

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**Національний університет
«Запорізька політехніка»**

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання курсової роботи з дисципліни

"ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ"

для студентів спеціальності 141
«Електроенергетика, електротехніка та
електромеханіка»
всіх форм навчання

2019

Методичні вказівки до виконання курсової роботи з дисципліни "Теоретичні основи електротехніки" для студентів спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» всіх форм навчання / Укл.: С.М.Тиховод, Г.М.Романіченко, О.Л.Пазюк. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2019. – 54 с.

Укладачі: С.М.Тиховод, доцент, доктор техн. наук;
Г.М.Романіченко, ст. викладач;
О.Л.Пазюк, завідувач лабораторією

Рецензент: В.В.Козлов, доцент, канд. техн. наук;

Відповідальний
за випуск: С.М.Тиховод, доцент, доктор техн. наук

ЗАТВЕРДЖЕНО
на засіданні кафедри ТЗЕ
Протокол №3 від 07.03.2019 р.

ЗАТВЕРДЖЕНО
на засіданні НМК
Електротехнічного факультету
Протокол №9 від 18.04.2019 р.

ЗМІСТ

Передмова	5
1. Загальні вказівки	6
1.1 Мета і завдання курсової роботи	6
1.2 Зміст і об'єм курсової роботи	6
1.3 Керівництво курсовою роботою	7
1.4 Оформлення і захист курсової роботи	7
2 Завдання до курсової роботи	7
2.1 Завдання до розрахунку синусоїдних електричних процесів в лінійних електричних колах	7
2.2 Завдання до розрахунку перехідних процесів	9
3. Розрахунок синусоїдних електричних процесів в лінійних електричних колах у середовищі програмування MATLAB ...	10
3.1 Мета і завдання до першої частини курсової роботи	10
3.2 Теоретичні основи і приклад розв'язку до першої частини курсової роботи	10
3.3 Етапи розробки програми	12
4. Розрахунок перехідних процесів в лінійних електричних колах	18
4.1 Мета і завдання до другої частини курсової роботи	18
4.2 Теоретичні основи класичного методу розрахунку перехідних процесів в лінійних електричних колах	18
4.3 Приклади розв'язання засобами MATLAB перехідних процесів в лінійних електричних колах класичним методом ..	20
4.4 Теоретичні основи операторного методу розрахунку перехідних процесів в лінійних електричних колах	24
5. Чисельний метод розрахунку перехідних процесів в лінійних електричних колах	28
5.1 Метод змінних стану	28
5.2 Метод числового розв'язання рівняння стану в нормальній формі	33
5.3 Методи Ейлера	34
5.4 Розв'язок систем диференціальних рівнянь числовими методами	37

5.5 Методи числового розв'язку рівнянь стану в довільній формі	37
5.6 Неявний метод Ейлера з використанням рівнянь стану в довільній формі	39
5.7 Доведення вірності програми	42
6. Рекомендована література	43
Додаток А Схеми до першої частини курсової роботи	44
Додаток Б Електричні схеми до розрахунку перехідних процесів	46
Додаток В Комп'ютерна програма в системі MATLAB для розрахунку в лінійних електричних колах перехідних процесів класичним методом	48
Додаток Г Комп'ютерна програма в системі MATLAB для розрахунку в лінійних електричних колах перехідних процесів операторним методом	51
Додаток Д Блок-схема організації розрахунку перехідних процесів в лінійних електричних колах неявним методом Ейлера	53
Додаток Е Графік виконання курсової роботи	54

ПЕРЕДМОВА

Методичні вказівки містять у собі короткі теоретичні поняття, завдання до курсової роботи та приклади розв'язку задач з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки» (*ТОЕ*). Вони призначені для кращої підготовки студентів з *ТОЕ*, раціонального використання часу, що відведено для вивчення курсу, поліпшенню впровадження комп'ютерів при виконанні й оформленні курсових і дипломних робіт за допомогою сучасного пакета прикладних програм MATLAB.

Завдання до курсової роботи обирають згідно із номером варіанту, що видає студенту викладач, який проводить лекційні заняття. Номери схеми (*n*), вхідні параметри та інша початкова інформація надана в розділі 2 «Завдання до курсової роботи».

Результати виконання курсової роботи необхідно оформити на білих аркушах стандарту А4 згідно вимогам СТП 15-96. На титульному листі обов'язково повинні бути тема роботи, прізвище виконавця, номер академічної групи, номер варіанту. Похибки у розрахунках не повинні перевищувати 5%.

Після виконання й оформлення робота проходить рецензію у викладача, що веде лекційні заняття з *ТОЕ* та підлягає захисту перед комісією, призначеною кафедрою ТЗЕ у термін, що встановлено учбовим планом (Додаток Е).

1. ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ

1.1 Мета і завдання курсової роботи

Мета курсової роботи – закріпити та поглибити теоретичні знання студентів з курсу ТОЕ, виробити в них практичні навички розрахунку лінійних електротехнічних кіл в сталих та перехідних режимах роботи різними методами зі застосуванням сучасної обчислювальної техніки.

Завданням курсової роботи є розробка програмних засобів розрахунку електротехнічного кола, як новітньої технології у дослідженні стаціонарних і перехідних процесів в лінійних колах із зосередженими параметрами.

1.2 Зміст і об'єм курсової роботи

Курсова робота має в своєму складі два завдання. Особливістю є те, що робота виконується студентами з використанням ЕОМ. При цьому враховується наявність у студентів знань по числових методах та мові комп'ютерного програмування MATLAB.

Кожне завдання роботи складається з наступних *етапів*:

- аналіз електричного кола та складання рівнянь стану;
- розробка алгоритму розрахункового процесу та складання блок-схеми алгоритму;
- складання таблиці відповідності визначених математичних величин в формулах та ідентифікаторів розроблених програм;
- складання програми на мові MATLAB, яка реалізує розроблений алгоритм;
- налагодження програм, тобто усунення синтаксичних та логічних помилок у програмах та доводи правильності складених програм;
- підготовка початкових даних та розрахунків на ЕОМ по складеній програмі та одержання лістингу розрахунку;
- оформлення звіту, в якому відображено всі етапи роботи.

В звіті обов'язково повинні бути включено лістинг програм та результатів розрахунку. Програми повинні бути з коментарями. Кожна програма повинна бути з «шапкою» коментарів в якій даються короткі пояснення про програму, початкові дані, прізвище автора.

1.3 Керівництво курсовою роботою

Керівником курсової роботи є викладач, який проводить лекційні заняття з ТОЕ.

1.4 Оформлення і захист курсової роботи

Звіт повинен задовольняти стандартам ЕСПД та СТП 15-96. В звіті потрібно навести графіки функціональних залежностей, які отримано в результаті обчислень..

При виконанні роботи студенти повинні пам'ятати, що самим довгим, та важким є 5-й етап, що повинно відображатися у плануванні часу, який відводиться для виконання роботи. На цей етап може затратити від 60 до 70% від загального часу. Налаштування комп'ютерних програм включає усунення синтаксичних та логічних помилок, доказ вірності програми.

Студент, який виконав:

- завдання 1, та одну з частин завдання 2 отримує 60÷74 балів;
- завдання 1, та дві частини завдання 2 отримує 75÷89 балів;
- завдання 1, та три частини завдання 2 отримує 90÷100 балів.

Після виконання й оформлення робота проходить рецензію у викладача, що веде заняття з ТОЕ та підлягає захисту перед комісією у термін, що встановлено учбовим планом.

2. ЗАВДАННЯ ДО КУРСОВОЇ РОБОТИ

Вхідними даними для виконання завдань є схеми електричних кіл (см. Додатки) та параметри елементів кола (Таблиці 2.1 і 2.2).

Номер схеми кола визначається за останньою цифрою номера залікової книжки студента, а варіант параметрів кола — за початковою літерою прізвища.

2.1 Завдання до розрахунку синусоїдних електричних процесів в лінійних електричних колах

Варіант параметрів кола обирають з Таблиці 2.1 — за початковою літерою прізвища студента.

Для схеми електричного кола, яку треба обрати з Додатку А (відповідно до номеру варіанту) виконати наступне:

– Визначити комплекси діючих значень струмів в усіх вітках кола скориставшись методом рівнянь Кірхгофа, або методом контурних струмів;

– Для зовнішнього контуру кола визначити комплекси значень потенціалів та побудувати в однієї системі координат векторну діаграму струмів і сумісно з нею топографічну діаграму потенціалів. Потенціал вузла (a) прийняти рівним нулю;

– Визначити показання ватметра.

Початкові дані до завдання №1.

Таблиця 2.1 – Вхідні дані до завдання №1

Варіант		А, Б, В	Г, Д, Е	Ж, З, І	К, Л, М	Н, О, П	Р, С, Т	У, Ф, Х	Ц, Ч	Ш, Щ, Є	Ю, Я
E_{m1}	B	380	200	270	320	300	440	400	310	280	430
E_{m2}		220	280	320	300	310	200	380	270	410	320
f	$\Gamma_{\text{ц}}$	60	50	70	65	55	75	45	80	85	90
Ψ_{e1}	$\varepsilon p.$	-30	-10	20	35	40	-45	-85	120	-80	60
Ψ_{e2}		65	-20	-80	-60	-10	120	35	-85	25	-30
R_1	O_m	10	8	12	15	20	25	22	18	14	6
R_2		15	6	22	20	10	8	12	14	18	15
R_3		20	10	15	25	12	14	18	8	6	22
L_1	$m\Gamma_H$	50	20	15	30	55	10	60	12	18	11
L_2		30	40	10	45	18	55	30	15	12	10
C_1	$mk\Phi$	100	150	200	250	300	180	220	280	140	240
C_2		200	240	280	150	220	100	160	140	300	180
C_3		250	100	300	180	150	220	140	240	280	200

2.2 Завдання до розрахунку перехідних процесів

Для заданого електричного кола відповідно до варіанту завдання (рисунки 1...10 із Додатку Б), де здійснюється комутація вмикачем S , визначити закон зміни струму (або напруги) в функції часу.

Рішення задачі здійснити числовим методом за допомогою системи MATLAB.

За результатами розрахунків побудувати графік зміни знайденої величини в функції часу від $t = 0$ до появи усталеного процесу.

Вважаємо, що джерело має постійне значення ЕРС.

Початкові дані до завдання №2.

Таблиця 2.2 – Вхідні дані до завдання №2

Варіант	А, Б В	Г, Д, Е	Ж, З, І	К, Л, М	Н, О, П	Р, С, Т	У, Ф, Х	Ц, Ч	Ш, Щ, Є	Ю, Я
$E, В$	100	120	150	200	180	220	140	250	160	130
$L, мГн$	5	4	8	6	10	12	11	15	7	9
$C, мкФ$	200	180	100	120	150	140	160	210	250	110
R_1, Ω	5	3	4	10	8	9	11	12	15	6
R_2, Ω	4	6	8	11	15	5	3	13	9	10
R_3, Ω	6	2	10	5	3	12	15	4	11	13
R_4, Ω	10	8	3	12	11	6	4	15	2	9
Знайти	i	u_c	i_L	u_3	i	u_c	i_L	u_3	i	u_c

3. РОЗРАХУНОК СИНУСОЇДНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ ПРОЦЕСІВ В ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ У СЕРЕДОВИЩІ ПРОГРАМУВАННЯ MATLAB

3.1 Мета і завдання до першої частини курсової роботи

Вивчити принципи складання рівнянь за законами Кірхгофа для кіл змінного струму. Вивчити основні оператори MATLAB; принципи побудови скрипт-файлів і підпрограм; організації введення і виведення інформації; обробки результатів розрахунку. Виконати розрахунок одного з варіантів завдання п. 2.1

3.2 Теоретичні основи і приклад розв'язку до першої частини курсової роботи

Для виконання роботи необхідно ретельно розглянути приклад складання рівнянь за законами Кірхгофа, розроблення математичної моделі аналізу електричних процесів в простому електричному колі (Рис.3.1) за допомогою системи MATLAB.

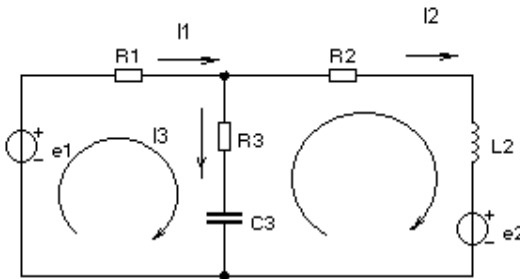


Рисунок 3.1 – Електрична схема, що моделюється.

Задані такі параметри елементів схеми:

$$e1(t)=100\sin(\omega t+\pi/6) \text{ В}; \quad e2(t)=200\sin(\omega t+\pi/3) \text{ В};$$

$$f=50 \text{ Гц}; \quad \omega=2\pi f;$$

$$R1=1 \text{ Ом}; \quad R2=2 \text{ Ом}; \quad R3=3 \text{ Ом};$$

$$C3=1 \cdot 10^{-4} \text{ Ф}; \quad L2=1 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}.$$

Потрібно визначити сталі струми в вітках.

Комплексне зображення синусоїдальних ЕРС:

$$\underline{E1} = \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\frac{\pi}{6}} ; \quad \underline{E2} = \frac{200}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} . \quad (3.1)$$

Реактивні опори

$$\underline{X_L} = \omega L_2 ; \quad \underline{X_C} = \frac{1}{\omega C_3} . \quad (3.2)$$

Комплексне зображення опорів віток

$$\underline{Z1} = R1 ; \quad \underline{Z2} = R2 + j \cdot \underline{X_L} ; \quad \underline{Z3} = R3 - j \cdot \underline{X_C} . \quad (3.3)$$

Перш, ніж скласти програму, складемо систему рівнянь за законами Кірхгофа для визначення струмів в вітках в комплексній формі запису в канонічному вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{I1} - \underline{I2} - \underline{I3} = 0 \\ \underline{Z1} \cdot \underline{I1} + 0 \cdot \underline{I2} + \underline{Z3} \cdot \underline{I3} = \underline{E1} \\ 0 \cdot \underline{I1} + \underline{Z2} \cdot \underline{I2} - \underline{Z3} \cdot \underline{I3} = -\underline{E2} \end{array} \right. \quad (3.4)$$

Представимо коефіцієнти перед невідомими у вигляді матриці

$$M = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ \underline{Z1} & 0 & \underline{Z3} \\ 0 & \underline{Z2} & -\underline{Z3} \end{bmatrix} ; \quad (3.5)$$

$$\text{Вектор правих частин: } F = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{E1} \\ -\underline{E2} \end{bmatrix} . \quad (3.6)$$

Тоді наведена вище система рівнянь, записана в матричному вигляді, виглядатиме як

$$M \cdot I = F, \quad (3.7)$$

де $I = \begin{bmatrix} \underline{I1} \\ \underline{I2} \\ \underline{I3} \end{bmatrix}$ – вектор-стовпець шуканих струмів.

Вирішення цього матричного рівняння дає вектор шуканих струмів в вітках електричного кола.

3.3 Етапи розробки програми

Щоб розробити програму, що реалізовує наведену вище математичну модель в середовищі MATLAB, необхідно виконати наступні завдання:

- організувати введення початкових даних;
- скласти матриці системи лінійних рівнянь;
- вирішити систему лінійних рівнянь;
- визначити похибку обчислень;
- організувати виведення результатів розрахунку в числовому та/або графічному вигляді.

3.3.1 Виклик DeskTop MATLAB

Роботу в середовищі MATLAB починають з виклику пакету в меню «Пуск» звичайним шляхом.

Введення програми можна здійснювати безпосередньо з командного вікна, послідовно викликаючи до виконання кожного оператора. Проте *доцільніше* користуватися для цієї мети вікном редактора програм. Для цього викличемо File⇒New з головного меню або відповідну ікону на панелі інструментів. З'явиться вікно редактора тексту, в якому необхідно набрати оператори програми.

3.3.2 Файли-сценарії (Script-files) та файли-функції (Function)

Файли, що містять команди і оператори MATLAB, називаються М-файлами (M-files).

Існують два типи М-файлів (M-files):

- файли-сценарії (Script-files), що не мають вхідних параметрів;
- файли-функції (Function-files), що мають вхідні параметри.

3.3.3 Введення початкових даних. Коментарі.

На першому етапі знайомства з пакетом MATLAB виконаємо введення початкових даних, використовуючи оператор привласнення безпосередньо в тексті програми.

Почнемо програму з введення коментарів.

Кожен рядок *коментарів* починається із знаку %. Слід пам'ятати, що коментарі російською мовою можна вводити тільки ПРОПИСНИМИ літерами.

Можна записувати *кожний оператор* MATLAB як в окремому рядку, так і послідовні декілька операторів в одному рядку. Якщо оператори записані в стовпець, тобто поодиночі в рядку, після кожного з них можна ставити знак «;». Це означає, що результат обчислень автоматично не буде виводитись на екран при виконанні програми.

Якщо знак «;» не ставити – то після виконання оператора буде виводитись результат його виконання. Оператори, які записані в одному рядку необхідно відділяти знаком «;».

Оператори введення даних з відповідними коментарями наведені в тексті програми Circuit 1 (див. п. 3.3.8).

3.3.4 Організація обчислень. Верифікація результатів

У тексті програми Circuit 1 (див. п. 3.3.8) знаходиться код, який реалізовує етап обчислень E1, E2, X1, XC, Z1, Z2, Z3, а також формування матриць M і F.

Примітка: число π є константою MATLAB і має ім'я «pi».

Для перевірки правильності організації обчислень розрахуємо ε - похибку обчислень по зовнішньому контуру схеми рис.3.1.

3.3.5 Виведення результатів обчислень

Для виведення результатів скористаємося оператором «disp», який дозволяє вивести на друк символічні результати. Оскільки MATLAB *не дозволяє* одним оператором виводити на друк і числа, і символи, застосуємо стандартну функцію **num2str(X)**, що перетворює числову змінну X в змінну типа «строка» (див. текст Circuit 1, п. 3.3.8).

3.3.6 Збереження програми і створення шляху пошуку Search path.

Для збереження програми викличте з меню File опцію Save as і збережіть створений M-файл в особистій директорії під ім'ям Circuit 1. Для того, щоб з MATLAB можна було викликати створений вами файл, вкажемо йому шлях пошуку. Для цього виберемо Set Path з меню File на робочому столі (desktop) MATLAB і використаємо діалогове вікно.

3.3.7 Виконання програми

Щоб виконати програму, треба в командному вікні (Command Window) після знаку запрошення >> ввести ім'я M-файлу (в нашому випадку це Circuit 1) і натиснути клавішу ENTER. Результати обчислень будуть виведені в командному вікні.

3.3.8 Текст програми і листинг її виконання

%ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ КОЛА СИНУСОЇДАЛЬНОГО СТРУМУ

% ПРОГРАМА Circuit 1

```
f=50;
R1=1;
R2=2;
R3=3;
L2=1e-3;
C3=1e-4;
ph1=30;
ph2=60;
% Start of calculations
XL=2*pi*f*L2;
XC=1/(2*pi*f*C3);
E1=100/sqrt(2)*exp(ph1*pi/180*i);
E2=200/sqrt(2)*exp(ph2*pi/180*i);
Z1=R1; Z2=R2+i*XL; Z3=R3-i*XC;
M=[1 -1 -1;
   Z1 0 Z3;
   0 Z2 -Z3];
F=[0; E1; -E2];
I=M\F;
```

```
disp(['I1=',num2str(I(1,1))]);
disp(['I2=',num2str(I(2,1))]);
disp(['I3=',num2str(I(3,1))]);
```

%ПЕРЕВІРКА ЗА 2 ЗАКОНОМ КІРХГОФА

```
eps=E1-E2-Z1*I(1,1)-Z2*I(2,1);
disp([' error calculation eps=',num2str(eps)]);
```

*%ОБЧИСЛЕННЯ МОДУЛІВ І АРГУМЕНТІВ (У РАДІАНАХ)
СТРУМІВ, ЩО ОБЧИСЛЮЮТЬСЯ*

```
I1M=abs(I(1,1));
I2M=abs(I(2,1));
I3M=abs(I(3,1));
```

```

phI1=angle(I(1,1));
phI2=angle(I(2,1));
phI3=angle(I(3,1));
disp(['I1M=',num2str(I1M)]); disp(['phI1=',num2str(phI1)]);
disp(['I2M=',num2str(I2M)]); disp(['phI2=',num2str(phI2)]);
disp(['I3M=',num2str(I3M)]); disp(['phI3=',num2str(phI3)]);

```

% РЕЗУЛЬТАТИ ОБЧИСЛЕНЬ:

```

>> I1=-7.37618-26.903i
I2=-5.63886-29.2223i
I3=-1.7373+2.3193i
error calculation eps=2.6645e-015-1.4211e-014i
I1M=27.8959
phI1=-1.8384
I2M=29.7614
phI2=-1.7614
I3M=2.8978
phI3=2.2137
>>

```

Висновки: похибка розрахунку (eps) складає 10^{-15} , отже, розрахунок виконано вірно.

3.3.9 Створення підпрограми-функції (Function-file)

Для подальшої побудови графічної залежності струмів в вітках розрахуємо масиви цих функцій за допомогою підпрограми-функції MATLAB.

Математично залежність струму в вітці від часу виражається

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \varphi) , \quad (3.9)$$

де: - I – модуль комплексу струму (значення діючого струму);

- φ - аргумент комплексу струму..

Реалізуємо підпрограму-функцію обчислення $i(t)$ як current(IM,f,phI,t), де значення формальних параметрів:

IM - модуль комплексу струму I ;

f - частота;

phI - аргумент комплексу струму φ ;

t - поточний час.

Відкриємо новий файл в редакторі тексту і наберемо:

% ПРОГРАМА - ФУНКЦІЯ

```
function im=current(IM,f,phI,t)
im=sqrt(2)*IM*sin(2*pi*f*t+phI);
```

Збережемо створену підпрограму в особистій теці як *current* і «пропишемо» її в MATLAB.

3.3.10 Графічне представлення результатів розв'язку

Послідовність дій:

- викликаємо М-файл Circuit 1;
- записуємо в кінці програми фрагмент, що реалізує заповнення масивів миттєвих значень струмів в вітках і вивід їх в графічному вигляді:

% GRAPH

```
h=0.04/200;
```

```
t(1)=0;
```

```
i1(1)=current(I1M,f,phI1,t(1));
```

```
i2(1)=current(I2M,f,phI2,t(1));
```

```
i3(1)=current(I3M,f,phI3,t(1));
```

```
for k=2:201
```

```
    t(k)=t(k-1)+h;
```

```
    i1(k)=current(I1M,f,phI1,t(k));
```

```
    i2(k)=current(I2M,f,phI2,t(k));
```

```
    i3(k)=current(I3M,f,phI3,t(k));
```

```
end
```

```
plot(t,i1,t,i2,t,i3);
```

- збережемо програму як Circuit 2 і «пропишемо» її в MATLAB (див.п. 3.3.9);
- із Command Window викликаємо Circuit 2 на виконання (3.3.9.).

Отримані графічні залежності струмів в вітках від поточного часу наведені на Рис.3.2.

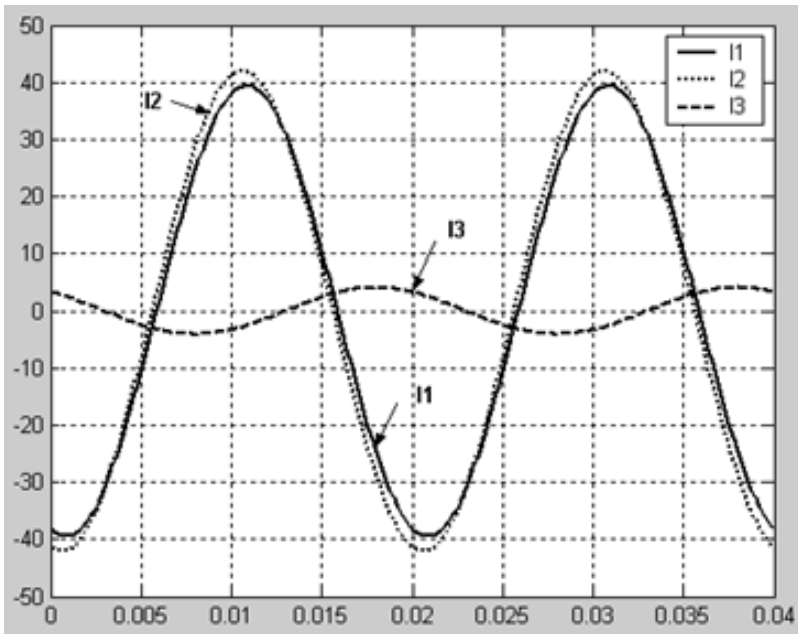


Рисунок 3.2 – Залежність струмів від поточного часу

- Бажано оформити графіки так, як показано на Рис.3.2;
- Виконайте програму ще раз, змінивши початкові дані:

$$e1(t)=200 \cdot \sin(\omega t + \pi/2) \text{ В}; \quad e2(t)=80 \cdot \sin(\omega t + \pi/3) \text{ В};$$

$$R1=0.5 \text{ Ом}; \quad R2=1 \text{ Ом}; \quad R3=4 \text{ Ом};$$

$$C3=2 \cdot 10^{-4} \text{ Ф}; \quad L2=4 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}.$$
- Порівняйте, як це вплине на результат розрахунку;
- В полі графіка запишіть значення початкових даних.

4. РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ

4.1 Мета і завдання до другої частини курсової роботи

Вивчити використання аналітичних та числових методів для розрахунку перехідних процесів в лінійних електричних колах. Виконати розрахунок одного з варіантів завдання п. 2.2 класичним, операторним та числовим методами.

4.2 Теоретичні основи класичного методу розрахунку перехідних процесів в лінійних електричних колах

Перехідним процесом називають процес переходу електричного кола від одного енергетичного стану до іншого при стрибкоподібних змінах (при *комутації*) будь-яких параметрів кола. Фактично – це задача про розв’язок інтегро-диференціальних рівнянь з метою знаходження струму, як функції часу. Розв’язок таких рівнянь проводять різними методами, серед яких найбільш поширеними є класичний, операторний, чисельний, інтеграл Дюамеля, і т.д.

Класичний метод базується на безпосередньому інтегруванні системи диференціальних рівнянь, які описують перехідний процес в електричному колі.

Рекомендований порядок розрахунку.

4.2.1 Знаходимо кількість віток і вузлів у схемі та довільно обираємо додатні напрями струмів у вітках.

4.2.2 Розрахунок схеми до комутації:

- зображуємо схему, що була до комутації і проставляємо напрями струмів у вітках цієї схеми $i(0-)$;
- за допомогою законів Ома і Кірхгофа знаходимо *незалежні* початкові умови – струм в індуктивності $i_L(0-)$ та напругу на ємності $u_C(0-)$;

4.2.3 Розрахунок схеми після комутації:

- зображуємо схему, яка виникає в наслідок комутації;
- складаємо систему незалежних диференціальних рівнянь за законами Кірхгофа, що описують перехідний процес (основна система);
- розв’язуємо основну систему в декілька етапів:
 - а) розраховуємо усталений режим – знаходимо *частинний розв’язок* основної системи рівнянь для визначення примушених складових струму (i_{np}) або напруги (u_{np});

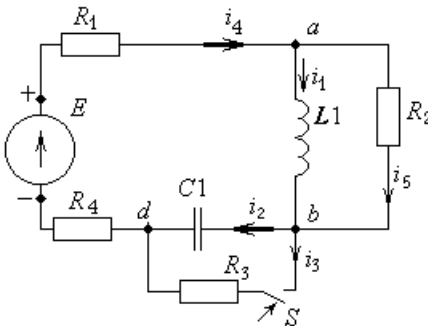
б) розраховуємо вільний режим (i_e , u_e) – знаходимо загальний розв'язок системи однорідних диференціальних рівнянь таким чином:

- складаємо характеристичне рівняння та знаходимо його корені;
- визначаємо залежні початкові умови;
- знаходимо постійні інтегрування;
- записуємо вільну складову в зручній формі.

- Повний (перехідний) струм або напругу одержуємо як алгебраїчну суму примушеної та вільної складових цього процесу:

$$i(t) = i_{np}(t) + i_e(t); \quad u(t) = u_{np}(t) + u_e(t). \quad (4.1)$$

4.3 Приклад розв'язання засобами MATLAB перехідних процесів в лінійних електричних колах класичним методом



Надано електричне коло (рис. 4.1), в якому відбувається комутація. В колі діє постійна е.р.с. E .

Розглянути перехідний процес величини i_2 .

Рисунок 4.1 – Схема електричного кола

Розрахунок перехідних процесів в лінійних електричних колах класичним методом виконується відповідно до п. п. 4.2.1 – 4.2.3 в такій послідовності:

- Аналіз до комутації вказує на те, що опір R_3 до схеми не підключено, коло знаходиться в усталеному режимі під впливом джерела постійної е.р.с. А конденсатор не пропускає постійний струм. Тому струм в схемі відсутній, а отже незалежні початкові умови:

$$i10_- = 0; \quad uc0_- = E;$$

- Примушений струм, що треба знайти, дорівнює нулеві, оскільки постійний струм через ємність проходити не може: $i2pr = 0$;

- Складання характеристичного рівняння та знаходження його коренів проводимо в кілька етапів.

Спочатку для схеми кола, яке виникає внаслідок комутації знаходимо вираз для його вхідного комплексного опору $Z(j\omega)$

$$Z(j\omega) = R_1 + R_4 + \frac{j\omega L_1 \cdot R_2}{j\omega \cdot L_1 + R_2} + \frac{R_3}{1 + j\omega C_1 \cdot R_3} . \quad (4.2)$$

Зробимо в цьому рівнянні формальну заміну $j\omega$ на p , отримаємо:

$$Z(p) = R_1 + R_4 + \frac{pL_1 \cdot R_2}{pL_1 + R_2} + \frac{R_3}{1 + pC_1R_3} . \quad (4.3)$$

Можна прирівняти $Z(p)=0$, перетворити цей вислів і отримати квадратне рівняння з одним невідомим p . Розв'язати це квадратне рівняння можна аналітично і знайти два кореня. Однак аналітичне, «ручне» перетворення виразу (4.3) задача трудомістка, а ймовірність допущення помилки велика. Якщо ж рівняння $Z(p)=0$ має кількість коренів більше двох, то аналітичний розрахунок коренів характеристичного рівняння неможливий. Для їхнього розрахунку потрібно використовувати ЕОМ із сучасними програмними системами, наприклад MATLAB.

Система MATLAB має можливість обчислень в символічній формі. Для цього тільки необхідно попереднє оголошення *символічних змінних*. В даному випадку оголосимо символічні змінні:

syms p Z.

Напишемо вираз (4.3) в символічній формі запису як оператор системи MATLAB:

$$Z=R1+R4+p*L1*R2/(p*L1+R2)+(R3/(p*C1))/(1/(p*C1)+R3); \quad (4.4)$$

Обчислення коренів характеристичного рівняння $Z(p)=0$ в символічній формі виконаємо, використовуючи вбудовану функцію системи MATLAB:

$$s=solve(Z,p); \quad (4.5)$$

Перетворимо результати з символічною форми в числову форму:

$$S=vpas(s,10); \quad (4.6)$$

Корені характеристичного рівняння в числовий формі мають вигляд:

$$P1=S(1); \quad P2=S(2);$$

Загальний розв'язок системи диференціальних рівнянь має вигляд:

$$i_2(t) = A_1 \exp(P_1 t) + A_2 \exp(P_2 t), \quad (4.7)$$

тут: A_1, A_2 – постійні інтегрування.

- Визначення постійних інтегрування.

Складемо систему рівнянь Кірхгофа після комутації в миттєвій формі

$$\left\{ \begin{array}{l} i_4 - i_1 - i_5 = 0 \\ i_1 + i_5 - i_2 - i_3 = 0 \\ (R_1 + R_4) * i_4 + L_1 * i_1' + u_c = E \\ R_2 * i_5 + u_c + (R_1 + R_4) * i_4 = E \\ u_c - R_3 * i_3 = 0 \end{array} \right. \quad (4.8)$$

Приєднаємо до системи (4.8) рівняння, що зв'язує струм і напругу на конденсаторі:

$$C_1 * u_c' = i_2 \quad (4.9)$$

Диференціюємо рівняння 1,2,4,5 системи (4.8) і приєднаємо ці нові рівняння похідних (4.10) до загальної системи рівнянь.

$$\left\{ \begin{array}{l} i_4' - i_1' - i_5' = 0 \\ i_1' + i_5' - i_2' - i_3' = 0 \\ R_2 * i_5' + u_c' + (R_1 + R_4) * i_4' = 0 \\ u_c' - R_3 * i_3' = 0 \end{array} \right. \quad (4.10)$$

Розглянемо отриману систему рівнянь (4.8-4.10) з десяти рівнянь в момент часу $t=0+$.

Матриця **M** коефіцієнтів системи (4.8-4.10) має вигляд (4.11):

$$\begin{array}{l} \% \quad i_2, i_3, i_4, \quad i_5, i_1', i_2', i_3', i_4', \quad i_5', u_c' \\ M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0; \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0; \\ 0 & 0 & (R_1 + R_4) & 0 & L_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0; \\ 0 & 0 & (R_3 + R_4) & R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0; \\ 0 & R_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0; \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_1; \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0; \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0; \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (R_1 + R_4) & R_2 & 1; \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R_3 & 0 & 0 & 1; \end{bmatrix} \end{array} \quad (4.11)$$

Вектор правих частин системи рівнянь (4.11) має вигляд:

$$F=[i_{10_}; -i_{10_}; E-uc_{0_}; E-uc_{0_}; -uc_{0_}; 0;0;0;0;0]; \quad (4.12)$$

а система цих рівнянь в матричній формі має вид:

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{F} \quad (4.13)$$

Рішення цієї системи рівнянь в системі MATLAB виконується оператором

$$\mathbf{X}=\mathbf{M}\backslash\mathbf{F}, \quad (4.14)$$

де $\mathbf{X}$ – вектор всіх змінних:

$$\mathbf{X}=[i_2; i_3; i_4; i_5; i_1'; i_2'; i_3'; i_4'; i_5'; uc']$$

Початкові умови для струму i_2 тепер будуть знайдені:

$$i_{20}=X(1); \text{ - значення струму } i_2 \text{ при } t=0;$$

$$di_{20}=X(6); \text{ - значення похідної струму } i_2 \text{ при } t=0.$$

Ці початкові умови застосовують для знаходження постійних інтегрування. Для цього складаємо нову систему з загального розв'язку рівняння для струму i_2 (4.7) та його похідної (4.15):

$$\begin{aligned} i_2(t) &= A1 * \exp(P1 * t) + A2 * \exp(P2 * t); \\ di_2(t) &= P1 * A1 * \exp(P1 * t) + P2 * A2 * \exp(P2 * t). \end{aligned} \quad (4.15)$$

Подивимось на цю систему в момент часу $t=0$, отримаємо:

$$A1 + A2 = i_{20}$$

$$P1 * A1 + P2 * A2 = di_{20}$$

Розв'язуємо останню систему рівнянь засобами MATLAB:

$$\mathbf{MA} = \begin{bmatrix} 1 & 1; \\ P1 & P2 \end{bmatrix}; \quad (4.16)$$

$$\mathbf{FA} = [i_{20}; di_{20}]; \quad (4.17)$$

Знаходимо постійні інтегрування, розв'язавши систему (4.16)

$$\mathbf{A} = \mathbf{MA} \backslash \mathbf{FA}; \quad (4.18)$$

Таким чином, у формулі (4.7) знайдено всі складові для обчислення струму $i_2(t)$ в будь-який момент часу.

- Побудова графіку залежності струму $i_2(t)$ в часі.

Спочатку організуємо програмний блок для розрахунку значення струму i_2 з тимчасовим кроком 300 мкс і заповнимо масив Mi_2 . В системі MATLAB це виконується наступними операторами:

```

% ЦИКЛ ДЛЯ ЗАПОВНЕННЯ МАТРИЦІ Mi2
for k=1: 300
    t=0.000001*k;
    Mi2(k)=A(1)*exp(P1*t)+A(2)*exp(P2*t);
end
%ПОБУДОВА ГРАФІКА СТРУМУ В ЧАСІ
plot(Mi2);
grid;

```

Для виконання завдання на другу частину курсової роботи розроблена комп'ютерна програма в системі MATLAB. В цю програму надані докладні коментарі, які не впливають на хід виконання, а наведені для кращого розуміння кожного оператора.

Повний текст програми наведено у Додатку В.

Результат розрахунків за цією програмою зображено на Рис.4.2.

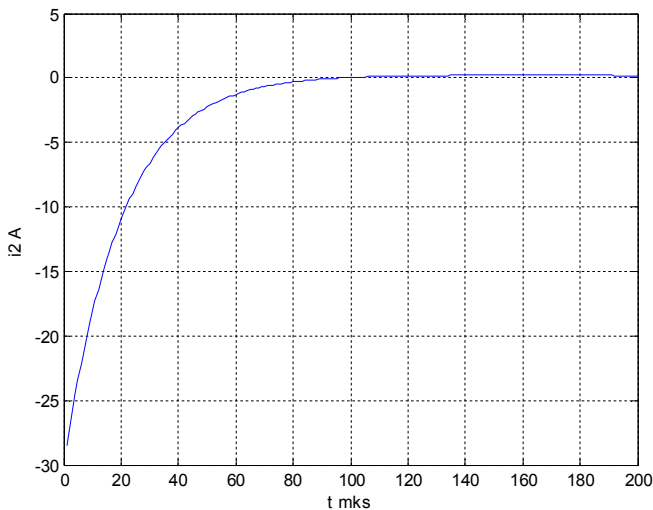


Рисунок 4.2 – Графік зміни струму i_2 під час перехідного процесу

4.4 Теоретичні основи операторного методу розрахунку перехідних процесів в лінійних електричних колах.

Надано електричне коло (рис. 4.1), в якому відбувається комутація. В колі діє постійна е.р.с. E . Розглянути перехідний процес величини i_2 операторним методом розрахунку.

Ідея цього методу полягає в тому, щоб замість розв'язку диференціальних рівнянь в області дійсних змінних перейти до області функцій комплексного змінного $s = \delta + j\omega$, де операції диференціювання та інтегрування замінені відповідно на множення та поділення на оператор s .

Таким чином замість інтегрально-диференціальних рівнянь отримаємо алгебраїчні рівняння, результатом розв'язку яких буде *операторне зображення* шуканої функції. Перехід від зображення до оригіналу (часової функції) проводять за допомогою таблиць Лапласа, формули розкладання або чисельного розрахунку на ЕОМ.

Рекомендований порядок розрахунків операторним методом в системі MATLAB.

4.4.1 Знаходимо кількість віток і вузлів у схемі та довільно обираємо додатні напрями струмів у вітках.

4.4.2 Розрахунок схеми до комутації робимо так, як і в класичному методі:

- зображуємо схему, що була до комутації і проставляємо напрями струмів у вітках цієї схеми $i(0_-)$;
- за допомогою законів Ома і Кірхгофа знаходимо *незалежні* початкові умови – струм в індуктивності $i_L(0_-)$ та напругу на ємності $u_C(0_-)$. Отже, отримаємо такі ж результати, як і в класичному методі: $i_L(0_-) = 0$; та $u_C(0_-) = E$.

4.4.3 Розрахунок схеми після комутації:

- Зображуємо *операторну схему заміщення* тієї схеми, яка виникає внаслідок комутації (Рис. 4.3) і проставляємо на ній напрямки операторних струмів.

В операторній схемі заміщення реальний резистивний елемент R замінюють на операторний опір $Z_R(s) = R$.

Ємнісний елемент C замінюють на операторний опір $Z_C(s) = 1/(sC)$ і джерело е.р.с., яке в операторній формі має зображення $-U_C(0_-)/s$.

Індуктивний елемент L замінюють на операторний опір $Z_L(s)=sL$ і джерело $e.p.c.$, яке в операторній формі має зображення $L \cdot i_1(0^-)$.

Джерело постійної $e.p.c.$ має операторне зображення E/s .

Операторна схема заміщення для кола (Рис.4.1) показана на Рис.4.3. На ній з метою спрощення об'єднано два послідовно з'єднаних опори: $R_{14} = R_1 + R_4$.

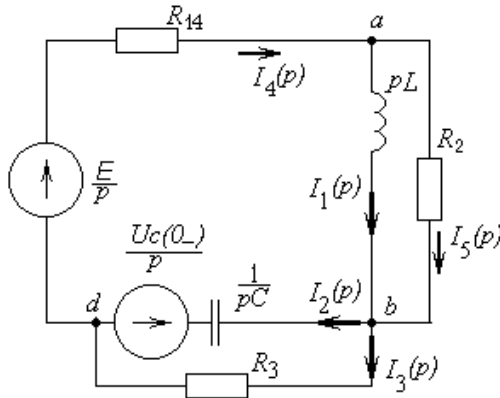


Рисунок 4.3 – Операторна схема заміщення електричного кола

- Оголошення символічних змінних;

$$\text{syms s M M1 I1 t Mi2 D D1 M2 D2} \quad (4.19)$$

- Складаємо рівняння за законами Кірхгофа в операторній формі запису.

$$\left. \begin{aligned} I_4(s) - I_1(s) - I_5(s) &= 0 \\ I_1(s) - I_2(s) - I_3(s) + I_5(s) &= 0 \\ R_{14} \cdot I_4(s) + sL_1 \cdot I_1(s) + \frac{1}{sC} I_2(s) &= \frac{E}{s} - \frac{U_C(0)}{s} = 0 \\ R_2 \cdot I_5(s) + \frac{1}{sC} I_2(s) + R_{14} \cdot I_4(s) &= \frac{E}{s} - \frac{U_C(0)}{s} = 0 \\ \frac{1}{sC} I_2(s) - R_3 I_3(s) &= \frac{-U_C(0)}{s} = \frac{-E}{s} \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

Основна матриця в символічній формі в програмі MATLAB має вигляд:

$$\begin{aligned}
 & \% \text{ I1(s) } \text{ I2(s) } \text{ I3(s) } \text{ I4(s) } \text{ I5(s) } ; \quad (\text{стовпець правих частин}) \\
 M = & [-1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad -1 ; \dots \% = 0 \\
 & 1 \quad -1 \quad -1 \quad 0 \quad 1 ; \dots \% = 0 \\
 & L1*s \quad 1/(s*C1) \quad 0 \quad R14 \quad 0 ; \dots \% = E/s - E/s \\
 & 0 \quad 1/(s*C1) \quad 0 \quad R14 \quad R2 ; \dots \% = E/s - E/s \\
 & 0 \quad 1/(s*C1) \quad -R3 \quad 0 \quad 0] ; \quad \% = -E/s
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

Обчислимо визначник основної матриці в символічній формі:

$$D = \det(M); \tag{4.22}$$

Матрицю для обчислення визначника $I1(s)$ отримуємо шляхом заміни першого стовпчика основної матриці стовпцем вільних членів:

$$\begin{aligned}
 M1 = & [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad -1 ; \dots \\
 & 0 \quad -1 \quad -1 \quad 0 \quad 1 ; \dots \\
 & 0 \quad 1/(s*C1) \quad 0 \quad R14 \quad 0 ; \\
 & 0 \quad 1/(s*C1) \quad 0 \quad R14 \quad R2 ; \dots \\
 & -E/s \quad 1/(s*C1) \quad -R3 \quad 0 \quad 0] ;
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

Матриця для $I2(s)$:

$$\begin{aligned}
 M2 = & [-1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad -1 ; \dots \% = 0 \\
 & 1 \quad 0 \quad -1 \quad 0 \quad 1 ; \dots \% = 0 \\
 & L1*s \quad 0 \quad 0 \quad R14 \quad 0 ; \dots \% = E/s - E/s \\
 & 0 \quad 0 \quad 0 \quad R14 \quad R2 ; \dots \% = E/s - E/s \\
 & 0 \quad -E/s \quad -R3 \quad 0 \quad 0] ; \% = -E/s
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

Визначник для $I1(s)$:

$$D1 = \det(M1); \tag{4.25}$$

Знаходження зображення операторного струму $I1(s)$ за матричною формулою:

$$I1 = D1/D; \tag{4.26}$$

Зворотнє перетворення Лапласа для $i1(t)$

$$i1 = \text{ilaplace}(I1, t); \tag{4.27}$$

За такою послідовністю знаходимо перехідний струм $i_2(t)$.

Визначник для знаходження зображення $I_2(s)$:

$$D_2 = \det(M_2);$$

Знаходження зображення операторного струму $I_2(s)$:

$$I_2 = D_2/D;$$

Зворотне перетворення Лапласа для $i_2(t)$

$$i_2 = \text{ilaplace}(I_2, t);$$

Створюємо масив $i_2(t)$ для побудови графічної залежності.

```
for k=1: 200
```

```
    tk=0.000001*k;
```

```
    Mi2(k)=subs(i2,'t',tk);
```

```
end
```

```
% ПЕРЕТВОРЕННЯ МАСИВУ Mi2 ДО ЧИСЛОВОЇ ФОРМИ:
```

```
Mi2v=vpa(Mi2,10);
```

```
% ГРАФІЧНА ПОБУДОВА
```

```
plot(Mi2v);
```

```
grid;
```

```
ylabel('i2 A'); xlabel('t mks');
```

Для даної задачі розроблено комп'ютерну програму в системі MATLAB. У Додатку Г наведено її повний текст. Результати розрахунку за цією програмою повністю співпадають з тими, що показано на рис. 4.2.

5. ЧИСЕЛЬНИЙ МЕТОД РОЗРАХУНКУ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ

5.1 Метод змінних стану

Розглянемо електричне коло R, L, C (рис. 5.1), в якому в момент часу $t = t_0$ замикається ключ і на коло починає діяти ЕРС $e(t)$ складної форми.

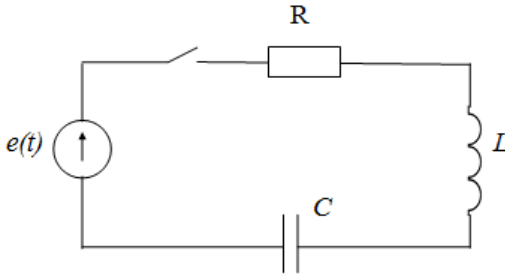


Рисунок 5.1 – Електричне коло де відбувається перехідний процес

В колі відбувається перехідний процес, який може бути описаний рівняннями за законом Кірхгофа для довільного моменту часу після комутації, тобто в час перехідного процесу:

$$R_i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t) dt = e(t) \quad . \quad (5.1)$$

Рівняння (5.1) є рівнянням електричної рівноваги кола. Для більш складного кола рівняння електричної рівноваги одержують з першого (для вузлів) та другого (незалежних контурів) законів Кірхгофа. В результаті одержуємо систему інтегрально - диференціальних рівнянь електричної рівноваги, причому кількість рівнянь повинна дорівнювати кількості незалежних змінних, які є функціями часу.

Наявність інтегралів в рівняннях електричної рівноваги кола значно ускладнює рішення цих рівнянь. Ці інтеграли можуть бути прибрані шляхом диференціювання, однак при цьому підвищується порядок відповідних рівнянь, що є небажаним. Тому з'являється інтерес до спроби скласти рівняння електричної рівноваги таким чином, щоб вони взагалі не містили в собі інтегралів.

Інтеграли в рівняннях електричної рівноваги виникають тільки тоді, коли напругу на ємкості виражають через струм

$$u_c(t) = u_c(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_c(t) dt \quad (5.2)$$

або струм індуктивності через напругу:

$$i_L(t) = i_L(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u_L(t) dt \quad (5.3)$$

Якщо в якості незалежних змінних брати не струми у вітках, а напругу на всіх ємностях і струми в індуктивності, тоді рівняння електричної рівноваги не будуть містити в собі інтегралів від невідомих функцій часу. Такі рівняння носять назву *рівнянь стану кола*, а незалежні змінні (струм в індуктивності і напруга на ємності) – *змінні стану*.

Таким чином для схеми на рис. 5.1 *рівняння стану* набувають наступного вигляду:

$$\begin{cases} L \frac{di}{dt} + iR + u_c = e(t) \\ i_c = C \frac{du_c}{dt} \end{cases} \quad (5.4)$$

Щоб одержати єдине рішення системи двох диференціальних рівнянь першого порядку необхідно вказати початкові умови – значення шуканих функцій в момент часу t_0 . В даному випадку це $i_L(t_0)=i(t_0)$ та $u_c(t_0)$, які визначаються безпосередньо законами комутації.

Для того, щоб систему диференціальних рівнянь першого порядку можна було інтегрувати числовим методом, її потрібно привести до нормального виду, тобто її вирішують відносно похідних. Система рівнянь (5.4) у нормальному вигляді має такий вид:

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = \frac{e(t) - R \cdot i(t) - u_c(t)}{L} ; \\ \frac{du_c}{dt} = \frac{1}{C} \cdot i(t) . \end{cases} \quad (5.5)$$

Або коротше:

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = f_1(t, i, u_c, e) \\ \frac{du_c}{dt} = f_2(i) \end{cases}, \quad (5.6)$$

де:

$$\begin{cases} f_1 = \frac{e(t) - R \cdot i(t) - u_c(t)}{L}; \\ f_2 = \frac{1}{C} \cdot i(t). \end{cases}$$

Початкові умови мають вигляд:

$$\begin{aligned} i(t_0) &= i_1(-0+t_0) = 0, \\ u_c(t_0) &= (-0+t_0) = u_c(0), \end{aligned} \quad (5.7)$$

де $u_c(0)$ – напруга на конденсаторі до комутації, якщо конденсатор був заряджений.

У випадку складної схеми на основі рівнянь Кірхгофа одержуємо нормальну систему n диференціальних рівнянь першого порядку:

$$\begin{cases} \frac{dX_{s1}}{dt} = f_1(t_1, X_{s1}, X_{s2}, \dots, X_{sn}) \\ \frac{dX_{s2}}{dt} = f_2(t_1, X_{s1}, X_{s2}, \dots, X_{sn}) \\ \dots\dots\dots \\ \frac{dX_{sn}}{dt} = f_n(t_1, X_{s1}, X_{s2}, \dots, X_{sn}), \end{cases} \quad (5.8)$$

де: $X_{s1}, X_{s2}, \dots, X_{sn}$ – шукані змінні стану, що залежать від часу t (струми в індуктивностях, напруга на ємностях);

$f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ – функції, що задають вид правих частин диференціальних рівнянь.

Порядок системи повинен дорівнювати числу незалежних змінних стану. Початкові умови, мають наступний вигляд:

$$X_{s1}(t_0) = x_{10}; X_{s2}(t_0) = x_{20}; \dots\dots; X_{sn}(t_0) = x_{n0}. \quad (5.9)$$

Якщо інтегрування системи рівнянь (5.8) з початковими умовами (5.9) проводити числовим методом на ЕОМ, то на вид функції $f_1, f_2, \dots, f_n$ – ніяких обмежень не накладають. Функції можуть бути довільної складності, причому їх лінійна залежність від $t, X_{s1}, X_{s2}, \dots, X_{sn}$ – не потрібна, що є важливими рисами числових методів. Порядок системи визначається тільки ресурсами комп'ютера. Для сучасних персональних комп'ютерів порядок системи може досягати декількох сотень.

Розглянемо приклад складання рівнянь стану у нормальному вигляді.

Приклад 1. Для кола, зображеного на рис. 5.2 скласти рівняння стану. Згідно з методом змінних стану в колі, що розглядаємо незалежними змінними є напруга на ємкості u_c та струми в індуктивностях $i_{L1}=i_1$ та $i_{L2}=i_2$. Складемо рівняння за законами Кірхгофа для кола після комутації:

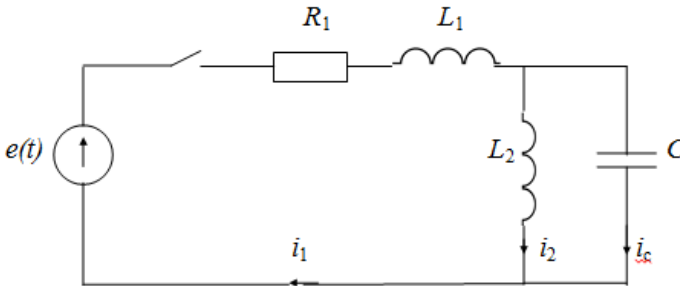


Рисунок 5.2 – Схема розгалуженого кола до Прикладу 1

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + u_c = e(t) \\ L_2 \frac{di_2}{dt} - u_c = 0 \\ i_1 - i_2 - i_c = 0 \end{array} \right. \quad (5.10)$$

Приведемо систему рівнянь (5.10) до нормального виду.

При цьому незалежними змінними залишаємо i_1, i_2, U_c , а залишену змінну i_c необхідно виразити через незалежні змінні.

В даному випадку:

$$i_c = C \frac{du_c}{dt}.$$

Підставимо це співвідношення в систему диференціальних рівнянь (5.10). Після цього систему (5.11) вирішимо відносно похідних та одержимо наступну систему стану:

$$\begin{cases} \frac{di_1}{dt} = \frac{e(t)}{L_1} - \frac{R_1}{L_1} i_1 - \frac{u_c}{L_1} \\ \frac{di_2}{dt} = \frac{u_c}{L_2} \\ \frac{du_c}{dt} = \frac{i_c}{C} - \frac{i_2}{C} \end{cases} \quad (5.11)$$

Приклад 2. Скласти рівняння стану для кола, зображеного на рис. 5.3.

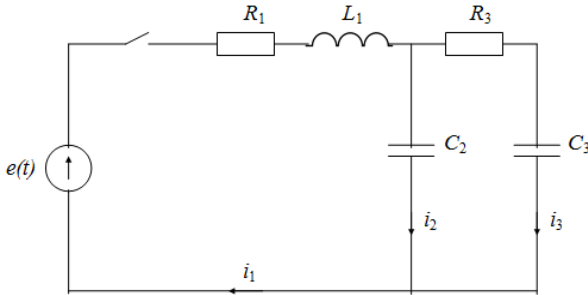


Рисунок 5.3 – Схема розгалуженого кола до Прикладу 2

Система рівнянь Кірхгофа для даного кола приймає наступний вид, якщо змінними станами вважати i_1 , u_{c2} , u_{c3} :

$$\begin{cases} R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + u_{c2} = e(t) \\ u_{c2} - R_3 i_3 - u_{c3} = 0 \\ i_1 - i_2 - i_3 = 0 \end{cases} \quad (5.12)$$

Підставимо в друге рівняння системи (5.12) співвідношення

$$i_3 = C_3 \frac{du_{c3}}{dt} ,$$

а в третє рівняння: $i_2 = C_2 \frac{du_{c2}}{dt} , .$

Одержимо з другого рівняння: $i_3 = \frac{1}{R_3}(u_{c2} - u_{c3}) .$

Нарешті отримаємо нормальну форму системи рівнянь стану:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_1}{dt} = \frac{1}{L_1}[e(t) - R_1 i_1 - u_{c2}] \\ \frac{du_{c3}}{dt} = \frac{1}{R_3 C_3}[u_{c2} - u_{c3}] \\ \frac{du_{c2}}{dt} = \frac{1}{C_2} \left(i_1 - \frac{u_{c2}}{R_3} + \frac{u_{c3}}{R_3} \right) \end{array} \right. . \quad (5.13)$$

5.2 Методи числового розв'язання рівнянь стану в нормальній формі

Інтегрування системи диференціальних рівнянь, записаної в нормальній формі, можна виконати числовим методом. Під числовими методами розв'язання задач мають на увазі ті, що зводяться до арифметичних та деяких логічних дій над числами, тобто до тих дій, які виконує ЕОМ. В залежності від складності задач, заданої точності, обраного методу і т. п. може довестись виконувати від декількох десятків до мільйонів дій. Якщо число дій не перевищує декілька сотень, то з такою задачею може впоратися людина, маючи в своєму розпорядженні звичайний калькулятор. Якщо число дій при рішенні задач сягне мільйону, тоді без швидко діючої ЕОМ не обійтись.

Розв'язок, одержаний числовим методом, як правило буває наближеним, тобто міститиме деяку похибку. Джерела похибки:

- невідповідність математичної задачі (математичної моделі) дійсному явищу, яке досліджується;
- похибка початкових даних (вхідних параметрів);
- похибка числового методу розв'язку;
- похибка округлення в арифметичних та інших діях над числами.

Похибку розв'язку, зумовлену першими двома причинами знищити неможливо. Самі по собі числові методи, як правило – наближені методи. Тобто навіть при відсутності помилок у вхідних даних, при точних арифметичних обчисленнях та при точному математичному моделюванні дійсної задачі, результат все одно відрізняється від істинного. Це відбувається тому, що числовим методом звичайно розв'язується інша, більш проста задача. Різні числові методи мають різні похибки методу. Багатьма способами ці похибки можна зменшити, при цьому числовий метод, як правило, ускладняються.

5.3 Методи Ейлера

5.3.1 Явний метод Ейлера

Найпростішим (у порівнянні з іншими), грубим, але найбільш наглядним методом інтегрування диференціальних рівнянь є метод Ейлера. Ідеї, що покладені в його основу, являються загалом початковими для широкого класу числових методів інтегрування диференціальних рівнянь.

Нехай, дано диференціальне рівняння першого порядку

$$\frac{di}{dt} = f(t, i), \quad (5.14)$$

з початковими умовами $i = i_0$ при $t = t_0$, на проміжку часу (t_0, t) .

Загальний розв'язок рівняння (5.14) можна записати у вигляді

$$i(t) = \varphi(t) + C, \quad (5.15)$$

і з нього можна одержати велику кількість рішень. Надаючи довільній постійній C визначене дискретне числове значення, ми будемо одержувати частинне рішення. Графік любого частинного розв'язку диференціального рівняння називається інтегральною кривою. Загальному розв'язку відповідає сімейство інтегральних кривих $(\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \dots)$ (рис. 5.4). Кожній інтегральній кривій відповідає своє конкретне значення постійної інтегрування C . Завдання початкової умови означає фіксацію точки $M_0(t_0, i_0)$, через яку повинна проходити інтегральна крива, яка відповідна шуканому частинному розв'язку. Таким чином, знаходження частинного розв'язку за початковими умовами $i=i_0$ геометрично означає, що з сімейства інтегральних кривих ми обираємо ту, яка проходить через точку $M_0(t_0, i_0)$.

Ділимо проміжок (t_0, t) на n рівних частин послідовними точками $t_1, t_2, \dots, t_{n-1}$. На проміжку (t_0, t_1) покладемо

$$i = i_0 + f(t_0, i_0)(t - t_0), \quad (5.16)$$

де

$$f(t_0, i_0) = i'_0 = \left. \frac{di}{dt} \right|_{t=t_0, i=i_0}.$$

Звідси, замість шуканої інтегральної лінії беремо її дотичну. На цьому проміжку крива замінюється відрізком прямої.

У виразі (5.16) $f(t_0, i_0)$ – є значення функції $f(t, i)$ в точці $M_0(t_0, i_0)$, тобто значення тангенсу кута, нахиленого до дотичної інтегральної кривої в точці M_0 .

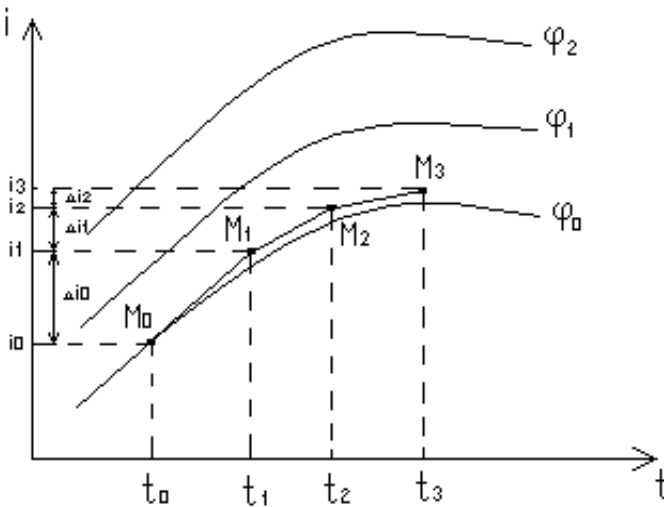


Рисунок 5.4 – Геометрична інтерпретація методу Ейлера

В точці $t=t_1$ (в кінці першої ділянки) одержимо наближене значення шуканого розв'язку струму i , яке позначимо як i_1 , тобто значення i після першого кроку інтегрування:

$$i_1 = i_0 + \Delta i_0 = (t_1 - t_0) \cdot f(t_0, i_0) .$$

Так як проміжок (t_0, t) ми розбили на рівні частини, то позначимо

$$t_1 - t_0 = t_2 - t_1 = \dots = t_k - t_{k-1} = h ,$$

який назвемо *кроком інтегрування*.

Тоді на першому кроці інтегрування отримаємо:

$$i_1 = i_0 + h \cdot i'_0 .$$

На проміжку (t_1, t_2) одержуємо аналогічно:

$$i_2 = i_1 + h \cdot i'_1 .$$

Продовжуючи будувати подальші значення функції по тому ж закону, можна показати схему **явного методу Ейлера** наступними формулами:

$$\begin{cases} i_{k+1} = i_k + \Delta i_k \\ \Delta i_k = h \cdot i'_k \end{cases} , \quad (5.17)$$

де індекс k показує, що функція i визначається в момент $t = t_k$ і вона дорівнює i_k .

Таким чином ми послідовно обчислюємо різницю шуканої функції, при цьому інтегральна крива замінюється ламаною лінією, ділянки якої мають постійну проекцію на вісь абсцис $\Delta t = h$. Перша ланка дотикається до інтегральної кривої в точці $M_0(t_0, i_0)$. Для того, щоб покращити наближення, необхідно зменшити шаг інтегрування h , збільшити кількість точок поділку інтервалу (t_0, t) . Кількість обчислень при цьому відповідно збільшиться.

Метод Ейлера часто не дає практично потрібної точності. Проте деякі його зміни, не ускладнюючи сам процес, дозволяють значно збільшити точність результатів. Метод Ейлера з такими змінами називається *уточненим методом Ейлера*.

5.3.2 Неявний метод Ейлера

Більш точний результат одержимо, якщо для обчислення значення Δi_k в формулі (5.17) приймати (t, i) , рівним значенню функції не на початку, а в кінці ділянки.

Таким чином, схему неявного методу Ейлера можна показати виразами:

$$\begin{cases} i_{k+1} = i_{k-1} + \Delta i_k \\ \Delta i_k = h \cdot i'_k \end{cases} \quad (5.18)$$

5.4 Розв'язок системи диференціальних рівнянь числовими методами

Методи числового рішення диференціальних рівнянь легко переносяться на випадок системи двох чи більше рівнянь.

Розглянемо застосування методу Ейлера – інтегрування системи двох рівнянь з двома шуканими змінними. Нехай дана система двох рівнянь з двома шуканими функціями u та i та аргументом t :

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = f_1(t, i, u) \\ \frac{du}{dt} = f_2(t, i, u) \end{cases} \quad (5.19)$$

з початковими умовами:

$$i(t_0) = i_0; \quad u(t_0) = u_0 \quad (5.20)$$

Як було розглянуто вище, задача зводиться до обчислення різниці Δi та Δu . Останні можуть бути знайдені, наприклад, методом Ейлера по формулах:

$$\begin{aligned} \Delta i_k &= h \cdot f_1(t_k, i_k, u_k) = h \cdot i'_k \\ \Delta u_k &= h \cdot f_2(t_k, i_k, u_k) = h \cdot u'_k \end{aligned} \quad (5.21)$$

5.5 Методи числового розв'язку рівнянь стану в довільній формі

Розглянемо схему рис. 5.3. Рівняння стану для неї вже отримано (5.12). Приєднаємо до цієї системи рівняння зв'язку між струмом і напругою на конденсаторах. Система рівнянь набуває вигляду (5.22).

В системі (5.22) змінними є:

- похідні змінних стану $i_1' = \frac{di_1}{dt}$, $u_{c2}' = \frac{du_{c2}}{dt}$, $u_{c3}' = \frac{du_{c3}}{dt}$;
- змінні стану i_1 , u_{c2} , u_{c3} ;
- залежні змінні i_2 , i_3 .

Таким чином маємо вісім змінних при шістьох рівняннях системи.

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + u_{c2} = e(t) \\ u_{c2} - R_3 i_3 - u_{c3} = 0 \\ i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ i_2 - C_2 \frac{du_{c2}}{dt} = 0 \\ i_3 - C_3 \frac{du_{c3}}{dt} = 0 \end{array} \right. \quad (5.22)$$

Додаємо в систему ще три рівняння для змінних стану на основі неявного числового методу Ейлера:

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{1(k)} = i_{1(k-1)} + h \cdot i_1' \\ u_{c2(k)} = u_{c2(k-1)} + h \cdot u_{c2}' \\ u_{c3(k)} = u_{c3(k-1)} + h \cdot u_{c3}' \end{array} \right. \quad (5.23)$$

Вважаємо, що система рівнянь (5.22)-(5.23) розглядається в момент часу t_k . Таким чином маємо систему 8 рівнянь з 8 невідомими змінними. Система має єдиний розв'язок – похідні змінних стану, змінні стану та залежні змінні в момент часу t_k .

5.6 Неявний метод Ейлера з використанням рівнянь стану в довільній формі

Розглянемо схему рис. 5.3. Рівняння стану для неї вже отримано (5.22). Об'єднаємо систему рівнянь (5.22) із системою рівнянь для змінних стану на основі неявного числового методу Ейлера (5.23). Отримаємо наступну систему рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + u_{c2} = e(t) \\ u_{c2} - R_3 i_3 - u_{c3} = 0 \\ i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ i_2 - C_2 \frac{du_{c2}}{dt} = 0 \\ i_3 - C_3 \frac{du_{c3}}{dt} = 0 \\ i_{1(k)} - h \cdot i_k' = i_{1(k-1)} \\ u_{c2(k)} - h \cdot u_{c2(k)}' = u_{c2(k-1)} \\ u_{c3(k)} - h \cdot u_{c3(k)}' = u_{c3(k-1)} \end{array} \right. . \quad (5.24)$$

Система рівнянь (5.24) має єдиний розв'язок. Для її розв'язку потрібно записати в матричній формі:

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{Xt} = \mathbf{F}, \quad (5.25)$$

де $\mathbf{Xt}$ – вектор змінних.

Складові цієї формули:

$$\mathbf{Xt} = \left[i_1', u_{c2}', u_{c3}', i_1, u_{c2}, u_{c3}, i_2, i_3 \right]^T, \quad (5.26)$$

$$\mathbf{F} = \left[e(t) \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid i_{1(k)} \mid u_{2(k)} \mid u_{3(k)} \right]^T. \quad (5.27)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} L_1 & & & R_1 & 1 & & & \\ & & & & 1 & -1 & & -R_3 \\ & & & 1 & & & -1 & -1 \\ & & C_3 & & & & & -1 \\ & C_2 & & & & & -1 & \\ -h & & & 1 & & & & \\ & -h & & 1 & & & & \\ & & -h & & 1 & & & \end{bmatrix}, \quad (5.28)$$

Блок-схему організації розрахунку представлено в Додатку Д.

Розрахунок починається з присвоєння всім величинам: R_1 , L_1 , C_2 , R_3 , C_3 а також параметрам джерела ЕРС заданих значень. Задається крок інтегрування h , кількість цих кроків N . Далі, змінним стану надаються нульові початкові значення, оскільки ключ до комутації був розімкнутий. Задається вектор $\mathbf{X}_t$ змінних в початковій точці для нульового моменту часу.

Далі іде цикл по кроках інтегрування. На кожному кроці обчислюється поточний час, поточне значення ЕРС, поточне значення вектора правих частин рівнянь стану $\mathbf{F}$. В результаті обчислюється поточні значення змінних, які зберігаються в масиві $\mathbf{X}$.

На основі блок-схеми (Додаток Д) розроблено MATLAB-програму:

```
%%
% **%Розрахунок перехідного процесу в лінійній електричній колі**
% Використовується неявний метод Ейлера з рівняннями в повільній
формі
clear; clc;
Em=100; f=50; psi=pi/2; w=2*pi*f;
h=2e-6;
N=80000;
R1=0.8; L1=0.05; C2=2e-6; C3=8e-5; R3=1.9;
i10=0; u20=0; u30=0;
```

```

Xt=zeros(8,1);
Xt(4)=i10; Xt(5)=u20;
Xt(6)=u30; X(:,1)=Xt;

% i1' u2' u3' i1 u2 u3 i2 i3
M=[L1, 0, 0, R1, 1, 0, 0, 0;...
    0, 0, 0, 0, 1, -1, 0, -R3;...
    0, 0, 0, 1, 0, 0, -1, -1;...
    0, 0, C3, 0, 0, 0, 0, -1;...
    0, C2, 0, 0, 0, 0, -1, 0;...
    -h, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0;...
    0, -h, 0, 0, 1, 0, 0, 0;...
    0, 0, -h, 0, 0, 1, 0, 0];

for n=2:N
    t=h*n;
    tm(n)=t;
    e=Em*sin(w*t+psi);
    F(1)=e;
    F(6:8)=Xt(4:6);
    Xt=MF';
    X(:,n)=Xt;
end

figure ();
plot(tm,X(4,1:N));
grid; xlabel('t c'); ylabel([' i1 , A']);
figure ();
plot(X(5,1:N));
grid; xlabel('t c');ylabel([' uc2 , B']);
figure ();
plot(X(6,1:N));
grid; xlabel('t c');ylabel([' uc3 , B']);

```

5.7 Доведення вірності програми

Доведення вірності складної комп'ютерної програми називається *верифікацією*.

Джерелом синтаксичних помилок є помилкове використання операторів програми, використання недопустимих символів, помилки в запису ключових слів MATLAB тощо. Як правило, ці помилки автоматично вказуються у лістингу трансляції програми.

Логічні помилки MATLAB розпізнати не може. Ці помилки зв'язані або з порушенням відповідності програми до розробленого алгоритму, або з невідповідністю самого алгоритму обчислювальному процесу, який потрібен. При наявності таких помилок програма може працювати, але результати отримаємо хибні.

Пошук логічних помилок індивідуальний для кожної програми. Як правило, для цього в програму вводять додаткові оператори, які застосовують для налагодження роботи програм. Вони призначені для виводу проміжних результатів обчислень, які можна контролювати. Доповнену таким чином програму зберігають в пам'яті системи MATLAB і починають обчислення. Потім в *покроковому режимі* послідовно проводять всі дії в операторах програми на декількох кроках інтегрування і аналізують результати.

Вірність програми, що розробляється, повинна бути доведеною, так як програма може давати правильні результати в одних випадках, а в інших – невірні. Одним з універсальних прийомів заходу правильності програм для розрахунку процесів в електричних колах – це демонстрація виконання законів Ома і Кірхгофа а також закону збереження енергії для будь-яких моментів часу. Ця перевірка може бути або закладена в тілі самої програми, або виконана студентом за результатами розрахунку за допомогою окремої програми-функції.

6. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

- 6.1 Довідник з MATLAB / Електронний навчальний посібник з курсового і дипломного проектування.– К.: НТУУ "КПІ", 2013.– 132 с.
- 6.2 Лазарєв Ю. Ф. Моделювання на ЕОМ. Навчальний посібник. – К.: "Корнійчук", 2007.-290 с.
- 6.3 Шаповаленко В. А. Чисельні методи та моделювання на ЕОМ: Навчальний посібник. Модуль 1. / В. А. Шаповаленко, Л. М. Буката, О.Г. Трофименко. – Одеса : ВЦ ОНАЗ, 2010. – Ч. 1. – 95 с.
- 6.4 Буката Л.Н. Чисельні методи та моделювання на ЕОМ: навчальний посібник. – Ч. 1. – Модуль 2 / Буката Л.Н., Глазунова Л.В. – Одеса: ОНАЗ ім. О.С. Попова, 2013. – 84 с.
- 6.5 Буката Л.М. Чисельні методи моделювання об'єктів: Метод. вказівки для лаб. та практ. занять. Модуль 1. / Л. М. Буката, В. А. Шаповаленко, О. Г. Трофименко.– Одеса: ВЦ ОНАЗ, 2010.– Ч.2.– 85 с.
- 6.6 Єщенко А. І. Основи програмування в математичному пакеті Mathcad / А. І. Єщенко, І. А. Єщенко. – Одеса: УДАЗ, 2000. – 285 с.
- 6.7 Фельдман Л. П. Чисельні методи в інформатиці / Л. П. Фельдман, А. І. Петренко, О. А. Дмитрієва. – К. : ВНУ, 2006. – 480 с.
- 6.8 Чуа Л.О., Пен – Мин – Лин. Машинный анализ электронных схем. М.: Энергия 1980.
- 6.9 Ортега Дж., Пул У. Введение в численные методы решение дифференциальных уравнений. М.: Наука 1986.
- 6.10 Нерретер В. Расчет электрических цепей на персональной ЭВМ. М.: Энергоатомиздат 1991.
- 6.11 Лазарев Ю.Ф. MatLAB 5.x. – К.: Издат. группа ВНУ, 2000.
- 6.12 Герман-Галкин С.Г. Компьютерное моделирование полупроводниковых систем в MATLAB 6.0: Учебное пособие. – СПб.: КОРОНА принт, 2001.
- 6.13 Дьяконов В., Круглов В. MATLAB. Анализ, идентификация и моделирование систем. Специальный справочник. – СПб.: Питер, 2002.

Додаток А

Схеми електричних кіл до першої частини курсової роботи

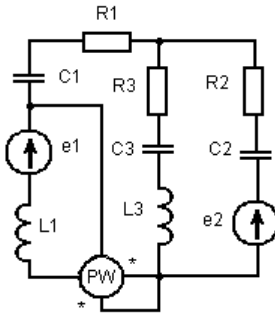


Рисунок А.1 – Схема до варіанту 1

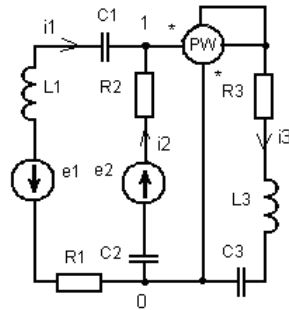


Рисунок А.2 – Схема до варіанту 2

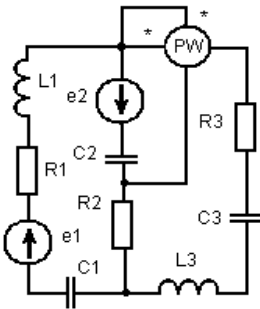


Рисунок А.3 – Схема до варіанту 3

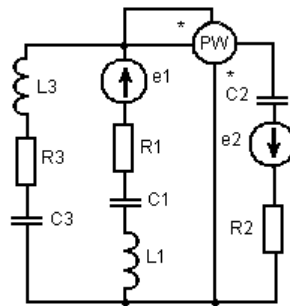


Рисунок А.4 – Схема до варіанту 4

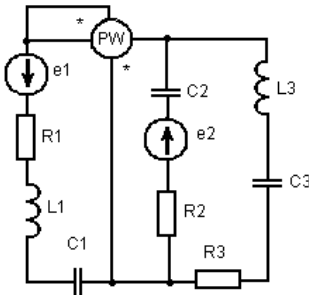


Рисунок А.5 – Схема до варіанту 5

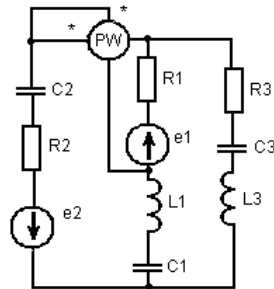


Рисунок А.6 – Схема до варіанту 6

Додаток А (Продовження)

Схеми електричних кіл до першої частини курсової роботи

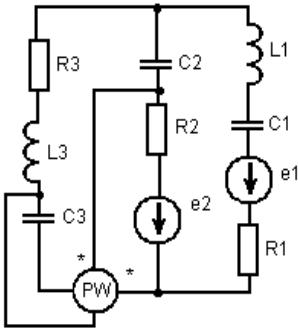


Рисунок А.7 – Схема до варіанту 7

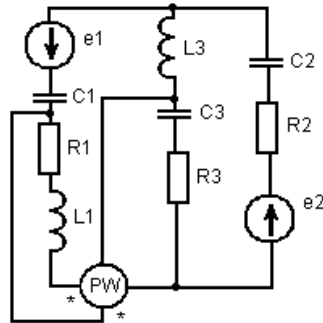


Рисунок А.8 – Схема до варіанту 8

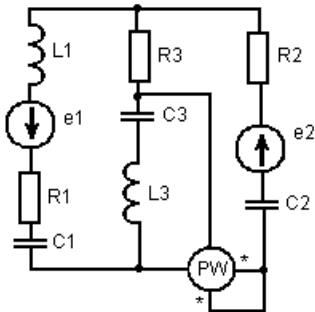


Рисунок А.9 – Схема до варіанту 9

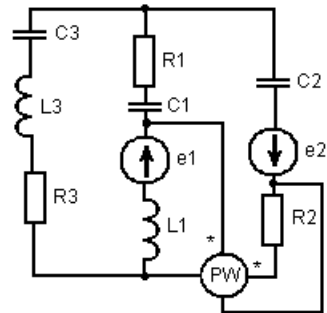


Рисунок А.10 – Схема до варіанту 10

Додаток Б

Електричні схеми до розрахунку перехідних процесів

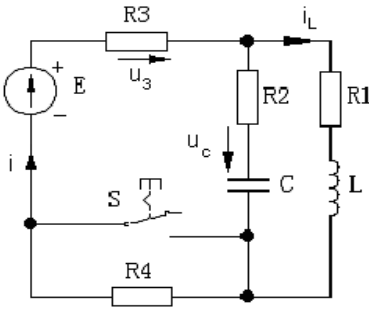


Рисунок Б.1 – Схема до варіанту 1

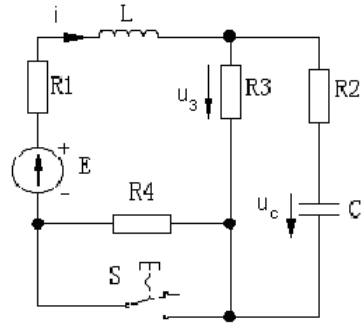


Рисунок Б.2 – Схема до варіанту 2

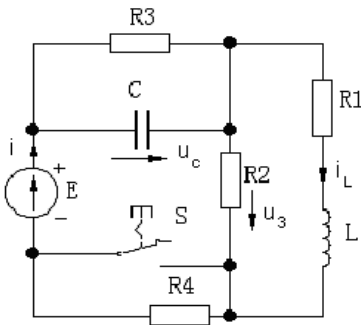


Рисунок Б.3 – Схема до варіанту 3

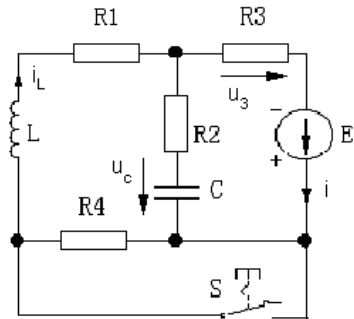


Рисунок Б.4 – Схема до варіанту 4

Додаток Б (Продовження)

Схеми електричних кіл до розрахунку перехідних процесів

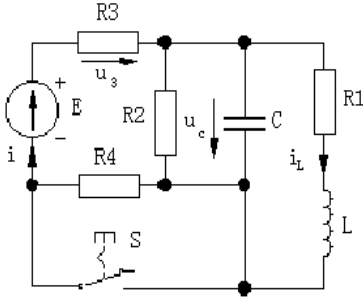


Рисунок Б.5 – Схема до варіанту 5

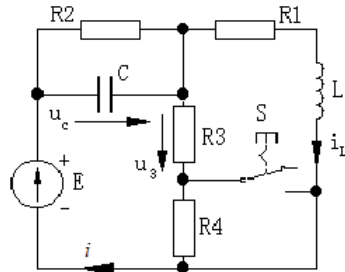


Рисунок Б.6 – Схема до варіанту 6

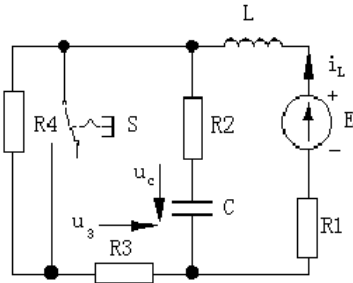


Рисунок Б.7 – Схема до варіанту 7

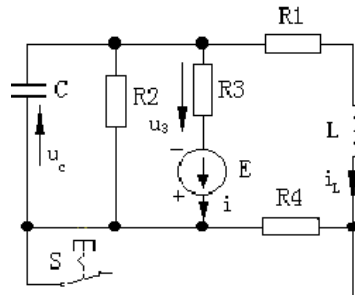


Рисунок Б.8 – Схема до варіанту 8

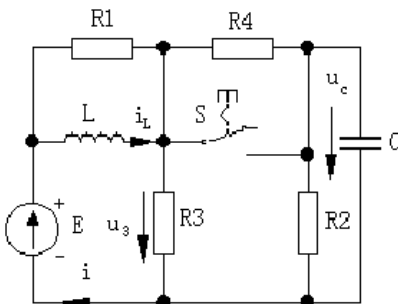


Рисунок Б.9 – Схема до варіанту 9

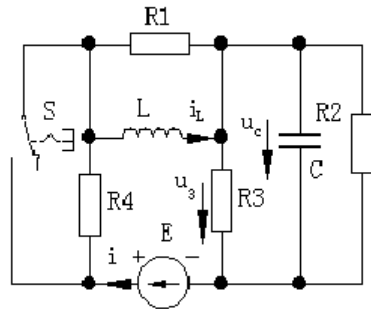


Рисунок Б.10 – Схема до варіанту 10

Додаток В

Комп'ютерна програма в системі MATLAB для розрахунку в лінійних електричних колах перехідних процесів класичним методом

```
% galch1
clear; clc
global R1 R2 R3 L1 R4 C1
% ВВОДИМО ВХІДНІ ВЕЛИЧИНИ:
R1=5;
R2=10;
R3=5;
R4=5;
L1=0.002;
E=150;
C1=5e-6;

% НЕЗАЛЕЖНІ ПОЧАТКОВІ УМОВИ: i1(0-), uc(0-).
% До комутації коло працює в сталому режимі постійного струму.
% Оскільки конденсатор постійний струм не пропускає, маємо:
i1_ = 0;
uc_ = E;

% 2. ПРИМУШЕНИЙ СТРУМ i2пр ДОРІВНЮЄ НУЛЮ, ОСКІЛЬКИ
% КОНДЕНСАТОР ПОСТІЙНИЙ СТРУМ НЕ ПРОПУСКАЄ.

% 3. Розрахунок коренів характеристичного рівняння через Z(p).
syms p Z
Z=R1+R4+p*L1*R2/(p*L1+R2)+(R3/(p*C1))/(1/(p*C1)+R3);
s=solve(Z,p);
S=vpa(s,10);
P1=S(1);
P2=S(2);

% 4. Загальний вигляд струму при перехідному процесі:
% i2(t)=A1*exp(P1*t)+A2*exp(P2*t)
```

Додаток В (Продовження)

Комп'ютерна програма в системі MATLAB для розрахунку в лінійних електричних колах перехідних процесів класичним методом

```
%5. ЗНАХОДЖЕННЯ ПОСТІЙНИХ ІНТЕГРУВАННЯ.
% СИСТЕМА РІВНЯНЬ КІРХГОФА В МИТТЄВІЙ ФОРМІ
%i4 - i1 - i5 = 0
%i1 + i5 - i2 - i3 = 0
%(R1+R4)*i4 + L1*i1' + uc = E
%R2*i5 + uc + (R1+R4)*i4 = E
%uc-R3*i3=0
%Приєднуємо рівняння що пов'язує струм і напругу на ємності
% C1*uc' = i2
% ПРИЄДНУЄМО ДО ЦЬОЇ СИСТЕМИ РІВНЯННЯ
% ДЛЯ ПОХІДНИХ СТРУМІВ І НАПРУГИ
%i4'-i1'-i5' = 0
%i1'+i5'-i2'-i3' = 0
%R2*i5'+uc'+(R1+R4)*i4' = 0
%uc'-R3*i3' = 0
%Цю систему з 10 рівнянь в момент t=0+ застосовують для
% знаходження залежних початкових умов.
%Матриця М коефіцієнтів такої повної системи буде такою:

% i2, i3, i4, i5, i1', i2', i3', i4', i5', uc'
M=[0 0 1 -1 0 0 0 0 0 0;...
    1 -1 0 1 0 0 0 0 0 0;...
    0 0 (R1+R4) 0 L1 0 0 0 0 0;...
    0 0 (R3+R4) R2 0 0 0 0 0 0;...
    0 R3 0 0 0 0 0 0 0 0;...
    -1 0 0 0 0 0 0 0 0 C1;...
    0 0 0 0 -1 0 0 1 -1 0;...
    0 0 0 0 1 -1 -1 0 1 0;...
    0 0 0 0 0 0 0 (R1+R4) R2 1;...
    0 0 0 0 0 0 -R3 0 0 1];

%ВЕКТОР ПРАВИХ ЧАСТИН
F=[i10_; -i10_;E-uc0_;E-uc0_;-uc0_;0;0;0;0;0];
```

Додаток В (Продовження)

Комп'ютерна програма в системі MATLAB для розрахунку в лінійних електричних колах перехідних процесів класичним методом

```

X=M\F;
% ПОЧАТКОВІ УМОВИ ДЛЯ СТРУМУ i2 :
i20=X(1);
di20=X(6);
% ЦІ ПОЧАТКОВІ УМОВИ ЗАСТОСУЄМО ДЛЯ ЗНАХОДЖЕННЯ
% ПОСТІЙНИХ ІНТЕГРУВАННЯ.
% СИСТЕМУ З ВИРАЗУ ДЛЯ i2 ТА ЙОГО ПОХІДНОЇ:
% i2(t)=A1*exp(P1*t)+A2*exp(P2*t)
% di2(t)=P1*A1*exp(P1*t)+P2*A2*exp(P2*t)

% ЦІ ДВА РІВНЯННЯ В МОМЕНТ ЧАСУ t=0+
% НАБУВАЮТЬ ВИГЛЯДУ:
% A1+A2=i20_
% P1*A1+P2*A2=di20_

%РОЗВ'ЯЗУЄМО ОСТАННІЮ СИСТЕМУ ВІДНОСНО A1 та A2
MA=[1 1;...
    P1 P2];
FA=[i20;di20];
A=MA\FA;

%ПОБУДОВА ГРАФІКА ПЕРЕХІДНОГО СТРУМУ
for k=1: 200
    t=0.000001*k;
    Mi2(k)=A(1)*exp(P1*t)+A(2)*exp(P2*t);
end

plot(Mi2);
grid;
ylabel('i2 A'); xlabel('t mks');
```

Додаток Г

**Комп'ютерна програма в системі MATLAB для розрахунку
в лінійних електричних колах перехідних процесів
операторним методом**

```

clear; clc
% ВХІДНІ ДАНІ:
R1=5; R2=10;
R3=5; R4=5;
L1=0.002;
E=150;
C1=5e-6;

%1. НЕЗАЛЕЖНІ ПОЧАТКОВІ УМОВИ: i1(0-), uc(0-).
% ЯК І В КЛАСИЧНОМУ МЕТОДІ:
i1_0=0;
uc0_=E;

%2. ОГолошення символічних змінних
syms s M M1 I1 t Mi2 D D1 M2 D2

% 3. Рівняння в операторній формі запису:
% I4(s) - I1(s) - I5(s) = 0
% I1(s) + I5(s) - I2(s) - I3(s) = 0
%(R14)* I4(s) + L1*s* I1(s) + I2(s)/(s*C1)= E/s - E/s
% R2*i5+i2/(s*C1)+(R1+R4)*i4=E/s-E/s
%i2/(s*C1)-R3*i3=-E/s

%4. Основна матриця в символічній формі
% I1 I2 I3 I4 I5
M=[-1 0 0 1 -1 ;...%=0
1 -1 -1 0 1 ;...%=0
L1*s 1/(s*C1) 0 R14 0 ;...%=E/s-E/s
0 1/(s*C1) 0 R14 R2 ;...%=E/s-E/s
0 1/(s*C1) -R3 0 0 ]; %=-E/s

%5. Визначник основної матриці в символічній формі
D=det(M);
% 6. Матриця для I1(s)

```

Додаток Г (Продовження)

Комп'ютерна програма в системі MATLAB для розрахунку в лінійних електричних колах перехідних процесів операторним методом

```

M1=[0 0 0 1 -1 ;...
    0 -1 -1 0 1 ;...
    0 1/(s*C1) 0 R1+R4 0 ;...
    0 1/(s*C1) 0 R1+R4 R2 ;...
    -E/s 1/(s*C1) -R3 0 0 ];
%7. МАТРИЦЯ ДЛЯ I2(s)
M2=[-1 0 0 1 -1 ;...
    1 0 -1 0 1 ;...
    L1*s 0 0 R14 0 ;...
    0 0 0 R14 R2 ;...
    0 -E/s -R3 0 0 ];
% ВИЗНАЧНИК ДЛЯ I1(s)
D1=det(M1);
% РОЗРАХУНОК ЗОБРАЖЕННЯ ОПЕРАТОРНОГО СТРУМУ I1(s)
I1=D1/D;
% ЗВОРОТНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ ЛАПЛАСА ДЛЯ i1(t)
i1=ilaplace(I1,t);
% ВИЗНАЧНИК І ЗОБРАЖЕННЯ СТРУМУ i2(s)
D2=det(M2); I2=D2/D;
% ЗВОРОТНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ ЛАПЛАСА ДЛЯ i2(t)
i2=ilaplace(I2,t);
% СТВОРЕННЯ МАСИВУ t ТА i2(t)
for k=1: 200
    tk=0.000001*k;
    Mi2(k)=subs(i2,'t',tk);
end
% ПЕРЕТВОРЕННЯ МАСИВУ Mi2 ДО ЧИСЛОВОЇ ФОРМИ:
Mi2v=vpa(Mi2,10);
% ПОБУДОВА ГРАФІКА
plot(Mi2v);
grid;
ylabel('i2 A'); xlabel('t mks');
```

Додаток Д

Блок-схема організації розрахунку перехідних процесів в лінійних електричних колах неявним методом Ейлера

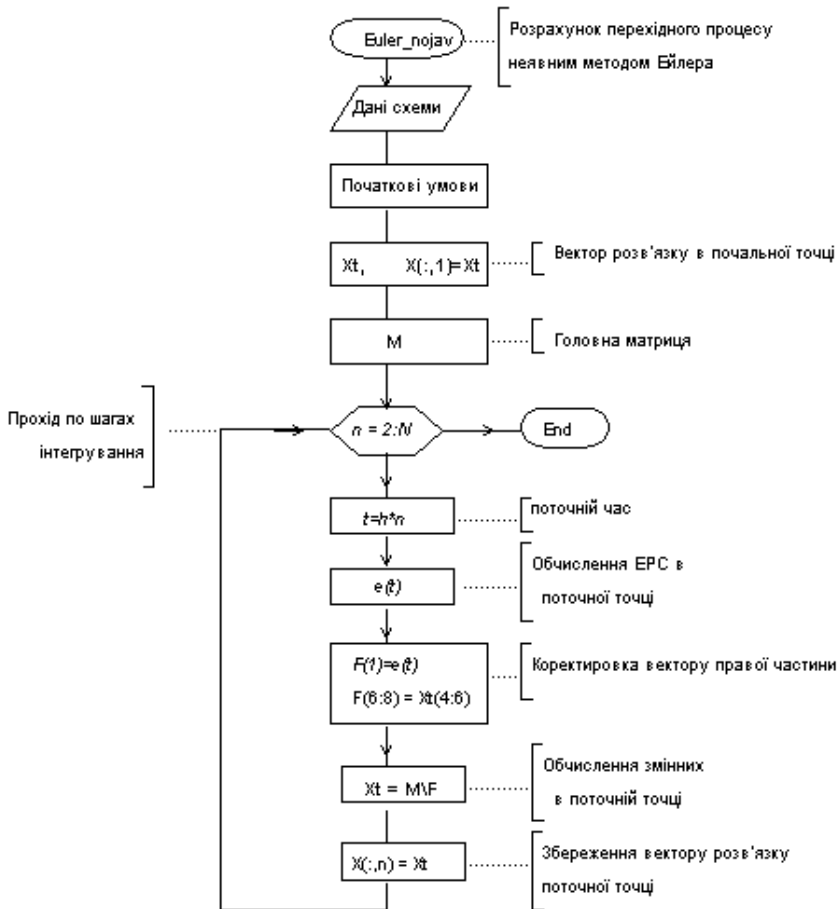


Рисунок Д.1 Блок-схема розрахунку з використанням неявного методу Ейлера

Додаток Е

Графік виконання курсової роботи

Для дотримання термінів учбового плану і своєчасного виконання курсової роботи необхідно:

- отримати технічне завдання – 2-й тиждень;
- розрахувати опори в вітках наданої схеми – 3-й тиждень;
- скласти комп'ютерну програму в системі MATLAB, збудувати матриці та провести розрахунки на ЕОМ – 4-й тиждень;
- перевірити розв'язок, побудувати векторну топографічну діаграму – 5-й тиждень;
- розрахувати перехідний процес класичним методом – 7-й тиждень;
- розрахувати перехідний процес операторним методом – 9-й тиждень;
- розрахувати перехідний процес неявним методом Ейлера – 10-й тиждень;
- оформлення курсової роботи, рецензія у викладача – 11-й тиждень.

Захист курсової роботи проходить на відкритих засіданнях комісії, яка складається з 2 або 3 викладачів, затверджених завідувачем кафедри – 11-й, 12-й тижні.