магнітного потоку – вебер (Вб).

3.3.9 Ostrogradsky-Gauss's Theorem for the Magnetic Field

Ostrogradsky-Gauss's theorem for the magnetic field states that the magnetic flux through any closed surface is zero:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_S B_n dS = 0.$$

This theorem is a consequence of the fact that there are no magnetic charges in nature, the lines of magnetic field induction are closed and the magnetic field is vortex.

3.3.10 Work done by displacement of a conductor and contour with current in magnetic field

A conductor with the current in a magnetic field can move under the action of Ampere's force (Fig.3.45).

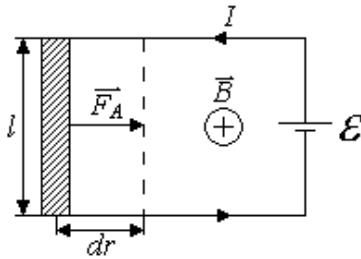


Figure 3.45

The conductor moves in the direction of the force $d\vec{F}_A$ acting on it. Work done by the Ampere force for displacement of a conductor with a current for dr a distance is equal to:

$$dA = F_A dr = IBldr = IBdS = Id\Phi_B,$$

If the current $I = const$, then integrating this expression, we obtain work done by the Ampere force for displacement of a conductor with a current in a magnetic field:

$$A = \int Id\Phi_B.$$

$$A = \int Id\Phi_B = I(\Phi_{B1} - \Phi_{B2}) = I\Delta\Phi_B.$$

3.3.9 Теорема Остроградського-Гаусса для магнітного поля

Теорема Остроградського-Гаусса для магнітного поля стверджує, що магнітний потік через будь-яку замкнену поверхню дорівнює нулю:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_S B_n dS = 0.$$

Ця теорема є наслідком того, що в природі відсутні магнітні заряди, лінії індукції магнітного поля є замкненими а магнітне поле є вихровим.

3.3.10 Робота переміщення провідника і контуру зі струмом у магнітному полі

Провідник зі струмом у магнітному полі може рухатись під дією сили Ампера (рис. 3.45).

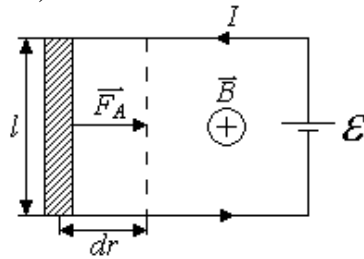


Рисунок 3.45

Провідник переміщується в напрямку сили $d\vec{F}_A$, яка діє на нього. Робота сили Ампера при переміщенні провідника зі струмом на відстань dr дорівнює:

$$dA = F_A dr = IBldr = IBdS = Id\Phi_B,$$

Якщо сила струму $I = \text{const}$, то інтегруючи цей вираз, отримуємо роботу сили Ампера при переміщенні в магнітному полі провідника зі струмом:

$$A = \int Id\Phi_B,$$

$$A = \int Id\Phi_B = I(\Phi_{B1} - \Phi_{B2}) = I\Delta\Phi_B.$$

So, work done for displacement of a conductor with current in magnetic field is equal to a product of current intensity and a change of magnetic flux through a surface intersected by a conductor.

Let's calculate work done for displacement of a closed contour with current in magnetic field (Fig.3.46)

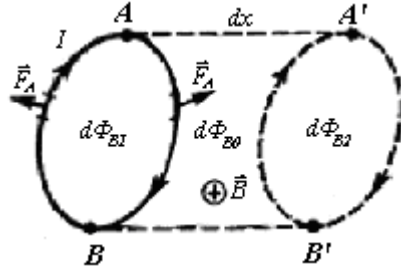


Figure 3.46

Work done by Ampere's force for displacement a closed contour in magnetic field for dx distance is equal to the algebraic sum of works of displacement of conductors AB and BA :

$$dA = dA_{AB} + dA_{BA}.$$

Work $dA_{AB} > 0$ is positive, because angle α between Ampere's force and displacement is acute:

$$dA_{AB} = I(d\Phi_{B_0} + d\Phi_{B_2}).$$

Work $dA_{BA} < 0$ is negative, because angle α in this case is obtuse:

$$dA_{BA} = -I(d\Phi_{B_0} + d\Phi_{B_1}).$$

The total work is

$$dA = Id\Phi_{B_0} + Id\Phi_{B_2} - Id\Phi_{B_0} - Id\Phi_{B_1} = I(d\Phi_{B_2} - d\Phi_{B_1}) = Id\Phi_B.$$

Integrating this expression, we obtain full work done by Ampere's forces for displacement closed contour with a current in a magnetic field:

$$A = \int Id\Phi_B = I\Delta\Phi_B.$$

The work done for displacement of closed contour with a current in magnetic field is equal to the product of current intensity and change of magnetic flux bonded with contour.

Отже, робота переміщення провідника зі струмом у магнітному полі дорівнює добутку сили струму на зміну магнітного потоку крізь поверхню, яку перетинає провідник.

Обчислимо роботу по переміщенню замкненого контуру зі струмом у магнітному полі (Рис. 3.46).

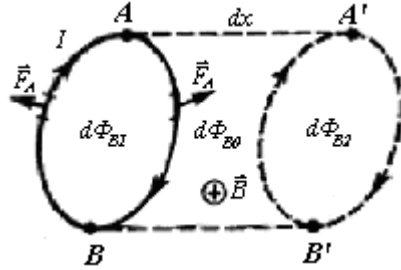


Рисунок 3.46

Робота сил Ампера при переміщенні замкненого контуру на dx дорівнює алгебраїчній сумі робіт переміщення провідників AB і BA :

$$dA = dA_{AB} + dA_{BA}.$$

Робота $dA_{AB} > 0$ є позитивною, так як кут α між силою Ампера і переміщенням гострий:

$$dA_{AB} = I(d\Phi_{B_0} + d\Phi_{B_2}).$$

Робота $dA_{BA} < 0$ негативна, так як у цьому випадку кут α тупий:

$$dA_{BA} = -I(d\Phi_{B_0} + d\Phi_{B_1}).$$

Повна робота:

$$dA = Id\Phi_{B_0} + Id\Phi_{B_2} - Id\Phi_{B_0} - Id\Phi_{B_1} = I(d\Phi_{B_2} - d\Phi_{B_1}) = Id\Phi_B.$$

Інтегруючи цей вираз, отримаємо повну роботу сил Ампера при переміщенні в магнітному полі замкненого контуру зі струмом:

$$A = \int Id\Phi_B = I\Delta\Phi_B.$$

Робота сили Ампера при переміщенні замкненого контуру зі струмом в магнітному полі дорівнює добутку сили струму на зміну магнітного потоку, зчепленого з контуром.

3.3.11 Comparison of Electric and Magnetic Fields

Compare the basic properties and characteristics of the electric and magnetic fields (Table 3.2).

Table 3.2

Electric field	Magnetic field
1.It is created by electric charges.	1.It is created by moving electric charges.
2.It can be discovered by the force acting on probe charge tested.	2.It can be discovered by the force, acting on a conductor with current or magnetic needle.
3.It is described by the intensity vector: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, [E] = \frac{V}{m}.$	3.It is described by the magnetic induction vector \vec{B} : $B = \frac{M_{\max}}{P_m}; [B] = T.$
4.The lines of force start and finish at charges or at infinity.	4.The lines of force are closed.
5.The flux of the intensity vector \vec{E} in vacuum through an arbitrary closed surface is proportional to the sum of charges, surrounded by this surface: $\oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i.$	5. There are no magnetic field charges in nature: $\oint_S B_n dS = 0.$
6. Electric field is potential: $\oint_L E dl = 0.$	6. Magnetic field is vortex: $\oint_L B dl \neq 0.$

3.4 Electromagnetic Induction

3.4.1 Electromagnetic Induction Phenomenon. Faraday's law

Phenomenon of electromagnetic induction was discovered by Faraday in 1831. He found that in the closed conducting circuit an electric current occurs when the magnetic flux is changed through this circuit. Let us consider two experiments made by Faraday (Fig.3.47).

3.3.11 Порівняння електричного та магнітного полів

Порівняємо основні властивості і характеристики електричного та магнітного полів (Таблиця 3.2).

Таблиця 3.2

Електричне поле	Магнітне поле
1. Створюється електричними зарядами.	1. Створюється рухомими електричними зарядами.
2. Може бути визначене силою, що діє на пробний заряд.	2. Може бути визначене силою, що діє на провідник зі струмом або магнітну стрілку.
3. Описується вектором напруженості електричного поля: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \quad [E] = \frac{V}{m}$	3. Описується вектором магнітної індукції: $B = \frac{M_{\max}}{P_m}; \quad [B] = \text{Тл.}$
4. Силкові лінії починаються і закінчуються на електричних зарядах або у нескінченності.	4. Силкові лінії є замкнутими.
5. Потік вектору напруженості \vec{E} в вакуумі через замкнуту поверхню є пропорційний сумі зарядів, оточених цією поверхнею: $\oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i.$	5. У природі не існує магнітних зарядів: $\oint_S B_n dS = 0.$
6. Електричне поле є потенціальним: $\oint_L E dl = 0.$	6. Магнітне поле є вихровим: $\oint_L B dl \neq 0.$

3.4 Електромагнітна індукція

3.4.1 Явище електромагнітної індукції. Закон Фарадея

Явище електромагнітної індукції було відкрито Фарадеєм у 1831р. Він виявив, що в замкненому провідному контурі виникає електричний струм при зміні магнітного потоку через цей контур. Розглянемо два експерименти, поставлені Фарадеєм (рис.3.47).

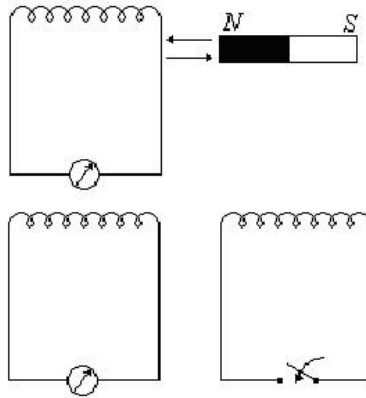


Figure 3.47

We can see in the first experiment that any motion of permanent magnet relative to the coil produces the current flowing through it. It is important that the current rises, only with the moving of magnet. The galvanometer doesn't show anything if the magnet is at rest.

In the second experiment galvanometer shows the current only if the switch is closing or opening. If the switch is closed no effect is observed. These are only two of many Faraday's experiments showing that the current rises in the closed contour by changing magnetic field through the surface of this contour.

The electromagnetic induction phenomenon is the origination of current in closed conducted contour under the action of varying magnetic field.

Rising current is called induced one. Arising induced current is the result of existence of e.m.f. of electromagnetic induction. Faraday formulated the electromagnetic induction law: e.m.f. of electromagnetic induction in closed conducted contour is numerically equal and is opposite in sign of the rate of magnetic flux changing through the area limited by this contour

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Sign “-” is a mathematical expression of Lenz's law: a direction of induction current in a contour is such as its magnetic

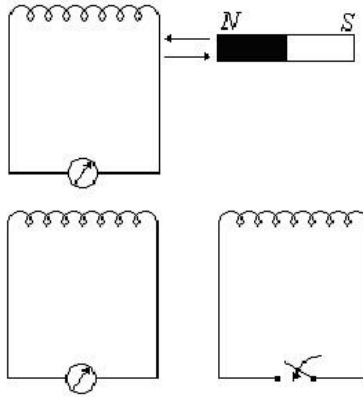


Рисунок 3.47

У першому експерименті будь-який рух постійного магніту відносно котушки викликає проходження струму в ній. Важливо, що струм виникає, тільки тоді, коли магніт рухається. Гальванометр нічого не показує, коли магніт знаходиться у стані спокою.

У другому експерименті гальванометр показує наявність струму тільки при ввімкненні або вимкненні вимикача. При замкнутому вимикачі ефект відсутній. Це лише два з багатьох експериментів Фарадея, які показують, що в замкнутому контурі виникає струм при зміні магнітного поля через площу цього контуру.

Явище виникнення струму в замкнутому провідному контурі під дією змінного магнітного поля називається електромагнітною індукцією.

Струм, що виникає, називається індукційним. Виникнення індукційного струму обумовлено існуванням ЕРС електромагнітної індукції.

Фарадей сформулював закон електромагнітної індукції: ЕРС електромагнітної індукції в замкнутому провідному контурі чисельно дорівнює і протилежна за знаком швидкості зміни магнітного потоку крізь поверхню, обмежену цим контуром

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Знак "-" в цьому законі є математичним виразом правила Ленца: напрям індукційного струму в контурі завжди такий, що його магнітне

field prevents the change of magnetic flux that excites this induction current.

If magnetic flux increases $d\Phi_B > 0$ then $\varepsilon_i < 0$ and magnetic field of induction current is directed towards the magnetic flux, if magnetic flux decreases $d\Phi_B < 0$ then $\varepsilon_i > 0$ and direction of magnetic field of induction current coincides with magnetic flux direction.

Value of induction current in a closed conducting loop with R resistance is determined by the Ohm's law

$$I = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{1}{R} \cdot \frac{d\Phi_B}{dt}.$$

3.4.2 Source of Alternating Current (Generator)

Due to the phenomenon of electromagnetic induction transformation of mechanical energy into electrical one is possible. Electrical generator which are the sources of a.c. current are used for this transformation. Let's consider electrical generator work principle with an example of rectangular contour, rotating with the constant angular velocity in the uniform magnetic field (Fig. 3.48).

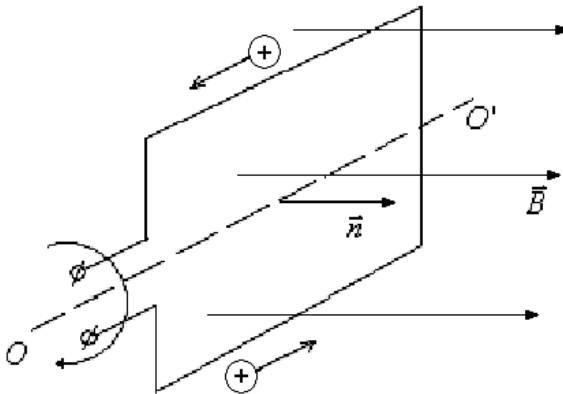


Figure 3.48

The contour rotates around the axis OO' . The magnetic flux through this contour can be calculated by the formula

$$\Phi_B = BS \cos \alpha, (B, S = \text{const}).$$

поле протидіє зміні магнітного потоку, який збуджує цей індукційний струму.

Якщо магнітний потік збільшується $d\Phi_B > 0$, то $\mathcal{E}_i < 0$ і магнітне поле індукційного струму направлене назустріч полю, що утворює магнітний потік, якщо ж магнітний потік зменшується $d\Phi_B < 0$, то $\mathcal{E}_i > 0$ і напрям магнітного поля індукційного струму збігається з напрямом поля, що утворює магнітний потік.

Величина індукційного струму в замкненому провідному контурі з опором R визначається за законом Ома:

$$I = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{1}{R} \cdot \frac{d\Phi_B}{dt}.$$

3.4.2 Джерело змінного струму (генератор)

Завдяки явищу електромагнітної індукції можливе перетворення механічної енергії в електричну. Для цього використовують електричні генератори, які є джерелом змінного струму. Розглянемо принцип роботи електричного генератора на прикладі прямокутного контуру, що обертається зі сталою кутовою швидкістю в однорідному магнітному полі (рис 3.48).

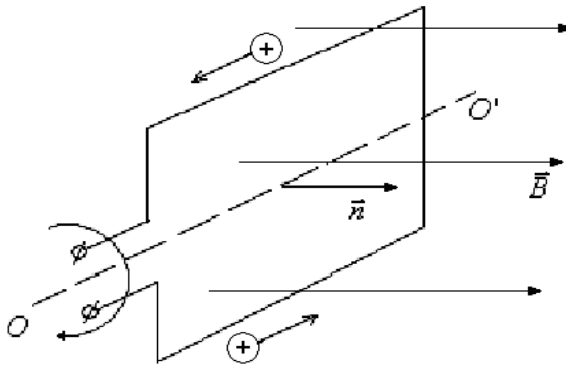


Рисунок 3.48

Контур обертається навколо осі OO' . Магнітний потік, що проходить крізь контур, можна визначити за формулою:

$$\Phi_B = BS \cos \alpha, (B, S = const).$$

Angle of rotating α is changing

$$\alpha = \omega t.$$

Consequently,

$$\Phi_B = BS \cos \omega t.$$

Thus, taking the derivative we obtain e.m.f. of induction that arises in the contour

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = \omega BS \sin \omega t.$$

Maximum e.m.f. value is with $\sin \omega t = 1$

$$\varepsilon_{i \max} = \omega BS, (\sin \omega t = 1),$$

Consequently, e.m.f. of induction generated in the conducted contour on its rotation in the magnetic field changes according to the harmonic law.

Increasing of e.m.f. of induction is possible due to increasing of B and S , as ω is determined as constant value

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 50 \text{ Hz},$$

which is used in CIS and Europe.

Reverse process of transformation electrical energy to mechanical one is possible and it is used in electric motors. The principle of electric motor's work consists in rotating of the contour with the current in the magnetic field.

3.4.3 Eddy Currents

Induction currents arising in massive conductors with varying magnetic flux, penetrate them, is called eddy currents or Foucault currents.

Eddy currents arise when massive conductors move inside a magnetic field or under the action of varying magnetic field. These currents are found inside a conductor volume and have a shape of closed eddy lines. The eddy currents obey the Lenz rule: their magnetic field is directed in such a way as to counteract the change in the magnetic flux inducing eddy currents.

Foucault currents play both as useful as well as harmful effect. Useful effect they play in inductance furnace for metals melting, as they cause an intensive heating of conductors.

Кут повороту α змінюється:

$$\alpha = \omega t.$$

Отже,

$$\Phi_B = BS \cos \omega t.$$

Після обчислення похідної, отримаємо ЕРС індукції, яка виникає в контурі:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = \omega BS \sin \omega t.$$

Максимальне значення ЕРС набуває, коли $\sin \omega t = 1$:

$$\varepsilon_{i \max} = \omega BS, (\sin \omega t = 1),$$

Отже, ЕРС індукції, що утворюється у провідниковому контурі при його обертанні в магнітному полі, змінюється за гармонічним законом.

Збільшення ЕРС індукції можливе за рахунок збільшення B або S , так як ω визначається сталою частотою:

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 50 \text{ Hz},$$

яка застосовується у країнах СНД та Європи.

Можливий і зворотний процес перетворення електричної енергії в механічну, який застосовується в електродвигунах. Принцип роботи електродвигуна полягає в обертанні контуру зі струмом в магнітному полі.

3.4.3 Вихрові струми

Індукційні струми, які виникають у масивних провідниках зі змінною магнітного потоку, що їх пронизує, називаються вихровими, або струмами Фуко.

Вихрові струми виникають під час руху масивних провідників у магнітному полі, або під дією змінного магнітного поля. Ці струми замикаються в об'ємі провідника у вигляді вихороподібних замкнених ліній. Вихрові струми підпорядковуються правилу Ленца: їх магнітне поле спрямовано таким чином, щоб протидіяти зміні магнітного потоку, що індукуює вихрові струми.

Струми Фуко відіграють як корисну, так і шкідливу роль. Корисну роль вони відіграють, наприклад, в індукційних печах для плавлення металів так як вони спричиняють інтенсивне нагрівання провідників.

Induction currents may be also used for damping the moving parts of devices. If a metal needle vibrates near the poles of electromagnet, the induction current arises in it according to the Lenz's law and damps the motion of a needle.

The appearance of huge eddy currents in cores of electromagnets, transformers, magnetic circuits of electric machines is harmful, as it causes its heating and the considerable losses of energy. That is why the cores of transformers and magnetic circuits are made not solid. They are made from thin plates, isolated one from the other with dielectric layers, for example, from thin metal plates with oxidized surface.

With a frequency growth of eddy currents they are distributed mainly in near-surface layer of a conductor. This phenomenon is called skin-effect. It is used for surface hardening of metals.

3.4.4 Eddy Electric Field

The induced e.m.f. arises in the motionless contour, placed in the variable magnetic field. Lorentz's force doesn't act on the motionless charges inside this contour and appearance of the e.m.f. of electromagnetic induction in motionless coil cannot be explained by the arising of Lorentz's force. To explain this phenomenon Maxwell assumed that any variable magnetic field excites an eddy electric field in the surrounding medium. It's force lines are closed and it causes the appearance of induction current inside a contour.

The circulation of the eddy electric field intensity along the arbitrary closed contour isn't equal to zero unlike electrostatic field, and it is equal to the rate of a magnetic flux change along this contour, i.e. the e.m.f. of electromagnetic induction inside this contour:

$$\oint_L \vec{E}_B \cdot \vec{dl} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = \varepsilon_i .$$

Thus, the variable magnetic field excites the eddy electric field that causes the appearance of an induction current.

Вихрові струми також можна використовувати для демпферування рухливих частин в приладах. Якщо металева стрілка коливається між полюсами електромагнітна, то згідно правила Ленца, вихрові індукційні струми мають такий напрям, що сили, діючи з боку магнітного поля, гальмують ці коливання.

Виникнення значних вихрових струмів в осердях електромагнітів, трансформаторів, магнітних колах електричних машин є шкідливим, оскільки призводять до їх нагрівання і значних втрат електричної енергії. Саме тому магнітні кола електричних машин і осердя трансформаторів виготовляють не суцільними. Їх виготовляють з тонких пластин, які ізолювані одна від одної шарами діелектрика. Наприклад, з тонких металевих пластин, поверхня яких окислена.

При збільшенні частоти вихрових струмів вони розподіляються переважно в приповерхневому шарі провідника. Це явище називається скін-ефектом. Його використовують для поверхневого гартування металів.

3.4.4 Вихрове електричне поле

ЕРС електромагнітної індукції виникає у нерухомому контурі, розміщеному у змінному магнітному полі. Але сила Лоренца не діє на нерухомі заряди в цьому контурі і виникнення ЕРС індукції не можна пояснити її дією. Для пояснення цього факту Максвелл припустив, що всяке змінне магнітне поле збуджує в оточуючому просторі вихрове електричне поле. Силкові лінії його є замкненими і воно спричиняє виникнення індукційного струму в провідниковому контурі.

Циркуляція вектора напруженості вихрового електричного поля по довільному замкненому контуру не дорівнює нулю, на відміну від електростатичного поля, а дорівнює швидкості зміни магнітного потоку через цей контур, тобто дорівнює ЕРС електромагнітної індукції в цьому контурі:

$$\oint_L \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = \varepsilon_i .$$

Таким чином, змінне магнітне поле збуджує вихрове електричне поле, яке спричиняє виникнення індукційного струму.

3.4.5 Self-induction. Inductance

Let us assume that in an electric circuit the changing current is flowing. In this case $I \neq \text{const}$. This current generates changing magnetic field. Thus a magnetic flux changes through a contour. In its turn this change of magnetic flux results in e.m.f. appearance of induction inside the same contour.

Thus, rising of an e.m.f. in the same circuit, in which the changing current flows, is called the phenomenon of self-induction. E.m.f. of induction in this case is called e.m.f. of induction.

The current of self-induction appears when closing and opening any electric circuit. An example of current of self-induction when opening a circuit is shown in the Fig. 3.49:

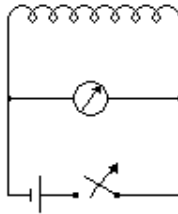


Figure 3.49

When the circuit is unlocked e.m.f. of self-induction arises in a coil which will maintain a current. As a result for some time the current will flow through the galvanometer.

As a magnetic flux Φ_B is proportional to an induction of a magnetic field B , and B is proportional to a current intensity I inside a contour

$$\Phi_B \sim B \sim I,$$

so, a magnetic flux is proportional to a current intensity:

$$\Phi_B = LI,$$

where L – is a coefficient of proportionality, it is called an inductance of a contour or a self-induction coefficient.

A unit of a self-induction in SI system is Henry [H].

1H is an inductance of a contour which magnetic flux at a current of 1A is equal to 1Wb.

The inductance of a conductive contour depends on the geometric shape of a contour and a magnetic permittivity of a medium it is placed in.

3.4.5 Самоіндукція. Індуктивність

Припустимо, що в електричному колі проходить змінний струму, тобто $I \neq \text{const}$. Цей струм створює магнітне поле, що змінюється. При цьому змінюється магнітний потік через це електричне коло. Зміна магнітного потоку викликає виникнення ЕРС індукції в тому ж електричному колі.

Виникнення ЕРС індукції в провідному колі при зміні в ньому сили струму називається явищем самоіндукції. ЕРС індукції в цьому випадку називається ЕРС самоіндукції.

Струм самоіндукції виникає при будь-якому замиканні чи розмиканні електричного кола. Приклад існування струму самоіндукції при розмиканні кола зображено на рисунку 3.49:

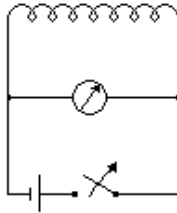


Рисунок 3.49

При розмиканні кола в котушці виникає ЕРС самоіндукції, яка буде підтримувати струм. В результаті через гальванометр деякий час буде протікати струм.

Так як магнітний потік Φ_B пропорційний індукції магнітного поля B , а B пропорційна силі струму I в контурі

$$\Phi_B \sim B \sim I,$$

то магнітний потік пропорційний силі струму:

$$\Phi_B = LI,$$

де L – коефіцієнт пропорційності, який називають індуктивністю контуру або коефіцієнтом самоіндукції.

Одиниця індуктивності в СІ - генрі (Гн).

1 Гн - індуктивність такого контуру, магнітний потік якого при струмі 1 А дорівнює 1 Вб.

Індуктивність провідного контуру залежить від геометричної форми контуру, його розмірів та магнітної проникності середовища, в якому він знаходиться.

E.m.f. of self-induction due to Faraday's law is:

$$\varepsilon_{si} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt}.$$

If $L = \text{const}$:

$$\varepsilon_{si} = -L \frac{dI}{dt}.$$

A sign “-” is determined by a Lenz rule and it shows that an induction current resists the changes of a current, which causing a self-induction, i.e. it slows down an increase or decrease of a current. If a current inside of a contour increases a self-induction current is directed oppositely and counteracts its increase; if a current decreases its direction coincides with a direction of a self-induction current and it counteracts its decrease. So, the inductance of a contour is a measure of its inertia with respect to a current change and it plays the same role in electrodynamics as a mass in mechanics.

As an example let's calculate an inductance of a solenoid of a length l . Let N is a number of turns of a solenoid, so a number of turn per unit of length:

$$n = \frac{N}{l}.$$

The magnetic flux through N turns:

$$\Phi_B = BSN.$$

Magnetic field induction of the solenoid is:

$$B = \mu_0 \mu \frac{NI}{l} = \mu_0 \mu nI.$$

Then the inductance of a solenoid is

$$L = \frac{\Phi_B}{I} = \frac{BSN}{I} = \mu_0 \mu \frac{N^2}{l} S = \mu_0 \mu n^2 V,$$

where $V = Sl$ is the volume of solenoid.

So, the inductance of a solenoid depends upon the number of turns, its dimensions and a magnetic permittivity of a medium inside it.

The phenomenon of self-induction causes the emergence of extracurrents of the closing or unlocking of electric circuits containing solenoids with high inductance.

ЕРС самоіндукції за законом Фарадея:

$$\varepsilon_{si} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt}.$$

Якщо $L = \text{const}$, то:

$$\varepsilon_{si} = -L \frac{dI}{dt}.$$

Знак „-” зумовлений правилом Ленца, показує, що індукційний струм протидіє зміні струму, який викликає самоіндукцію, тобто він сповільнює його зростання або зменшення. Якщо струм в контурі зростає, то струм самоіндукції напрямлений проти нього і протидіє його зростанню; якщо ж струм зменшується, то напрям струму самоіндукції збігається з напрямом струму і протидіє його зменшенню. Отже, індуктивність контуру є мірою його інертності по відношенню до зміни струму і в електродинаміці відіграє таку ж роль, як маса в механіці.

Для прикладу розрахуємо індуктивність соленоїда довжиною l . Нехай N – кількість витків соленоїда, тоді кількість витків на одиницю довжини:

$$n = \frac{N}{l}.$$

Магнітний потік через N витків соленоїда:

$$\Phi_B = BSN.$$

Індукція магнітного поля соленоїда:

$$B = \mu_0 \mu \frac{NI}{l} = \mu_0 \mu nI.$$

Тоді індуктивність соленоїда дорівнює:

$$L = \frac{\Phi_B}{I} = \frac{BSN}{I} = \mu_0 \mu \frac{N^2}{l} S = \mu_0 \mu n^2 V,$$

де $V = Sl$ – об'єм соленоїда.

Отже, індуктивність соленоїда залежить від кількості витків, його розмірів, магнітної проникності середовища в ньому.

Явище самоіндукції спричиняє виникнення екстраструмів замикання або розмикання електричних кіл, що містять соленоїди з великою індуктивністю.

3.4.6 Mutual Inductance. Transformer

Let us consider two loops with currents I_1 and I_2 that are situated close by each other (Fig. 3.50).

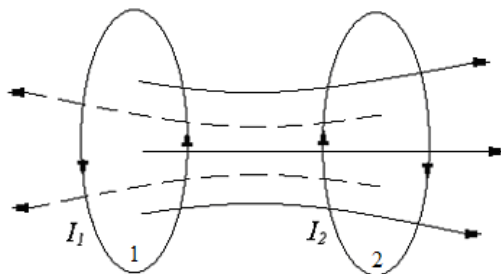


Figure 3.50

A current I_1 in the first loop creates the magnetic flux through a second loop.

$$\Phi_{B2} = L_{21}I_1,$$

where L_{21} is the coefficient of proportionality.

On change of current intensity I_1 changes according to the Faraday's law of electromagnetic induction, the e.m.f. of a induction arises in the second contour:

$$\varepsilon_{i2} = -\frac{d\Phi_{B2}}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}.$$

A current I_2 in a second loop creates a magnetic flux through a first loop:

$$\Phi_{B1} = L_{12}I_2,$$

where L_{12} is a proportionality coefficient.

If a current I_2 changes, in a first loop the e.m.f. of induction arises:

$$\varepsilon_{i1} = -\frac{d\Phi_{B1}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}.$$

The loops 1 and 2 are called combined.

The phenomenon of the appearance of the e.m.f. of induction in the loop, when the current changes in the other one is called the mutual inductance.

The coefficients of proportionality L_{12} and L_{21} are called a mutual inductance of loops. They depend on the size, shape and relative

3.4.6 Взаємна індукція. Трансформатор

Розглянемо два контури зі струмами I_1 та I_2 , які знаходяться досить близько один від одного (рис.3.50).

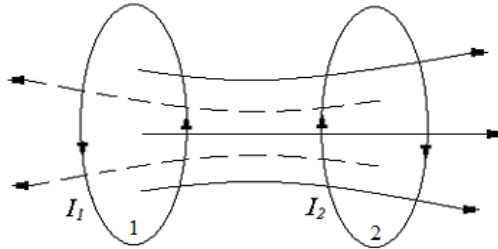


Рисунок 3.50

Струм I_1 в першому контурі створює магнітний потік через другий контур:

$$\Phi_{B2} = L_{21}I_1,$$

де L_{21} - коефіцієнт пропорційності.

При зміні сили струму I_1 , згідно до закону електромагнітної індукції Фарадея в другому контурі виникає ЕРС індукції:

$$\varepsilon_{i2} = -\frac{d\Phi_{B2}}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}.$$

Струм I_2 в другому контурі створює магнітний потік через перший контур:

$$\Phi_{B1} = L_{12}I_2,$$

де L_{12} - коефіцієнт пропорційності.

Якщо струм I_2 змінюється, то в першому контурі виникає ЕРС індукції:

$$\varepsilon_{i1} = -\frac{d\Phi_{B1}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}.$$

Контури 1 і 2 називаються зв'язаними.

Явище виникнення ЕРС індукції в контурі при зміні струму в іншому називається взаємною індукцією.

Коефіцієнти пропорційності L_{21} і L_{12} називаються взаємною індуктивністю контурів. Вони залежать від розмірів, форми, взаємного

positions of loops and also the magnetic properties of the surrounding medium. As they are coefficients of proportionality of a magnetic flux and a current intensity they should be measured in the same units, as the inductance – in henries (H).

Let us show that a mutual inductance of both loops is the same:

$$L_{12} = L_{21}.$$

Let us consider two coils with N_1 and N_2 number turns respectively are coiled on a common toroidal core of magnetic permeability μ (Fig.3.51).

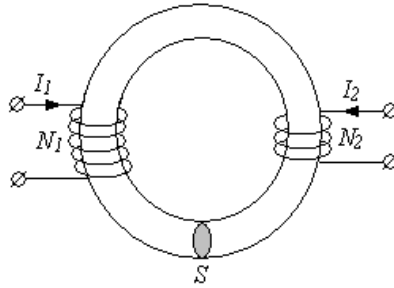


Figure 3.51

The magnetic induction B that is created by the first coil is

$$B = \mu_0 \mu \frac{N_1 I_1}{l},$$

where I_1 is the intensity of current in the first coil, l is the length of the coil.

The magnetic flux through the second coil is

$$\Phi_{B2} = B S N_2 = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S I_1,$$

where S is the cross-section of core.

The coefficient of mutual inductance is

$$L_{21} = \frac{\Phi_{B2}}{I_1} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S.$$

This coefficient is the same for the first coil.

$$L_{12} = L_{21} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S.$$

розміщення контурів і від магнітних властивостей навколишнього середовища. Так як вони є коефіцієнтами пропорційності між магнітним потоком і силою струму, то вимірюються в таких самих одиницях як і індуктивність - в генрі (Гн).

Покажемо, що взаємна індуктивність обох контурів однакова:

$$L_{12} = L_{21}.$$

Для цього розглянемо дві котушки з кількістю витків N_1 і N_2 відповідно, які намотані на спільне тороїдальне осердя з магнітною проникністю μ (рис.3.51).

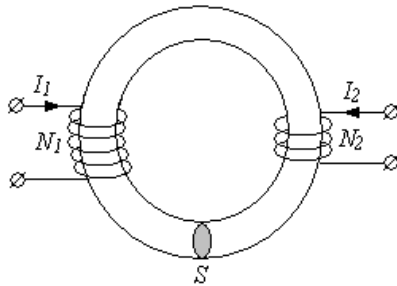


Рисунок 3.51

Магнітна індукція B , яка створюється першою котушкою дорівнює:

$$B = \mu_0 \mu \frac{N_1 I_1}{l},$$

де I_1 – сила струму в першій котушці, l – довжина котушки.

Магнітний потік, що перетинає другу котушку:

$$\Phi_{B2} = B S N_2 = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S I_1,$$

де S – це площа перерізу осердя.

Коефіцієнт взаємної індукції дорівнює:

$$L_{21} = \frac{\Phi_{B2}}{I_1} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S.$$

Цей коефіцієнт такий самий як і для першої котушки:

$$L_{12} = L_{21} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S.$$

That is mutual inductance of combined contours is the same.

The phenomenon of mutual inductance is used in transformers either to raise or lower the voltage of the varying electric current.

Let us consider the transformer work principle. Let us assume that two coils with N_1 and N_2 turns are wound on a closed core or ferromagnetic material. The principle scheme of transformer is shown in Fig.3.52:

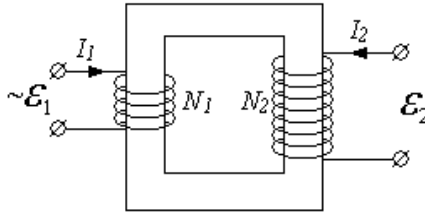


Figure 3.52

Alternating current through the first coil I_1 creates alternating magnetic flux through the second coil. The same magnetic flux flows through the first coil too. According to the Faraday's law of electromagnetic induction the e.m.f. of the mutual inductance is generated in the second coil and the e.m.f. of self-inductance generates in the first one. The current I_1 in the first coil according to the Ohm's law can be defined from the following equation

$$\varepsilon_1 - \frac{d(N_1 \Phi_B)}{dt} = I_1 R_1,$$

where R_1 is the resistance of the first coil.

The drop in voltage in the first coil is small. That is $I_1 R_1 \approx 0$.

Then

$$\varepsilon_1 \approx N_1 \frac{d\Phi_B}{dt}.$$

E.m.f. of the mutual inductance in the second coil is

$$\varepsilon_2 = -\frac{d(N_2 \Phi_B)}{dt} = -N_2 \frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Having compared these two equations we obtain

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = -\frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \varepsilon_2 = -\frac{N_2}{N_1} \varepsilon_1.$$

Тобто взаємна індуктивність зв'язаних контурів однакова.

Явище взаємної індукції використовується в трансформаторах для підвищення або зниження напруги змінного електричного струму.

Розглянемо принцип роботи трансформатора. Припустимо, що дві котушки з кількістю витків N_1 та N_2 намотані на замкнуте осердя з феромагнітного матеріалу. Принципова схема трансформатора зображена на рис.3.52:

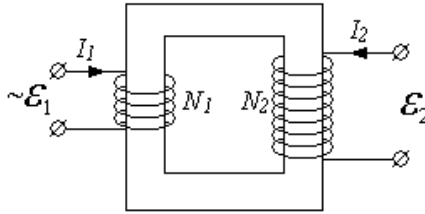


Рисунок 3.52

Змінний струм через першу котушку I_1 створює магнітний потік через другу котушку. Такий самий магнітний потік проходить і через першу котушку. Згідно до закону електромагнітної індукції Фарадея, в другій котушці виникає ЕРС взаємної індукції, а в першій виникає ЕРС самоіндукції. Струм I_1 в першій котушці, згідно закону Ома, може бути визначений за допомогою наступного рівняння: де R_1 – опір першої котушки.

$$\varepsilon_1 - \frac{d(N_1 \Phi_B)}{dt} = I_1 R_1,$$

Падіння напруги в першій котушці незначне, тому $I_1 R_1 \approx 0$.

Тоді

$$\varepsilon_1 \approx N_1 \frac{d\Phi_B}{dt}.$$

ЕРС взаємної індукції в другій котушці дорівнює:

$$\varepsilon_2 = -\frac{d(N_2 \Phi_B)}{dt} = -N_2 \frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Порівнявши ці два рівняння, ми отримаємо:

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = -\frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \varepsilon_2 = -\frac{N_2}{N_1} \varepsilon_1.$$

Sign “-” says, that e.m.f. in the first and second coils are in opposite phases. Number of turns ratio in the coils is called the coefficient of transformation

$$k = \frac{N_2}{N_1}.$$

If $k > 1$ then it is step-up transformer; if $k < 1$ then it is step-down transformer.

If we neglected the energy losses in the coils of transformer ($\approx 2\%$), the power of current in both of coils would be the same:

$$\varepsilon_1 I_1 \approx \varepsilon_2 I_2,$$

and we obtain

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}.$$

So, the ratio of currents in coils is opposite proportional to the ratio of number of turns in coils. The step-up transformers are used to transfer electric energy for long distances because in this case the energy losses on Joule heating decreases. The step-down transformers are used for electrowelding. In this case we deal with high currents and low voltages.

3.4.7 Energy of Magnetic Field

Magnetic field as well as electric one is an energy carrier. Magnetic field energy is equal to work done by current to generate a magnetic field. Let's consider a solenoid with inductance L and number of turns N . On a growth of current for dI , magnetic field grows and magnetic flux changes for $d\Phi_B$. In this case the work done by current source is

$$dA = Id\Phi_B.$$

This work is expended onto a growth of magnetic field energy of solenoid

$$dW_B = dA,$$

$$dW_B = Id\Phi_B.$$

As

$$d\Phi_B = LdI,$$

Знак «-» вказує на те, що ЕРС в першій та другій котушках протилежна по фазі. Співвідношення кількості витків в котушках називається коефіцієнтом трансформації:

$$k = \frac{N_2}{N_1}.$$

Якщо $k > 1$, то це трансформатор, що підвищує напругу; якщо $k < 1$, то це трансформатор, який понижує напругу.

Якщо знехтувати втратами енергії в котушках трансформатора ($\approx 2\%$), потужність струму в обох котушках буде однаковою:

$$\varepsilon_1 I_1 \approx \varepsilon_2 I_2,$$

і ми отримаємо:

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}.$$

Отже, відношення струмів у котушках є обернено пропорційним до відношення кількості витків в котушках. Трансформатори, що підвищують напругу, використовуються для передачі електроенергії на великі відстані, адже в такому разі втрати енергії на нагрівання зменшуються. Трансформатори, що понижують напругу використовуються для електрозварювання. У цьому випадку використовують великі струми і низьку напругу.

3.4.7 Енергія магнітного поля

Магнітне поле як і електричне є носієм енергії. Енергія магнітного поля дорівнює роботі, яка витрачається струмом на створення магнітного поля. Розглянемо соленоїд з індуктивністю L , який має N витків. При зростанні струму на величину dI магнітне поле зростає і магнітний потік зміниться на $d\Phi_B$. При цьому джерелом струму виконується робота:

$$dA = Id\Phi_B.$$

Ця робота витрачається на збільшення енергії магнітного поля соленоїда:

$$dW_B = dA,$$

$$dW_B = Id\Phi_B.$$

Так як:

$$d\Phi_B = LdI,$$

so

$$dW_B = LI dl .$$

Integrating this equation we obtain

$$W_B = \int_0^l LI dl = \frac{LI^2}{2} .$$

Thus, energy of magnetic field is

$$W_B = \frac{LI^2}{2} .$$

Inductance of solenoid is

$$L = \mu_0 \mu n^2 V ,$$

and induction of magnetic field inside it is:

$$B = \mu_0 \mu n I .$$

Taking into account a connection $B = \mu_0 \mu H$, energy of a magnetic field is:

$$W_B = \frac{LI^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} V ,$$

where $V = Sl$ - volume of a solenoid.

Since magnetic field inside of a long solenoid is homogeneous, so volume density of energy of a magnetic field is:

$$\omega_B = \frac{W_B}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{BH}{2} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} .$$

This formula is similar to energy density of an electric field.

3.5 Magnetic Properties of Substance

3.5.1 Physical Fundamentals of Magnetic Properties of Substance

All materials have magnetic properties. If to put any substance in magnetic field it becomes magnetized. This phenomenon is called magnetization, and the bodies that can be magnetized under the external magnetic field action are called magnetics. All materials have some magnetic properties caused by the motion of their electrons in atoms.

то

$$dW_B = LI dl .$$

Інтегруючи це рівняння, отримаємо:

$$W_B = \int_0^l LI dl = \frac{LI^2}{2} .$$

Отже, енергія магнітного поля дорівнює

$$W_B = \frac{LI^2}{2} .$$

Індуктивність соленоїда дорівнює:

$$L = \mu_0 \mu n^2 V ,$$

а індукція магнітного поля всередині нього

$$B = \mu_0 \mu n I .$$

З урахуванням зв'язку $B = \mu_0 \mu H$, енергія магнітного поля

$$W_B = \frac{LI^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} V ,$$

де $V = Sl$ - об'єм соленоїда.

Так як магнітне поле всередині довгого соленоїда однорідне, то об'ємна густина енергії магнітного поля

$$\omega_B = \frac{W_B}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{BH}{2} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} .$$

Ця формула аналогічна формулі для густини енергії електричного поля.

3.5 Магнітні властивості речовини

3.5.1 Фізичні основи магнітних властивостей речовини

Всі речовини мають магнітні властивості. Якщо розмістити будь-яке тіло у магнітному полі, то воно буде намагнічуватися. Це явище називається намагнічуванням, а тіла, здатні намагнічуватися під впливом зовнішнього магнітного поля, називають магнетиками. Магнітні властивості речовини спричиняються рухом електронів в атомах.

The magnetization vector is one of the important characteristics of magnetism. The magnetization vector \vec{j} is magnetic moment of a substance per unit of volume:

$$\vec{j} = \frac{\sum_i \vec{p}_{mai}}{V},$$

where \vec{p}_{mai} is magnetic moment of atom (molecule).

For many isotropic magnetics vector \vec{j} is directly proportional to intensity of external magnetic field \vec{H} :

$$\vec{j} = \chi \vec{H},$$

where χ is the magnetic susceptibility of the substance.

Magnetic induction \vec{B} in substance that is situated in the external magnetic field \vec{H} consists of magnetic induction \vec{B}_0 of the external magnetic field and magnetic induction \vec{B}_i of own magnetic field of substance

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_i = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{j} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi \vec{H} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} = \mu_0 \mu \vec{H},$$

where $\mu = 1 + \chi$ is magnetic permeability of a substance.

3.5.2 Diamagnetism

Matters whose atoms or molecules have no magnetic moment with the absence of an external magnetic field are called diamagnetics. Diamagnetics are magnetized in the external magnetic field against the field. This property of substance is called diamagnetism. Magnetic permeability for them is $\mu < 1$ and magnetic susceptibility $\chi < 0$ and it is relatively small value:

$$|\chi| \sim 10^{-6} \div 10^{-5}.$$

Diamagnetism is stipulated by the motion of electrons in atoms around the nucleus. Electrons change their orbits and velocities so as to produce a magnetic field that is opposite to the external magnetic field according to Lenz's law. Diamagnetism is present in all substances.

Однією з найважливіших характеристик намагнічування є векторна величина – намагніченість. Намагніченість \vec{j} дорівнює магнітному моменту одиниці об'єму магнетика:

$$\vec{j} = \frac{\sum_i \vec{p}_{mai}}{V},$$

де \vec{p}_{mai} - це магнітний момент i -го атома (молекули).

Для багатьох ізотропних магнетиків вектор \vec{j} прямо пропорційний напруженості зовнішнього магнітного поля \vec{H} :

$$\vec{j} = \chi \vec{H},$$

де χ - магнітна сприйнятливість речовини.

Магнітна індукція \vec{B} в речовині, що знаходиться у зовнішньому магнітному полі \vec{H} складається з магнітної індукції \vec{B}_0 зовнішнього магнітного поля і магнітної індукції \vec{B}_i власного магнітного поля речовини:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_i = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{j} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi \vec{H} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} = \mu_0 \mu \vec{H},$$

де $\mu = 1 + \chi$ - це магнітна проникність речовини.

3.5.2 Діамагнетизм

Речовини, атоми або молекули яких не мають магнітного моменту у відсутності зовнішнього магнітного поля, називаються діамагнетиками. У зовнішньому магнітному полі діамагнетики намагнічуються проти поля. Цю властивість речовини називають діамагнетизмом. Для них магнітна проникність $\mu < 1$, а магнітна сприйнятливість $\chi < 0$ і є відносно невеликою величиною

$$|\chi| \sim 10^{-6} \div 10^{-5}.$$

Діамагнетизм обумовлено рухом електронів в атомах навколо ядра. У зовнішньому магнітному полі електрони змінюють свою орбіту і швидкість таким чином, що виникає магнітне поле, яке відповідно до правила Ленца, протилежне до зовнішнього. Діамагнетизм властивий усім речовинам.

The graph of diamagnetic magnetization is shown in the Fig. 3.53

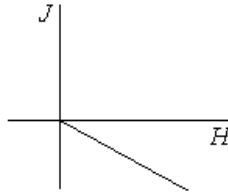


Figure 3.53

Diamagnetics are pushed out from the non-uniform magnetic fields, i.e. they move in the direction of decreasing of magnetic field intensity. Diamagnetic rod is situated perpendicular to lines of magnetic field induction in the homogeneous magnetic field.

Diamagnetic materials are Ag, Au, Cu, C, Si, Ge, H₂O, Hg, Pb, Bi inert gases, organic compounds and others.

3.5.3 Paramagnetism

Materials whose atoms or molecules have some magnetic moments in the absence of the external magnetic field are called paramagnetics.

Paramagnetics are magnetized along a field in the external magnetic field. This property of materials is called paramagnetism. Paramagnetics have magnetic permeability $\mu > 1$ and positive magnetic susceptibility $\chi > 0$. Its value:

$$\chi \approx 10^{-5} \div 10^{-3}.$$

In the absence of an external magnetic field thermal motion creates a direction of magnetic moments of atoms absolutely arbitrary and a total magnetic moment of paramagnetic equals zero.

In the external magnetic field the orientation of magnetic moments of atoms is performed and their primary orientation along a magnetic field is set. Paramagnetic is magnetized and its own magnetic field coincides with a direction of external magnetic field making it stronger. When the external magnetic field is turned off primary orientation of magnetic moments of atoms disappears because of thermal motion and paramagnetic is demagnetized. A magnetization curve is shown in the Fig.3.54

Графік намагнічування діаманетика зображено на рис.3.53.

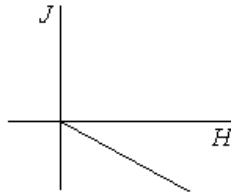


Рисунок 3.53

Діаманетики виштовхуються з неоднорідного магнітного поля, тобто вони рухаються в напрямку зменшення напруженості магнітного поля. В однорідному магнітному полі діаманітний стрижень розташовується перпендикулярно до ліній індукції магнітного поля.

До діаманетиків належать: Ag, Au, Cu, Zn, Pb, Hg, Bi, Si, Ge, H₂O, інертні гази та органічні сполуки.

3.5.3 Парамагнетизм

Речовини, атоми яких мають магнітні моменти у відсутності зовнішнього магнітного поля, називаються парамагнетики.

У зовнішньому магнітному полі парамагнетики намагнічуються за полем. Цю властивість речовини називають парамагнетизмом. Вони мають магнітну проникність $\mu > 1$, позитивну магнітну сприйнятливість $\chi > 0$, значення якої:

$$\chi \approx 10^{-5} \div 10^{-3}.$$

За відсутності зовнішнього магнітного поля тепловий рух робить напрям магнітних моментів атомів повністю випадковим і повний магнітний момент парамагнетику дорівнює нулю.

У зовнішньому магнітному полі відбувається орієнтація магнітних моментів атомів і встановлюється їхня переважна орієнтація за напрямом магнітного поля. Парамагнетик намагнічується і його власне магнітне поле збігається за напрямом із зовнішнім магнітним полем, підсилюючи його. При вимиканні зовнішнього магнітного поля переважна орієнтація магнітних моментів атомів зникає внаслідок теплового руху і парамагнетик розмагнічується. Графік намагнічування парамагнетики зображено на рис.3.54.

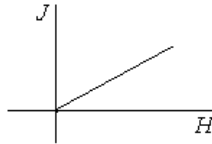


Figure 3.54

If temperature of paramagnetics increases thermal motion makes the orientation of the magnetic moments random in the external magnetic field. Thus, the magnetic susceptibility of paramagnetics is inversely proportional to its temperature (Curie's law):

$$\chi = \frac{C}{T},$$

where C is Curie's constant.

$$C = \frac{n\mu_0 p_{m,a}^2}{3k},$$

where n is the number of atoms per unit of volume (concentration), $p_{m,a}$ is magnetic moment of an atom, k is Boltzman's constant.

In variable magnetic field paramagnetics are pulled into the area of stronger fields. Inside a homogeneous magnetic fields paramagnetic rod is parallel to the magnetic field induction lines.

Paramagnetics are: Pt, Pd, Mb, Al, Mg, Ca, Cr, Mn, O₂ etc.

3.5.4 Ferromagnetism

Ferromagnets are materials that have spontaneous magnetization in the absence of external magnetic field. Its magnetic permeability depends on the external magnetic field intensity and it is a large value $\mu \gg 1$. Ferromagnets increase an external magnetic field in hundreds and thousands times and they are related to high magnetic materials. This phenomenon is called ferromagnetism. Magnetic susceptibility χ of ferromagnetics can achieve values up to

$$\chi = 10^4 \div 10^5.$$

Experimental investigation of ferromagnets properties was initiated by A.G. Stoletov (1839-1896) in 1878. He obtained the dependence between a magnetization of ferum and an intensity of a magnetic field. This relationship is shown in the Fig.3.55.

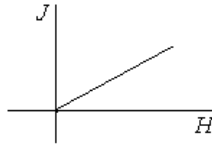


Рисунок 3.54

При підвищенні температури парамагнетика у зовнішньому магнітному полі відбувається руйнування переважної орієнтації магнітних моментів атомів внаслідок їхнього теплового руху. Отже, магнітна сприйнятливість парамагнетиків залежить від температури

(закон Кюрі):

$$\chi = \frac{C}{T},$$

де C – стала Кюрі.

$$C = \frac{n\mu_0 p_{ma}^2}{3k},$$

де n – концентрація атомів, p_{ma} – магнітний момент атома, k – стала Больцмана.

В неоднорідному магнітному полі парамагнетика втягуються в область більш сильних полів. В однорідному магнітному полі парамагнітний стрижень розташовується паралельно до ліній індукції магнітного поля.

До парамагнетиків належать: Pt, Pd, Mb, Al, Mg, Ca, Cr, Mn, O₂ та інші.

3.5.4 Феромагнетизм

Феромагнетики – це речовини, які мають спонтанну намагніченість при відсутності зовнішнього магнітного поля. Їх магнітна проникність залежить від напруженості зовнішнього магнітного поля і є дуже великою величиною $\mu \gg 1$. Феромагнетики підсилюють зовнішнє магнітне поле в сотні і тисячі разів і відносяться до сильно магнітних речовин. Це явище називається феромагнетизмом. Магнітна сприйнятливість феромагнетиків досягає

$$\chi = 10^4 \div 10^5.$$

Експериментальне дослідження властивостей феромагнетиків було розпочато О.Г.Столетовим в 1878 р. Він отримав залежність намагніченості заліза від напруженості магнітного поля (рис.3.55).

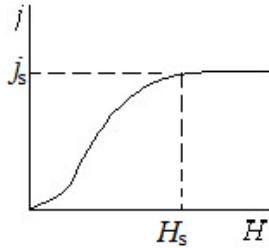


Figure 3.55

At a given H_s value magnetization reaches saturation and remains constant. This phenomenon Stoletov called a magnetic saturation.

Magnetic permeability of ferromagnets depends on the external magnetic field intensity (Fig. 3.56).

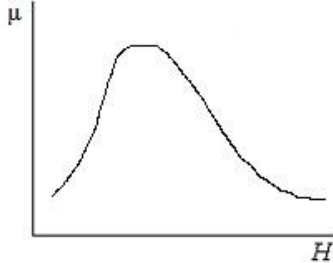


Figure 3.56

The value of μ increases fast with a growth of H , reaches a maximum and then decreases, tending to unite. This phenomenon is explained by

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{\mu_0 H + j}{\mu_0 H} = 1 + \frac{j}{\mu_0 H}$$

and when magnetic saturation is reached ($j = \text{const}$) with increasing of H the ratio $j/H \rightarrow 0$ and $\mu \rightarrow 1$. Maximum value of μ for ferromagnets reaches very large values. For example, for iron $\mu_{\text{max}} = 5000$, for permalloy (Fe and Ni alloy) $\mu_{\text{max}} = 100000$.

A characteristic feature of ferromagnetics is a dependence between magnetization \bar{j} and the previous way of magnetizing of a sample. Magnetization curve for its does not retrace itself with increase and then decrease of an external magnetic field. This phenomenon is called a magnetic hysteresis.

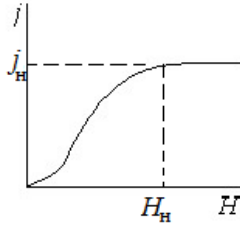


Рисунок 3.55

При деякому значенні H_H намагніченість досягає насичення і залишається постійною. Це явище Столетов назвав магнітним насиченням.

Магнітна проникність феромагнетиків залежить від напруженості зовнішнього магнітного поля (рис.3.56).

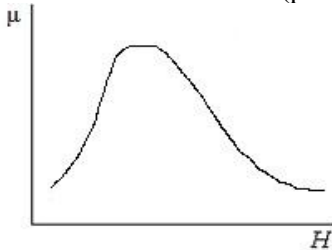


Рисунок 3.56

Величина μ спочатку швидко зростає із збільшенням H , досягає максимуму і потім спадає, прямуючи до одинці. Це пояснюється тим, що

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{\mu_0 H + j}{\mu_0 H} = 1 + \frac{j}{\mu_0 H}$$

і при досягненні магнітного насичення ($j = \text{const}$) із зростанням H відношення $j/H \rightarrow 0$, а $\mu \rightarrow 1$. Максимальне значення μ для феромагнетиків досягає великих значень. Наприклад, для заліза $\mu_{\text{max}} = 5000$, для пермалюю (сплав Fe і Ni) $\mu_{\text{max}} = 100000$.

Характерною особливістю феромагнетиків є залежність намагніченості \vec{j} від попередньої історії намагнічення зразка. Крива намагнічення не повторює сама себе при збільшенні, а потім при зменшенні зовнішнього магнітного поля (рис.3.57). Це явище називається магнітним гістерезисом.

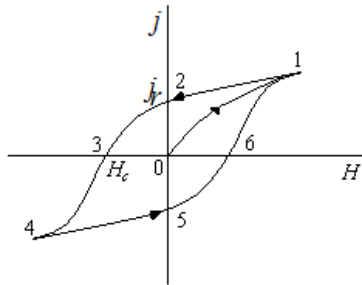


Figure 3.57

In Fig.3.57 a dependence curve of j and H has the form of the loop and is called the hysteresis loop. The segment 0-1 is the magnetization curve of the demagnetized ferromagnet at the initial state ($B = 0$). This curve is called the initial magnetization curve. If the magnetic field \vec{H} is reduced from a certain value (point 1) to zero the magnetization \vec{j} falls to a value j_r . This magnetic induction is called residual. Ferromagnets in this state are called permanent magnets. To demagnetize completely the ferromagnets it is necessary to apply the reverse field H_c (2-3). This magnetic field intensity H_c is called the coercive force of ferromagnets. Further increasing of magnetic field intensity in the reverse direction leads to demagnetization of ferromagnet (3-4). Point 4 corresponds to the saturation magnetization. Segments (4-5-6) correspond to demagnetization and (6-1) corresponds to further remagnetization to saturation of magnetization in the point 1. Thus the obtained closed curve is the hysteresis loop. The area of hysteresis loop is determined by the work done by the external magnetic field during one over magnetization cycle of a ferromagnet.

Residual induction j_r , coercive force H_c , maximum permeability μ_{\max} and Curie temperature T_c are the main characteristics of ferromagnets. These characteristics are different for ferromagnetic materials in a wide range. All ferromagnets can be presented as two groups.

1. Soft magnetic materials which have small coercive for

$$H_c \sim (0,8 \div 8) \frac{\text{A}}{\text{m}},$$

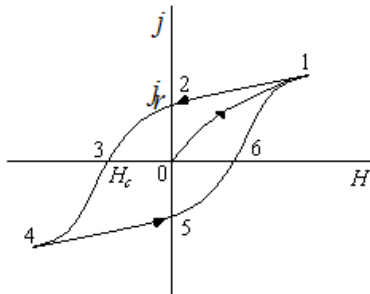


Рисунок 3.57

На рис.3.57 крива залежності j від H має форму петлі і називається петлею гістерезиса. Відрізок 0-1 – це крива намагнічування раніше не намагніченого феромагнетика з початкового стану ($B = 0$). Ця крива називається початковою кривою намагнічування. Коли магнітне поле \vec{H} змінюється від певного значення (точка 1) до нуля, намагніченість \vec{j} зменшується до значення j_r . Така намагніченість називається залишковою. Феромагнетики в такому стані називаються постійними магнітами. Для повного розмагнічування феромагнетика необхідно прикласти обернене поле H_c (2-3). Напруженість H_c цього поля називають коерцетивною силою феромагнетика. Подальше зростання напруженості в зворотному напрямку веде до перемагнічування феромагнетика (3-4). Точка 4 відповідає насиченню намагнічування. Відрізок (4-5-6) зображує розмагнічування, а (6-1) подальше перемагнічування до насичення в точці 1. Отже, отримана замкнута крива є петлею гістерезиса. Її площа визначається роботою, виконаною зовнішнім магнітним полем впродовж одного циклу перемагнічування феромагнетика.

Основними характеристиками феромагнетиків є залишкова намагніченість j_r , коерцетивна сила H_c , максимальна магнітна проникність μ_{max} та температура Кюрі T_c . Ці характеристики дуже відрізняються для різних феромагнітних матеріалів. За цими характеристиками всі феромагнетики можна поділити на дві групи:

1. Магнітном'які матеріали, що мають малу коерцетивну силу

$$H_c \sim (0,8 \div 8) \frac{A}{m},$$

a high permeability, narrow hysteresis loop and very small losses of energy at demagnetization. They can be easily magnetized and demagnetized.

Typical soft magnetic materials are silicon steel Fe-Si and soft iron. These materials are mainly used in electric engineering as cores of transformers and electromagnets.

2. Hard magnetic materials which have large coercive force

$$H_C \sim (10^4 \div 10^5) \frac{\text{A}}{\text{m}},$$

a relatively low permeability, wide hysteresis loop and large losses of energy at demagnetization. They are difficult to be magnetized and demagnetized.

Typical hard magnetic materials are cobalt, steels and various alloys of Fe, Ni, Al, Co. They are used for making permanent magnets.

As the temperature increases, the spontaneous magnetization of the ferromagnets decreases. When the temperature reaches a certain critical point T_c , which is called the temperature or Curie point, the ferromagnet loses its properties and turns into a paramagnetic.

Ferromagnets placed in magnetic field change their sizes during magnetization and demagnetization. This phenomenon is called magnetostriction. It is used to produce supersonic waves.

The classic theory of ferromagnetism was founded by French physicist P.Weiss in 1907. According to this theory ferromagnetic material is split into small regions which in the absence of the external magnetic field are spontaneously magnetized to saturation. These regions are called domains.

The total magnetization of the ferromagnetic sample is found to be equal to zero. Consequently the ferromagnetic material is not magnetized in the whole. If a ferromagnets is placed in an external magnetic field then domains whose magnetization is not oriented in the field direction change its magnetization direction into the magnetizing field. As a result the growth in domain sizes occur and ferromagnetic material magnetized (Fig.3.58).

велику магнітну проникність, вузьку петлю гістерезиса та дуже незначні втрати енергії при перемагнічуванні. Вони легко намагнічуються і розмагнічуються.

Типові магнітнотверді матеріали: сплави Fe-Ni, Fe-Si та технічно чисте залізо. Переважно ці матеріали використовуються в радіо- і електротехніці в якості осердь трансформаторів, електромагнітів тощо.

2. Магнітотверді матеріали, що мають велику коерцетивну силу

$$H_C \sim (10^4 \div 10^5) \frac{\text{А}}{\text{м}},$$

відносно малу проникність, широку петлю гістерезиса та значні втрати енергії при перемагнічуванні. Вони важко намагнічуються та розмагнічуються.

Типові магнітотверді матеріали: кобальт, сталі та різні сплави Fe, Ni, Al, Co. Вони використовуються для виготовлення постійних магнітів.

З підвищенням температури спонтанне намагнічення феромагнетиків зменшується. Коли температура досягає певної критичної точки T_c , яку називають температурою або точкою Кюрі, феромагнетик втрачає свої властивості і перетворюється на парамагнетик.

Феромагнетики в магнітному полі змінюють свої розміри і об'єм в процесі намагнічування та розмагнічування. Це явище називають магнітострикцією. Його використовують для отримання надзвуккових хвиль.

Класична теорія феромагнетизму була розроблена французьким фізиком П. Вейсом в 1907 році. Відповідно до цієї теорії, феромагнітні матеріали поділені на маленькі області, які у відсутності магнітного поля спонтанно намагнічені до насичення. Ці області називають доменами.

Загальна ж намагніченість феромагнетика дорівнює нулю. Тобто феромагнетик не намагнічено в цілому. Якщо феромагнетик розмістити в магнітному полі, то домени, намагніченість яких не спрямоване в напрямку поля, змінюють напрямок власної намагніченості в напрямі поля намагнічування. В результаті відбувається зростання розмірів доменів і феромагнетик намагнічується (рис.3.58).

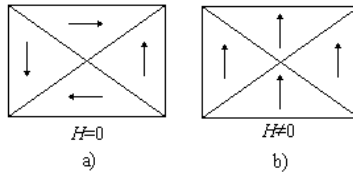


Figure 3.58

At first Einstein and Haas (1915) experimentally proved that ferromagnetism is caused by orientation of own magnetic moment of electrons, i.e. by the electron spins. The ferromagnetism is observed in crystal materials whose atoms have unfilled inner electron shells with uncompensated spins.

The modern interpretation of ferromagnetism by quantum theory of Frenkel and Heisenberg (1928) is to assume the existence of strong interatomic forces. These forces are known as exchange forces and have quantum nature. By means of exchange forces the spin magnetic moments of electron are oriented parallel to each other that causes the existence of spontaneous magnetizing regions – domains in the absence of the external magnetic field. Under the influence of the external magnetic field atoms of neighboring domains tend to be aligned in the direction of the field.

Nowadays semiconductor ferromagnets are widely used in engineering. These materials are called ferrites. The general formula of ferrites is $\text{MeO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$, where Me is the twice-valent metal (Mn, Co, Ni, Cu, Mg, Zn, Fe, Cd). Ferrites have large magnetic susceptibility and permeability, small coercive forces, small heat losses during magnetization and very high electric resistance (up to $\sim 10^4 \Omega \cdot \text{m}$). Ferrite cores are used in radioelectronics, in computers (as cells of memory) etc. The Curie temperature for various ferrites is in the range of 300-600 °C.

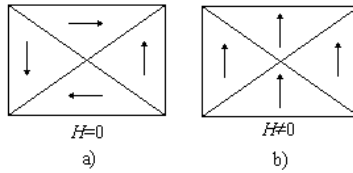


Рисунок 3.58

Ейнштейн та Гааз в 1915 році вперше експериментально довели, що феромагнетизм викликаний існуванням власних магнітних моментів електронів, тобто спінами електронів. Феромагнетизм спостерігається в кристалічних матеріалах, атоми яких мають незаповнені внутрішні електронні оболонки з некомпенсованими спінами.

Сучасне тлумачення феромагнетизму згідно з квантовою теорією Френкеля та Гейзенберга (1928) припускає існування великих міжатомних сил. Ці сили відомі, як обмінні сили, і вони мають квантове походження. Під дією обмінних сил, спінові магнітні моменти електронів орієнтуються паралельно один до одного, що викликає існування областей спонтанного намагнічування - доменів при відсутності зовнішнього магнітного поля. Під впливом зовнішнього магнітного поля атоми сусідніх доменів прагнуть вирівнятися за напрямом поля, що призводить до повороту доменів.

На сьогодні напівпровідникові феромагнетики широко використовуються в техніці. Такі матеріали називаються феритами. Їх загальна формула $MeO \cdot Fe_2O_3$, де Me – це двовалентний метал (Mn, Co, Ni, Cu, Mg, Zn, Fe, Cd). Ферити мають велику магнітну сприйнятливість та проникність, малу коерцитивну силу, малі теплові втрати при перемагнічуванні та дуже великий електричний опір (до $\sim 10^4 \Omega \cdot m$). Феритові осердя використовують в радіоелектроніці, комп'ютерах (як елементи пам'яті) та ін. Температура Кюрі для різних феритів знаходиться в інтервалі 300-600 °C.

Control questions**Electricity**

1. Formulate the law of conservation of electric charge.
2. Formulate the Coulomb's law.
3. Give the definition of the main characteristics of the electrostatic field.
4. Formulate the Ostrogradsky-Gauss theorem for an electrostatic field in a vacuum.
5. What is the potential of the electric field?
6. What is the circulation of the electric field intensity vector?
7. What is the relationship between the intensity and potential of the electric field?
8. What is the polarization of dielectrics?
9. Give the definition of electric capacitance.
10. How is the energy of the electric field determined?
11. What is the current intensity and current density?
12. Formulate the basic laws of direct electric current.
13. What is the potential difference, electromotive force, voltage?
14. Formulate the laws of Kirchhoff.

Magnetism

1. Give the definition of the main characteristics of the magnetic field.
2. Formulate the law of Bio Savar-Laplace.
3. Formulate the law of full current for a magnetic field in a vacuum.
4. What is the force of Lorentz?
5. What is the Hall effect?
6. What is magnetic flux?
7. Why is the magnetic field vortex?
8. What is the phenomenon of electromagnetic induction?
9. Formulate the law of electromagnetic induction of Faraday.
10. What is vortex currents?
11. What is the phenomenon of self-induction?
12. What is inductance?
13. Explain the phenomenon of mutual induction.
14. Explain the principle of the transformer.
15. How is the energy of magnetic field determined?
16. What is diamagnetics, paramagnetics and ferromagnets?

Контрольні запитання Електрика

1. Сформулюйте закон збереження електричного заряду.
2. Сформулюйте закон Кулона.
3. Дайте визначення основним характеристикам електростатичного поля.
4. Сформулюйте теорему Остроградського-Гаусса для електростатичного поля у вакуумі.
5. Що таке потенціал електричного поля?
6. Що називається циркуляцією вектора напруженості електричного поля?
7. Яким співвідношенням зв'язані між собою напруженість і потенціал електричного поля?
8. Що таке поляризація діелектриків?
9. Дайте визначення електроємності.
10. Як визначається енергія електричного поля?
11. Що таке сила струму і густина струму?
12. Сформулюйте основні закони постійного електричного струму.
13. Що таке різниця потенціалів, електрорушійна сила, напруга?
14. Сформулюйте закони Кірхгофа.

Магнетизм

1. Дайте визначення основним характеристикам магнітного поля.
2. Сформулюйте закон Біо-Савара-Лапласа.
3. Сформулюйте закон повного струму для магнітного поля у вакуумі.
4. Що таке сила Лоренца?
5. В чому полягає ефект Холла?
6. Що таке магнітний потік?
7. Чому магнітне поле вихрове?
8. В чому полягає явище електромагнітної індукції?
9. Сформулюйте закон електромагнітної індукції Фарадея.
10. Що таке вихрові струми?
11. В чому полягає явище самоіндукції?
12. Що таке індуктивність?
13. Поясніть явище взаємної індукції.
14. Поясніть принцип роботи трансформатора.
15. Як визначається енергія магнітного поля?
16. Що таке діамагнетики, парамагнетики і феромагнетики?

Subject index

Предметний покажчик

- Acceleration 20
 Adiabatic equation 138
 Adiabatic process 136
 Alternative current 262
 Amount of substance 84
 Ampere 208
 Ampere's force 230
 Ampere's law 232
 Angular velocity 26
 Arm of dipole 186
 Atomic mass unit 86
 Avogadro's law 84

 Bio-Savart-Laplace law 232

 Capacitance 198
 Capacitor 200
 Carnot's cycle 144
 Centrifugal force 56
 Clausius inequality 152
 Centrifugal force 56
 Centripetal acceleration 56
 Charles's law 102
 Circulation of intensity vector of electric field 176
 Circulation of intensity vector of magnetic field 238
 Clapeyron-Mendeleev equation 98

 Closed circuit 216
 Closed system 40
 Conductance 210
 Conservative force 178
 Corioles' force 56
 Coulomb law 154
 Critical temperature 121

 Прискорення 21
 Рівняння адіабати 139
 Адіабатний процес 137
 Змінний струм 263
 Кількість речовини 85
 Ампер 209
 Сила Ампера 231
 Закон Ампера 233
 Кутова швидкість 27
 Плече диполя 187
 Атомна одиниця маси 87
 Закон Авогадро 85

 Закон Біо-Савара-Лапласа 233

 Ємність 199
 Конденсатор 201
 Цикл Карно 145
 Відцентрова сила 57
 Нерівність Клаузіуса 153
 Відцентрова сила 57
 Доцентрове прискорення 57
 Закон Шарля 103
 Циркуляція вектора напруженості електричного поля 177
 Циркуляція вектора напруженості магнітного поля 239
 Рівняння Клапейрона-Менделєєва 99
 Замкнуте коло 217
 Замкнута система 41
 Електрична провідність 211
 Консервативна сила 179
 Сила Коріоліса 57
 Закон Кулона 155
 Критична температура 122

- Curie temperature 192
 Current density 208
 Current Intensity 208
 Current source 212
 Cyclic process 140
- Dynamics 34
 Degrees of freedom 98
 Density 34
 Diamagnetics 282
 Dielectric hysteresis 190
 Dielectric permeability 186
 Dielectrics 184
 Diffusion 112
 Diffusion coefficient 112
 Direct current 208
 Displacement vector 16
 Distribution function 102
 Domains 190
- Eddy currents 264
 Efficiency coefficient 146
 Elastic deformation 36
 Electric charge 154
 Electric conductivity 210
 Electric current 208
 Electric field 140
 Electric generator 262
 Electromagnetic induction 258
 Electromotive force 214
 Electrostatic field 154
 Electrostatic induction 194
 Energy 42
 Entropy 148
 External force 50
- Faraday's law for electromagnetic induction 258
- Температура Кюрі 193
 Густина струму 209
 Сила струму 209
 Джерело струму 213
 Циклічний процес 141
- Динаміка 35
 Ступені вільності 99
 Густина 35
 Діамагнетики 283
 Діелектричний гістерезис 191
 Діелектрична проникливість 187
 Діелектрики 185
 Дифузія 113
 Коефіцієнт дифузії 113
 Постійний струм 209
 Вектор переміщення 17
 Функція розподілу 103
 Домени 191
- Вихрові струми 265
 Коефіцієнт корисної дії 147
 Пружна деформація 37
 Електричний заряд 155
 Електрична провідність 211
 Електричний струм 209
 Електричне поле 141
 Електричний генератор 263
 Електромагнітна індукція 259
 Електрорушійна сила 215
 Електростатичне поле 155
 Електростатична індукція 195
 Енергія 43
 Ентропія 149
 Стороння сила 51
- Закон Фарадея для електромагнітної індукції 259

Ferrites 294
 Ferroelectrics 188
 Ferromagnetism 286
 Flux 163
 Force 35
 Frame of reference 13
 Frequency 28

Galilean transformation 58
 Gay-Lussac law 100
 Gravitational constant 36

Hall's effect 250
 Heat 122
 Heat capacity 128
 Heat engine 140
 Hook's law 36

Ideal gas 86
 Impulse 35
 Inductance 272
 Inertia 38
 Instantaneous velocity 18
 Internal energy 124
 Internal friction 114
 Irreversible process 144
 Isobaric process 100
 Isochoric process 100
 Isothermal process 100

Joule-Lentz law 222

Kelvin 84
 Kilogram 34
 Kinematics 12
 Kinetic energy 46
 Kirchhoff's laws 218

Ферити 295
 Сегнетоелектрики 189
 Феромагнетизм 287
 Потік 164
 Сила 36
 Система відліку 14
 Частота 29

Перетворення Галілея 59
 Закон Гей-Люссака 101
 Гравітаційна стала 37

Ефект Холла 251
 Теплоота 122
 Теплоємність 129
 Тепловий двигун 141
 Закон Гука 37

Ідеальний газ 87
 Імпульс 36
 Індуктивність 273
 Інерція 39
 Миттєва швидкість 19
 Внутрішня енергія 125
 Внутрішнє тертя 115
 Необоротний процес 145
 Ізобарний процес 101
 Ізохорний процес 101
 Ізотермічний процес 101

Закон Джоуля-Ленца 223

Кельвін 85
 Кілограм 35
 Кінематик 13а
 Кінетична енергія 47
 Закони Кірхгофа 219

Law of conservation of electric charges 154
 Law of energy conservation 50
 Law of impulse conservation 40
 Law of impulse moment conservation 68
 Law of universal gravitation 34
 Lenz's law 260
 Lorentz's force 244

 Magnetic field 224
 Magnetic flux 252
 Magnetic hysteresis 288
 Magnetic induction 226
 Magnetic permeability 228
 Magnetic susceptibility 282
 Magnetization 280
 Mass 34
 Material point 14
 Maxwell's distribution 102
 Mayer's equation 130
 Mechanics 12
 Molar mass 86
 Mole 84
 Moment of dipole 186
 Moment of force 62
 Moment of impulse 62
 Moment of inertia 64
 Most probable velocity 104

 Newton's laws 34
 Noninertial frame of reference 52
 Number of degrees of freedom 96

 Ohm's law 210
 Ostrogradskii- Gauss theorem for the electric field 162

Закон збереження електричних зарядів 155
 Закон збереження енергії 51
 Закон збереження імпульсу 41
 Закон збереження моменту імпульсу 69
 Закон всесвітнього тяжіння 35
 Закон Ленца 261
 Сила Лоренца 245

 Магнітне поле 225
 Магнітний потік 253
 Магнітний гістерезис 289
 Магнітна індукція 227
 Магнітна проникливість 229
 Магнітна сприйнятливність 283
 Магнетизація 281
 Маса 35
 Матеріальна точка 15
 Розподіл Максвелла 103
 Рівняння Майєра 131
 Механіка 13
 Молярна маса 87
 Моль 85
 Момент диполя 187
 Момент сили 63
 Момент імпульсу 63
 Момент інерції 65
 Найбільш імовірна швидкість 105

 Закони Ньютона 35
 Неінерційна система відліку 53
 Число ступенів вільності 97

 Закон Ома 211
 Теорема Остроградського-Гауса для електричного поля 163

- Paramagnetism 284
 Path length 16
 Period 28
 Physics 12
 Poisson's coefficient 130
 Potential energy 46
 Potential of electric field 178
 Pressure 84
 Principle of superposition 158
 Polarization of dielectrics 186
 Power 42
- Radius-vector 14
 Real gas 116
 Refrigerator 140
 Resistance of conductor 210
 Reversible process 144
- Self-induction 268
 Solenoid 240
 Specific conductivity 210
 Specific resistivity 210
 Speed 18
 Statics 12
 Steiner's theorem 64
 Straight cycle 142
 Stress 36
- Temperature 94
 Thermal conductivity 114
 Thermodynamics 122
 Trajectory 16
 Transfer phenomena 112
 Transformer 272
 Translational motion 16
- Van der Waal's equation 116
- Парамагнетизм 285
 Довжина шляху 17
 Період 29
 Фізика 12
 Коефіцієнт Пуассона 131
 Потенційна енергія 47
 Потенціал електричного поля 179
 Тиск 85
 Принцип суперпозиції 159
 Поляризація діелектриків 187
 Потужність 43
- Радіус-вектор 15
 Реальний газ 117
 Холодильник 141
 Опір провідника 211
 Оборотний процес 145
- Самоіндукція 269
 Соленоїд 241
 Питома провідність 211
 Питомий опір 211
 Швидкість 19
 Статика 13
 Теорема Штейнера 65
 Прямий цикл 143
 Напруження 37
- Температура 95
 Теплопровідність 115
 Термодинаміка 123
 Траєкторія 17
 Явища переносу 113
 Трансформатор 273
 Поступальний рух 17
- Рівняння Ван дер Ваальса 117

Velocity 18
Viscosity 114
Voltage 216
Volume energy density 208

Work 42
Weight 36
Wire 174

Yung's module 38

Швидкість 19
В'язкість 115
Напруга 217
Об'ємна густина енергії 209

Робота 43
Вага 37
Дрот 175

Модуль Юнга 39

References**Література**

1. Савельев, И.В. Курс общей физики. Т. 1, 2, 3: учеб. пособие / И.В. Савельев. - М.: Наука, 1986. - 432 с., 496 с., 318 с.
2. Трофимова, Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова. - М.: Высшая школа, 1990. - 478 с.
3. Чолпан, П.П. Фізика / П.П. Чолпан. - К.: Вища школа, 2003. - 568 с.
4. Gevorkjan, R.G. A Course of General Physics /R. G. Gevorkjian, V.V. Shepel. - Moscow: Higher School, 1967. - 550 p.
5. Koshkin, N.I. Handbook of Elementary Physics / N.I.Koshkin, M.G. Shierikevich. - Moscow: Mir Publishers, 1977. - 272 p.
6. Kireev, P.S. Semiconductor Physics / P.S. Kireev. - Moscow: Mir Publishers, 1974. - 672 p.
7. Грехов, А.М. Фізика. Навчальний посібник (англ. мовою) / А.М. Грехов. - К.: Вид-во Європ. ун-ту, 2003. - 356 с.
8. Англо-русский физический словарь / под ред. Д.М. Толстого. - М.: Советская энциклопедия, 1968. - 848 с.

Навчальне видання

Луцин Сергій Петрович

COURSE OF PHYSICS
Volume 1
КУРС ФІЗИКИ
Том 1

Комп'ютерний набір: *Луцин С. П.*
Мовний редактор: *Сокол Т. О.*

Підписано до друку 10.06.2019. Формат 60×84/16. Ум. друк. арк. 17,67.
Тираж 100 прим. Зам. № 709.

Запорізький національний технічний університет
Україна, 69063, м. Запоріжжя, вул. Жуковського, 64
Тел.: (061) 769–82–96, 220–12–14

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2394 від 27.12.2005.