

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний університет «Запорізька політехніка»

## МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання лабораторних робіт з дисципліни  
“Динаміка і міцність машин”  
для студентів спеціальності 133 галузеве машинобудування  
“Підйомно-транспортні, дорожні, будівельні, меліоративні машини і  
обладнання”  
усіх форм навчання

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з дисципліни «Динаміка і міцність машин» для студентів спеціальності 133 галузеве машинобудування “Підйомно-транспортні, дорожні, меліоративні машини і обладнання” усіх форм навчання / Укл.: Р. О. Фролов, Д. С. Козак, А. І. Сочава. – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2024. – 53 с.

Укладачі: Роман ФРОЛОВ, старш. викл. , канд. техн. наук.;  
Дмитро КОЗАК, старш. викл.;  
Анатолій СОЧАВА, канд. техн. наук.

Рецензенти: *Сидоренко Михайло*, доцент, канд. техн. наук.

Відповідальний за випуск: *Роман ФРОЛОВ, старш. викл., канд. техн. наук.*

ЗАТВЕРДЖЕНО

на засіданні кафедри  
“Деталі машин та ПТМ”

Протокол № 8  
від 15 липня 2024 р.

## ЗМІСТ

Вступ.....	5
1 ОСНОВИ РОЗРАХУНКУ ДЕТАЛЕЙ МАШИН, ЩО ПРАЦЮЮТЬ В УМОВАХ СТАТИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ.....	10
1.1 Розрахунок деталей машин, що працюють на розтягання.....	10
1.2 Розрахунок деталей машин, що працюють на стискання.....	11
1.3 Розрахунок деталей машин, що працюють на згин.....	12
1.4 Розрахунок деталей машин, що працюють на зминання.....	14
1.5 Розрахунок деталей машин, що працюють на скручування....	15
1.6 Розрахунок деталей машин, що працюють на зрізання.....	16
1.7 Розрахунок напусткових зварних з'єднань.....	19
1.8 Визначення допустимих напружень.....	27
2 РОЗРАХУНОК ДЕТАЛЕЙ МАШИН, ЩО ПРАЦЮЮТЬ В УМОВАХ ПОВТОРНОЗМІННИХ НАВАНТАЖЕНЬ.....	37
2.1 Методика визначення границь витривалості.....	37
2.2 Діаграма граничних амплітуд.....	37
2.3 Апроксимація діаграми граничних амплітуд.....	38
2.4 Розрахунок деталей машин за допомогою діаграми граничних амплітуд.....	38
2.5 Перевірочний розрахунок деталей машин на опір втомі.....	41
2.5.1 Розрахунок деталей машин, що працюють при розтяганні-стисканні та на згин.....	42
2.5.2 Розрахунок деталей машин, які навантажуються нормальними і дотичними напруженнями.....	45
2.5.3 Визначення допустимих запасів міцності.....	46
2.5.4 Особливості розрахунку деталей машин, які навантажені згинальним моментом та осьовою силою.....	46
3 РОЗРАХУНОК ДЕТАЛЕЙ МАШИН, ЩО НАВАНТАЖЕНІ КОНТАКТНИМИ НАПРУЖЕННЯМИ.....	48
3.1 Розрахунок фрикційних передач.....	48
3.2 Порядок проектного розрахунку фрикційних передач.....	48
4 ДИНАМІКА МАШИН.....	48
4.1 Вертикальні динамічні навантаження при роботі механізмів підйому кранів.....	50
4.2 Теоретичні передумови щодо функціонування механізму підйому.....	51

4.3 Визначення навантаження канату механізму підйому крана.....	<b>52</b>
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ.....	<b>53</b>

## ВСТУП

Проблема створення машин, які б відповідали викликам часу завжди була, є та буде актуальною. Ця задача вимагає постійної підготовки висококваліфікованих інженерних кадрів машинобудівного профілю, здатних розв'язувати питання проектування, виробництва та експлуатації машин високого технічного рівня. Інженерна підготовка спеціалістів машинобудівельних і механікотехнологічних спеціальностей передбачає набуття студентами основних навиків розрахунків і конструювання машин різного призначення: підйомнотранспортних машин, автомобілів, літальних апаратів, залізничного, водного транспорту та інших машин, що приймають участь в життєдіяльності людини.

Така підготовка ведеться на базі викладання студентам фундаментальних, загальноосвітніх, загальноінженерних і спеціальних дисциплін.

Для дисципліни «Динаміка і міцність машин» базовими курсами є: вища математика, фізика, опір матеріалів, теоретична механіка, теорія механізмів і машин, теорія коливань. Сама дисципліна «Динаміка і міцність машин» передбачає закріпити знання курсу «Опір матеріалів» і більш детально підготувати студентів до вивчення дисциплін: «Деталі машин», ВП та ТТ, та ін.

# 1 ОСНОВИ РОЗРАХУНКУ ДЕТАЛЕЙ МАШИН, ЩО ПРАЦЮЮТЬ В УМЛВАХ СТАТИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Під статичними навантаженнями розуміються навантаження, величина яких не змінюється або майже не змінюється в часі. В природі ідеально статичних навантажень не існує, оскільки все, що нас оточує знаходиться в стані руху під дією природніх факторів.

Найчастіше статичними навантаженнями умовно вважають навантаження, які породжені силами гравітації, коли не діють на виріб інші природні фактори такі, наприклад, як вітер або додаткові динамічні навантаження, викликані коливанням поверхні землі під дією транспорту, який рухається поблизу.

Навантаження викликають в деталях машин такі напруження:

- нормальні (розтягання, стискання, згин, зминання);
- дотичні (зрізання, кручення);
- контактні.

Для розрахунку деталей або їх елементів, використовують формули, які називаються умовами міцності.

## 1.1 Розрахунок деталей машин, що працюють на розтягання

Розрахунок деталей машин, що працюють на розтягання, здійснюють за формулою:

$$\sigma_p = \frac{F_p}{A_p} \leq [\sigma]_p, \quad (1.1)$$

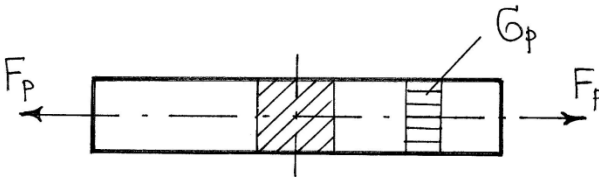


Рисунок 1.1 – Зразок та прикладене до нього нормальне напруження розтягання

де -  $\sigma_p$  - напруження, яке викликане силою  $F_p$  Н/мм<sup>2</sup> - МПа;

$F_p$  - сила, що розтягує деталь, н;

$A_p$  - площа поперечного перетину деталі, мм<sup>2</sup>;

$[\sigma]_p$  - допустиме напруження, МПа;

Напруження має об'ємний характер.

Для визначення геометричних розмірів деталі при проектних розрахунках необхідно розв'язати рівняння:

$$A_p = \frac{F_p}{[\sigma]_p} \quad (1.2)$$

## 1.2 Розрахунок деталей машин, що працюють на стискання

Розрахунок деталей машин, що працюють на стискання, здійснюють за формулою:

$$\sigma_c = \frac{F_c}{A_c} \leq [\sigma]_c, \quad (1.3)$$

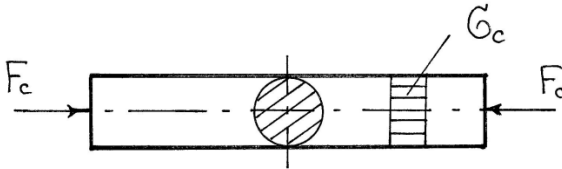


Рисунок 1.2 – Зразок та прикладене до нього нормальне напруження стискання

де -  $\sigma_c$  - робоче напруження, яке викликане силою  $F_c$ , МПа;

$F_p$  - сила, що навантажує деталь, н;

$A_p$  - площа поперечного перетину деталі, мм<sup>2</sup>;

$[\sigma]_c$  - допустиме напруження, МПа;

Напруження має об'ємний характер.

Для визначення геометричних розмірів деталі при проектних розрахунках необхідно розв'язати рівняння:

$$A_c = \frac{F_c}{[\sigma]_c}, \quad (1.4)$$

## 1.2 Розрахунок деталей машин, що працюють на згин

Розрахунок деталей машин, що працюють на згин, здійснюють за формулою:

$$\sigma_{зг} = \frac{M_{зг}}{W_x} \leq [\sigma]_{зг}, \quad (1.5)$$

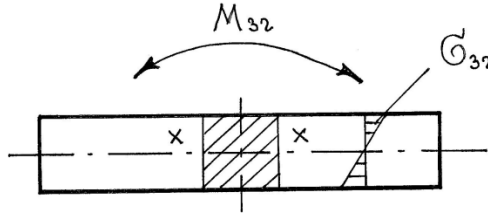


Рисунок 1.3 – Зразок та прикладене до нього нормальне напруження згину

де  $\sigma_{зг}$  - робоче напруження згину, яке викликане загальним моментом, МПа;

$M_{зг}$  - згинальний момент  $M_{зг}$ , Н·мм;

$W_x$  - момент опору відносно нейтральної осі x-x, що сприймає згинальний момент, мм<sup>3</sup>;

$[\sigma]_{зг}$  - допустиме напруження згину, МПа;

Напруження має об'ємний характер.

При проектних розрахунках для визначення геометричних розмірів перетину попередньо розв'язується рівняння:

$$W_x = \frac{M_{зг}}{[\sigma]_{зг}}, \quad (1.6)$$

Отримані значення  $W_x$  дають можливість визначити геометричні розміри перетину за формулами:

a) для круглого перетину  $W_x = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3$ ;

b) для прямокутного перетину  $W_x = \frac{bh^2}{6}$ ;

де  $b$  і  $h$  відповідно ширина і висота перетину, розміри  $d$ ,  $b$ ,  $h$  мають бути в мм.

Розміри перетину іншої геометрії (швелери, двотаври, труби і інші сортаменти) визначають за допомогою довідників, або розрахунковими методами курсу «Опір матеріалів».

#### 1.4 Розрахунок деталей машин, що працюють на зминання

Розрахунок деталей, що працюють на зминання, здійснюється за формулою:

$$\sigma_{зм} = \frac{F_{зм}}{A_{зм}} \leq [\sigma]_{зм}, \quad (1.7)$$

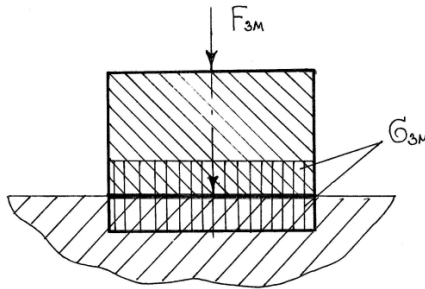


Рисунок 1.4 – Зразки та прикладене до них нормальне напруження зминання

де  $\sigma_{зм}$  - робоче напруження змикання в зоні стиску двох поверхонь, які прилягають, МПа;

$F_{зм}$  - сила, яка діє нормально до поверхні стиску, н;

$A_{зм}$  - площа взаємного стиску поверхонь, мм<sup>2</sup>;

$[\sigma]_{зм}$  - допустиме напруження, МПа;

Напруження має місцевий характер в зоні стику.

У випадку проектування розміри поверхні стику визначаються за формулою:

$$A_{зм} = \frac{F_{зм}}{[\sigma]_{зм}}, \quad (1.8)$$

### 1.5 Розрахунок деталей машин, що працюють на скручування

Розрахунок деталей машин, що працюють на скручування, здійснюють за формулою:

$$\tau_{кр} = \frac{T_{кр}}{W_{кр}} \leq [\tau]_{кр}, \quad (1.9)$$

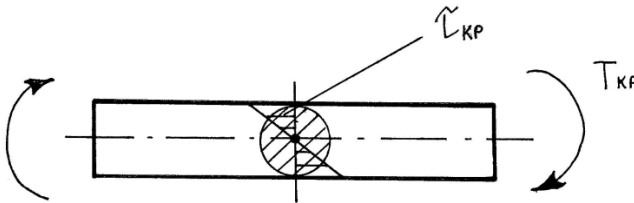


Рисунок 1.5 – Зразок та прикладене до нього нормальне напруження скручування

де  $\tau_{кр}$  - напруження дотичне на зовнішніх волокнах, МПа;

$T$  – момент крутний, що діє відносно полюса (центра) перетину, Н·мм;

$W_p$  - полярний момент опору перетину, мм<sup>3</sup>;

$[\tau]_{кр}$  - допустиме дотичне напруження кручення, МПа;

Напруження має об'ємний характер.

Для визначення геометричних розмірів перетину при проектних розрахунках користуються формулою:

$$W_p = \frac{T}{[\tau]_{кр}}, \quad (1.10)$$

Для круглого перетину суцільного

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3,$$

де  $d$  - діаметр перетину, мм;

Для інших конфігурацій перетинів визначення розмірів здійснюють за допомогою довідників, або методами курсу «Опір матеріалів».

### 1.6 Розрахунок деталей машин, що працюють на зрізання

Розрахунок деталей, що працюють на зрізання, здійснюють за формулою:

$$\tau_{зр} = \frac{F_{зр}}{A_{зр}} \leq [\tau]_{зр} \quad (1.11)$$

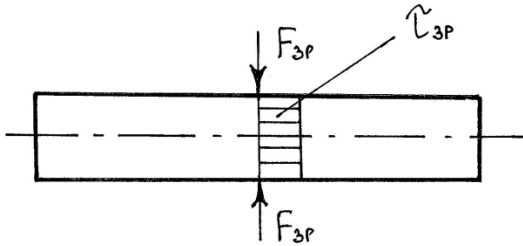


Рисунок 1.6 – Зразок та прикладене до нього нормальне напруження зрізання

де  $\tau_{зр}$  - напруження дотичне, яке виникає на поверхні зрізу, МПа;

$F_{зр}$  - поперечна сила, яка діє в зоні зрізання, Н;

$A_{зр}$  - площа перетину зрізу, мм<sup>2</sup>;

$[\tau]_{зр}$  - допустиме напруження зрізання, МПа;

В проектних розрахунках площу зрізу визначають за формулою:

$$A_{зр} = \frac{F_{зр}}{[\tau]_{зр}}; \quad (1.12)$$

### 1.7 Розрахунок напусткових зварних з'єднань (лобових, флангових, кільцевих)

Розрахунок напусткових зварних з'єднань, (лобових, флангових, кільцевих), оскільки руйнування шва здійснюється по мінімальній поверхні зсуву, виконують за формулою:

$$\tau = \frac{F}{l_{ш} \cdot 0,7k} \leq [\tau] \quad (1.13)$$

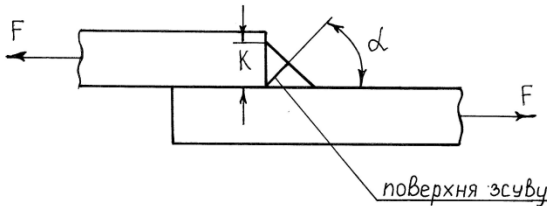


Рисунок 1.7 – Схема напусткового зварного шва

Найчастіше приймають  $\alpha = 45^\circ$

де -  $\tau$  - дотичне напруження зсуву, МПа;

$l_{ш}$  – довжина шва, мм;

$K$  – катет шва, мм;

### 1.8 Визначення допустимих напружень

Допустимими напруженнями вважаються напруження, при перевищенні яких гарантується робота здатність деталі без побоювання того, що в ній може настати процес руйнування.

Допустимі напруження визначаються відносно граничних характеристик міцності шляхом введення коефіцієнтів запасу за

формулою:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{lim}}}{S}, \text{ або } [\sigma] = \frac{\tau_{\text{lim}}}{S}, \quad (1.14)$$

де  $\sigma_{\text{lim}}$ ,  $\tau_{\text{lim}}$  - граничні напруження матеріалу, відповідно нормальне і дотичне;

$n$  – коефіцієнт запасу міцності;

В умовах статичного навантаження граничними характеристиками міцності є:

$\sigma_{\sigma}$  та  $\tau_{\sigma}$  - границі міцності для крихких матеріалів;

$\sigma_T$  та  $\tau_T$  - границі текучості для пластичних матеріалів.

На практиці часто приймаються  $S=1,5 \dots S=2,5$  – для пластичних матеріалів і  $S=2,5 \dots S=3,5$  – для крихких матеріалів.

Часто коефіцієнти запасу приймаються з таблиць, притаманним відповідним галузям.

Більш точно визначення коефіцієнтів запасу здійснюються за допомогою диференціального методу, де враховуються окремі фактори, які впливають на міцність деталі [3.5].

Для розрахунків деталей на об'ємну міцність що працюють в умовах статичного навантаження допустимий запас міцності розраховують за формулою:

$$[S] = S_1 S_2 S_3, \quad (1.15)$$

де  $S_1$  – враховує надійність конструкційного матеріалу (для заготовок і поковок із прокату  $S_1 = 1,05 \dots 1,10$  для литва  $S_1 = 1,15 \dots 1,20$ ).

$S_2$  – коефіцієнт, який враховує степінь відповідальності деталі в експлуатації

(1 – поломка не приведе до зупинки виробу -  $S_2 = 1,0$ ; 2 – поломка не приведе до пошкодження суміжних деталей -  $S_2 = 1,1$  (невисока вартість), -  $S_2 = 1,2$  (висока вартість).

Поломка викликає аварію -  $S_2 = 1,2$  (невисока вартість);  $S_2 = 1,3$  (висока вартість).

$S_3$  – конструкторський фактор, який враховує точність розрахункових формул і достовірність даних про характеристики міцності конструкційних матеріалів. Приймають  $S_3 = 1,1 \dots 1,3$ .

## 2 ОСНОВИ РОЗРАХУНКУ ДЕТАЛЕЙ МАШИН, ЩО ПРАЦЮЮТЬ В УМОВАХ ПОВТОРНОЗМІННИХ НАВАНТАЖЕНЬ

Навантаження деталей машин, які періодично повторюються можна представити формулою:

$$Q = Q_m + Q_a f(t) \quad (2.1)$$

де  $Q_m$  – середнє навантаження, Н, Н·м;  
 $Q_a$  - амплітуда навантаження, Н, Н·м;  
 $f(t)$  – функція часу.

Якщо навантаження має циклічний гармонійний характер, то його можна описати за допомогою формули:

$$Q = Q_m + Q_a \sin \omega t \quad (2.2)$$

Оскільки навантаження є пропорційним напруженню, то формулу (2.2) можна записати:

$$\sigma = \sigma_m + \sigma_a \sin \omega t \quad (2.3)$$

$$\tau = \tau_m + \tau_a \sin \omega t \quad (2.4)$$

Процес повторно – змінного навантаження можна розглядати як процес, який складається з двох складових – статичного  $\sigma_m$  і динамічного з амплітудою  $\sigma_a$ , яке накладається на статичне.

Представимо формулу (2.3) графічно:

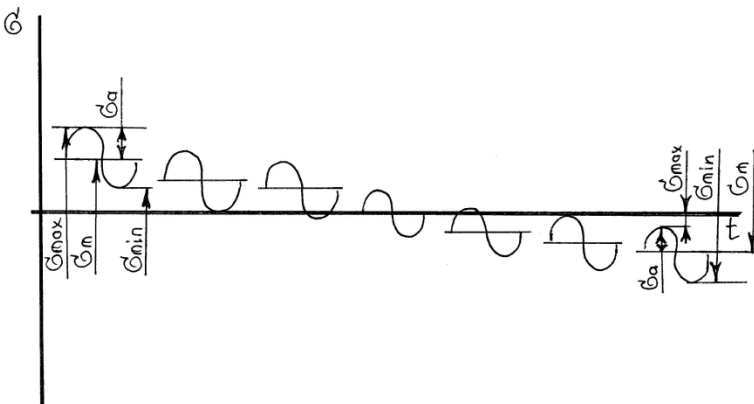


Рисунок 2.1 – Характер циклічного навантаження

Одноразова зміна напруження або навантаження за період  $T$  називається циклом навантаження. Складові циклу можна записати у вигляді рівнянь:

$$\sigma_{MAX} = \sigma_m + \sigma_a \quad (2.5)$$

$$\sigma_{MIN} = \sigma_m - \sigma_a \quad (2.5)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad \text{де } R - \text{коефіцієнт асиметрії циклу.}$$

Будь – яка комбінація із двох рівнянь (2.5) дає можливість визначити решту характеристичних величин циклу.

Процес руйнування деталей, підданих змінному навантаженню, називають процесом втомного руйнування або втомним руйнуванням.

Здатність деталі протистояти втомному руйнуванню називається «опір втомі». Характеристика міцності конструкційного матеріала, що відповідає за опір втомі, називається границею витривалості.

Границя витривалості – це максимальне напруження, при якому вироби (деталь або зразок) вистояли задане число циклів без видимих слідів втомного руйнування (тріщин).

На практиці границі витривалості отримують експериментально шляхом випробування виробів зразків або деталей на машинах циклічного навантаження.

Оскільки деталі можуть працювати при різних коефіцієнтах асиметрії циклу  $R$ , то і випробування мають проводитися при відповідних режимах навантаження, щоб вони дали можливість визначити відповідну границю витривалості  $\sigma_R$ .

## 2.1 Методика визначення границь витривалості

Для визначення границь витривалості випробують партію зразків або деталей (мінімально 8...10 штук) при кількох рівнях навантаження і фіксують їхню довговічність (кількість циклів навантажень до руйнування).

Результати експерименту представляють у вигляді кривих втоми (Б – Nциклів):

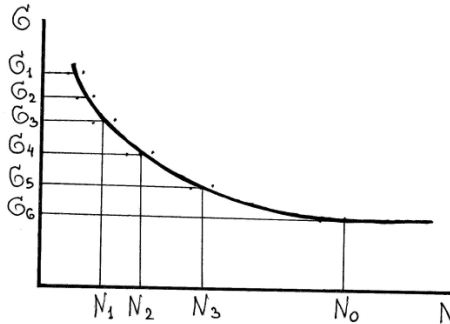


Рисунок 2.2 – Крива втоми Б – N

Більш чітко вирисовується крива втоми в координатах Б – lgN.

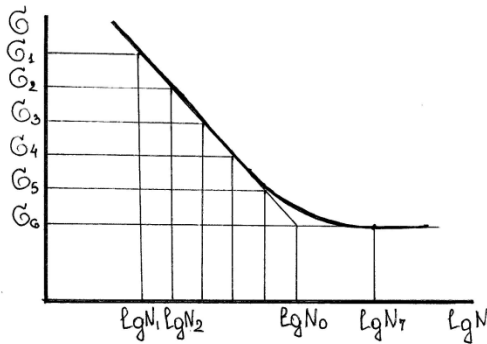


Рисунок 2.3 – Крива втоми Б – lgN

Напруження, при якому крива переходить в горизонталь, називають границею необмеженої витривалості, а кількість циклів, що відповідають необмеженій витривалості називається базою випробувань  $N_D$ .

Напруження, які відповідають похилій ділянці кривої (рис. 2.3), називають границею обмеженої витривалості з відповідною їй довговічністю  $N$ . При розрахунках деталей на довговічність  $N < N_0$  є

можливість визначення допустимих напружень відносно границі витривалості, яка відповідає розрахунковій довговічності  $N$ .

Оскільки достовірні розрахунки деталей машин на опір втоми можуть здійснюватись тільки відносно границь витривалості, які відповідають коефіцієнту асиметрії, при якому деталь працює, а саме

$$R = \frac{Q_{\min}}{Q_{\max}} \quad (2.6)$$

де  $Q_{\min}$  - мінімальне значення величини циклічного навантаження, Н;

$Q_{\max}$  - максимальне значення величини циклічного навантаження, Н.

то окремі криві втоми для використання можуть мати частковий характер.

Повні дані про опір конструкційних матеріалів втоми при будь-яких коефіцієнтах асиметрії дають діаграми витривалості: діаграма граничних амплітуд і діаграма граничних напружень, в яких інформація подається у вигляді кривих рівної довговічності.

## 2.2 Діаграма граничних амплітуд

Для побудови діаграми граничних амплітуд випробування здійснюють при фіксованих значеннях середніх напружень циклу  $\sigma_m$ , або при фіксованих значеннях коефіцієнтів асиметрії циклу  $R$ , відповідно при режимах  $\sigma_a = f(N, \sigma_m - const)$  і  $\sigma_a = f(N, R - const)$ .

При таких випробуваннях результати експериментів представляють у вигляді сімейства кривих втоми в координатах:

- $\sigma_a - \lg N, \sigma_m - const$  (при випробуваннях з фіксованим  $\sigma_m$ );
- $\sigma_a - \lg N, R - const$  (при випробуваннях з фіксованим  $R$ ).

Для побудови діаграм витривалості обидва способи випробувань є еквівалентними і залежать від можливостей дослідницьких машин щодо формування відповідного циклу навантаження.

На випробувальній машині ЗНТУ більш доцільним є

випробовування по першому варіантові, а саме  $\sigma_a = f(N, \sigma_m - const)$ , що є більш зручним, оскільки одразу дає координати для побудови діаграм витривалості.

При цьому способі об'єкт випробувань встановлений на машині, спочатку навантажується статично на середнє напруження  $\sigma_m$  з подальшим «накладанням» динамічної складової з амплітудою  $\sigma_a$  (відповідно до рис. 2.1). Циклічне навантаження здійснюється до руйнування об'єкта, або до появи на зразку ознак втоми у вигляді тріщини. Отримана лічильником кількість циклів фіксується.

Планується кілька рівнів  $\sigma_m$ . При кожному  $\sigma_m$  призначається кілька рівнів  $\sigma_a$ , які поступово понижаються, що приводить до збільшення довговічності зразків.

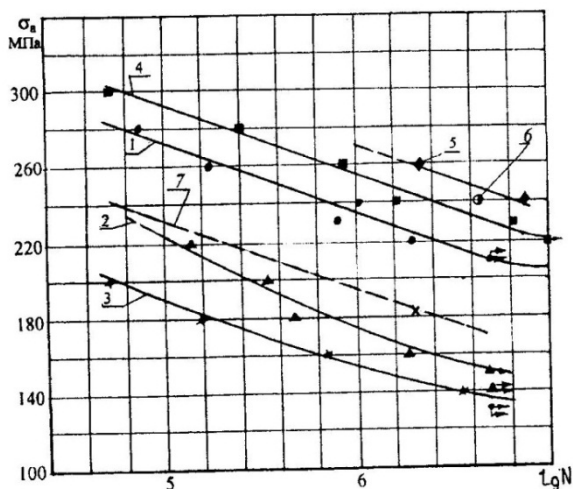


Рисунок 2.4 – Криві втоми сталі 09Г2С : 1 - при  $\sigma_m = 0$ , 2 - при  $\sigma_m = +200 \text{ МПа}$ , 3 - при  $\sigma_m = +300 \text{ МПа}$ , 4 - при  $\sigma_m = -100 \text{ МПа}$ , 5 - при  $\sigma_m = -150 \text{ МПа}$ , 6 - при  $\sigma_m = -200 \text{ МПа}$ , 7 - апіорна крива при  $\sigma_m = 0$  низьколегованої сталі  $\sigma_m = 520 \text{ МПа}$  [1]

По досягненню бази випробувань  $N_0$  на даному рівні  $\sigma_a$  додатково (контрольно) випробується 1, 2 зразка. Дане значення  $\sigma_a$  вважається граничною амплітудою або границею витривалості за амплітудою.

Аналогічні випробовування здійснюються на кількох значеннях  $\sigma_m$  при розтяганні (+) і стисканні (-).

Результати таких випробувань представляють у вигляді сімейства кривих втоми при відповідних фіксованих значеннях  $\sigma_m$ . Сімейство таких кривих для сталі 09Г2С представлено рисунку 2.4.

За допомогою сімейства кривих можна побудувати діаграму граничних амплітуд у вигляді кривих однакової довговічності для різних довговічностей  $N$ . Така діаграма для довговічностей  $10^5$ ,  $10^6$ ,  $5 \cdot 10^6$ , циклів представлена на рисунку 2.5.

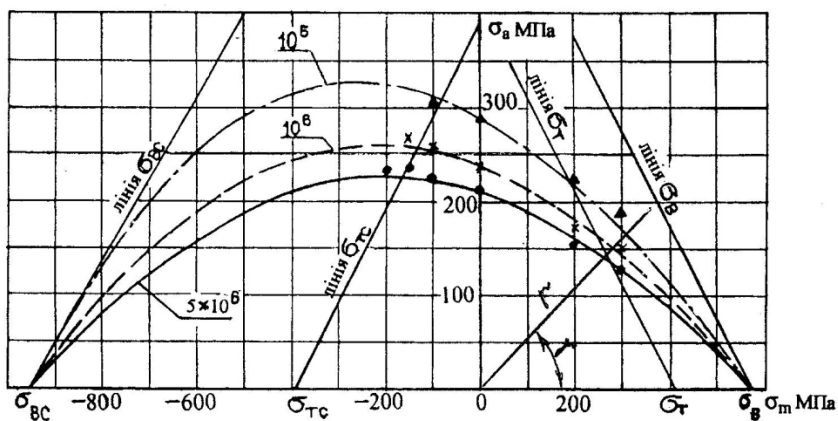


Рисунок 2.5 – Діаграма граничних амплітуд сталі 09Г2С ( $\sigma_B = 580$  МПа)

### 2.3 Апроксимація діаграми граничних амплітуд

Як свідчать рисунки 2.2 і 2.4 процес побудови сімейства кривих втоми при різних фіксованих значеннях середніх напружень  $\sigma_m$  або коефіцієнтах асиметрії  $R$  потребує значних матеріальних затрат і

часу, оскільки випробування на опір втомі є досить тривалим процесом. Тому дослідники йдуть шляхом пошуку аналітичних залежностей для описання кривих однакової довговічності діаграм витривалості.

Найбільш поширеними формулами для описання кривих однакової довговічності діаграми граничних амплітуд є формули [7]:

$$\text{Гербера} \quad \sigma_a = \sigma_{-1} \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_B} \right)^2 \right] \quad (2.7)$$

$$\text{Гудмана} \quad \sigma_a = \sigma_{-1} \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_B} \right) \right] \quad (2.8)$$

де  $\sigma_{-1}$  - границя витривалості при симетричності циклі навантажень;

$\sigma_m$  - середнє напруження циклу;

$\sigma_B$  - границя міцності матеріалу при розтяганні.

С.В. Серенсен запропонував визначати значення амплітудних напружень циклу при розтягуючих  $\sigma_m$  за формулою:

$$\sigma_a = \sigma_{-1} - \psi_\sigma \cdot \sigma_m \quad (2.9)$$

де  $\psi_\sigma$  - коефіцієнт чутливості до асиметрії циклу.

$$\psi_\sigma = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0} \quad (2.10)$$

де  $\sigma_0$  - границя витривалості при віднульовому (пульсуючому) циклі розтягання.

При стискаючих  $\sigma_m$  С.В. Серенсен рекомендує визначати граничні амплітуди за формулою:

$$\sigma_a = \sigma_{-1} - \varphi_\sigma \cdot \sigma_m \quad (2.11)$$

$$\varphi_\sigma = 1 - \frac{2\sigma_{-1}}{|\sigma_{\pm\infty}|} \quad (2.12)$$

де  $\sigma_{\pm\infty}$  - границя витривалості при віднульовому (пульсуючому) циклі стиску.

Порівняльна діаграма для сталі з  $\sigma_B = 520$  МПа [6] показана на рисунку 2.6.

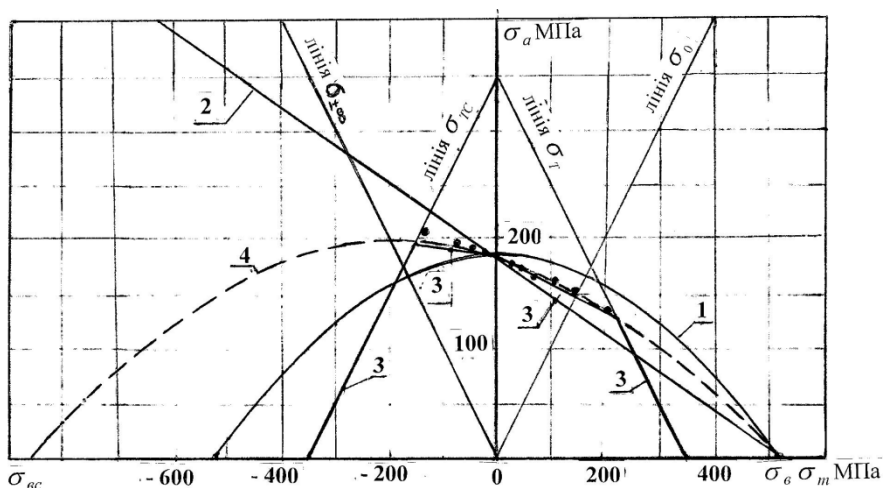


Рисунок 2.6 – Порівняльна діаграма граничних амплітуд  $\sigma_B = 520$  МПа для

$N = 2 \times 10^6$  циклів (1 – парабола Гербера, 2 – лінія Гудмана, 3 – схематизована діаграма С.В. Серенсена, 4 – крива ЗМІ-ЗНТУ)

З рисунка 2.6 видно, що парабола Гербера передбачає однакову міцність матеріалу при розтягаючих і стискаючих середніх напруженнях і завищує значення  $\sigma_a$  при розтягаючих і занижує при стискаючих середніх напруженнях  $\sigma_m$ .

Лінія Гудмана, навпаки, занижує значення амплітуди циклу при  $\sigma_m > 0$  і завищує при  $\sigma_m < 0$ .

Схематизована діаграма С.В. Серенсена більш точно дає оцінки  $\sigma_a$  оскільки вона базується на трьох значеннях граничних амплітуд циклів:

- симетричного  $\sigma_{-1}$ ;

- віднульового розтягання  $\frac{\sigma_0}{2}$  ;
- віднульового стискання  $\frac{\sigma_{\pm\infty}}{2}$  .

Справа та зліва діаграма обмежена лініями текучості  $\sigma_T$  і  $\sigma_{TC}$  .

Гербер і Гудман для побудови своїх діаграм використовували по одній характеристиці втоми – граничну амплітуду симетричного циклу  $\sigma_{-1}$  і границю міцності  $\sigma_B$  . Інші автори в своїх формулах також обмежувалися цими величинами, зневажаючи характеристиками міцності конструкційних матеріалів при стискаючих навантаженнях [7].

Складається враження, що раніше стискаючим напруженням, як руйнуючому фактору, не надавалось особливого значення. Але, як показує практика на експериментах, проведених в Запорізькому національному технічному університеті, на дюралюмініових, титанових і сталених зразках, осередки руйнування (тріщини) зароджуються навіть тоді, коли розтягуючі напруження взагалі відсутні. Останнє стверджує, що характеристики міцності при стисканні також мають бути враховані при описанні кривих однакової довговічності діаграм втоми.

На підставі численних експериментів, виконаних в статистичному аспекті, для описання кривих однакової довговічності з урахуванням розрахункової довговічності  $N$  обґрунтована формула [8]:

$$\sigma_a^{(N)} = \sigma_{-1}^{(N)} \cdot \left( \frac{\lg \lg N}{\lg \lg N_0} \right)^{\frac{2\sigma_m}{\sigma_B - \sigma_{BC}}} \cdot \frac{(\sigma_m - \sigma_B) \cdot (\sigma_m - \sigma_{BC})}{\sigma_B \cdot \sigma_{BC}} \quad (2.13)$$

де  $\sigma_a^{(N)}$  - амплітуда циклу для довговічності  $N$  ;

$\sigma_{-1}^{(N)}$  - амплітуда симетричного циклу для довговічності  $N$  ;

$N$  - розрахункова довговічність, цикл;

$N_0$  - базова довговічність (приймається для сталі  $10^7$  циклів, для кольорових конструкційних сплавів  $10^8$  циклів);

$\sigma_m$  - середнє напруження циклу;

$\sigma_B$  - границя міцності при розтяганні;

$\sigma_{BC}$  - границя міцності при стисканні.

Криві за формулою (2.13) показані на рисунку 2.6 (крива 4) і на рисунку 2.5 для сталі 09Г2С (для довговічності  $10^5$ ,  $10^6$ ,  $5 \cdot 10^6$ , циклів).

Побудова діаграми граничних амплітуд за залежністю (2.13) не потребує значних затрат, оскільки має тільки одну характеристику втоми  $\sigma_{-1}$ , а дві інші механічні характеристики міцності  $\sigma_B$  і  $\sigma_{BC}$  легко без значних затрат на дослідницьких машинах статичного навантаження (ГОСТ 1497-84 і ГОСТ 25.503-97).

Крім того характеристики міцності  $\sigma_B$  і  $\sigma_{-1}$  для конструкційних матеріалів подаються в довідниках. Границя витривалості  $\sigma_{-1}$  в довідниках подається, як правило, для згинальних деформацій, оскільки дану характеристику без значних затрат отримують на машинах Шенка (консольний або чистий згин з обертанням), які мають в дослідницькій практиці широку популярність. При побудові діаграми граничних амплітуд розтягання-стискання рекомендується скористатися співвідношенням [1]  $\sigma_{-1P} = (0,8 \dots 0,9) \cdot \sigma_{-13Г}$ . Дані про значення  $\sigma_{BC}$  зустрічаються рідко, хоча їх отримати не важко на дослідницьких машинах статичного навантаження за стандартною технологією (ГОСТ 25.503-97).

За результатами досліджень, проведених в ЗНТУ, для пружних та пружно-пластичних конструкційних металів можна прийняти  $\sigma_{BC} = (1,4 \dots 1,6) \cdot \sigma_B$  (за винятком чавуну).

Для побудови кривих однакової довговічності за формулою (2.13) для різних довговічностей необхідно мати значення  $\sigma_{-1}^{(N)}$  - для даних довговічностей  $N$ , але в довідниках  $\sigma_{-1}$  подається для необмеженої довговічності (для  $N = N_0$ ).

Щоб побудувати діаграму граничних амплітуд для будь-якої довговічності треба мати експериментальну криву втоми при симетричному циклі навантажень. При її відсутності можна скористатися рівнянням похилої ділянки кривої втоми за формулою:

$$\sigma_a^m \cdot N = \sigma_{-1}^m \cdot N_B = const \quad (2.14)$$

де  $\sigma_a$  - амплітуда симетричного циклу, яка відповідає довговічності  $N$ ;

$m$  - показник степені кривої.

Показник  $m$  залежить від природи і стану конструкційного матеріалу, а також від виду деформації (таблиця 4.2 [1]).

Надаючи в формулу (2.13) значення  $\sigma_m$  в діапазоні  $\sigma_B \dots \sigma_{BC}$  можна побудувати повну діаграму граничних амплітуд (рис. 2.5, 2.6).

Аналогічно за даними довідника [6] побудована діаграма граничних амплітуд низьколегованої сталі з  $\sigma_B = 520$  МПа для коефіцієнта концентрації  $K_\sigma = 1$  (рис. 2.7).

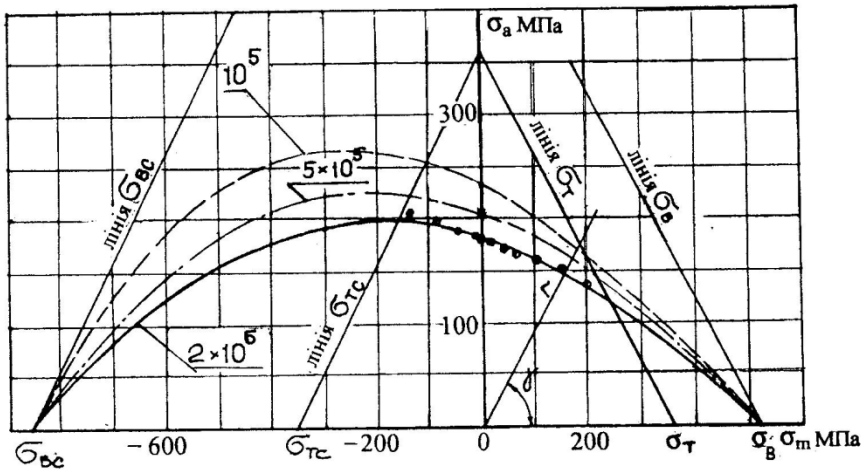


Рисунок 2.7 – Діаграма граничних амплітуд низьколегованої сталі  
( $\sigma_B = 520$  МПа)

## 2.4 Розрахунок деталей машин за допомогою діаграми граничних амплітуд

При розрахунках деталей машин на опір втомі границі витривалості, які визначається за допомогою кривих однакової довговічності, мають відповідати робочому коефіцієнту асиметрії

циклу деталі  $R$ , тобто розрахунковий цикл має бути подібним робочому циклу деталі. Коефіцієнт асиметрії робочого циклу деталі визначають за формулою:

$$R = \frac{Q_{MIN}}{Q_{MAX}} \quad (2.15)$$

де  $Q_{MIN}$  - мінімальне навантаження деталі (циклу), Н, Н·м;

$Q_{MAX}$  - мінімальне навантаження деталі (циклу), Н, Н·м.

Для визначення граничних значень  $\sigma_{aR}^{(N)}$  і  $\sigma_{mR}$ , що відповідають коефіцієнту асиметрії  $R$  на діаграмі проводиться промінь  $r$  під кутом  $\gamma$  (рис. 2.7) для якого:

$$tg \gamma = \frac{1-R}{1+R} \cdot K_M \quad (2.16)$$

де  $K_M$  - коефіцієнт, що враховує масштаб  $\sigma_m$  і  $\sigma_a$  на діаграмі граничних амплітуд.

$$K_M = \frac{\mu_{\sigma m}}{\mu_{\sigma a}}$$

де  $\mu_{\sigma m}$  і  $\mu_{\sigma a}$  - масштаби напружень відповідно по осям  $\sigma_m$  і  $\sigma_a$ .

В приведених діаграмах  $K_M = 2$ .

Пункт перетину променя з відповідною кривою однакової довговічності визначає відповідні значення граничних  $\sigma_{aR}^{(N)}$  і  $\sigma_{mR}$  для розрахункової довговічності  $N$ .

Розрахункові допустимі напруження для даної довговічності визначаються за формулами:

$$[\sigma_{aR}^{(N)}] = \frac{\sigma_{aR}^{(N)}}{S} \quad (2.17)$$

$$[\sigma_{mR}^{(N)}] = \frac{\sigma_{mR}^{(N)}}{S} \quad (2.17)$$

де  $S$  - нормативний табличний коефіцієнт запасу.

Практичні  $\sigma_{\max R}^{(N)}$  і  $\sigma_{\min R}^{(N)}$  визначають за формулами:

$$\sigma_{\max R}^{(N)} = \sigma_{mR} + \sigma_{aR}^{(N)} \quad (2.18)$$

$$\sigma_{\min R}^{(N)} = \sigma_{mR} - \sigma_{aR}^{(N)} \quad (2.18)$$

Допустимі напруження знаходяться за залежностями:

$$\left[ \sigma_{\max R}^{(N)} \right] = \frac{\sigma_{\max R}^{(N)}}{S} \quad (2.19)$$

$$\left[ \sigma_{\min R}^{(N)} \right] = \frac{\sigma_{\min R}^{(N)}}{S} \quad (2.19)$$

Визначення  $\sigma_{aR}^{(N)}$  і  $\sigma_{mR}$ , що відповідають коефіцієнту асиметрії  $R$ , можна здійснити аналітично, шляхом розв'язання системи рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_a^{(N)} &= \sigma_{-1}^{(N)} \cdot \left( \frac{\lg \lg N}{\lg \lg N_0} \right)^{\frac{2\sigma_m}{\sigma_{\sigma} - \sigma_{\sigma c}}} \cdot \frac{(\sigma_m - \sigma_{\sigma}) \cdot (\sigma_m - \sigma_{\sigma c})}{\sigma_{\sigma} \cdot \sigma_{\sigma c}} \\ \sigma_a^N &= \frac{1-R}{1+R} \cdot \sigma_M \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

Друга формула є рівнянням вище згаданого променя, проведено під кутом  $\gamma$  (рис. 2.7).

Визначення допустимих напружень, що складають цикл навантаження здійснюють за формулами (2.17, 2.18, 2.19).

При проектних розрахунках коефіцієнти запасу  $S$  бажано здійснювати диференціальним методом [3], який враховує окремі фактори, що впливають на опір конструкційного матеріалу втомі. І.А. Одінг [3] – пропонує здійснювати розрахунок коефіцієнта запасу відносно границь витривалості за формулою:

$$S = D \cdot K \cdot M \cdot T \quad (2.21)$$

де  $D$  - коефіцієнт, що враховує надійність структури конструкційного матеріалу  $D = D_1 \cdot D_2$ ;

де  $D_1$  - враховує технологію виготовлення заготовки (поковка, штамповка  $D_1 = 1$ ; литво -  $D_1 = 1,3$ );

$D_2$  - враховує степінь відповідальності деталі (поломка без зупинки  $D_2 = 1$ ; поломка без пошкодження суміжних деталей:

невисока вартість -  $D_2 = 1,1$  , висока вартість -  $D_2 = 1,2$  ; поломка викликає аварію: невисока вартість -  $D_2 = 1,2$  , висока вартість -  $D_2 = 1,3$  ).

де  $K$  - коефіцієнт, що враховує конструкторський фактор  
 $K = K_1 \cdot K_2$  ;

де  $K_1$  - враховує точність розрахункових формул для визначення діючого навантаження (при точних визначеннях  $K_1 = 1$  );

$K_2$  - враховує концентрацію напружень.

де  $M$  - коефіцієнт, що враховує точність (надійність) визначення службових характеристик конструкційного матеріалу:  $M = M_1 \cdot M_2 \cdot M_3$  .

де  $M_1$  - коефіцієнт, що враховує розрахунковий перехід з однієї характеристики на іншу;

$M_2$  - враховує кількість зразків, які випробувані для визначення необхідних характеристик міцності;

$M_3$  - враховує масштабний фактор.

де  $T$  - коефіцієнт, що враховує технологічний фактор:  $T = T_1 \cdot T_2 \cdot T_3$  .

де  $T_1$  - враховує вплив стану поверхні (шорсткість);

$T_2$  - враховує наявність залишкових напружень;

$T_3$  - враховує додаткові напруження, що виникли при виконанні монтажу посадок з натягом.

При визначенні загального коефіцієнта запасу, оскільки названі складові можуть бути надані як більше, так і менше одиниці, формулу необхідно записати таким чином, щоб діючі факторизбільшували загальний коефіцієнт запасу. Наприклад при визначенні  $S$  для поковки ( $D_1 = 1$ ), якщо поломка призведе до зупинки (невисока вартість)  $D_2 = 1,1$ ; при точних формулах розрахунку  $K_1 = 1$ ; ефективний коефіцієнт концентрації напружень наприклад для шпонкового паза  $K_2 = R_\sigma = 1,64$  [1]; масштабний

фактор  $K_d = M_3 < 1 \approx 0,8$  при стані шорсткості  $T_1 = \beta < 1 \approx 0,8$ ; якщо залишкових напружень і додаткових технологічних напружень не було (висока культура технології) та  $T_2 = 1$ ,  $T_3 = 1$  і загальний коефіцієнт запасу залишається

$$S = \frac{D_1 \cdot D_2 \cdot K_1 \cdot K_2}{M_3 \cdot T_1} = \frac{D_1 \cdot D_2 \cdot K_1 \cdot K_\sigma}{K_d \cdot \beta} = \frac{1 \cdot 1,1 \cdot 1,64}{0,8 \cdot 0,8} = 2,818$$

Тобто в формулу величини, які більше «1», ставлять у чисельник, а величини, що менше «1», розміщують у знаменнику.

Для визначення допустимого напруження границі витривалості, які відповідають даному коефіцієнту асиметрії  $R$  і довговічності  $N$  ділять на розрахований коефіцієнт запасу  $S$ . Найчастіше такою границею витривалості є  $\sigma_{\max R}^{(N)}$ .

Тоді допустиме напруження відносно  $\sigma_{\max R}^{(N)}$  визначиться за допомогою формули (2.19), а саме:

$$[\sigma_{\max R}^{(N)}] = \frac{\sigma_{\max R}^{(N)}}{S}$$

Аналогічне буду і тоді, коли розрахунки здійснюються з використанням амплітуди циклу. При цьому допустиме амплітудне напруження, яке відповідає даним  $R$  і  $N$  запишеться за формулою (2.17):

$$\sigma_{aR}^{(N)} = \frac{\sigma_{aR}^{(N)}}{S}$$

## 2.5 Перевірочний розрахунок деталей на опір втомі

Часто при проектуванні, для простоти, геометричні розміри деталей машин, що працюють в динамічному режимі, визначають за допомогою формул статички (1.1...1.13), приймаючи при цьому умовно повторно – змінні навантаження як статичні. На основі виконаних розрахунків і доцільних міркувань інтуїтивно формується повна геометрія деталі.

В такому випадку, аби забезпечити необхідну роботоздатність деталі, її перевіряють на опір втомі. Перевіряють в деталі так звані

небезпечні місця. Небезпечними місцями вважаються місця, в яких є концентрація напружень, тобто відхилення поверхні від гладкості: галтелі, виточки, поперечні отвори, шпонкові пази, шліци, а також посадки з натягом, різьби. Якщо перетині, що розглядається, діють кілька концентраторів, то в розрахунок вводиться тільки більш ефективний.

2.5.1 Розрахунок деталей, що працюють при розтяганні – стисканні і на згин. До таких деталей відносяться елементи металоконструкцій ПТМ, деталі приводів, осі, тощо, які не передають крутний момент. Перевірочний розрахунок таких деталей полягає у визначенні запасу міцності на опір втомі відносно границі витривалості  $\sigma_R^{(N)}$  за формулою:

$$S = \frac{\sigma_{aR}^{(N)} \cdot \beta}{\frac{K_\sigma}{K_d} \cdot \sigma_a} \geq [S] \quad (2.22)$$

де  $\sigma_{aR}^{(N)}$  - граничне амплітудне напруження, яке відповідає даному коефіцієнту асиметрії  $R$  і довговічності  $N$  (визначається графічно – розділ 2.4, або аналітично – сист. (2.20) );

$K_\sigma$  - ефективний коефіцієнт концентрації напружень [1,4,6,9,10];

$K_d$  - коефіцієнт впливу абсолютних розмірів поперечного перетину (масштабний фактор) (стор. 416 [1], стор. 331 [4], [9]);

$\beta$  - фактор якості поверхні (стор. 477 [10]);

$\sigma_a$  - амплітудне напруження в розрахунковому перетині деталі, яке виникає при її роботі і відповідає  $R$  .

Значення  $\sigma_a$  розраховують за формулами:

розтягання – стискання - 
$$\sigma_a = \frac{F_a}{A_{\text{нетто}}} \quad (2.23)$$

згин - 
$$\sigma_a = \frac{M_{3z}}{W_{x(\text{нетто})}} \quad (2.24)$$

де  $F_a$  - осьове зусилля розтягання (стискання), що діє на деталь, Н;

$M_{зг}$  - момент згину в розрахунковому перетині, Н·мм;

$A_{\text{нетто}}$  - фактична площа в розрахунковому перетині, мм<sup>2</sup>;

$W_{x(\text{нетто})}$  - фактичний момент опору згину розрахункового перетину деталі (для осей див стор. 414 [1]; стор. 329 [4], [9]), мм<sup>3</sup>.

2.5.2 Розрахунок деталей машин, які навантажуються нормальними і дотичними напруженнями. Представником таких деталей є вали, оскільки вони навантажуються згинальними моментами і осьовою силою, а також крутним моментом, який діє на ділянку від деталі ведучої до деталі веденої.

Загальний запас міцності таких деталей знаходять за формулою:

$$S = \frac{S_\sigma \cdot S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} \geq [S] \quad (2.25)$$

де  $S_\sigma$  - запас міцності за нормальними напруженнями, Н;

$S_\tau$  - запас міцності за дотичними напруженнями кручення.

Найчастіше небезпечними місцями в умові втоми валів є: посадки маточини і підшипників на вал, галтелі, виточки, поперечні отвори, шліцові і шпонкові з'єднання, різьби. Названі елементи є концентраторами напружень і місця їх розташування підлягають перевірці на опір втоми.

При роботі валів, якщо осьова сила не є основною, як це має місце часто для валів редукторів, то осьовим навантаженням можна зневажити і вважати, що вал є навантаженим тільки згинальним моментом і моментом кручення.

При цьому напруження згину змінюються за симетричним циклом і  $S_\sigma$  знайдемо за формулою:

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{-1} \cdot \beta}{\frac{K_\sigma}{K_d} \cdot \sigma_a} \quad (2.26)$$

де  $\sigma_{-1}$  - границя необмеженої витривалості матеріалу при

симетричному циклі [1, 2, 4], МПа.

Значення  $K_\sigma, K_d, \beta$  і  $\sigma_a$  знаходять як то показано в попередньому параграфі 2.5.1.

Значення  $S_\tau$  знайдемо за формулою [1]:

$$S_\tau = \frac{\tau_{-1} \cdot \beta}{\frac{K_\tau}{K_d} \cdot \tau_a + \psi_\tau \cdot \tau_m} \quad (2.27)$$

де  $\tau_{-1}$  - границя витривалості матеріалу на кручення (стор. 34 [1]), МПа;

$K_\tau$  - ефективний коефіцієнт концентрації при крученні [1,4,9];

$K_d$  - масштабний фактор [1,4,9];

$\psi_\tau$  - коефіцієнт чутливості матеріалу до асиметрії циклу по С. В. Серенсену (приймають для вуглецевих сталей  $\psi_\tau = 0,05$ ; для легуваних  $\psi_\tau = 0,1$  [1]).

$\tau_a$  - робоче амплітудне напруження циклу при крученні, МПа

$$\text{для реверсивного вала} \quad \tau_a = \frac{T}{W_{p(\text{нетто})}} \quad (2.28)$$

$$\text{для нереверсивного} \quad \tau_a = \frac{T}{2 \cdot W_{p(\text{нетто})}} \quad (2.29)$$

де  $T$  - крутний момент вала, Н·м;

$W_{P(\text{нетто})}$  - полярний момент опору нетто – перетину вала (для шпонкового паза див. [1]), мм<sup>3</sup>;

$\tau_m$  - середнє напруження циклу, МПа

для реверсивного вала  $\tau_m = 0$ ,

для нереверсивного вала  $\tau_m = \frac{T}{2 \cdot W_{p(\text{нетто})}}$ ,

Отримані значення  $S_{\sigma}$  і  $S_{\tau}$  за допомогою формули (2.25) дають можливість визначити загальний коефіцієнт запасу міцності і порівняти його з допустимим.

2.5.3 Визначення допустимих запасів міцності. Визначення величини допустимих запасів міцності здійснюється за кількома критеріями, якими є: надійність матеріалу, степінь відповідальності деталі, вартісні показники деталі, точність розрахунків. Для визначення допустимого запасу міцності можна скористатися формулою (1.15) і таблицею 4.3 [1].

2.5.4 Особливість розрахунку деталей, які навантажені згинальним моментом і осьювою силою. Наявність осьової сили, яка сумісно діє зі згинальним моментом, що змінюється в часі, приводить до появи асиметричного циклу навантаження.

Наявність обертання наводить в тілі деталі напруження згину, які змінюються за законом симетричного циклу. Сумісно діючі з ними напруження будуть підсумовуватись до напружень згину, утворюючи алгебраїчну суму напружень, а саме при стискаючій силі  $F_C$  сумарне напруження в зовнішніх волокнах деталі буде:

$$\sigma_{\Sigma} = -\frac{F_C}{A} \pm \frac{M_{3Г}}{W_X} \quad (2.30)$$

$$\text{з відкля } \sigma_{MAX} = +\frac{M_{3Г}}{W_X} - \frac{F_C}{A}$$

$$\sigma_{MIN} = -\left(\frac{M_{3Г}}{W_X} + \frac{F_C}{A}\right)$$

При розтягуючій силі  $F_P$  сумарне напруження визначається за формулою:

$$\sigma_{\Sigma} = +\frac{F_P}{A} \pm \frac{M_{3Г}}{W_X} \quad (2.31)$$

$$\text{з відкля } \sigma_{MAX} = +\left(\frac{F_P}{A} + \frac{M_{3Г}}{W_X}\right)$$

$$\sigma_{MIN} = \left( \frac{F_P}{A} - \frac{M_{3\Gamma}}{W_X} \right)$$

По даним  $\sigma_{MAX}$  і  $\sigma_{MIN}$  можна знайти  $\sigma_a$ ,  $\sigma_m$  і коефіцієнт асиметрії  $R = \frac{\sigma_{MIN}}{\sigma_{MAX}}$ .

Отримані дані можуть бути використані для більш точної оцінки запасів міцності за формулою (2.22), а також за залежністю С.В. Серенсена:

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_\sigma}{K_d} \cdot \sigma_a + \psi_\sigma \cdot \sigma_m} \quad (2.32)$$

де  $\psi_\sigma$  - коефіцієнт чутливості конструкційного матеріалу до асиметрії циклу (приймають  $\psi_\sigma = 0,10$  для вуглецевих сталей,  $\psi_\sigma = 0,15$  для легованих сталей).

Результати обчислень за вказаними формулами можуть бути використані для оцінки загального коефіцієнта запасу за формулою (2.25).

### 3 РОЗРАХУНОК ДЕТАЛЕЙ МАШИН, ЩО НАВАНТАЖЕНІ КОНТАКТНИМИ НАПРУЖЕННЯМИ

Представниками таких деталей є контакти фрикційних передач, зубчасті колеса, підшипники кочення, опорні колеса тощо.

#### 3.1 Розрахунок фрикційних передач

Розрахунок розглянемо на прикладі циліндричних фрикційних передач, які представляють собою два котка притиснутих по зовнішньому діаметру. Передача крутного моменту здійснюється завдяки силі тертя, яка виникає в зоні контакту.

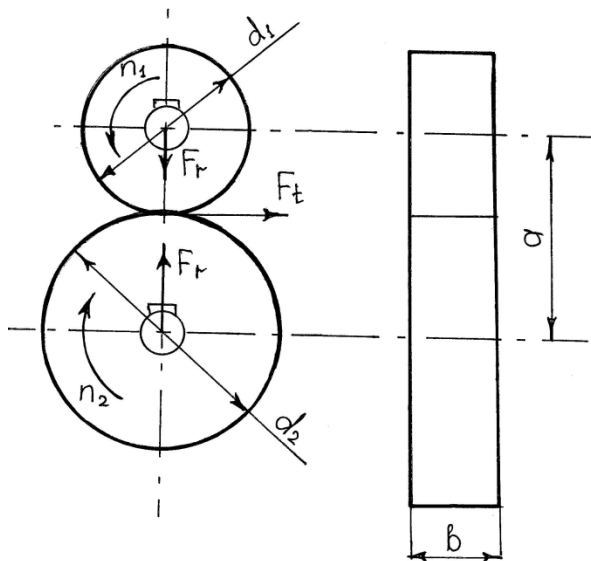


Рисунок 3.1 – Схема циліндричної фрикційної передачі

Передаточне число  $U = \frac{n_1}{n_2}$ ;  $n_1$  - частота обертання ведучого котка, об/хв;  $n_2$  - частота обертання веденого котка, об/хв;  $P_1$  -

потужність на валу ведучого котка, кВт;  $P_2$  - потужність на валу веденого котка, кВт;  $T_1$  - крутний момент на валу ведучого котка, Н·м;

$T_2$  - крутний момент на валу веденого котка, Н·м;  $T_1 = 9550 \cdot \frac{P_1}{n_1}$

;  $T_2 = 9550 \cdot \frac{P_2}{n_2}$  ;  $P_2 = P_1 \cdot \eta$  ( $\eta$  - ККД); міжосьова відстань

$a = \frac{d_1 + d_2}{2}$ ;  $F_r$  - радіальна сила притиску котків, Н;  $F_\tau$  - радіальна

сила притиску котків, Н.

З урахуванням запасу зчеплення силу притискання знайдемо за формулами:

$$F_r \geq \frac{F_\tau \cdot K}{f} \quad (3.1)$$

$$F_r \geq \frac{2 \cdot K \cdot T_1}{d_1 \cdot f} \quad (3.2)$$

де  $K$  - коефіцієнт запасу зчеплення;

$f$  - коефіцієнт тертя в зоні контакту.

Оскільки котки обертаються, то кожний елемент робочої поверхні навантажується циклічно.

Міцність контактів визначається їхньою здатністю протистояти контактній втомі. Розрахунок на опір контактній втомі здійснюється за допомогою формули Герца (умови контактної міцності):

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{E_{\text{ПП}}}{2\pi(1-\mu^2)} \cdot \frac{q_{\text{П}}}{\rho_{\text{ПП}}}} \leq [\sigma]_H \quad (3.3)$$

де  $E_{\text{ПП}}$  - приведений модуль пружності матеріалів котків

$$E_{\text{ПП}} = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2} \quad (3.4)$$

де  $E_1$  і  $E_2$  - модулі пружності матеріалів відповідно ведучого і веденого котків;

$\mu$  - коефіцієнт Пуассона;

$q_{II}$  - питоме нормальне навантаження на одиницю довжини контактної лінії.

$$q_{II} = \frac{K_{\beta} \cdot F_r}{b} = \frac{2 \cdot K_{\beta} \cdot K \cdot T_1}{b \cdot d_1 \cdot f} \quad (3.5)$$

де  $K_{\beta}$  - коефіцієнт концентрації навантаження вздовж лінії контакту;

$\rho_{PP}$  - приведений радіус кривизни тіл контакту.

$$\frac{1}{\rho_{PP}} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_{21}} = \frac{2}{d_1} + \frac{2}{d_2} = \frac{2(d_1 + d_2)}{d_1 \cdot d_2}$$

Поділимо чисельник та знаменник на  $d_1$ :

$$\frac{1}{\rho_{PP}} = \frac{2(U+1)}{d_1 \cdot U} \quad (3.6)$$

Підставимо величини в формулу (3.1):

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{E_{PP}}{2\pi(1-\mu^2)} \cdot \frac{2 \cdot K_{\beta} \cdot K \cdot T_1 \cdot 2(U+1)}{b \cdot d_1 \cdot f \cdot d_1 \cdot U}} \leq [\sigma]_H$$

введемо позначення  $Z_M = \sqrt{\frac{E_{PP}}{2\pi(1-\mu^2)}}$ ,

$$\text{тоді} \quad \sigma_H = Z_M \sqrt{\frac{2 \cdot K_{\beta} \cdot K \cdot T_1 \cdot (U+1)}{b \cdot d_1 \cdot f \cdot d_1 \cdot U}} \leq [\sigma]_H \quad (3.7)$$

Для сталевих котків  $E_1 = E_2 = 2,15 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ;  $\mu = 0,3$ ; при цьому  $Z_M = 275 \text{ МПа}^{\frac{1}{2}}$ ; для пари чавун-чавун  $Z_M = 210 \text{ МПа}^{\frac{1}{2}}$ ; для пари чавун-сталь  $Z_M = 235 \text{ МПа}^{\frac{1}{2}}$ .

Приймають коефіцієнт  $K = 1,3 \dots 1,5$  - для силових передач;  $K = 2,5 \dots 3$  - для кінематичних передач.

Коефіцієнт концентрації навантаження  $K_{\beta} = 1,1 \dots 1,3$ . Менші значення беруть для точних нешироких коліс ( $\psi_{ba} = 0,2 \dots 0,3$ ).

Формула (3.7) є перевірконою, для цілей проектного

проектування, перетворимо її в проектну. Попередньо введемо заміну:  $b = \psi_{ba} \cdot a$  ; ( $\psi_{ba} = \frac{b}{a}$  - коефіцієнт відносної ширини котків, приймають для сталевих котків  $\psi_{ba} = 0,2 \dots 0,5$ );

Визначимо  $d_1$  через міжосьову відстань «а»:

$$d_1 = \frac{2 \cdot a}{U + 1}$$

Оскільки  $[\sigma]_H$  надається в  $МПа = \frac{Н}{мм^2}$ , а  $T_1$  в Н·м, то необхідно ввести заміну на Н·мм шляхом помноження на  $10^3$ . При цьому формула (3.7) прийме вид:

$$\sigma_H = Z_M \sqrt{\frac{2 \cdot K_\beta \cdot K \cdot T_1 \cdot 10^3 \cdot (U + 1)}{f \cdot \psi_{ba} \cdot a \cdot U \cdot \left(\frac{2a}{U + 1}\right)^2}} \leq [\sigma]_H$$

винесемо константи за знак кореня:

$$\sigma_H = Z_M \cdot \sqrt{\frac{10^3 \cdot K}{2}} \cdot \sqrt{\frac{K_\beta \cdot T_1 \cdot (U + 1)^3}{f \cdot \psi_{ba} \cdot U \cdot a^3}} \leq [\sigma]_H$$

Розв'яжемо рівняння відносно «а», мм

$$\sigma_H = K_M \cdot (U + 1) \cdot \sqrt{\frac{K_\beta \cdot T_1}{f \cdot \psi_{ba} \cdot U \cdot [\sigma]_H}} \quad (3.8)$$

де  $K_M = \sqrt[3]{Z_M^2 \frac{10^3 \cdot K}{2}}$ ; прийнято  $K = 1,3$ .

тоді  $K_M = 370 МПа^{\frac{1}{3}}$  - для сталевих котків;

$K_M = 300 МПа^{\frac{1}{3}}$  - для чавунних котків;

$K_M = 330 МПа^{\frac{1}{3}}$  - для котків чавун-сталь.

В формулу (3.8) значення  $T_1$  слід підставляти в ньотоно-метрах

(Н·м). Значення  $[\sigma]_H$  і  $f$  залежать від природи матеріалу котків і умов праці, вони надаються в літературі [1].

### 3.2 Порядок проектного розрахунку фрикційних передач

1. За даними на проект визначаються : моменти  $T_1$  і  $T_2$ , передаточне число  $U$ , обирається матеріал котків, визначаються допустиме напруження  $[\sigma]_H$  і коефіцієнт тертя  $f$  [1];

2. За формулою (3.8), попередньо прийнявши значення  $\psi_{ba}$  і  $K_\rho$  [1], розраховується міжосьова відстань « $a$ ». При необхідності « $a$ » уточнюється за стандартом на міжосьові відстані;

3. Визначаються габаритні параметри передачі:

- діаметр меншого котка, мм

$$d_1 = \frac{2 \cdot a}{U + 1}$$

- діаметр більшого котка, мм

$$d_2 = d_1 \cdot U$$

- уточнюється передаточне число

$$U = \frac{d_2}{d_1(1 - \varepsilon)}$$

де  $\varepsilon$  - коефіцієнт пружного ковзання (для сталевих і чавунних котків  $\varepsilon = 0,02$ ).

- ширина більшого котка, мм

$$b_2 = \psi_{ba} \cdot a$$

- ширина меншого котка, мм

$$b_1 = b_2 + (3 \dots 5)$$

4. За допомогою формули (3.7) здійснюється перевірка котків на опір втомі при прийнятих рішеннях.

5. Визначаються зусилля, що діють на вали передачі за формулою:

$$F = \sqrt{F_r + F_t} \quad (3.9)$$

де  $F_t$  - колове зусилля, яке породжує крутний момент, Н

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1}$$

Дані значення  $F$  та крутних моментів використовуються для розрахунку валів і підшипників передачі.

## 4 ДИНАМІКА МАШИН

Динамічні явища в машинах виникають через наявність інерційних мас і пружності елементів, підданих діянню прискорень рухів. Ці явища створюють додаткові навантаження на деталі машин, викликають коливальні процеси. Причинами коливальних рухів в ПТМ є прискорення, які мають місце при перехідних процесах в роботі механізму підйому, механізмів руху візка і металоконструкції, коливання через нерівність підкранових шляхів, візка, тощо. Перехідними процесами приводів механізмів є пуск, регулювання швидкості, гальмування, реверс.

Динамічні явища викликають в елементах машини додаткові (до статичних) навантаження. Величина надвищень навантажень враховується за допомогою коефіцієнтів динамічності.

### 4.1 Вертикальні динамічні навантаження при роботі механізмів підйому кранів

Як показують дослідження, найбільш несприятливі умови роботи кранових механізмів підйому є процес підйому вантажу, що лежить на підлозі та стопорне гальмування вантажу, який опускається з номінальною, або підвищеною швидкістю. Найбільш несприятливий випадок підйому вантажу, коли його підйом відбувається з підлоги зі значним попуском канату, з так званим «підхватом». При цьому початковий підйом вантажу здійснюється на номінальній швидкості, що породжує додаткові динамічні навантаження, які значно перевищують навантаження котрі мають місце при номінальному пуску двигуна.

Ще більші динамічні навантаження можуть виникати при стопорінні вантажу, що опускається, оскільки швидкість опускання в декілька перевищує швидкість підйому через працю електродвигуна в гальмовому генераторному режимі з віддачею енергії, коли швидкість валів асинхронних двигунів перевищує синхронну швидкість.

### 4.2 Теоретичні передумови щодо функціонування механізму підйому

Оскільки канат механізму підйому не є абсолютно жорстким тілом, а має при розтяганні визначену еластичність, яка відповідає

його власному модулю пружності, то для кращої наочності представимо канат у вигляді пружини, на яку підвісили вантаж, що діє з силою тяжіння  $W$ . Зневажаючи масою пружини можна розглядати схему, як систему з одним ступенем свободи.

Власна початкова довжина пружини  $l$ . Як тільки підвісили вантаж  $W$ , вона подовжилась на величину  $\delta_{CT}$  - величину статичного переміщення, м:

$$\delta_{CT} = \frac{W}{C}$$

де  $C = \frac{W}{\delta_{CT}}$  - жорсткість пружини (сила, що викликає

подовження пружини на одиницю довжини,  $\frac{H}{m}$ ).

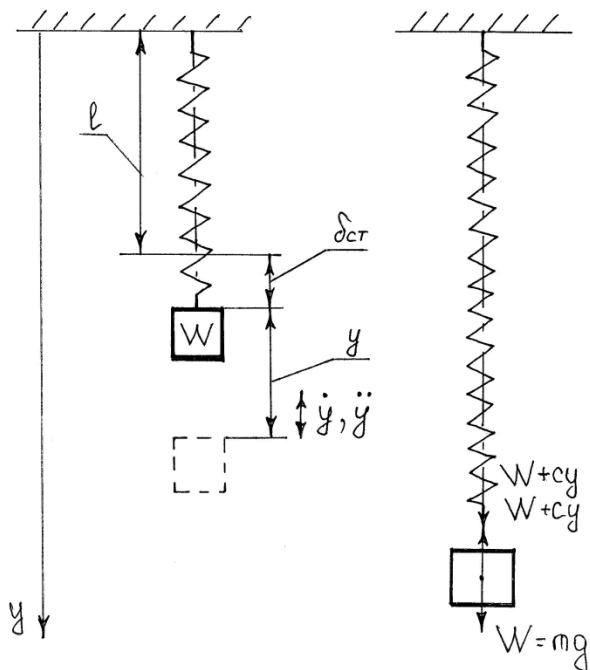


Рисунок 4.1 – Розрахункова схема коливального руху

Припустимо, що підвішений вантаж вивели з положення рівноваги на величину « $y$ », а потім відпустили – результатом буде виникнення коливань. Такі коливання, котрі підтримуються тільки пружними силами пружини, називаються вільними, або власними коливаннями системи. Якщо за плюсовий (+) напрям « $y$ » прийняти переміщення вантажу  $W$  вниз, то сила, яка виникає в пружині буде дорівнювати:

$$F_{II} = W + C \cdot y \quad (4.1)$$

У відповідності до другого закону Ньютона можна записати рівняння руху вантажу:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = W - (W + C \cdot y) \quad (4.2)$$

де  $\frac{d^2 y}{dt^2} = \ddot{y}$  - прискорення руху вантажу (друга похідна функції  $y$ );

$m$  - маса вантажу.

Після розкриття дужок маємо:

$$m \ddot{y} + cy = 0 \quad (4.3)$$

Поділивши на  $m$  запишемо:

$$\ddot{y} + \frac{c}{m} y = 0 \quad (4.4)$$

Введемо позначення  $\frac{c}{m} = p^2$  та запишемо:

$$p^2 = \left( \frac{W}{\delta_{CT}} \right) / \left( \frac{W}{g} \right) = \frac{g}{\delta_{CT}} \quad (4.5)$$

Тоді рівняння (4.4) запишеться:

$$\ddot{y} + p^2 y = 0 \quad (4.6)$$

Цьому рівнянню задовольняють часткові розв'язання:

$$y = C_1 \cos pt \quad \text{та} \quad y = C_2 \sin pt$$

де  $p$  - кутова частота коливань,  $\text{с}^{-1}$ .

Підсумувавши розв'язання рівняння, маємо загальне розв'язання рівняння (4.6):

$$y = C_1 \cos pt + C_2 \sin pt \quad (4.7)$$

Видно, що вертикальна дія вантажу  $W$  має коливальний характер, оскільки ці одиниці є періодичними, приймають одні і ті ж значення через інтервал часу  $\tau$ , звідки наслідують

$$p(\tau - t) - pt = 2\pi$$

$$\text{а } \tau = \frac{2\pi}{p}, \quad \text{або } \tau = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{c}{m}}}, \quad \tau = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}} \quad (4.8)$$

Можна бачити, що періоду коливань залежить від маси та жорсткості пружини і не залежить від величини переміщення « $y$ ».

Число поступально-зворотніх рухів в одиницю часу (тобто число циклів в секунду) називається частотою коливань, яку визначаємо за формулами,  $\text{с}^{-1}$

$$f = \frac{1}{\tau} = \frac{p}{2\pi} \quad (4.9)$$

$$f = \frac{1}{2\pi} = \sqrt{\frac{c}{m}} \quad (4.9)$$

Коливальний рух, який описує формула (4.7), називають простим гармонійним рухом.

Для визначення констант інтегрування  $C_1$  і  $C_2$  слід прийняти початкові умови. Припустимо, що в первісний момент часу (при  $t = 0$ ) вантаж  $W$  має переміщення від положення рівноваги  $y = y_0$ , а початкова швидкість дорівнює  $\dot{y} = \dot{y}_0$ . Підставляючи  $y_0$  в формулу (4.7) запишемо:

$$y_0 = C_1 \cos 0^\circ + C_2 \sin 0^\circ$$

звідси  $C_1 = y_0$ ,

$\dot{y}_0$  - підставимо в першу похідну від (4.7)

$$\dot{y}_0 = C_1 p(-\sin 0^\circ) + C_2 p(\cos 0^\circ)$$

Тоді  $\dot{y}_0 = C_2 p$ , а  $\frac{\dot{y}_0}{p} = C_2$ .

Рівняння (4.7) запишеться:

$$y = y_0 \cos pt + \frac{\dot{y}_0}{p} \sin pt \quad (4.10)$$

З рівняння (4.10) видно, що перша складова пропорційна первісному відхиленню від позиції рівноваги  $y_0$ , а друга складова пропорційна початковій швидкості відхилень  $\dot{y}_0$ .

В цілому ж коливання має гармонійний характер з періодом, який можна визначити за формулами:

$$\tau = \frac{2\pi}{p}; \quad \tau = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c}}; \quad \tau = 2\pi\sqrt{\frac{\delta_{CT}}{g}}; \quad \tau = 2\pi\sqrt{\frac{W}{cg}}$$

Частоту коливань знайдемо за формулами:

$$f = \frac{1}{\tau}; \quad f = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{m}{c}}}; \quad f = \frac{\sqrt{\frac{c}{m}}}{2\pi}; \quad f = \frac{\sqrt{\frac{g}{\delta_{CT}}}}{2\pi}$$

Кожну із складових рівнянь можна представити графічно у вигляді переміщень в часі (рис. 4.2, а і б). Повне переміщення  $Y$  вантажу  $W$  при коливаннях в будь-який момент часу  $t$  знаходимо шляхом підсумовування ординат двох кривих (рис. 4.2, в). На підставі вище оговореного рівняння (4.10) можна записати в еквівалентній формі:

$$y = A \cos(pt - \alpha) \quad (4.11)$$

де  $A$  - амплітуда коливань;

$$A = \sqrt{y_0^2 + \left(\frac{\dot{y}_0}{p}\right)^2} \quad (4.12)$$

$\alpha$  - фазовий кут двох коливань:  $\cos pt$  і  $\sin pt$ .

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{\dot{y}_0}{py_0}$$

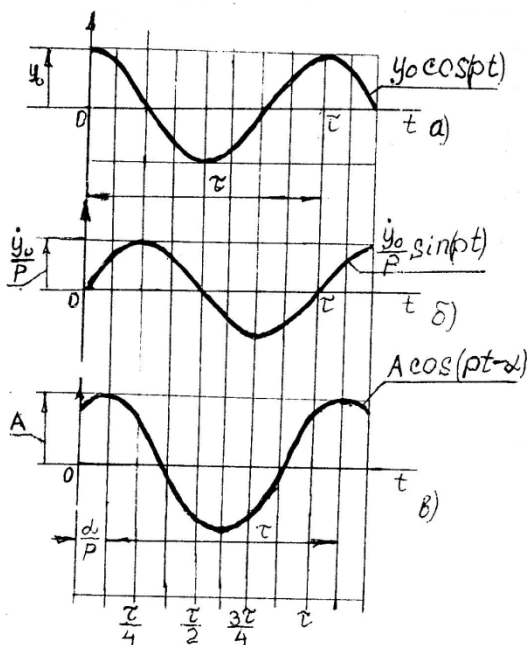


Рисунок 4.2 – Коливальні рухи вантажу, підвішеного на пружині

Результативне коливання, яке представлено на рисунку 4.2 в) відстає від переміщення, описаного кривою а), на кут  $\alpha$  і крива в) зміщена вправо відносно кривої а) на величину  $\frac{\alpha}{p}$ .

Аналогічну природу коливань має вантаж, підвішений на

канатумеханізму підйому крана.

### 4.3 Визначення навантаження канату механізму підйому крана

Як відмічалось в параграфі 4.1 найбільші навантаження на канат виникають при підйомі вантажу з «підхватом» і при стопорному гальмуванні вантажу, що опускається.

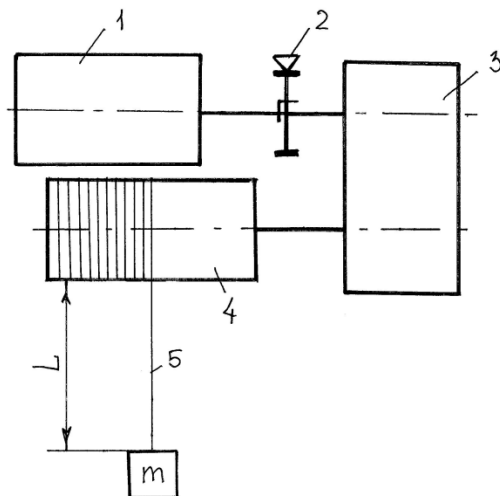


Рисунок 4.3 – Схема механізму підйому крана

Механізм підйому складається з елементів (вузлів): 1 – двигун, 2 – гальмо механічне, 3 – редуктор, 4 – барабан, 5 – канат.

На канату підвішено вантаж масою  $m$ ; швидкість підйому  $v$ , м/с; висота підйому  $L$ , м.

Зневажаючи масою канату на канат діє статичне зусилля  $F_{СТ} = mg$ , Н; канат сталевий сумарною площею перетину  $A_{\Sigma}$ , м<sup>2</sup>; модуль пружності каната  $E = 1,1 \cdot 10^{11}$ , Па.

Навантаження, яке діє на канат, у відповідності до принципу Д'Аламбера визначиться за формулою:

$$F_K = F_{СТ} + F_{дин} \quad (4.13)$$

де  $F_{дин}$  - динамічна складова, яка викликана коливальним процесом.

Статичне подовження канату визначиться за формулою, м

$$\delta_{ст} = \frac{F \cdot L}{E \cdot A_{\Sigma}} = \frac{mg \cdot L}{E \cdot A_{\Sigma}} \quad (4.14)$$

Жорсткість канату, Н/м

$$C_k = \frac{F \cdot L}{\delta_{ст}} = \frac{mg \cdot E \cdot A_{\Sigma}}{mg \cdot L} = \frac{E \cdot A_{\Sigma}}{L} \quad (4.15)$$

Кутова частота вільних коливань визначиться за формулою, с<sup>-1</sup>

$$P = \sqrt{\frac{C_k}{m}} = \sqrt{\frac{E \cdot A_{\Sigma}}{L \cdot m}}, \quad (4.16)$$

Період коливань запишеться, с

$$\tau = \frac{2\pi}{P} = 2\pi \sqrt{\frac{L \cdot m}{E \cdot A_{\Sigma}}} \quad (4.17)$$

Частота гармонійних коливань визначиться за формулою, с<sup>-1</sup>

$$f = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{L \cdot m}{E \cdot A_{\Sigma}}}} = \frac{\sqrt{\frac{E \cdot A_{\Sigma}}{L \cdot m}}}{2\pi}; \quad (4.18)$$

У відповідності до формули (4.10) динамічне навантаження на канат визначається за формулою, Н

$$F_{дин} = C_k \cdot (y_0 \cos pt + \frac{\dot{y}_0}{p} \sin pt); \quad (4.19)$$

Підставимо формулу (4.19) в формулу (4.13) і отримаємо загальне навантаження на канат, Н

$$F_k = mg + C_k (y_0 \cos pt + \frac{\dot{y}_0}{p} \sin pt) \quad (4.20)$$

Приклад 1. Підйом вантажу з «підхватом».

На канату механізму підйому підвишеним є вантаж масою  $m = 2$  т, швидкість підйому  $v_{\text{під}} = 1$ , м/с, довжина канату  $L = 10$  м, модуль пружності канату становить  $1,1 \cdot 10^{11}$  Па, підйом здійснюється з «підхватом». Вибраний канат (середній режим роботи -  $n_{\text{заг}} = 5$ ); визначити період і частину вільних коливань, максимальне зусилля в канату і коефіцієнт динамічності.

У відповідності до норм Держгірпромнагляду канат обирають за розривним зусиллям за формулою, Н:

$$F_p \geq n_{\text{заг}} \cdot F_{\text{см}} = 5 \cdot 2000 \cdot 9,8 = 98000 \quad (4.21)$$

За таблицею 53 [2] обираємо канат діаметром 10,5 мм (маркировочна група дроту  $\sigma_e = 1800$  МПа), сумарна площа всіх дротинок  $A_{\Sigma} = 64,65 \text{ мм}^2$ ,  $F_p = 102000$  Н.

За формулою (4.14) статичне подовження канату буде, м

$$\delta_{\text{ст}} = \frac{m \cdot g \cdot L}{E \cdot A_{\Sigma}} = \frac{2000 \cdot 9,8 \cdot 10}{1,1 \cdot 10^{11} \cdot 64,65 \cdot 10^{-6}} = 0,0276$$

за формулою (4.15) визначиться жорсткість канату, Н/м

$$C_k = \frac{E \cdot A_{\Sigma}}{L} = \frac{1,1 \cdot 10^{11} \cdot 64,65 \cdot 10^{-6}}{10} = 717150$$

Кутова частота вільних коливань визначиться за формулою,  $\text{с}^{-1}$

$$P = \sqrt{\frac{C_k}{m}} = \sqrt{\frac{717150}{2000}} = 18,936$$

Період коливань визначиться за формулою (4.17):

$$\tau = \frac{2\pi}{P} = \frac{2 \cdot 3,14}{18,936} = 0,3316$$

Частота гармонічних коливань визначається за формулою (4.18),  $\text{с}^{-1}$

$$f = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{0,3316} = 3,016$$

Динамічна складова зусилля на канат визначиться за формулою (4.19), Н

$$F_{\text{дин}} = C_k \cdot (y_0 \cos pt + \frac{\dot{y}_0}{p} \sin pt)$$

оскільки підйом здійснюється з «підхватом», на швидкості  $v$ , то  $y_0 = 0$  і  $\dot{y}_0 = v = 1$  м/с, то формула прийме вигляд

$$F_{\text{дин}} = C_k \cdot \frac{\dot{y}_0}{p} \sin pt$$

максимальне значення  $F_{\text{дин}}$  буде при  $\sin pt = 1$ , Н

$$F_k = mg \pm F_{\text{дин}} = 2000 \cdot 9,8 \pm 37872 = \begin{vmatrix} 57472 \\ -18272 \end{vmatrix}$$

Коефіцієнт динамічності

$$\psi_0 = \frac{F_k^{(\max)}}{F_{cm}} = \frac{57472}{19600} = 2,93$$

Коефіцієнт асиметрії циклу, оскільки канат не може стискуватися (сприймати від'ємну силу), то коефіцієнт асиметрії буде

$$R = \frac{F_{\min}}{F_{\max}} = \frac{0}{57472} = 0$$

Тобто маємо віднульовий цикл розтягання. Максимальне напруження в канаті визначиться за формулою (1.1), МПа

$$\sigma_p = \frac{F_{k(\max)}}{A_{\Sigma}} = \frac{57472}{64,65} = 888,97$$

Фактичний запас міцності канату відносно  $\sigma_6$  дробу буде

$$S = \frac{\sigma_6}{\sigma_p} = \frac{1800}{888,97} = 2,025$$

Приклад 2. Стопорне гальмування вантажу, що опускається. Електродвигун при підйомі вантажу працює в рухомому режимі з асинхронною швидкістю, але при включенні його на опускання, швидкість вала може перевищувати навіть синхронну швидкість, яка може бути на 10...20% вище асинхронної і на цю величину збільшується швидкість опускання в порівнянні зі швидкістю підйому.

За даними прикладу 1 визначимо параметри коливальних рухів вантажу, підвішеного на канату з вильотом  $L = 10$ , який стопорно гальмується на швидкості  $v_2 = 1,1 \cdot v_{\text{нид}} = 1,1 \cdot 1 = 1,1$  м/с; визначимо також максимальне зусилля на канату, коефіцієнт динамічності, напруження в канату і коефіцієнт запасу відносно границі міцності дроту.

Оскільки маса вантажу і довжина канату не змінюються, то статичне подовження, жорсткість, кутова частота, період коливань і частота коливань будуть також незмінними, а саме:

$$\delta_{\text{ст}} = 0,0276 \text{ м}; \quad C_k = 717150 \text{ Н/м}; \quad P = 18,936 \text{ с}^{-1};$$

$$\tau = 0,3316 \text{ с}; \quad f = 3,016 \text{ с}^{-1}.$$

Через те, що стопоріння здійснюється на швидкості  $v_2$ , то динамічна складова на канат визначиться за формулою

$$F_{\text{дин}} = C_k \cdot \frac{\dot{y}_0}{P} \sin pt$$

максимальне динамічне зусилля буде при  $\sin pt = 1$ , Н

$$F_{\text{дин}} = 717150 \cdot \frac{1,1}{18,936} \cdot 1 = 41659,5$$

Максимальне зусилля в канату, Н

$$F_k^{\text{max}} = 2000 + 9,8 + 41659,5 = 61259,5.$$

Коефіцієнт динамічності

$$\psi_d = \frac{F_k^{\text{(max)}}}{F_{\text{ст}}} = \frac{61259,5}{2000 \cdot 9,8} = 3,125$$

Напруження в канату, МПа

$$\sigma_p = \frac{F_k^{\text{(max)}}}{A_{\Sigma}} = \frac{61259,5}{64,65} = 947$$

Коефіцієнт запасу

$$S = \frac{\sigma_s}{\sigma_p} = \frac{1800}{947} = 1,900.$$

Приклад 3. Припустимо, що стопоріння здійснюється на вильоті канату  $l = 0,5L = 0,5 \cdot 10 = 5$  м. Визначити параметри коливального руху, максимальне зусилля напруження в канату, коефіцієнт динамічності, коефіцієнт запасу.

Статичне подовження канату, м

$$\delta_{CT} = \frac{m \cdot g \cdot L}{E \cdot A_{\Sigma}} = \frac{2000 \cdot 9,8 \cdot 5}{1,1 \cdot 10^{11} \cdot 64,65 \cdot 10^{-6}} = 0,0138$$

Жорсткість канату, Н/м

$$C_k = \frac{E \cdot A_{\Sigma}}{L} = \frac{1,1 \cdot 10^{11} \cdot 64,65 \cdot 10^{-6}}{5} = 1422300$$

Кутова частота вільних коливань,  $c^{-1}$

$$P = \sqrt{\frac{C_k}{m}} = \sqrt{\frac{1422300}{2000}} = 26,667$$

Період коливань, с

$$\tau = \frac{2\pi}{p} = \frac{2 \cdot 3,14}{26,667} = 0,235$$

Частота коливань,  $c^{-1}$

$$f = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{0,235} = 4,255$$

Динамічна складова при  $\sin pt = 1$ , Н

$$F_{дин} = 1422300 \cdot \frac{1,1}{26,667} \cdot 1 = 58669$$

Максимальне зусилля в канату, Н

$$F_K^{MAX} = 2000 \cdot 9,8 + 58669 = 78269$$

Коефіцієнт динамічності

$$\psi_{\sigma} = \frac{F_k^{(max)}}{F_{cm}} = \frac{78269}{19600} = 3,993$$

Напруження в канату, МПа

$$\sigma_p = \frac{F_k^{(max)}}{A_{\Sigma}} = \frac{78269}{64,65} = 1210,6$$

Коефіцієнт запасу відносно границі міцності дроту

$$S = \frac{\sigma_e}{\sigma_p} = \frac{1800}{1210,6} = 1,488$$

На підставі порівнянь результатів другого і третього прикладів можна зробити висновок, що:

- зі зменшенням довжини канату збільшується частота коливань і зменшується період коливань;
- зі зменшенням довжини канату динамічна складова навантаження на канат збільшується, зростає загальне навантаження;
- зі зменшенням довжини канату збільшується коефіцієнт динамічності, збільшується напруження в канаті, зменшуючи при цьому фактичний коефіцієнт запасу.

**ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ**

1. Павлище В.Т. Основи конструювання та розрахунок деталей машин / В.Т. Павлище – К.: «Вища школа», 1993.- 558 с.
2. Астанін В. О., Бородачов М. І., Савченко М. М. — Динаміка та міцність машин у прикладах і задачах : навч. посіб. / НАУ-друк. — Київ, 2008. — 184 с.
3. Чемерис О. М. — Стрижневі системи : консп. лекцій з дисципліни “Динаміка і міцність машин” / [б. м.], 2008. — 56 с.
4. Dynamics of Machinery / J. Hannah, R. Stephens. — London : Edward Arnold, 1999. — 420 p.
5. Mechanical Vibrations / S. S. Rao. — 6th ed. — Upper Saddle River : Pearson Education, 2017. — 1120 p.