

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»
Кафедри системного аналізу та обчислювальної математики

Пояснювальна записка

до дипломної роботи
бакалавра

(рівень вищої освіти (освітньо-кваліфікаційний рівень))

на тему Моделювання ефективності енергозберігаючих технологій для
житлових приміщень

Виконав: студент 4-го курсу,
групи КНТ-810
спеціальності (напряму підготовки)
124 – Системний аналіз

(код і назва напряму підготовки, спеціальності)

ЛАВРЕНКО І.В.
(прізвище та ініціали)

Керівник _____ ДЕНИСЕНКО О.І.
(прізвище та ініціали)

Рецензент _____ НЕЧИПОРЕНКО Н.О.
(прізвище та ініціали)

м.Запоріжжя
2024 рік

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

Факультет _____ Комп'ютерних наук і технологій
Кафедра _____ Системного аналізу та обчислювальної математики
Ступінь вищої освіти _____ Бакалавр
Спеціальність _____ 124 "Системний аналіз"
(код і найменування)
Освітня програма (спеціалізація) _____
(назва освітньої програми (спеціалізації))

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри _____

«_____» _____ 2024 року

З А В Д А Н Н Я
НА ДИПЛОМНИЙ ПРОЄКТ (РОБОТУ) СТУДЕНТА(КИ)

Лавренка Іллі Владиславовича

(ПРІЗВИЩЕ, ім'я, по батькові)

1. Тема проекту (роботи): Моделювання ефективності енергозберігаючих технологій для житлових приміщень

керівник проекту (роботи) к.т.н, доцент Денисенко О.І.

(науковий ступінь, вчене звання, ПРІЗВИЩЕ, ім'я, по батькові)

затверджені наказом закладу вищої освіти від «12» 04 2024 року №139

2. Строк подання студентом проекту (роботи) 03.06.2024

3. Вихідні дані до проекту (роботи): теплофізичні властивості матеріалів, геометричні параметри моделі

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити): вступ, огляд літературних джерел, теоретичні основи конвективного теплообміну, метод скінчених елементів, інтерфейс та можливості програмного комплексу COMSOL Multiphysics, математична модель та чисельна реалізація задачі теплового балансу житлового приміщення з ізоляційним покриттям зовнішньої стіни. Оцінка енергозберігаючих властивостей ізоляції.

5. Перелік обов'язкового графічного матеріалу:

1) Побудова геометрії розрахункової області;

2) Розбивка розрахункової області на скінченні елементи;

3) Візуалізація розрахунків засобами COMSOL Multiphysics;

4) Розподіл швидкостей, температури, лінії тока.

5) Залежність втрат тепла від товщини ізоляції, потужності батареї опалення і зовнішніх умов.

6. Консультанти розділів проєкту (роботи)

Розділ	ПРІЗВИЩЕ, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	прийняв виконане завдання
1	Денисенко О.І., доцент кафедри системного аналізу та обчислювальної математики	27.04.2024	01.06.2024
2	Денисенко О.І., доцент кафедри системного аналізу та обчислювальної математики	19.05.2024	02.06.2024
Нормоконтроль	Широкоград Д.В., доцент	03.06.2024	03.06.2024

7. Дата видачі завдання « 15 » 04 2024 року.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів дипломного проєкту (роботи)	Строк виконання етапів проєкту (роботи)	Примітка
1	Ознайомлення з тематикою дослідження	20.04.2024	
2	Аналіз літератури та джерел	22.04.2024	
3	Ознайомлення з теорією конвективного теплообміну	29.04.2024	
4	Ознайомлення з методом скінчених елементів	06.05.2024	
5	Розробка математичної моделі	13.05.2024	
6	Чисельна реалізація моделі	20.05.2024	
7	Проведення чисельних експериментів	25.05.2024	
8	Аналіз та інтерпретація результатів	27.05.2024	
9	Оформлення записки, доповіді та презентації	3.06.2024	

Студент

_____ Ілля ЛАВРЕНКО
(підпис) (Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Керівник проєкту (роботи)

_____ Олександр ДЕНИСЕНКО
(підпис) (Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

РЕФЕРАТ

ПЗ: 88 с., 41 рис., 2 табл., 22 джерела.

Об'єкт дослідження: ефективність енергозберігаючих властивостей теплоізоляції житлових приміщень.

Мета дослідження – розробити тривимірну математичну модель теплового балансу житлового приміщення з шаром теплоізоляції. На основі створеної моделі провести чисельні експерименти для визначення втрат тепла в залежності від геометричних параметрів моделі та потужності батареї опалення.

Метод дослідження – чисельна реалізація моделі за допомогою метода скінчених елементів та програмного комплексу COMSOL Multiphysics.

На основі тривимірної системи диференційних рівнянь конвективного теплообміну в наближенні Бусинеска та рівняння теплопровідності досліджені енергозберігаючі властивості теплоізоляції зовнішньої стіни житлового приміщення з урахуванням конвективних потоків в середині приміщення та неоднорідного розподілу температури в бетонних конструкціях та в шарі теплоізоляції. Задача розглядалась в спряженій мультифізичній постановці. Отримані залежності втрат тепла від геометричних параметрів ізоляції та потужності батареї опалення. Отримана візуалізація складної структури конвективних потоків та розподіл температури. Визначені проблемні зони спричинені ефектами теплового розширення конструкцій у випадку фрагментарної теплоізоляції будівель.

Розроблена модель легко адаптується до зміни геометрії приміщення, розмірів бетонних конструкцій, товщини і матеріалу ізоляції, потужності і місця розташування батареї опалення, зовнішніх кліматичних умов що надає можливість без проведення коштовних натурних експериментів прогнозувати та оцінювати теплозберігаючі характеристики приміщень.

ТЕПЛОІЗОЛЯЦІЯ, МЕТОД СКІНЧЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ,
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ, ЕНЕРГОЗБЕРІГАЮЧІ ТЕХНОЛОГІЇ

ЗМІСТ

ЗАВДАННЯ.....	2
РЕФЕРАТ.....	4
ВСТУП.....	7
1 ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА.....	9
1.1 Аналітичний огляд робіт за темою дослідження.....	9
1.2 Основи теплопровідності.....	11
1.2.1 Початкові поняття	11
1.2.2 Закон Фур'є.....	14
1.2.3 Коефіцієнт теплопровідності теплоізоляційних і будівельних матеріалів.....	16
1.2.4 Теплопровідність через багатошарову стінку.....	17
1.3 Метод скінченних елементів	21
1.3.1 Історія методу скінченних елементів	21
1.3.2 Основна концепція методу скінченних елементів.....	24
1.3.3 Переваги та недоліки методу скінченних елементів	27
1.3.4 Розбивка області на елементи та нумерація вузлів	28
1.4 Огляд системи COMSOL Multiphysics	36
1.4.1 Історія COMSOL Multiphysics	36
1.4.2 Огляд програмного пакету COMSOL Multiphysics	39
1.4.3 Можливості та застосування COMSOL Multiphysics	41
1.4.4 Переваги COMSOL Multiphysics	43
1.5 Енергосберігаючі технології.....	44
1.5.1 Енергоефективні будівлі.....	43
1.5.2 Аналіз теплових втрат житлових будинків.....	46
1.5.3 Сучасні теплоізоляційні матеріали для огорожувальних конструкцій будинків та їх порівняльні характеристики.....	53
2 ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА.....	64
2.1 Постановка задачі.....	64
2.2 Геометричні параметри моделі.....	64

2.3 Математична модель.....	66
2.4 Граничні умови.....	68
2.5 Тріангуляція.....	70
2.6 Властивості матеріалів.....	72
2.7 Інтерпретація та аналіз отриманих результатів.....	74
ВИСНОВКИ	84
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ	86

ВСТУП

Енергозбереження стає все більш актуальною проблемою в усьому світі. Зростання цін на енергоносії, виснаження природних ресурсів та загроза зміни клімату змушують нас шукати шляхи скорочення енергоспоживання. Одним з перспективних напрямків є впровадження енергозберігаючих технологій у житлових приміщеннях, особливо у сфері житлового будівництва. Житлові приміщення є одним з основних джерел енергоспоживання. За даними Міжнародного енергетичного агентства, на житловий сектор припадає близько 30% світового енергоспоживання. Це робить його важливою мішенню для впровадження енергозберігаючих заходів.

Зменшення споживання енергії в житлових приміщеннях не лише сприяє зменшенню викидів CO₂ та інших забруднюючих речовин, але й може значно знизити витрати на комунальні послуги для мешканців, покращити їхні умови проживання та зробити житло більш доступним для населення. Впровадження енергоефективних технологій може також створити додаткові робочі місця в галузі будівництва та обслуговування житла, сприяючи економічному розвитку.

Попри те, що сьогодні існують різноманітні енергозберігаючі технології, важливо з'ясувати, які саме з них є найбільш ефективними в конкретних умовах та для різних типів житлових приміщень. Це вимагає глибокого розуміння процесів, що відбуваються в будівлях та їхнього впливу на енергетичну ефективність. Таке розуміння може бути досягнуте шляхом проведення досліджень з використанням сучасних інженерних інструментів, таких як чисельне моделювання.

Вибір оптимальних технологій та методів для забезпечення енергоефективності житлових будівель вимагає глибокого розуміння фізичних процесів, що відбуваються в будівлях, та їх взаємодії з зовнішнім середовищем. Це може бути досягнуто за допомогою різноманітних наукових та інженерних методів, включаючи чисельне моделювання. Зокрема, важливо враховувати такі

аспекти, як теплопередача, вологість, повітрообмін, та вплив зовнішніх кліматичних умов.

У цьому контексті роль програмного забезпечення для чисельного моделювання, такого як COMSOL Multiphysics, надзвичайно важлива. COMSOL Multiphysics є потужним інструментом, який дозволяє інженерам і вченим моделювати складні фізичні процеси у реальному часі, враховуючи різноманітні фізичні явища, такі як теплопередача, гідродинаміка, електромагнетизм та інші. Завдяки цьому програмному забезпеченню можна детально досліджувати вплив різних енергозберігаючих заходів та їхню ефективність у конкретних умовах експлуатації.

Ця робота присвячена використанню COMSOL Multiphysics для моделювання ефективності різних енергозберігаючих технологій для житлових приміщень. Метою дослідження є оцінка та порівняння різних методів та технологій, спрямованих на зниження споживання енергії та підвищення енергоефективності житлових будівель. Завданням дослідження є не лише теоретичне обґрунтування застосування тих чи інших технологій, але й проведення практичних чисельних експериментів, що дозволять визначити найефективніші рішення для конкретних типів будівель і кліматичних умов.

Результати дослідження будуть корисними для розробки рекомендацій щодо проектування та модернізації житлових приміщень з метою підвищення їх енергоефективності. Вони також можуть бути використані як основа для розробки нормативних документів та стандартів у сфері енергозбереження. Таким чином, це дослідження сприятиме не лише зниженню енергоспоживання, але й покращенню якості життя населення, зменшенню впливу будівельного сектора на навколишнє середовище та підвищенню економічної стійкості житлового будівництва.

Враховуючи важливість теми та необхідність комплексного підходу до її вирішення, дане дослідження є актуальним та своєчасним. Впровадження енергозберігаючих технологій у житловому секторі стане значним кроком на шляху до сталого розвитку та забезпечення енергетичної безпеки.

1 ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА

1.1 Аналітичний огляд робіт за темою дослідження

У багатьох дослідженнях для моделювання теплоізоляції житлових приміщень використовують двовимірні моделі з багатошаровими плоскими стінками. Такі моделі є відносно простими у реалізації та дозволяють швидко отримати результати. Вони базуються на припущенні, що температура всередині кожного шару є однорідною та змінюється лише у напрямку, перпендикулярному до площини стінки. Двовимірні моделі часто спрощують реальні умови, не враховуючи тривимірних аспектів теплопередачі, що може призводити до неточних результатів. Наприклад, ці моделі передбачають однорідність температурного поля в кожному шарі, що не завжди відповідає дійсності в реальних умовах. У той час як тривимірні моделі, такі як використані у даній роботі, дозволяють отримати більш точну картину розподілу температур та теплових потоків у приміщенні. Дана дипломна робота, використовуючи тривимірну модель житлового приміщення з ізоляцією, враховує складні конвективні потоки та неоднорідний розподіл температур. Це забезпечує більш точну оцінку ефективності теплоізоляції та дозволяє виявити проблемні зони, що є критичними для довгострокової стабільності та енергоефективності будівлі.

У роботі Гоха і Шиндлера [1-6] представлено тривимірну модель кімнати для дослідження теплових процесів без використання теплоізоляції. Метою дослідження було визначення розподілу температур і виявлення зон зі значними градієнтами температури.

Авторами було отримано температурні профілі в перерізах стін кімнати. Встановлено, що у відсутності теплоізоляції найбільші градієнти температури спостерігаються у бетонній стіні, що призводить до нерівномірного розподілу температури.

У роботі "Energy Savings and Heat Transfer Reduction by Using Thermal Insulation in Buildings" [7] досліджено вплив теплоізоляції на енергозбереження та зниження теплопереносу у будівлях. Метою дослідження було визначення ефективності різних теплоізоляційних матеріалів для зменшення втрат тепла.

Автори отримали температурні профілі в перерізах стін будівель. Було встановлено, що використання теплоізоляції значно знижує теплові втрати та покращує енергоефективність.

Робота показала значення теплоізоляції для зниження теплових втрат та підвищення енергоефективності будівель. Використання тривимірної моделі дозволило отримати більш детальну картину теплових процесів у порівнянні з одновимірними моделями. Результати цього дослідження можуть бути корисними для розробки ефективних енергозберігаючих рішень.

У дослідженні "Thermal Performance of Building Materials and Components" [8] розглянуто теплові характеристики будівельних матеріалів та компонентів. Метою дослідження було визначення ефективності різних матеріалів у забезпеченні теплової ізоляції.

Автори отримали температурні профілі в перерізах стін та будівельних компонентів. Було встановлено, що тривимірні моделі надають більш точні результати у порівнянні з двовимірними, особливо при складних геометріях.

Було виявлено, що різні будівельні матеріали мають значні відмінності у теплових характеристиках, що впливає на їх ефективність як ізоляційних матеріалів.

Робота показала важливість вибору відповідних методів моделювання для точного прогнозування теплових характеристик будівельних матеріалів і компонентів. Використання тривимірних моделей дозволило отримати більш детальну картину теплових процесів у порівнянні з двовимірними моделями. Результати цього дослідження можуть бути корисними для розробки ефективних енергозберігаючих рішень.

У роботі "Thermal insulation materials and its energy efficiency" [9] робиться огляд теплоізоляційних матеріалів і їх енергоефективності. Автори описують

різноманітні типи матеріалів, що використовуються для теплоізоляції, такі як мінеральна вата, пінополістирол, пінополіуретан та інші. В статті розглядаються показники енергоефективності цих матеріалів, такі як коефіцієнт теплопровідності, механізми зменшення втрат тепла через стіни, дахи та підлоги будівель. Автори аналізують, як використання різних теплоізоляційних матеріалів впливає на загальну енергетичну ефективність будівель. У статті обговорюються переваги та обмеження кожного типу теплоізоляційних матеріалів з погляду їхньої ефективності та вартості.

1.2 Основи теплопровідності

1.2.1 Початкові поняття

Обмін енергією між тілами (або областями одного тіла) з різною температурою називається теплообміном. Відповідно до другого закону термодинаміки, теплота самовільно переміщується від зони з вищою температурою до зони з нижчою температурою. Передача тепла може відбуватися трьома способами: теплопровідністю, конвекцією та випромінюванням. У реальних умовах ці процеси рідко зустрічаються у чистому вигляді, зазвичай вони супроводжують один одного і можуть включати перенесення маси. Для спрощення вивчення кожен процес розглядається окремо.

Теплопровідність, або кондукція, — це процес теплообміну між тілами, які безпосередньо контактують, або між частинами одного тіла з різною температурою. Теплопровідність здійснюється через молекулярний механізм передачі тепла: у зоні нагріву зростає інтенсивність руху молекул, енергія цього руху передається сусіднім молекулам, поширюючись у вигляді пружних хвиль до областей з нижчою температурою. Прикладом цього є передача тепла через стіну будівлі, коли різниця температур існує між її внутрішньою і зовнішньою

поверхнями. Такий механізм теплопровідності характерний для рідин і твердих тіл, зокрема діелектриків. У металах до нього додається інтенсивне перенесення енергії за допомогою вільних електронів, що пояснює вищу теплопровідність металів порівняно з діелектриками. У рідинах і газах теплопровідність проявляється тільки тоді, коли вони перебувають у стані спокою. Через відносно низьку густину газів теплопровідність, зумовлена зіткненням сусідніх молекул, є незначною, але доповнюється перенесенням енергії в результаті дифузії молекул в об'ємі газу[10].

Конвективний теплообмін — це процес перенесення тепла об'ємними елементами (або шарами) середовища, які переміщуються в просторі. Цей процес відбувається тільки в рідинах і газах і завжди включає обмін енергією шляхом теплопровідності між об'ємними елементами середовища, що вступають у контакт. Найбільш важливий для практики випадок конвективного теплообміну — це взаємодія між потоком рідини або газу і поверхнею твердого тіла, яка називається тепловіддачею.

Конвекція, тобто рух середовища, може бути примусовою або природною (вільною). У першому випадку середовище переміщується завдяки зовнішнім джерелам (насос, вентилятор, вітер). У випадку вільної конвекції відбувається самовільне переміщення шарів рідини або газу біля нагрітих чи охолоджених поверхонь. Наприклад, повітря, що нагрівається при контакті з поверхнею опалювальної батареї, піднімається вгору, звільняючи місце для більш щільного холодного шару повітря, який опускається поруч. У результаті формується повільний рух усіх шарів повітря, що сприяє вирівнюванню температури у всьому приміщенні. Інтенсивність теплообміну при вільній конвекції є низькою, тому для її підвищення часто застосовують примусове переміщення середовища.

Теплове випромінювання — це процес передачі тепла через електромагнітне випромінювання в інфрачервоному діапазоні частот, яке випромінюється речовиною завдяки її внутрішній енергії. Цей спосіб перенесення тепла не вимагає безпосереднього контакту між тілами.

Теплообмін випромінюванням можливий як у випадку, коли простір між тілами заповнений прозорим для випромінювання середовищем, так і в умовах вакууму. Прикладом є передача тепла від Сонця до Землі через космічний простір. У земних умовах прозорим середовищем є сухе повітря, тоді як більшість рідин і газів є непрозорими для випромінювання.

Механізм теплообміну випромінюванням передбачає подвійне перетворення енергії: на поверхні тіла-випромінювача внутрішня енергія перетворюється в енергію електромагнітних коливань, які поширюються в просторі, а на поверхні тіла-реципієнта ці коливання знову перетворюються в теплоту.

У реальних умовах всі три способи передачі тепла часто відбуваються одночасно, доповнюючи один одного. Типовим прикладом є теплообмін між двома середовищами через тверду стінку що розділяє їх. Цей процес, відомий як теплопередача, включає тепловіддачу (і випромінювання) від одного середовища до поверхні стінки, теплопровідність через стінку і знову тепловіддачу (і випромінювання) від протилежної поверхні стінки до іншого середовища.

Багато процесів теплообміну супроводжуються перенесенням речовини. Наприклад, при кипінні пар переміщується в рідині, а при випаровуванні води теплообмін супроводжується перенесенням пари у повітря. Такі процеси називаються конвективним масообміном[11].

Температурне поле. Енергія переноситься завдяки різниці температур у різних точках простору або тіла, і цей процес називається теплообміном. Сукупність значень температур у всіх точках певної області простору або тіла в конкретний момент часу називається температурним полем. Температурне поле є скалярним, оскільки температура сама по собі є скалярною величиною.

Якщо температура залежить тільки від просторових координат x , y , z , таке поле називають стаціонарним. Якщо ж температура залежить також і від часу τ , тобто $t = f(x, y, z, \tau)$, то таке температурне поле називається

нестационарним. Відповідно, процеси теплообміну також називають стаціонарними або нестационарними.

Ізотермічна поверхня. Якщо в тілі виділити точки з однаковою температурою, ці точки утворюють поверхню, яка називається ізотермічною. Ізотермічні поверхні не перетинаються між собою, оскільки в одній точці простору в конкретний момент часу може бути тільки одне значення температури. Вони можуть бути замкнутими або перетинатися з поверхнею тіла. Перетин ізотермічної поверхні площиною утворює ізотерму.

Тепловий потік та густина теплового потоку. Загальна кількість теплоти, передана в процесі теплообміну через ізотермічну поверхню за певний проміжок часу τ , позначається Q_τ . Одиницею вимірювання кількості теплоти є джоуль (Дж). Кількість теплоти, передана через певну поверхню за певний час, називається тепловим потоком Q , і вимірюється у ватах (Вт). Тепловий потік, віднесений до площі ізотермічної поверхні, називається густиною теплового потоку q , і вимірюється у ватах на квадратний метр (Вт/м²).

Кількість теплоти, тепловий потік і густина теплового потоку є векторними величинами. Вектори спрямовані по нормалі до ізотермічної поверхні в бік зниження температури. У стаціонарних процесах тепловий потік і густина теплового потоку залишаються постійними, тоді як у нестационарних процесах вони змінюються з часом.

Температурний градієнт. Температурний градієнт — це вектор, спрямований по нормалі до ізотермічної поверхні в бік зростання температури. Він чисельно дорівнює частковій похідній від температури по відстані, виміряній по цій нормалі. Одиницею вимірювання температурного градієнта є Кельвін на метр (К/м). Умова виникнення теплового потоку може бути сформульована як нерівність $\text{grad } t \neq 0$.

1.2.2 Закон Фур'є

Основу теорії теплопровідності складає закон Фур'є (1807 р.), згідно з яким елементарна кількість теплоти, що передається теплопровідністю всередині суцільного середовища, пропорційна температурному градієнту, площі ізотермічної поверхні dF , перпендикулярної до напрямку теплового потоку, і тривалості процесу dt , тобто:

$$dQ_{\tau} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF d\tau. \quad (1.1)$$

Знак "мінус" у рівнянні відображає протилежність напрямків векторів теплового потоку і температурного градієнта: теплота передається у напрямку зниження температури, а приріст температури в цьому напрямку є від'ємним.

Для теплового потоку рівняння записується як:

$$Q = -\lambda \int_F \frac{\partial t}{\partial n} dF \quad (1.2)$$

і для густини теплового потоку:

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n}. \quad (1.3)$$

Коефіцієнт пропорційності λ у рівняннях називається коефіцієнтом теплопровідності. Його фізичне значення легко зрозуміти, розглядаючи розв'язок рівняння щодо λ :

$$|\lambda| = -\frac{q}{(\partial t / \partial n)} . \quad (1.4)$$

Коефіцієнт теплопровідності є величиною, чисельно рівною кількості теплоти, яка передається за одиницю часу через одиничну ізотермічну поверхню тіла при одиничному температурному градієнті. Коефіцієнт теплопровідності вимірюється у Вт/(м·К).

1.2.3 Коефіцієнт теплопровідності теплоізоляційних і будівельних матеріалів

У холодильній і кріогенній техніці для теплоізоляції використовують матеріали з волокнистими і порошкоподібними структурами, які мають низькі коефіцієнти теплопровідності. До таких матеріалів належать міпора, пінополістирол, пінополіуретан, мінеральна та скляна вата, та інші з коефіцієнтами теплопровідності [$\lambda = 0,02\text{--}0,04$ Вт/(м·К)]. Коефіцієнти теплопровідності будівельних і теплоізоляційних матеріалів зазвичай варіюються в межах від 0,02 до 3 Вт/(м·К).

Наявність пор у матеріалі не дозволяє розглядати його як суцільне середовище, і застосування закону Фур'є до таких матеріалів є умовним. Так само умовним є і коефіцієнт теплопровідності пористого матеріалу, який визначається як коефіцієнт теплопровідності деякого однорідного тіла, через яке при однакових формах, розмірах і температурах на межах проходить та ж кількість теплоти, що і через даний пористий матеріал.

Коефіцієнт теплопровідності порошкоподібних і пористих тіл значно залежить від їх густини, оскільки теплопровідність газу, що заповнює пори, значно менша, ніж у твердих компонентів пористого матеріалу. Ефективний коефіцієнт теплопровідності пористих матеріалів також сильно залежить від

вологості, оскільки конвективне перенесення теплоти виникає через капілярний рух води всередині матеріалу.

1.2.4 Теплопровідність через багат шарову стінку

Теплопровідність через багат шарову стінку — це процес передачі тепла через конструкцію, яка складається з кількох шарів різних матеріалів. Кожен шар має свої унікальні теплофізичні властивості, такі як теплопровідність, товщина і тепловий опір, що суттєво впливають на загальний тепловий баланс системи. Основними аспектами є:

- Температурний градієнт: Температура знижується від внутрішньої до зовнішньої поверхні стінки. Температурний розподіл усередині кожного шару залежить від його теплопровідності й товщини. Чим більший опір шару, тим більша частка загального температурного перепаду буде припадати на цей шар.

- Контактний тепловий опір: На межі між різними шарами може виникати додатковий контактний тепловий опір, який залежить від якості контакту між матеріалами. Цей опір зазвичай є невеликим, але його необхідно враховувати при точних розрахунках.

- Граничні умови: Теплопередача на поверхні стінки також залежить від граничних умов, таких як конвекція та випромінювання. Внутрішня та зовнішня поверхні можуть мати різні умови тепловіддачі, що впливає на загальну ефективність теплоізоляції.

- Аналіз енергетичних втрат: Вивчаючи теплопровідність у багат шарових стінках, часто використовують термограми та інші методи діагностики для визначення енергетичних втрат та оптимізації структури стінки.

Наприклад, для тришарової стінки, що складається з внутрішнього шару гіпсокартону, середнього шару утеплювача і зовнішнього шару цегли, процес теплопередачі можна розглядати наступним чином:

- Гіпсокартон: Внутрішній шар, який швидко проводить тепло до утеплювача.
- Утеплювач: Середній шар з низькою теплопровідністю, який забезпечує основний опір теплопередачі, зберігаючи тепло всередині приміщення.
- Цегла: Зовнішній шар, який відводить залишкове тепло назовні, забезпечуючи додаткову міцність і захист від зовнішніх впливів.

Розуміння теплопровідності в багатошарових стінках допомагає проєктувати ефективні теплоізоляційні системи, що знижують енергетичні витрати на опалення та кондиціонування приміщень, підвищуючи комфорт і економічну ефективність будівель.

Розглянемо основні принципи та методи розрахунку теплопередачі через багатошарову стінку.

Тепловий опір (R) — це характеристика матеріалу, що визначає його здатність протидіяти теплопередачі. Вимірюється в $(\text{м}^2 \cdot \text{К})/\text{Вт}$ і розраховується за формулою:

$$R = \frac{d}{k} \quad (1.5)$$

де d — товщина шару, а k — коефіцієнт теплопровідності матеріалу. Щоб розрахувати теплопередачу через багатошарову стінку, необхідно врахувати тепловий опір кожного шару. Для цього застосовується концепція теплових опорів, аналогічна до електричних опорів у послідовному з'єднанні.

Визначення теплового опору кожного шару:

$$R_i = \frac{d_i}{k_i} \quad , \quad (1.6)$$

де d_i — товщина i -го шару, k_i — коефіцієнт теплопровідності i -го шару.

Сума теплових опорів:

$$R_{total} = \sum_{i=1}^n R_i \quad , \quad (1.7)$$

де n — кількість шарів.

Розрахунок теплового потоку (Q):

$$Q = \frac{\Delta T}{R_{total}} \quad , \quad (1.8)$$

де ΔT — різниця температур між внутрішньою і зовнішньою поверхнями стінки.

$$q = \frac{t_{c1} - t_{c4}}{\delta_1/\lambda_1 + \delta_2/\lambda_2 + \delta_3/\lambda_3}, \text{ Вт/м}^2 \quad . \quad (1.9)$$

$$Q = q \cdot F \cdot \tau = \frac{t_{c1} - t_{c4}}{\delta_1/\lambda_1 + \delta_2/\lambda_2 + \delta_3/\lambda_3} \cdot F \cdot \tau \quad , \text{ Дж} \quad . \quad (1.10)$$

Формули щільності теплового потоку через багат шарову плоску стінку.

Лінійна щільність теплового потоку позначається q_1 і визначається:

$$q_l = \frac{Q}{l} = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \ln d_2 / d_1}, \text{ Вт/м} \quad (1.11)$$

Графік температурного поля багат шарової плоскої стінки (рисунок) показує, що температури усередині кожного шару змінюються за лінійним законом (рисунок 1.1) [12].

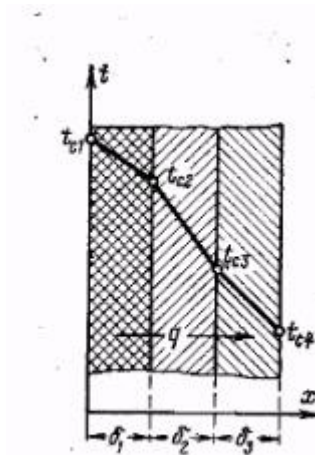


Рисунок 1.1 – Теплопровідність багат шарової плоскої стінки

Вплив різних факторів на теплопередачу:

1.Матеріали: Кожен матеріал має свою специфічну теплопровідність. Вибір матеріалів для шарів стінки істотно впливає на загальний тепловий опір. Наприклад, матеріали з низькою теплопровідністю, такі як пінополістирол або мінеральна вата, використовуються як ізолятори.

2.Товщина шарів: Збільшення товщини шару зменшує його теплопровідність, що призводить до зменшення теплового потоку через стінку. Важливо правильно балансувати товщину шарів для досягнення оптимального теплоізоляційного ефекту.

3.Температурні умови: Різниця температур між внутрішньою і зовнішньою сторонами стінки є рушійною силою теплопередачі. Чим більша ця різниця, тим більший тепловий потік через стінку.

4.Вологість: Наявність вологи в матеріалах шарів може суттєво впливати на їхні теплофізичні властивості. Волога, наприклад, збільшує теплопровідність матеріалів, що може призвести до небажаних теплових втрат.

Теплопровідність через багат шарову стінку — це складний, але вкрай важливий процес, що вимагає ретельного аналізу та правильного вибору матеріалів. Вона має важливе значення в будівництві, а саме при проектуванні будівель, особливо житлових та промислових споруд, важливо забезпечити належну теплоізоляцію для зменшення енергетичних витрат на опалення та кондиціонування. Врахування всіх чинників, таких як теплопровідність матеріалів, товщина шарів і температурні умови, дозволяє досягти ефективного теплоізоляційного ефекту та забезпечити оптимальні умови для різних застосувань

Цей підхід є критично важливим у будівництві, інженерії та багатьох інших галузях, де необхідно керувати тепловими потоками для досягнення бажаних результатів.

1.3 Метод скінченних елементів

1.3.1 Історія методу скінченних елементів

Інженері сучасності стикаються з великими труднощами під час розрахунків різних конструкцій і технологічних процесів. Класична математика, навіть з урахуванням постійного вдосконалення методів, здатна розв'язувати задачі лише за умови значної ідеалізації. Цей процес настільки трудомісткий, що відбирає у проектувальника багато часу.

Перші спроби описати нелінійну поведінку різних матеріалів під впливом простого і складного навантаження були зроблені різними дослідниками на початку 1950-х років. Незважаючи на успіхи в розробці нелінійних теорій поведінки матеріалів і конструкцій, практикуючі інженери стикаються з браком

кількісної інформації. Нелінійні теорії призводять до нелінійних рівнянь, через що класичні методи аналізу стають непридатними. Кількість точних розв'язків нелінійних задач, що існують у літературі, досить обмежена, і всі вони стосуються лише тіл найпростішої геометричної форми за найпростішими граничними умовами. Часто застосовується метод, коли форма деформованого тіла передбачається відомою заздалегідь (що рідко зустрічається на практиці), але навіть у цьому випадку для отримання кількісної оцінки поведінки матеріалу на заключному етапі зазвичай використовуються чисельні методи.

Цей дефіцит кількісної інформації в деякому сенсі іронічний, оскільки одночасно з досягненнями в нелінійній механіці твердого тіла з'явилися потужні інструменти для отримання кількісної інформації – електронно-обчислювальні машини (ЕОМ). Проте, фахівці в області обчислювальної математики зосереджувалися на вдосконаленні чисельних алгоритмів для розв'язання задач нелінійного програмування, тоді як механіки зосередилися на теоретичних аспектах механіки суцільних середовищ. На стику цих дисциплін лежить велика й надзвичайно цікава область – чисельний аналіз поведінки нелінійних суцільних середовищ. Це поєднання сучасних теорій суцільних середовищ і методів чисельного аналізу дозволяє за допомогою ЕОМ отримувати кількісну інформацію про поведінку матеріалів під різними навантаженнями[13].

Для отримання кількісних рішень у нелінійній механіці суцільних середовищ часто застосовуються чисельні методи. Незалежно від початкових припущень і методів формулювання задачі, пластичне середовище фактично апроксимується дискретною моделлю під час розв'язання. Це підказує логічну альтернативу класичному підходу – представляти суцільне середовище як дискретну модель від самого початку. У цьому випадку подальша ідеалізація при складанні рівнянь або їхньому розв'язанні може не знадобитися. Один із таких підходів, заснований на ідеї кускової апроксимації безперервних полів, отримав назву методу скінченних елементів. Простота й універсальність цього

методу роблять його зручним інструментом для розв'язання широкого спектру нелінійних задач.

Метод скінченних елементів є чисельним методом розв'язання диференціальних рівнянь, що виникають у фізиці та техніці. Цей метод з'явився у 1950-х роках у зв'язку з розв'язанням задач космічних досліджень. У 1963 році було показано, що метод скінченних елементів можна розглядати як один із варіантів відомого методу Релея-Рітца. При класичному підході до дослідження суцільних середовищ зазвичай починають з вивчення властивостей нескінченно малих елементів розглянутого середовища. Встановлюють співвідношення між середніми значеннями різних величин, пов'язаних з цими нескінченно малими елементами, а потім, зменшуючи розміри елементів до нуля при необмеженому збільшенні їхньої кількості, отримують диференціальні рівняння в частинних похідних або інтегральні рівняння, що описують поведінку тіла.

На відміну від класичного підходу, метод скінченних елементів починається з вивчення властивостей елементів скінченних розмірів. При цьому можуть використовуватися рівняння, що описують поведінку середовища, але розміри елементів залишаються постійними, інтегрування замінюється кінцевим підсумовуванням, а диференціальні рівняння в частинних похідних замінюються системами алгебраїчних або звичайних диференціальних рівнянь. Таким чином, суцільне середовище з нескінченним числом ступенів свободи представляється дискретною моделлю з кінцевим числом ступенів свободи. Якщо задовольняються певні умови повноти, то зі збільшенням кількості скінченних елементів і зменшенням їхніх розмірів поведінка дискретної системи наближається до поведінки "безперервної системи" - суцільного середовища.

Ідея представлення безперервних функцій за допомогою кускової апроксимації не нова. Вона в зародковому вигляді використовувалася ще в стародавньому Вавилоні і Єгипті, впливаючи на розвиток математичного аналізу протягом більш ніж двох тисяч років. Пізніше східні математики намагалися оцінити магічне число π , приблизно визначаючи площу одиничного

круга. Представляючи коло у вигляді сукупності великого, але кінцевого числа прямокутників або багатокутників і приймаючи за площу кола суму їхніх площ, вони досягали точності майже в сорок значущих цифр. Зрештою, Ньютон і Лейбніц створили математичний аналіз, який дозволив формулювати більшість задач математичної фізики за допомогою диференціальних рівнянь у частинних похідних і інтегральних рівнянь.

Ідея представлення конструкцій у вигляді набору дискретних елементів бере свій початок з ранніх досліджень літальних апаратів, коли крила та фюзеляжі розглядалися як сукупність стрингерів. Перший формальний виклад методу скінчених елементів був зроблений у 1956 році Тернером, Клафом і Мартіном під час аналізу плоского напруженого стану з використанням теорії пружності. Саме Клаф у 1960 році вперше ввів термін "скінчені елементи".

Зв'язок методу скінчених елементів з процедурою мінімізації привів до його широкого використання в багатьох технічних галузях. У перших публікаціях метод використовувався для вирішення задач теплопровідності. Пізніше його застосовували до задач гідромеханіки та обробки металів тиском.

Сьогодні метод скінчених елементів широко застосовується при проектуванні літаків, ракет, різних просторових оболонок та інших конструкцій.

1.3.2 Основна концепція методу скінчених елементів

Основна ідея методу скінчених елементів полягає в тому, що будь-яку безперервну величину, таку як температура, тиск або переміщення, можна апроксимувати за допомогою дискретної моделі, яка базується на наборі шматково-безперервних функцій, визначених на скінченній кількості підобластей. Ці шматково-безперервні функції встановлюються за допомогою значень безперервної величини у скінченному числі точок у розглянутій

області. Загалом безперервна величина є заздалегідь невідомою, і завдання полягає у визначенні значень цієї величини в деяких внутрішніх точках області. Проте, дискретну модель досить просто побудувати, якщо спочатку припустити, що числові значення цієї величини в кожній внутрішній точці відомі. Після цього можна перейти до загального випадку.

При створенні дискретної моделі безперервної величини дотримуються наступних кроків:

- У розглянутій області фіксується скінченна кількість точок, які називаються вузловими точками або просто вузлами.
- Значення безперервної величини у кожній вузловій точці вважається змінною, яку необхідно визначити.
- Область, у якій визначається безперервна величина, ділиться на скінченне число підобластей, які називаються елементами. Ці елементи мають спільні вузлові точки і в сукупності апроксимують форму всієї області.
- Безперервна величина на кожному елементі апроксимується поліномом, який визначається за допомогою вузлових значень цієї величини. Для кожного елемента визначається свій поліном, але ці поліноми вибираються таким чином, щоб забезпечити безперервність величини вздовж меж елементів.

Основна концепція методу скінчених елементів може бути наочно продемонстрована [13] на одномірному прикладі розподілу температури в стрижні, як показано на рисунку 1.2.

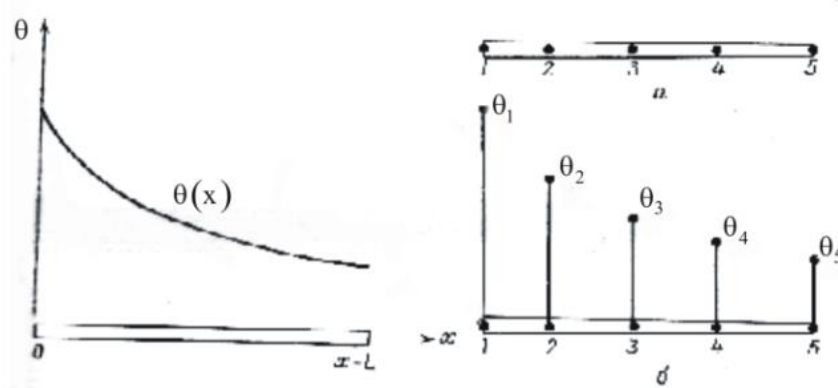


Рисунок 1.2 – Розподіл температури в стрижні, вузлові крапки та можливі значення $\theta(x)$

У цьому прикладі розглядається безперервна величина $\theta(x)$ в області, яка є відрізком OL уздовж осі X. На осі X фіксовано і пронумеровано п'ять точок. Це вузлові точки, які не обов'язково розташовані на рівній відстані одна від одної. Значення $\theta(x)$ у кожній вузловій точці відомі і графічно представлені на рисунку 1.2, б. Розбивка області на елементи може бути виконана двома різними способами. Можна обмежити кожний елемент двома сусідніми вузловими точками, утворюючи чотири елементи, або розділити область на два елементи, кожний з яких містить три вузли. Поліном, відповідний кожному елементу, визначається за значеннями у вузлових точках цього елемента. У випадку розбивки області на чотири елементи, коли кожен елемент містить по дві вузлові точки, функція елемента буде лінійною по X (дві точки однозначно визначають пряму лінію).

Остаточна апроксимація $\theta(x)$ буде складатися з чотирьох кусково-лінійних функцій, кожна з яких визначена на окремому елементі. Інший спосіб розбивки області на два елементи з трьома вузловими точками призводить до представлення функції елемента у вигляді полінома другого ступеня. У цьому випадку остаточною апроксимацією $\theta(x)$ буде сукупність двох кусково-безперервних квадратичних функцій.

У загальному випадку розподіл температури невідомий, і наше завдання - визначити значення цієї величини в певних точках. Рішення задачі полягає в знаходженні вузлових значень, які мають бути підібрані так, щоб забезпечити найкраще наближення до реального розподілу температури в суцільному середовищі. Підбір вузлових значень температури здійснюється шляхом мінімізації функціонала, пов'язаного з диференціальним рівнянням теплопровідності. Процес мінімізації зводиться до розв'язання системи лінійних диференціальних алгебраїчних рівнянь для вузлових значень $\theta(x)$. У результаті мінімізації ми отримуємо значення температури в кожному вузлі, а використовуючи ці значення, можемо визначити температуру в будь-якій точці досліджуваного середовища.

При побудові дискретної моделі безперервної величини, визначеної в дво- або тривимірній області, основна концепція методу скінченних елементів використовується аналогічним чином. У двовимірному випадку елементи описуються функціями від X і Y , при цьому найчастіше розглядаються елементи у формі трикутника або чотирикутника.

1.3.3 Переваги та недоліки методу скінченних елементів

Сьогодні метод скінченних елементів широко застосовується для вирішення фізичних задач, описуваних диференціальними рівняннями. Найважливіші переваги методу, що сприяють його широкому використанню, включають:

- Властивості матеріалів суміжних елементів можуть бути різними, що дозволяє використовувати метод для тіл, складених з декількох матеріалів.
- Криволінійні області можуть бути апроксимовані за допомогою прямолінійних елементів або описані точно за допомогою криволінійних елементів, що дозволяє працювати з областями будь-якої форми.
- Розміри елементів можуть змінюватися, що дозволяє адаптувати сітку розбивки області відповідно до потреб.
- Метод дозволяє враховувати граничні умови з розривними поверхневими навантаженнями та змішані граничні умови.
- Ці переваги дозволяють створювати універсальні програми для вирішення конкретних задач певного класу. Наприклад, програма для вісесиметричної задачі про теплопередачу може вирішувати будь-яку задачу цього типу.

Основний недолік методу скінченних елементів полягає в необхідності створення обчислювальних програм та використання високопродуктивної обчислювальної техніки. Ручні обчислення занадто громіздкі навіть для

простих задач, тому для складних задач необхідна високошвидкісна ЕОМ з великою пам'яттю[14].

З огляду на швидкий розвиток мікропроцесорної техніки, можна очікувати, що у майбутньому швидкодія ЕОМ не буде основним обмежуючим фактором для використання методу скінченних елементів. Проведення натурних експериментів або досліджень займає набагато більше часу, ніж розрахунок цього ж процесу на персональному комп'ютері, причому обсяг інформації, отриманої в результаті розрахунків, значно перевищує дані, отримані експериментально. Хоча від натурних експериментів відмовлятися не можна, їх кількість можна значно скоротити.

1.3.4 Розбивка області на елементи та нумерація вузлів

Розбивка області на підобласті є першим кроком у розв'язанні задачі методом скінченних елементів, і саме цей крок не має теоретичного обґрунтування. Недосконала або погана розбивка може призвести до помилкових результатів, навіть якщо інші етапи методу виконуються з достатньою точністю.

Дискретизація області (тіла) включає визначення кількості, розмірів і форми підобластей, що використовуються для створення дискретної моделі реального об'єкта. Навички у дискретизації області з'являються з досвідом, але можна сформулювати деякі загальні правила. Для розв'язання задач методом скінченних елементів використовуються елементи різних типів. Найпростішим є одновимірний елемент, який зазвичай зображується у вигляді відрізка (рисунк 2а), хоча має і поперечний переріз. Такі елементи часто використовуються в одновимірних задачах поширення тепла і в будівельній механіці для розрахунку стрижневих елементів конструкцій[14].

Найпростіший одномірний елемент має два вузли - по одному на кожному кінці. Елементи вищого порядку, такі як тривузлові (квадратичні) та чотиривузлові (кубічні), зображені на рисунках 1.3, б і 1.3, в.

Для створення дискретної моделі двовимірної області використовуються два основних сімейства елементів: трикутники і чотирикутники. Сторони лінійних елементів кожного сімейства є прямими лініями (рисунок 1.3, а). Квадратичні і кубічні елементи можуть мати як прямолінійні, так і криволінійні сторони або обидва типи (рисунок 1.3, б). Моделювання криволінійних границь досягається додаванням вузлів до середини сторін елементів. Обидва сімейства елементів можуть використовуватися одночасно всередині області, якщо вони мають однакову кількість вузлів на стороні.

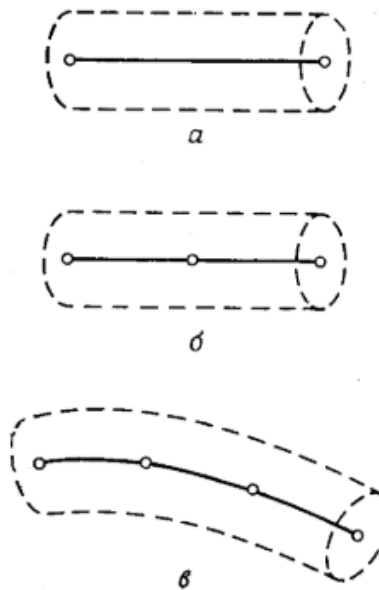


Рисунок 1.3 – Одновимірні скінченні елементи

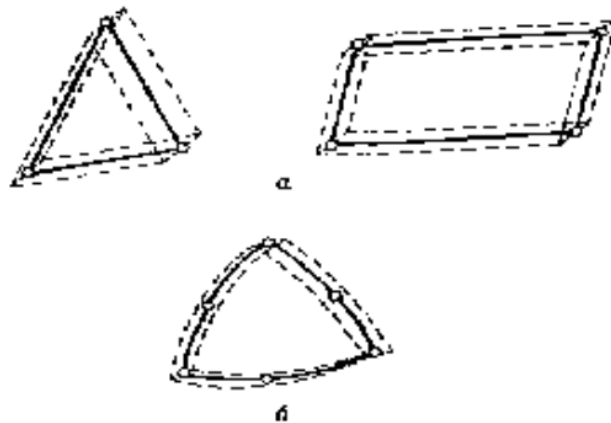


Рисунок 1.4 – Двовимірні елементи

Найпоширенішими тривимірними елементами є тетраедри та паралелепіпеди (рисунок 1.5, а і б). У цих випадках лінійні елементи мають прямолінійні сторони (площини), тоді як елементи вищого порядку можуть мати криволінійні поверхні.

На рисунку 1.5, в показано інший тип елементів, які часто використовуються при розв'язанні задач обробки металів тиском. Ці елементи подібні до двовимірних трикутників і дозволяють враховувати зміни величини вздовж третьої координати.

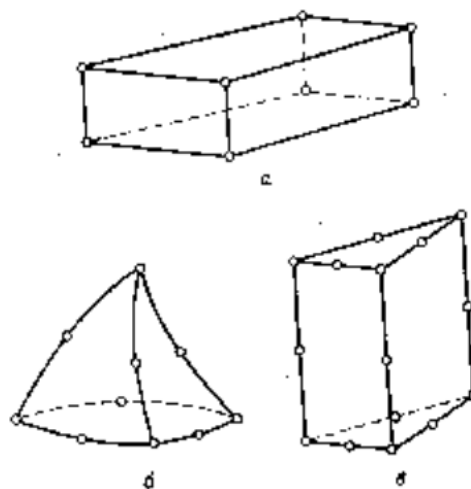


Рисунок 1.5 – Тривимірні елементи

У деяких спеціальних випадках можливе використання тривимірних елементів, зображених на рисунку 1.6. Ці елементи створюються шляхом виключення одного або декількох вузлів із базового шестигранного елемента (рисунок 1.6, а). Такі елементи застосовуються в розрахунках різних будівельних конструкцій і деталей механізмів, оскільки вони дозволяють точніше описати геометрію досліджуваного об'єкта. Проте, при розв'язанні задач обробки металів тиском, такі елементи зазвичай не використовуються.

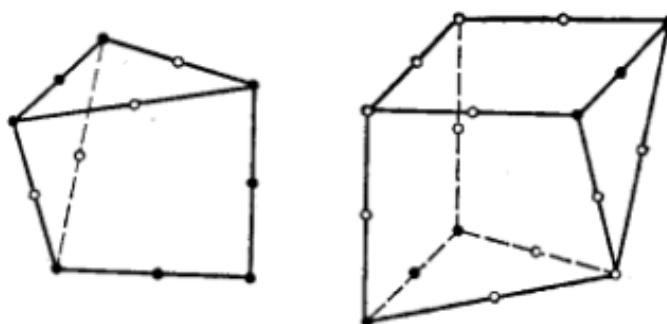


Рисунок 1.6 – Нестандартні елементи

Іншим класом є мембранні елементи, зображені на рисунку 1.7. Вони застосовуються для розв'язання задач у суцільних середовищах, які мають форму оболонки. Процес дискретизації складається з двох етапів: розбиття тіла на елементи та нумерація елементів і вузлів.

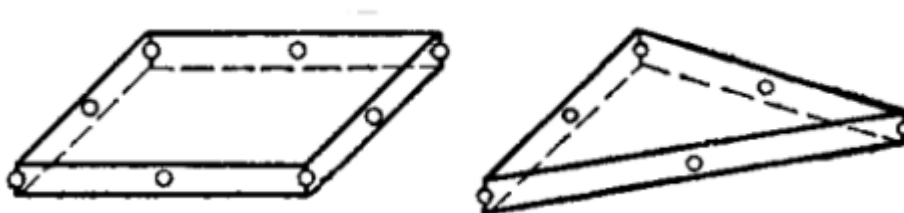


Рисунок 1.7 – Мембранні елементи

Для прикладу, розглянемо розбиття двовимірної області на лінійні трикутні елементи. Двовимірну область вибрано для зручності ілюстрації, але ідеї, представлені тут, можуть бути узагальнені на випадок тривимірного тіла. Дискретизація одномірного тіла майже тривіальна, оскільки вона зводиться лише до поділу відрізка на коротші ділянки. При розбитті будь-якої двовимірної області на елементи, спочатку тіло ділиться на чотирикутні та трикутні підобласті або зони, які потім розділяються на трикутники. Границі між підобластями повинні проходити там, де змінюються геометрія, прикладається навантаження або змінюються властивості матеріалу.

Найпростіший спосіб розбити трикутну підобласть на елементи полягає у виборі певної кількості вузлів уздовж кожної сторони, з'єднанні цих вузлів прямими лініями та розгляді точок перетину як вузлів. На рисунку 1.8, а показано, як трикутна зона розбита на дев'ять елементів шляхом розміщення чотирьох вузлів на кожній стороні. Вузли не обов'язково повинні розташовуватися на рівних відстанях, що дозволяє змінювати розміри елементів. Якщо трикутна підобласть має криволінійні границі, ці границі замінюються прямими відрізками або використовуються елементи з криволінійними границями.

Чотирикутні зони зазвичай розбиваються на елементи з'єднанням вузлів на протилежних сторонах, де перетин ліній визначає внутрішні вузли. Внутрішні чотирикутники можуть розглядатися як елементи або можуть бути розбиті на трикутні елементи шляхом проведення діагоналей всередині чотирикутників.

На рисунку 1.8, б показано застосування цих ідей дискретизації, де відстань між вузлами уздовж границь чотирикутної зони змінюється так, щоб елементи поблизу криволінійної частини границі були меншими.

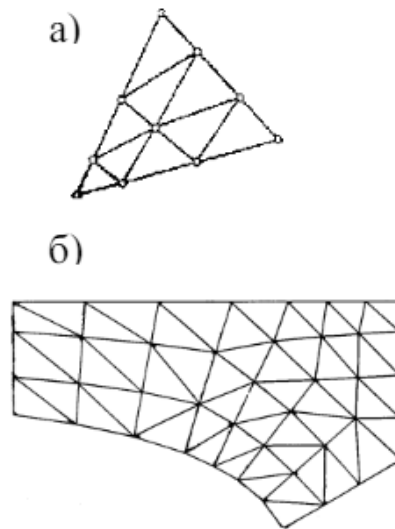


Рисунок 1.8 – Розбивка області на елементи

У задачах механіки твердого деформівного тіла важливо позначити вузли, які мають певні переміщення. При складних конфігураціях границь доцільно використовувати алгоритми, такі як алгоритм Делане або Вороного. Проте навіть побудовані таким чином сітки можуть мати недоліки, оскільки отримані трикутники не завжди мають оптимальну форму для розрахунків. Основна вимога до трикутників — уникнення виродженості. Оптимальними є рівносторонні трикутники, але дослідження показують, що для розрахунків підходять трикутники, в яких один із внутрішніх кутів не менший за 30 градусів. Для отримання таких трикутників, окрім алгоритмів Делане або Вороного, використовуються алгоритми, що покращують початкову сітку скінчених елементів, такі як алгоритм Руперта. На рисунку 1.9 показано приклад використання цих алгоритмів при розбитті тіла складної форми.

При моделюванні тривимірних процесів у суцільних середовищах наступним кроком є генерування тривимірної координатної сітки. Одним із методів створення такої сітки є метод "видавлювання", який базується на використанні вже існуючої двовимірної сітки. Видавлювання полягає в додаванні третьої координати, що відповідає висоті тривимірного елемента. Програмний алгоритм автоматично виконує ці операції разом із нумерацією

елементів і їхніх вузлів. На рисунку 1.10 показано приклад роботи цього алгоритму при розбитті найпростішої циліндричної області на призматичні елементи.

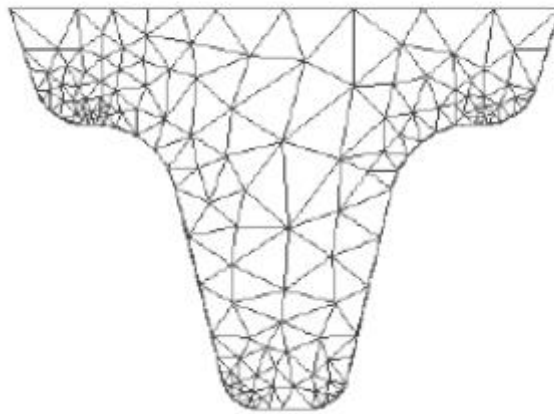


Рисунок 1.9 – Сітка елементів таврового профілю

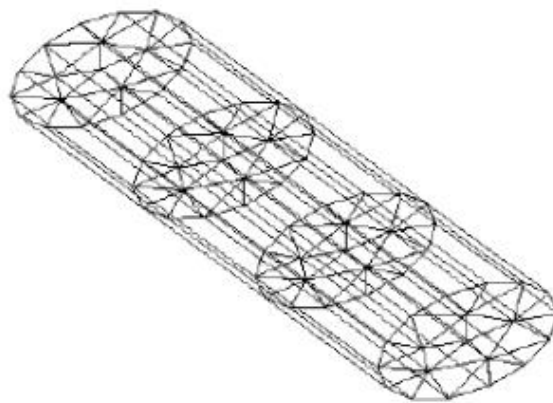


Рисунок 1.10 – Тривимірна сітка елементів

Нумерація вузлів була б тривіальною операцією, якби вона не впливала на ефективність обчислень. Використання методу скінчених елементів приводить до системи лінійних алгебраїчних рівнянь, де велика кількість коефіцієнтів є нульовими. Розгляд матриці коефіцієнтів показує, що всі ненульові коефіцієнти та деякі нульові знаходяться між двома лініями, паралельними головній діагоналі (рисунок 1.11).

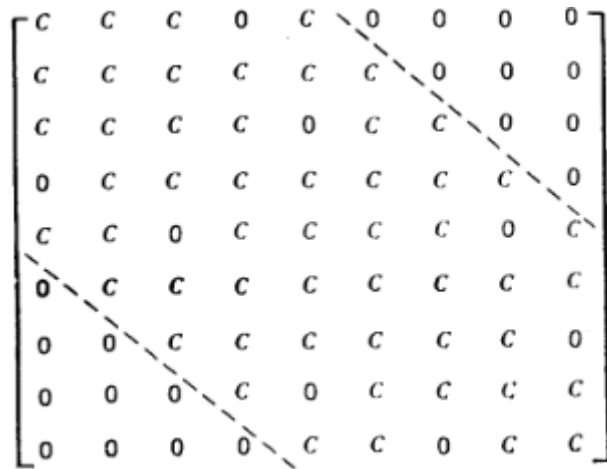


Рисунок 1.11 – Ширина смуги матриці системи рівнянь

Відстань між головною діагоналлю і цими лініями називається шириною смуги матриці. Усі коефіцієнти поза цією смугою дорівнюють нулю і не потребують збереження в пам'яті комп'ютера. Зменшення ширини смуги знижує обсяг необхідної пам'яті та скорочує час обчислень. Ширина смуги B обчислюється за формулою:

$$B = (R + 1)Q. \quad (1.12)$$

де R – максимальна різниця між номерами вузлів в окремому елементі, Q – кількість невідомих (ступенів свободи) у кожному вузлі. Мінімізація B пов'язана зі зменшенням R , що, зокрема, досягається послідовною нумерацією вузлів у напрямку найменшого розміру тіла. Два різних способи нумерації вузлів у тілі показані на рисунку 1.12, а і б. Найбільші різниці між номерами вузлів для перших елементів на рисунку 1.12, а і б дорівнюють 7 і 21 відповідно. Значення R для повних наборів елементів дорівнюють 9 і 21. Для ширини смуги отримують значення 10 і 22, якщо в кожному вузлі є по одній невідомій величині, або значення 20 і 44, якщо в кожному вузлі розглядаються

дві невідомі величини. Правильна нумерація вузлів у цьому прикладі скорочує обсяг пам'яті більш ніж на 50%.

Нумерація елементів – це проста процедура. Надалі номер елемента буде вказуватися в круглих дужках, щоб уникнути плутанини з номерами вузлів. Елемент (1) на рисунку 1.12 має вузли з номерами 1, 2 і 8.

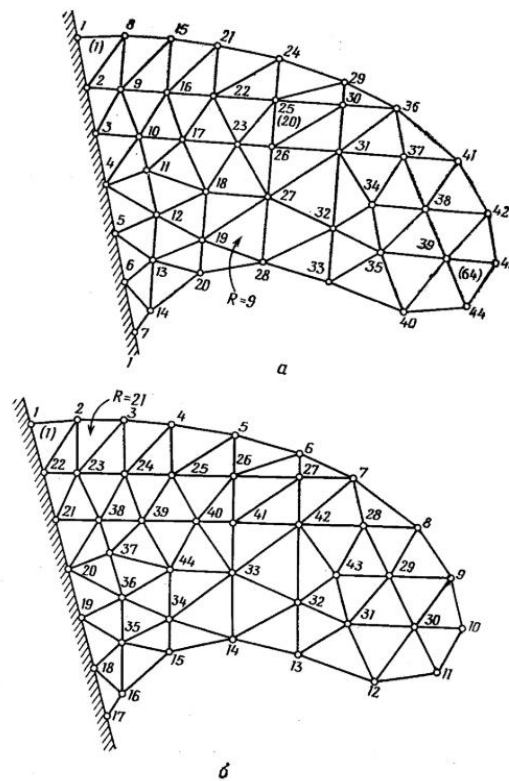


Рисунок 1.12 – Приклади нумерації вузлів

1.4 Огляд системи COMSOL Multiphysics

1.4.1 Історія COMSOL Multiphysics

Компанія COMSOL була заснована в 1986 році у Стокгольмі, Швеція. До 2005 року програмне забезпечення було відоме під назвою FEMLAB (Finite Element Method Laboratory). Його історія починається з пакету-додатку PDE Toolbox для MatLab, призначеного для розв'язання диференціальних рівнянь в частинних похідних, який досі входить до складу основної поставки MatLab.

Друга версія, як і перша, не могла працювати без MatLab, але вже постачалася як самостійний продукт. Починаючи з третьої версії, FEMLAB міг працювати як окрема програма або використовуватися як додаток. Основним режимом роботи четвертої та п'ятої версій було використання графічного інтерфейсу користувача, але можливість спільної роботи з MatLab збереглася. Синтаксис математичних виразів у цих версіях був успадкований від першої версії та залишався дуже схожим на синтаксис MatLab[15].

Перша версія програми (PDE Toolbox MatLab) могла розв'язувати системи диференціальних рівнянь у частинних похідних для функцій двох просторових змінних та змінної часу. Наступні версії вже могли розв'язувати тривимірні задачі. Пакет використовує метод скінченних елементів (MCE), який в англomовній літературі називається Finite Element Method (FEM). У цьому методі розрахункова область розбивається на велику кількість малих ділянок, що називаються скінченними елементами. Потім будуються функції з носіями, обмеженими кількома такими елементами. Ці функції утворюють базис у просторі кускових функцій на скінченно-елементній сітці. Шукані величини апроксимуються лінійною комбінацією базисних функцій, і крайова задача замінюється задачею визначення коефіцієнтів розкладання апроксимуючих функцій по базисним.

З часом COMSOL Multiphysics значно розширило свої можливості. З'явилися нові модулі, що дозволяли моделювати різноманітні фізичні явища, такі як теплопередача, гідродинаміка, електромагнетизм, механіка, хімічні процеси та багато інших. Кожен новий модуль додавав специфічні функціональні можливості для вирішення конкретних завдань у різних галузях промисловості та науки.

Починаючи з четвертої версії, основним режимом роботи програми став графічний інтерфейс користувача (GUI), що зробило програму більш доступною для широкого кола користувачів. Водночас збереглася можливість інтеграції з MATLAB для тих, хто потребував додаткової гнучкості та можливостей автоматизації.

Одним із ключових напрямків розвитку COMSOL Multiphysics стало покращення інтерфейсу користувача та інтеграція з іншими інженерними інструментами. Програмне забезпечення отримало підтримку імпорту геометрії з популярних CAD-систем, таких як SolidWorks та Autodesk Inventor, що значно спростило процес створення моделей. Крім того, COMSOL Multiphysics підтримує створення користувацьких модулів та розширень, що дозволяє адаптувати програму під специфічні потреби користувачів. Це робить програмне забезпечення ще більш універсальним та зручним для використання у різних галузях.

Сьогодні COMSOL Multiphysics є провідним інструментом для моделювання багатофізичних процесів. Програмне забезпечення використовується у багатьох галузях, включаючи енергетику, будівництво, автомобільну промисловість, мікроелектроніку, біомедицину та багато інших. Завдяки своїй універсальності та потужним можливостям, COMSOL Multiphysics допомагає інженерам та науковцям вирішувати найскладніші завдання, що включають взаємодію різних фізичних явищ.

Компанія COMSOL продовжує активно розвивати своє програмне забезпечення, додаючи нові функції та модулі, щоб відповідати зростаючим вимогам користувачів. Завдяки постійним вдосконаленням та інноваціям, COMSOL Multiphysics залишається на передовій технологічних рішень у сфері багатофізичних симуляцій. З маленького інженерного інструменту COMSOL Multiphysics перетворився на потужну платформу для моделювання та аналізу, яка допомагає розвивати нові технології та вирішувати складні інженерні задачі по всьому світу[15].

1.4.2 Огляд програмного пакету COMSOL Multiphysics

Числове моделювання фізичних процесів є критично важливим етапом проєктування конструкцій та технологій. Оскільки багато фізичних законів описуються диференціальними рівняннями в частинних похідних (ДРЧП), необхідно мати універсальний інструмент, який здатен інтегрувати різні фізичні моделі. Таке поєднання називається «мультифізикою», що передбачає спільне використання кількох моделей.

COMSOL Multiphysics є потужним програмним середовищем, створеним для моделювання фізичних процесів, і здатне розв'язувати широкий спектр наукових та інженерних задач у різних сферах людської діяльності. Основним методом розв'язання ДРЧП у цій системі є метод скінченних елементів (МСЕ). Система має налаштовані інтерфейси (прикладні режими) для розв'язання задач у таких галузях, як механіка, електромагнетизм, гідродинаміка, хімія, акустика, теплопровідність, дифузія, оптика, опір матеріалів, теорія пружності тощо.

COMSOL Multiphysics дозволяє поєднувати різні фізичні моделі та моделі різних розмірностей, а також додавати до моделей власні рівняння. Від самого початку, без використання попередньо налаштованих інтерфейсів, можна формулювати задачу у вигляді системи рівнянь, яка може включати алгебраїчні рівняння (АР), звичайні диференціальні рівняння (ЗДР) та ДРЧП.

Одна з ключових переваг COMSOL Multiphysics – це його здатність створювати багатофізичні моделі, де кілька фізичних явищ взаємодіють одночасно. Це особливо важливо для складних систем, де, наприклад, теплопередача, механічні навантаження та електромагнітні поля можуть впливати один на одного. Інтерфейс користувача дозволяє легко поєднувати різні фізичні модулі, створюючи комплексні моделі реальних процесів.

COMSOL Multiphysics має інтуїтивно зрозумілий інтерфейс, що дозволяє користувачам без значних труднощів створювати, редагувати та аналізувати моделі. Основні інструменти включають зручний графічний інтерфейс

користувача для створення та налаштування моделей. Користувачі можуть використовувати вбудовані шаблони або створювати свої власні моделі з нуля, інтеграція з MATLAB для більш глибокого аналізу та автоматизації процесів, яка дозволяє користувачам виконувати складні обчислення та аналіз даних за допомогою потужних інструментів MATLAB, командний рядок, що надає можливість написання скриптів для автоматизації та повторення процесів моделювання. Це корисно для виконання рутинних задач та оптимізації робочого процесу, постобробка, яка надає широкі можливості для аналізу результатів, візуалізації даних, створення графіків та анімацій. Також дозволяє детально аналізувати результати моделювання та представити їх у зрозумілій формі.

COMSOL Multiphysics має вбудовані бібліотеки матеріалів та функцій, що містять дані про фізичні властивості різних матеріалів, які можуть використовуватись у моделях. Це дозволяє швидко налаштовувати моделі та робити їх більш точними. Бібліотеки включають інформацію про теплопровідність, електропровідність, механічні властивості та багато інших параметрів.

На сайті розробників, www.comsol.com/models, представлена галерея моделей, де можна детально ознайомитися з можливостями програми. COMSOL Multiphysics здатен розв'язувати одновимірні (1D), двовимірні (2D) і тривимірні (3D) задачі. Задачі можуть бути як стаціонарними (коли шукані величини не залежать від часу), так і динамічними (коли є залежність від часу). Іноді необхідно розглядати нульвимірні (0D) задачі, тобто розв'язувати рівняння, які не залежать від просторових координат. Це означає, що задача зводиться до пошуку фізичних величин у точках. Чим вища розмірність задачі, тим складнішим і тривалішим є її розв'язання. У випадку осесиметричних задач розмірність можна знизити на одиницю. Для цього система передбачає одновимірні та двовимірні осесиметричні задачі (1D і 2D Axisymmetric). Таким чином, можна обирати один із шести можливих варіантів розмірності або їх поєднання[15].

Важливою частиною програми є прикладні режими, які містять завершені математичні постановки задач із різних сфер фізики та техніки. Електронна версія документації для цих режимів встановлюється разом із COMSOL у форматах PDF та HTML. Зокрема, у встановлювальній папці системи в каталозі `..\doc\pdf\` містяться файли з документацією, яка включає опис математичних постановок задач, процес моделювання та отримання результатів.

Програмне забезпечення підтримує інтеграцію з іншими інженерними інструментами та платформами, такими як SolidWorks, Autodesk Inventor та інші CAD-програми. Це дозволяє імпортувати геометрію та дані, що значно спрощує процес моделювання. Крім того, COMSOL Multiphysics підтримує різні формати файлів, що робить його сумісним з багатьма іншими програмами.

COMSOL Multiphysics також підтримує створення користувацьких модулів та розширень. Це дозволяє користувачам адаптувати програмне забезпечення під специфічні потреби та завдання. Можливість розширення функціоналу робить COMSOL Multiphysics ще більш універсальним інструментом для вирішення найрізноманітніших інженерних та наукових задач.

1.4.3 Можливості та застосування COMSOL Multiphysics

COMSOL Multiphysics дозволяє моделювати широкий спектр фізичних явищ, включаючи:

- Теплопередачу: моделювання теплопровідності, конвекції, радіації та фазових переходів. Це дозволяє розробляти ефективні системи охолодження та опалення, а також аналізувати термічну поведінку матеріалів.
- Гідродинаміку: моделювання руху рідин і газів, включаючи ламінарні та турбулентні потоки. Цей модуль корисний для проєктування насосів, компресорів, гідротурбін та інших пристроїв, що працюють з рідинами.

- Електромагнетизм: моделювання електричних, магнітних та електромагнітних полів. Це дозволяє розробляти електричні машини, сенсори, антени та інші електронні пристрої.

- Механіку: моделювання структурних деформацій, напружень, вібрацій та механічних зусиль. Модуль структурної механіки застосовується для аналізу будівельних конструкцій, автомобільних компонентів, аерокосмічних деталей та інших механічних систем.

- Хімічні процеси: моделювання реакцій, транспорту маси та інших хімічних явищ. Це дозволяє оптимізувати процеси у хімічній промисловості, включаючи каталіз, реактори, та інші хімічні системи[16].

COMSOL Multiphysics використовується у різних галузях, включаючи енергетику, наприклад моделювання процесів генерації, зберігання та передачі енергії, в тому числі для вітрових, сонячних, ядерних та традиційних енергетичних установок. Програмне забезпечення дозволяє оптимізувати роботу сонячних панелей, вітрових турбін, а також аналізувати теплові процеси в ядерних реакторах. Будівництво, а саме аналіз теплопередачі в будівлях, структурна міцність, поведінка матеріалів під навантаженнями. COMSOL Multiphysics використовується для проєктування енергоефективних будівель, аналізу теплових мостів, а також для оцінки міцності будівельних конструкцій. Також автомобільну промисловість, а саме моделювання аеродинаміки, теплопередачі в двигунах, електромагнітних сумісностей та структурних аналізів. Застосування COMSOL Multiphysics дозволяє розробляти більш ефективні та екологічно чисті автомобілі, оптимізувати роботу двигунів, гальмівних систем та інших компонентів. Мікроелектроніку, наприклад розробка і оптимізація напівпровідникових пристроїв, моделювання теплових процесів і електромагнітних полів. Програмне забезпечення дозволяє аналізувати теплові розподіли в мікросхемах, розробляти нові типи транзисторів та інших електронних компонентів. Біомедицину, а саме моделювання процесів в біологічних тканинах, розробка медичних пристроїв, аналіз біомеханічних процесів. Наприклад, COMSOL Multiphysics

використовується для моделювання процесів доставки ліків, аналізу роботи імплантатів та розробки нових медичних пристроїв.

1.4.4 Переваги COMSOL Multiphysics

До переваг COMSOL Multiphysics можна віднести :

- Універсальність: можливість моделювання широкого спектру фізичних явищ і їх взаємодії. Це дозволяє використовувати програмне забезпечення для вирішення найрізноманітніших задач в різних галузях науки та техніки.
- Інтуїтивність: зрозумілий інтерфейс, що спрощує процес створення моделей навіть для новачків. Інтерфейс дозволяє швидко налаштовувати моделі, вносити зміни та аналізувати результати.
- Точність: висока точність результатів завдяки передовим чисельним методам. Це забезпечує надійність та достовірність отриманих результатів, що є важливим для наукових досліджень та інженерних розрахунків.
- Гнучкість: можливість налаштування моделей під конкретні потреби користувача та інтеграція з іншими інструментами. Це дозволяє адаптувати програмне забезпечення під специфічні завдання та вимоги.
- Ефективність: зменшення часу на розробку та тестування завдяки можливості моделювання віртуальних прототипів. Це дозволяє значно скоротити час та витрати на проведення фізичних експериментів та тестувань.

COMSOL Multiphysics є потужним інструментом для моделювання та аналізу багатофізичних процесів. Його можливості дозволяють інженерам і вченим вирішувати складні завдання, що включають взаємодію різних фізичних явищ, забезпечуючи високу точність і ефективність моделювання. Завдяки своїй універсальності та гнучкості, COMSOL Multiphysics знайшов

широке застосування в багатьох галузях промисловості та науки, сприяючи розвитку нових технологій та вдосконаленню існуючих.

Постійний розвиток та вдосконалення програмного забезпечення робить його невід'ємною частиною сучасних інженерних та наукових досліджень. COMSOL Multiphysics дозволяє користувачам моделювати складні системи, аналізувати їх поведінку та знаходити оптимальні рішення для підвищення ефективності та надійності різних технологічних процесів[16].

Враховуючи важливість енергоефективності та сталого розвитку, COMSOL Multiphysics стає особливо корисним інструментом для розробки та впровадження нових технологій, що сприяють зменшенню споживання енергії та зменшенню впливу на навколишнє середовище. У поєднанні з іншими інструментами та методами, COMSOL Multiphysics відкриває нові можливості для досліджень та інновацій у різних галузях науки та техніки.

1.5 Енергосберігаючі технології

1.5.1 Енергоефективні будівлі

Енергоефективні будинки стали новим напрямом у будівництві після світової енергетичної кризи 1974 року. Від перших експериментальних проєктів вони перетворилися на реальні об'єкти, що поєднують архітектурні, конструктивні та інженерні рішення для зменшення використання енергоресурсів без втрати надійності та комфорту. Досвід проєктування та будівництва енергоефективних будівель свідчить про те, що енергоефективність є динамічною характеристикою, яка формується протягом усього життєвого циклу будівлі, а не статичною, заданою на стадії проєктування.

Поняття "енергоефективний будинок" існує в теорії та практиці будівництва вже 50 років, і за цей час інтерес до таких будинків не зменшився.

Проблема забезпечення енергетичної ефективності залишається актуальною і в сучасному контексті. За цей період з'явилися нові концепції, такі як "пасивні будинки", "енергоактивні будинки", "нульові будинки", "будинки високих технологій" тощо.

Перший енергоефективний будинок був побудований у штаті Нью-Гемпшир (США) у 1972 році(рисунок 1.13) [17]. Енергетична ефективність цієї будівлі досягалася завдяки таким факторам:

- мінімальна площа поверхні будинку (кубічна форма),
- невелика площа скління (10%);
- світлофарбована покрівля (низький коефіцієнт поглинання сонячної радіації);
- незасклена північна сторона;
- вертикальні й горизонтальні сонцезахисні пристрої для вікон.



Рисунок 1.13 – Перша енергоефективна будівля, США, Нью-Гемпшир

Перші пілотні проєкти енергоефективних будинків були реалізовані у північних країнах з холодним кліматом, таких як Фінляндія, Канада, Швеція тощо, де питання опалення та збереження тепла є критичними протягом тривалого опалювального періоду. Наприклад, інноваційний енергоощадний будинок "EKONO-house" був побудований у місті Отаніємі біля Гельсінкі (Фінляндія) у 1973 році(рисунок 1.14).



Рисунок 1.14 – Енергоефективна будівля «EKONO-house», Фінляндія

Енергетична ефективність цього будинку забезпечувалася такими факторами:

- ефективне використання внутрішнього об'єму завдяки модульній системі конструювання (централізоване розташування ліфтів, санвузлів і вентканалів);
- огорожувальні конструкції з підвищеною теплоємністю завдяки циліндричним коаксіальним повітроводам та ущільненню притворів для зменшення інфільтраційних тепловтрат;
- використання тепла від людей, побутових приладів і устаткування,
- порожнисті плити перекриття, що забезпечують додаткові поверхні для передачі тепла від рециркуляційного повітря;
- вентильовані вікна з щілинами для проходження повітря, що нагріваються взимку і охолоджуються влітку;
- сонячні колектори для збору та акумулювання тепла в основі будинку;
- система повітряного опалення, поєднана з вентиляцією та автоматичним додаванням зовнішнього повітря до рециркуляційного;
- енергозберігаюча система освітлення з автоматичним регулюванням рівня освітленості залежно від природної інсоляції.

1.5.2 Аналіз теплових втрат житлових будинків

Основним чинником, що визначає теплові втрати в приміщеннях будівель і, відповідно, збільшує споживання енергії на їх опалення, є опір теплопередачі зовнішніх огорожувальних конструкцій: стін, покриттів, перекриттів, вікон, балконних і входних дверей.

В одноповерхових житлових будинках 40% усіх теплових втрат відбувається через стіни, 15% — через вентиляцію, 20% — через покрівлю, 15% — через вікна та дверні рами і ще 10% — через фундаменти та підлоги. У багатоквартирних житлових будинках теплові втрати розподіляються наступним чином: 37% — через стіни, 24% — через вікна та дверні рами, 6% — через покрівлю, 30% — через вентиляцію і 3% — через фундамент та підлоги. Показано на рисунках 1.15, 1.16 [17].



Рисунок 1.15 – Відсотки втрат тепла в одноповерховому будинку



Рисунок 1.16 – Відсотки втрат тепла в багатоповерховому будинку

Огороджувальні конструкції значно впливають на загальні тепловтрати незалежно від типу та розміру будинку. Тому ефективна теплоізоляція огорожувальних конструкцій сприяє значному зниженню теплових втрат, що, у свою чергу, зменшує споживання енергії на опалення приміщень, забезпечуючи заощадження витрат на опалення.

Будівлі, введені в експлуатацію в минулому та нині зводяться, мають одношарові, двошарові або трьохшарові стіни з ізоляцією між шарами, а також усі типи модифікованих систем. Кожен із можливих варіантів є ефективним за умови відсутності містків холоду. У неізованих стінах різниця інтенсивності теплового потоку дуже помітна між окремими будівельними матеріалами, такими як цементний розчин і керамічна цегла.

У будівельній галузі тепловізійні обстеження активно застосовуються для енергоаудиту будівельних об'єктів, особливо при їх реконструкції та модернізації. Тепловізор — це пристрій, що дозволяє побачити щільність теплового потоку та відповідний розподіл температур на поверхні елементів, виявляючи дефекти тепловим методом неруйнівного контролю. Принцип роботи тепловізора полягає в уловлюванні інфрачервоного випромінювання від об'єктів і визначенні температури поверхні. Він перетворює величину

випромінювання у візуальну картину розподілу теплових полів по поверхні об'єкта.

Обстеження за допомогою тепловізора дозволяють оцінювати теплові характеристики огорожувальних конструкцій. Тепловізійні зображення ілюструють стан будівель: світлі зони на температурній шкалі вказують на місця з вищою температурою, тоді як темні ділянки свідчать про низьку температуру[17].

При фотозйомці опалювальні будинки в ідеалі повинні мати стабільну та однорідну температуру фасаду. Усі ділянки на термограмі світлішого кольору вказують на точкові та лінійні містки холоду, де втрачається тепло та є ймовірність утворення конденсату.

Ефект від теплоізоляції зовнішніх стін будівлі можна побачити на термограмах(рисунок 1.17, 1.18[18]): зони з жовтим і жовтогарячим кольорами свідчать про очевидні тепловтрати, яких можна уникнути. Тепловий потік з середини будівлі нагріває зовнішні стіни. На термограмі після теплоізоляції(рисунок 1.18) ті ж самі зони мають синій колір, що вказує на значно нижчу температуру завдяки теплоізоляції, яка перешкоджає витоку тепла з будівлі.



Рисунок 1.17 – Термограма з неізольованими зовнішніми стінами



Рисунок 1.18 – Термограма з ізолюваними зовнішніми стінами

Проблеми та недоліки при зовнішньому утепленні стін стають очевидними під час обстеження будівель за допомогою сучасного тепловізійного обладнання. Світлі та червоні ділянки на термограмах вказують на місця тепловтрат і «містки холоду». Тепловтрати через «містки холоду» в системах теплоізоляції є основними осередками інтенсивного старіння утеплювача через накопичення вологи, утворення біологічних речовин, що призводить до зниження теплозахисних властивостей та передчасного руйнування системи. Наприклад, система теплоізоляції каркасно-монолітних будівель складається з: зовнішнього шару (облицювальна керамічна цегла або звичайна цегла під фарбування); шару утеплювача (пінополістирол або мінераловатна плита) та основи з цегли товщиною 250 мм або блоків з ніздрюватого бетону та шару облицювальної цегли. Така конструкція може доповнюватися повітряним прошарком. На рисунку 1.19 показані фотографія і термограми такого фасаду[19].

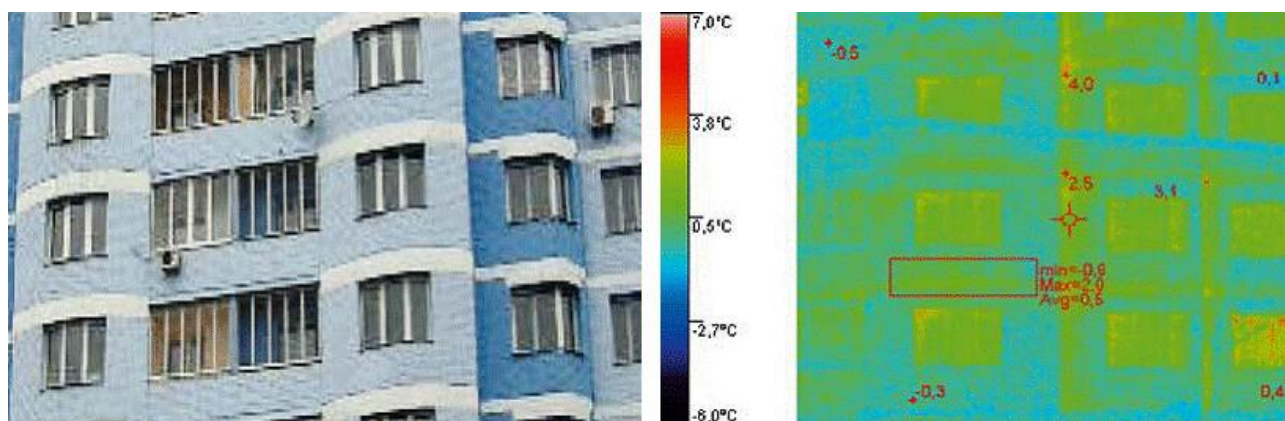


Рисунок 1.19 – Термограма теплоізоляції каркасно-монолітного будинку

Основним недоліком такої системи є міжповерхові стики. Їх необхідно не тільки теплоізолювати, але й герметизувати, що є проблемою, з якою будівельники зіткнулися при зведенні великопанельних будинків і яка досі не має радикального рішення. Стики протікають, промерзають і вимагають постійного ремонту та значних фінансових витрат.

Вузол «А» — найбільш вразлива частина конструкції, де теплоізоляційний контур розривається, що унеможливорює забезпечення рівномірності теплоізоляційного шару та запобігання замоканню зони біля стиків.

Вузол «Б» — плити утеплювача укладаються нещільно, оскільки процес їх укладання здійснюється «всліпу», що створює додаткові «містки холоду» і сприяє інтенсивному руйнуванню утеплювача.

При використанні блоків з ніздрюватого бетону ситуація ускладнюється додатковою кількістю «містків холоду», що утворюються в мурувальних швах. Температура швів усередині приміщення значно нижча за температуру поверхні ніздрюватих блоків. На рисунку 1.20 показані фотографія і термограми такого фасаду.

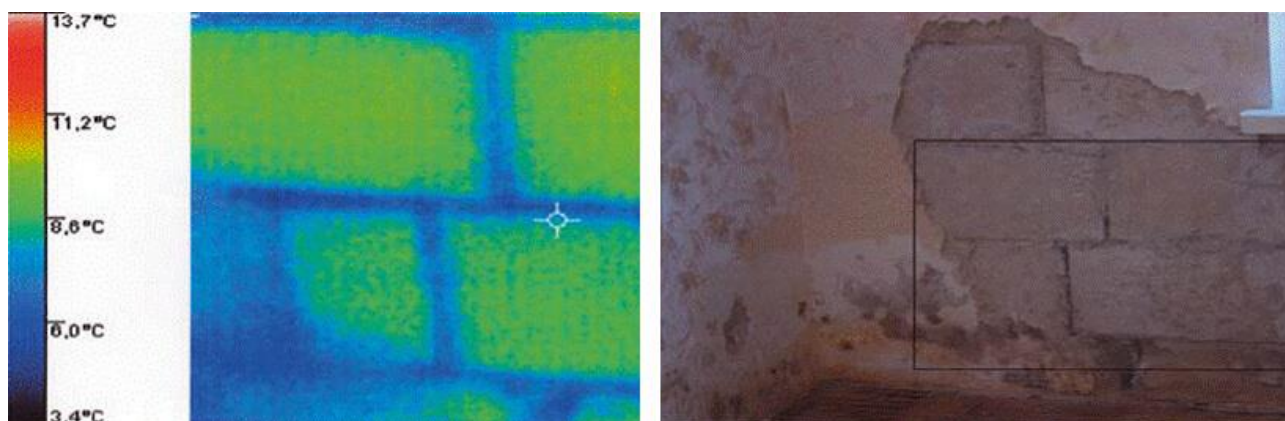


Рисунок 1.20 – Термограма блоків з ніздрюватого бетону

Стан стін старих житлових будинків, побудованих за методом великопанельного домобудівництва, свідчить про повну втрату теплоізоляційних властивостей захисних конструкцій. Такі будівлі потребують реконструкції з проведенням повної термомодернізації. На рисунку 1.21 показані фотографія і термограми такого фасаду.

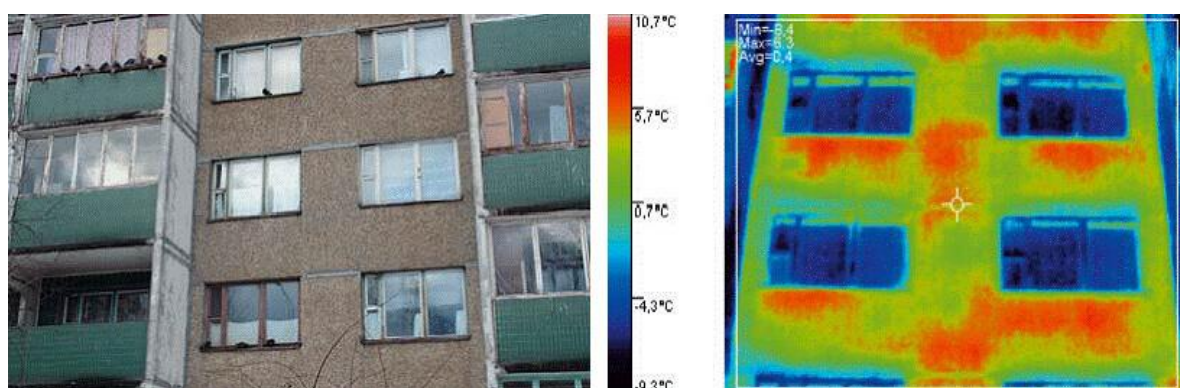


Рисунок 1.21 – Термограма стіни старого житлового будинку

Утеплення цегляних будівель методом колодязної кладки має аналогічні проблеми — промерзання в місцях суцільної цегляної кладки, необхідної для забезпечення несучої здатності стіни, накопичення конденсату в утеплювачі та його передчасне руйнування, ущільнення незакріпленого утеплювача в конструкції стіни, а також суцільні («поперечні») ряди цегли через кожні 5–6 рядів, які створюють «містки холоду». Найбільшим недоліком цієї системи є

неможливість її ремонтування. Фотографії і термограми такого фасаду показані на рисунку 1.22[19].

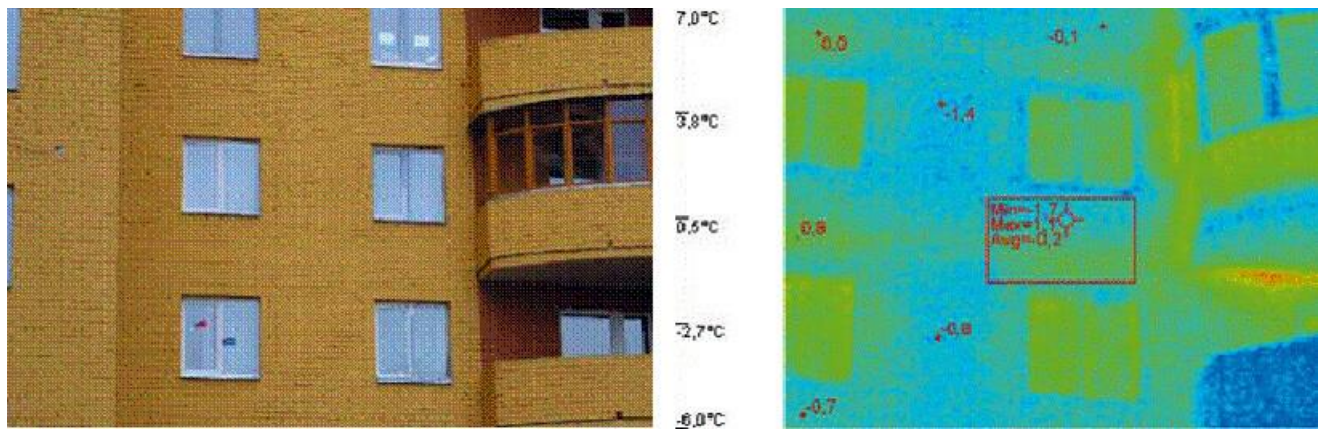


Рисунок 1.22 – Термограма цегляного будинку

1.5.3 Сучасні теплоізоляційні матеріали для огорожувальних конструкцій будинків та їх порівняльні характеристики

До зовнішніх огорожувальних конструкцій висувається низка вимог:

- високий рівень теплозахисту в холодний період року,
- високий рівень теплостійкості в теплий і холодний періоди,
- низька енергоємність матеріалів внутрішніх шарів при коливаннях теплового потоку всередині приміщень,
- висока ступінь повітронепроникності,
- низька вологоємність тощо.

Ефективність системи теплоізоляції залежить від збереження теплового балансу та балансу вологи огорожувальних конструкцій, а також від типу або економічно обґрунтованої товщини ізоляції.

Теплоізоляційні матеріали класифікують за кількома ознаками: за призначенням:

- для несучих стін і теплоізоляції, для опоряджувальних робіт, тільки для теплоізоляції;

- за видом вихідної сировини: на основі полімерів, неорганічної сировини, з природних органічних матеріалів;
- за формою виконання: у вигляді матів, плит, рулонів, засипок тощо (рисунок 1.23) [19];
- за характером обробки: фольговані, гідрофобізовані, з паперовим покриттям, металевою сіткою, пластиком, склополотном тощо;
- за стійкістю до впливу вогню: негорючі та важкогорючі;
- за щільністю: м'які, напівжорсткі, жорсткі;
- за середньою густиною (кг/м^3): марки ОЛ (особливо легкі) - 15, 25, 35, 50, 75, 100; Л (легкі) - 125, 150, 175, 200, 250, 300; Т (важкі) - 400, 450, 500, 600;
- за теплопровідністю: малотеплопровідні (коефіцієнт теплопровідності $\lambda < 0,058 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$), середньотеплопровідні ($\lambda = 0,058 \dots 0,116 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$), підвищеної теплопровідності ($\lambda = 0,116 \dots 0,17 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$).



Рисунок 1.23 – Види теплоізоляційних матеріалів

Серед теплоізоляційних матеріалів, що використовуються в сучасному будівництві для теплоізоляції огорожувальних конструкцій, найбільш поширені волокнисті матеріали, такі як скляна і кам'яна мінеральна вата, а також полімерні теплоізоляційні матеріали, такі як пінополістироли, пінопласти, пінополіуретани тощо.

Розглянемо основні теплоізоляційні матеріали, їх властивості та характеристики.

Скляна вата – це волокнистий теплоізоляційний матеріал, який виготовляється з тих же компонентів, що і скло (пісок, вапняк, сода), або з відходів скляної промисловості з додаванням певної кількості в'язучих речовин. Скловоду використовують у вигляді жорстких плит і м'яких рулонних матів (рисунок 1.24). В'язучими речовинами для скляного волокна є безпечні перероблені формальдегідні смоли.



Рисунок 1.24 – Скловата

Основні характеристики скловати:

- Коефіцієнт теплопровідності λ : 0,037-0,046 Вт/(м·К);
- Густина: 13-85 кг/м³;
- Горючість: НГ (негорючі);
- Висока хімічна стійкість;
- Високе водопоглинання.

Мінеральна вата – це волокнистий теплоізоляційний матеріал, що виготовляється у вигляді плит, матів та інших виробів (рисунок 1.5.16). Виробництво мінвати включає плавлення різних гірських порід (базальти, мергелі, сланці, суміші доломітів і вапняків з кремнеземними і глинистими породами). Найякісніший продукт отримують з габробазальтових порід. Базальтове волокно обробляється смолами формальдегідів, що забезпечує

необхідний рівень міцності. Сучасні технології дозволяють повністю видалити феноли з матеріалу на стадії виробництва.



Рисунок 1.24 – Мінеральна вата

Основні характеристики мінвати:

- Коефіцієнт теплопровідності λ : 0,038-0,045 Вт/(м·К);
- Густина: 35-160 кг/м³;
- Горючість: НГ (негорючі);
- Висока хімічна стійкість;
- Гарна паропроникність.

Спінений пінополістирол – це твердий плитний теплоізоляційний матеріал (рисунок 1.25), що виготовляється зі стиролу, полістиролу та його похідних у декілька етапів. Спочатку шляхом полімеризації стиролу отримують пористі полістирольні "кульки". До полімеризації в мономер додають 4-5% ізопентану або іншої низькокиплячої рідини, що забезпечує пороутворення. Висушені до 2% вологості гранули полістиролу піддаються попередньому спінюванню шляхом нагрівання до температури 80°C. На другому етапі гранули знову висушують, заповнюють ними прес-форму на 70% і нагрівають до 100-120°C. Ізопентан закипає, розширюючи пори. Гранули збільшуються в розмірі та з'єднуються, заповнюючи весь об'єм прес-форми, ущільнюючись і спікаючись в єдине ціле.



Рисунок 1.25 – Пінополістирол

Основні характеристики спіненого пінополістиролу:

- Коефіцієнт теплопровідності λ : 0,034-0,040 Вт/(м·К);
- Густина: 15-50 кг/м³;
- Горючість: Г2-Г4;
- Висока хімічна стійкість;
- Гарна паропроникність.

Екструдований пінополістирол (рисунок 1.26) отримують шляхом змішування гранул полістиролу при підвищеній температурі та тиску з додаванням спінюючого агента, після чого матеріал видавлюють з екструдера. Якісний екструдований пінополістирол має рівномірну, замкненопористу структуру з діаметром порожнин 0,1-0,2 мм.



Рисунок 1.26 – Екструдований пінополістирол

Основні характеристики екструдованого пінополістиролу:

- Коефіцієнт теплопровідності λ : 0,028 Вт/(м·К);
- Густина: 30-40 кг/м³;
- Горючість: Г1-Г2;
- Висока міцність на стиск (при 10% лінійній деформації - 0,3-0,5 МПа);
- Висока морозостійкість (діапазон робочих температур від -50 до +75°C);
- Низька паропроникність: 0,06 мг/(м·год·Па);
- Екологічність.

Пінополіуретан – це неплавка термореактивна теплоізоляційна пластмаса з ніздрюватою структурою(рисунок 1.27). При змішуванні двох рідких компонентів (полієфір поліол і поліізоціанат) негайно починається реакція з утворенням піни. Пінополіуретан або напілюють на об'єкт утеплення, або заливають у форми для виготовлення жорстких панелей. Технологія нанесення напілюваного пінополіуретану передбачає використання насоса або змішування компонентів безпосередньо на поверхнях, які утеплюються. Адгезійні властивості напілюваного пінополіуретану дозволяють наносити

його на майже будь-які поверхні. Рівномірне нанесення забезпечує відсутність стиків і щілин між ділянками покриття, що підвищує теплоізоляційні властивості матеріалу, оскільки шар суцільного покриття не має "точок холоду", які спричиняють промерзання конструкції.



Рисунок 1.27 – Пінополіуретан

Основні характеристики пінополіуретану:

- Коефіцієнт теплопровідності λ : 0,03-0,04 Вт/(м·К);
- Густина: 40-80 кг/м³;
- Горючість: Г2-Г4;
- Висока хімічна та біологічна стійкість;
- Під впливом сонячних променів втрачає експлуатаційні якості.

Переваги полімерних теплоізоляційних матеріалів порівняно зі скловатними і мінераловатними матеріалами включають нижчі показники густини і теплопровідності, що забезпечує кращі тепло- і звукоізолюючі властивості, а також вищу міцність, менше водопоглинання і більшу морозостійкість. Мінімальна товщина шару полімерних теплоізоляційних матеріалів становить від 10 до 12 см, тоді як для скловатних і мінераловатних матеріалів вона має бути 15 см і більше, що збільшує їхню витрату. Недоліками

полімерних матеріалів є низька максимальна робоча температура, горючість, виділення токсичних речовин при горінні, і нестійкість до деяких шкідливих зовнішніх чинників. За показниками довговічності перевагу мають мінераловатні теплоізоляційні матеріали на основі екструдованого пінополістиролу і пінополіуретану[19].

На підставі узагальненого аналізу наведених даних були визначені переваги і недоліки найбільш поширених теплоізоляційних матеріалів (таблиця 1.1).

Таблиця 1.1 – Порівняльні характеристики теплоізоляційних матеріалів

Тип матеріалу	Пінополістирол	Скловата	Пінополіуретан	Мінеральна вата
Теплопровідність	0.03 - 0.04 Вт/(м·К)	0.030 - 0.045 Вт/(м·К)	0.022 - 0.028 Вт/(м·К)	0.035 - 0.045 Вт/(м·К)
Щільність	10 - 35 кг/м³	15 - 80 кг/м³	30 - 60 кг/м³	30 - 200 кг/м³
Водопоглинання	< 2% (за об'ємом)	< 1% (за об'ємом)	< 1% (за об'ємом)	< 1.5% (за об'ємом)
Межа міцності на стиск	70 - 250 кПа	15 - 30 кПа	150 - 300 кПа	20 - 100 кПа
Паропроникність	0.015 - 0.03 мг/(м·год·Па)	0.3 - 0.6 мг/(м·год·Па)	0.01 - 0.02 мг/(м·год·Па)	0.3 - 0.5 мг/(м·год·Па)
Температурний діапазон	-50°C до +75°C	-60°C до +200°C	-150°C до +120°C	-180°C до +700°C
Клас горючості	Г1 (слабогорючий)	НГ (негорючий)	Г2 (середньогорючий)	НГ (негорючий)
Ціна (за м², товщина 50 мм)	Від 100 до 150 грн (залежить від виробника)	Від 80 до 120 грн (залежить від виробника)	Від 150 до 200 грн (залежить від виробника)	Від 120 до 180 грн (залежить від виробника)
Екологічність	Не містить шкідливих речовин	Містить шкідливі речовини в складі скловолокна	Містить шкідливі речовини в складі поліуретану	Не містить шкідливих речовин
Термін експлуатації	Понад 50 років	Понад 50 років	Понад 50 років	Понад 50 років
Коефіцієнт лінійного розширення	$5-7 \times 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$	$5-9 \times 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$	$6-8 \times 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$	$4-6 \times 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$

Таблиця дозволяє оцінити характеристики різних теплоізоляційних матеріалів, їх переваги та недоліки, визначити пріоритети, а після вибору типу утеплювача уточнити його конкретні характеристики.

Обрання пінополістиролу для данної дипломної роботи обумовлено кількома важливими факторами, які роблять цей матеріал оптимальним вибором для дослідження енергозберігаючих технологій у житлових приміщеннях:

- ефективність: Висока теплоізоляційна здатність пінополістиролу дозволяє значно зменшити теплові втрати, підвищуючи енергоефективність будівлі.
- доступність: Матеріал доступний за ціною та легко монтується, що робить його вигідним рішенням з точки зору економії коштів та часу.
- надійність: Довговічність і стійкість до вологи забезпечують надійний захист будівлі протягом тривалого часу.
- екологічність: Використання безпечних матеріалів є важливим аспектом у сучасному будівництві, орієнтованому на здоров'я мешканців та захист навколишнього середовища.

Вибір пінополістиролу обґрунтовано його чудовими теплоізоляційними властивостями, економічністю, простотою в роботі та довговічністю, що робить його ідеальним матеріалом для дослідження енергозберігаючих технологій у житлових приміщеннях.

Теплоізоляційний шар залежно від типу та густини теплоізоляційних виробів може бути виконаний:

- одношаровим — на основі теплоізоляційних виробів одного типу та густини;
- багатошаровим — з використанням двох або більше теплоізоляційних виробів різної густини та/або типу;
- комбінованим — на основі багатошарових теплоізоляційних виробів одного типу, виконаних із шарів різної густини, з'єднаних за рахунок хімічної або фізичної адгезії.

При виборі теплоізоляційного матеріалу основними є наступні фізико-технічні показники:

- гранична температура застосування;
- вологість;
- водопоглинання;
- морозостійкість;
- паропроникність;
- група горючості;
- міцність на стиск/границя міцності при стиску;
- стисливість;
- границя міцності при зсуві;
- границя міцності при розтягу у напрямку, перпендикулярному до поверхні;
- густина;
- правильність геометричної форми.

Додатково до перерахованих показників враховуються:

- розрахункова теплопровідність;
- термін ефективної експлуатації.

При виборі ефективного теплоізоляційного матеріалу необхідно аналізувати комплекс характеристик, серед яких основні:

- кількісні показники фізичних і фізико-механічних властивостей, ціни та довговічності;
- якісні показники енергоефективності та екологічності.

Останнім часом особлива увага приділяється енергоефективності та екологічності теплоізоляційних матеріалів. Енергоефективність означає здатність матеріалу значно знизити тепловтрати у приміщенні, що ізолюється. Для цього матеріал має мати низьку теплопровідність, здатність акумулювати тепло та потребувати мінімальних витрат енергії на його виробництво і транспортування. Екологічність теплоізоляційних матеріалів визначається їхньою здатністю завдавати мінімальну шкоду довкіллю та здоров'ю людини.

2 ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА

2.1 Постановка задачі

Розробити математичну модель теплообміну в кімнаті з батареєю, бетонною стіною та шаром теплоізоляції. Провести серію чисельних експериментів для визначення втрат тепла спочатку без шару теплоізоляції, а потім із різними товщинами шару теплоізоляції. Дослідження провести за допомогою чисельного моделювання в програмному комплексі COMSOL. Проведення чисельного моделювання в COMSOL Multiphysics дозволить визначити ефективність різних шарів теплоізоляції в кімнаті. На основі отриманих результатів можна буде вибрати оптимальну товщину теплоізоляційного шару для мінімізації втрат тепла та покращення енергоефективності. Це допоможе у проектуванні енергоефективних будівель та зниженні витрат на опалення.

У цьому дослідженні ми розглядаємо задачу аналізу втрат тепла в кімнаті, що опалюється, з використанням батареї та бетонною стіною з додаванням шару теплоізоляції різної товщини. Завдання полягає у моделюванні та чисельному аналізі теплових втрат за відсутності теплоізоляції, а також за наявності теплоізоляційного шару різної товщини. Метою є визначення ефективності різних ізоляційних матеріалів та оптимальної товщини ізоляції для мінімізації теплових втрат.

2.2 Геометричні параметри моделі

Для розрахунку втрат тепла зазвичай застосовують прості одновимірні моделі теплопровідності для багатошарової стінки або прості балансові моделі.

В таких моделях передбачається використання середніх значень температури в приміщенні та одновимірний розподіл температури в багат шаровій стіні. У тривимірній постановці є робота Гоха і Шійндела, але вона не враховує шар ізоляції.

Для розрахунку тривимірних моделей необхідно застосовувати чисельні методи, відповідне програмне забезпечення та потужну обчислювальну техніку. В цій роботі розглядається тривимірна модель кімнати з батареєю опалення та зовнішньою стіною з шаром теплоізоляції. Математична модель включає систему диференціальних рівнянь конвективного теплопереносу для повітряних мас у приміщенні та рівняння теплопровідності для стіни, шару теплоізоляції та склопакету. Вхідними параметрами моделі є геометрія та теплофізичні характеристики стіни, вікна та ізоляції, геометрія кімнати, температура батареї опалення та зовнішня температура. Задача розглядається у спряженій мультифізичній постановці.

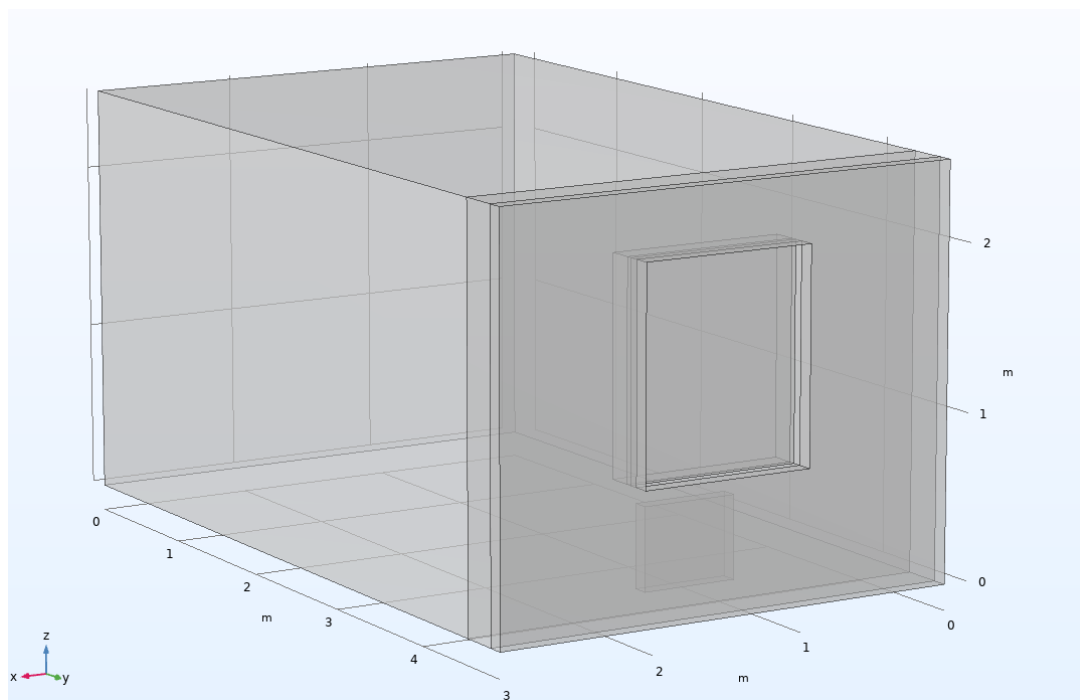


Рисунок 2.1 – Геометрія моделі

Розглянута система складається з наступних компонентів:

Кімната:

- Прямокутна кімната з розмірами 4.5 м x 3 м x 2.5 м.
- В кімнаті присутнє одне вікно, яке впливає на теплові втрати.

Бетонна стіна:

- Товщина бетонної стіни 0.25 м.
- Властивості бетону, такі як теплопровідність, теплоємність і густина, беруться з матеріальної бібліотеки COMSOL.

Батарея:

- Розташована на одній зі стін кімнати, батарея забезпечує постійне джерело тепла.
- Температура поверхні батареї вважається постійною (40,50,60°C).

Теплоізоляційний шар:

- Шар теплоізоляції розташований зовні бетонної стіни.
- Товщина теплоізоляції варіюється від 0 до 0.15 м.
- Матеріал ізоляції вспінений полістирол, має задані теплопровідність, теплоємність та густину.

2.3 Математична модель

Зважаючи на нелінійний характер рівнянь математичної моделі та взаємозв'язаність рівнянь, задача не має аналітичних розв'язків і допускає тільки чисельний розв'язок. Чисельна реалізація моделі здійснювалась методом скінченних елементів за допомогою програмного комплексу COMSOL Multiphysics. Була використана модель Heat Transfer in Solids and Fluids. Теплофізичні параметри брались із вбудованої в програмний комплекс бібліотеки матеріалів. На поверхнях стін, що межують із сусідніми кімнатами, встановлювались граничні умови теплоізоляції. На зовнішній стіні застосовувались умови конвективного теплообміну. Розглядалась стаціонарна

постановка задачі, ітераційний процес продовжувався до повної стабілізації розрахункових величин.

$$\begin{cases} (\nabla \cdot \vec{v}) = 0 \\ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \Delta \vec{v} - \beta \Delta T \cdot \vec{g} \\ \frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla T) = \alpha \Delta T \end{cases} \quad (2.1)$$

де $\vec{v}$ - швидкість течії, (м/с);

ΔT - відхилення температури, (°C або K);

β - коефіцієнт об'ємного теплового розширення, (1/K);

p - тиск, (Па);

α - коефіцієнт температуропровідності, (м²/с);

$\vec{g}$ - прискорення вільного падіння, (м/с²);

ν - кінематична в'язкість, (м²/с).

1. Рівняння неперервності яке виражає щільність потоку:

$$(\nabla \cdot \vec{v}) = 0 \quad (2.2)$$

2. Рівняння Нав'є-Стокса що описує рух повітряної маси:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \Delta \vec{v} - \beta \Delta T \cdot \vec{g} \quad (2.3)$$

3. Рівняння яке описує перенос тепла за рахунок повітря

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla T) = a \Delta T \quad (2.4)$$

В розгорнутому вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\ \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \beta \Delta T \cdot \vec{g} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \\ \rho C_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \left(u \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + w \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \end{array} \right. \quad (2.5)$$

Для бетонної стіни та шару теплоізоляції:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (2.6)$$

2.4 Граничні умови

Граничні умови 3-го роду на зовнішній поверхні стіни та вікна.
Внутрішні стіни теплоізовані.

Для вертикальних площин:

$$\begin{aligned}
 & -\mathbf{n} \cdot \mathbf{q} = q_0 \\
 & q_0 = h(T_{\text{ext}} - T) \\
 & h = \begin{cases} \frac{k}{L} \left(0.68 + \frac{0.67 \text{Ra}_L^{1/4}}{\left(1 + \left(\frac{0.492k}{\mu C_p} \right)^{9/16} \right)^{4/9}} \right) & \text{if } \text{Ra}_L \leq 10^9 \\ \frac{k}{L} \left(0.825 + \frac{0.387 \text{Ra}_L^{1/6}}{\left(1 + \left(\frac{0.492k}{\mu C_p} \right)^{9/16} \right)^{8/27}} \right)^2 & \text{if } \text{Ra}_L > 10^9 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

де Q_0 – потік тепла, Вт;

h – коефіцієнт пропорційності;

T_{ext} – зовнішня температура (-20°C);

T – температура на стіні потічна ($293,15 \text{ K}$ ($19,85^\circ\text{C}$)).

Для горизонтальних площин:

$$\begin{aligned}
 & -\mathbf{n} \cdot \mathbf{q} = q_0 \\
 & q_0 = h(T_{\text{ext}} - T) \\
 & h = \begin{cases} \frac{k}{L} 0.54 \text{Ra}_L^{1/4} & \text{if } T \leq T_{\text{ext}} \text{ and } 10^4 \leq \text{Ra}_L \leq 10^7 \\ \frac{k}{L} 0.15 \text{Ra}_L^{1/3} & \text{if } T \leq T_{\text{ext}} \text{ and } 10^7 \leq \text{Ra}_L \leq 10^{11} \\ \frac{k}{L} 0.27 \text{Ra}_L^{1/4} & \text{if } T > T_{\text{ext}} \text{ and } 10^5 \leq \text{Ra}_L \leq 10^{10} \end{cases}
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

$$\text{Ra} = \frac{gL^3 \beta \Delta T}{\nu \cdot \alpha} = \text{Gr} \cdot \text{Pr}, \tag{2.9}$$

де Ra – число Релея;

β – коефіцієнт температурного розширення, $1/^\circ\text{C}$;

ΔT – Різниця $T - T_0$;

ν – коефіцієнт вязкості, m^2/s ;

α – коефіцієнт теплопровідності, $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$.

Граничні умови для стін кімнати:

- На внутрішніх поверхнях кімнати – умови прилипання: $u, v, w = 0$ (на поверхнях стін руху повітря немає);
- Внутрішні стіни теплоізовані: $\frac{dt}{dn} = 0$;
- Зовнішні поверхні бетонної стіни (з ізоляцією та без) піддаються зовнішній температурі, яка задана, а саме -20°C .

Граничні умови для батареї:

- Температура поверхні батареї вважається постійною (40°C , 60°C);
- Передача тепла від батареї до повітря моделюється за допомогою конвективних коефіцієнтів теплопередачі.

Граничні умови для вікон:

- Вікна вважаються зонами значних теплових втрат і моделюються з урахуванням їх теплопровідності та конвективних втрат.

2.5 Тріангуляція

Тріангуляція в контексті чисельного моделювання в COMSOL Multiphysics відіграє важливу роль у забезпеченні точності та ефективності обчислень. Тріангуляція, як процес розбиття геометрії на малі піделементи,

дозволяє ефективно використовувати метод скінченних елементів для вирішення різних фізичних задач.

Тріангуляція є процесом розбиття геометрії на елементи, які можуть бути простіше оброблені обчислювальною програмою. У тривимірному просторі для тріангуляції найчастіше використовують тетраедри, які є простими геометричними формами з чотирма гранями.

У COMSOL Multiphysics доступні два керовані режими – автоматичний, який орієнтований на фізичні особливості та геометрію задачі, та ручний, у якому користувач може самостійно визначати області зі значними градієнтами, пограничні шари тощо. Ручний режим забезпечує більш надійні результати, дозволяє зекономити ресурси комп'ютеру та час, але вимагає від користувача глибокого знання фізики процесу та певного досвіду в розрахунках.

На рисунку 2.2 показано приклад тріангуляції зі стандартними параметрами. Автоматичний режим тріангуляції має такі градації: extremely fine, extra fine, finer, fine, normal, coarser, coarse, extra coarse, extremely coarse. Використання верхніх рівнів деталізації дає більш точні результати, але такі режими потребують потужної обчислювальної техніки та значного часу для обчислень. Тріангуляція є критично важливим етапом у процесі моделювання, який значно впливає на точність та ефективність чисельних розрахунків. Вибір режиму тріангуляції та типу елементів залежить від специфіки задачі, вимог до точності та доступних обчислювальних ресурсів. Розуміння цих аспектів дозволяє оптимально налаштувати модель для досягнення найкращих результатів.

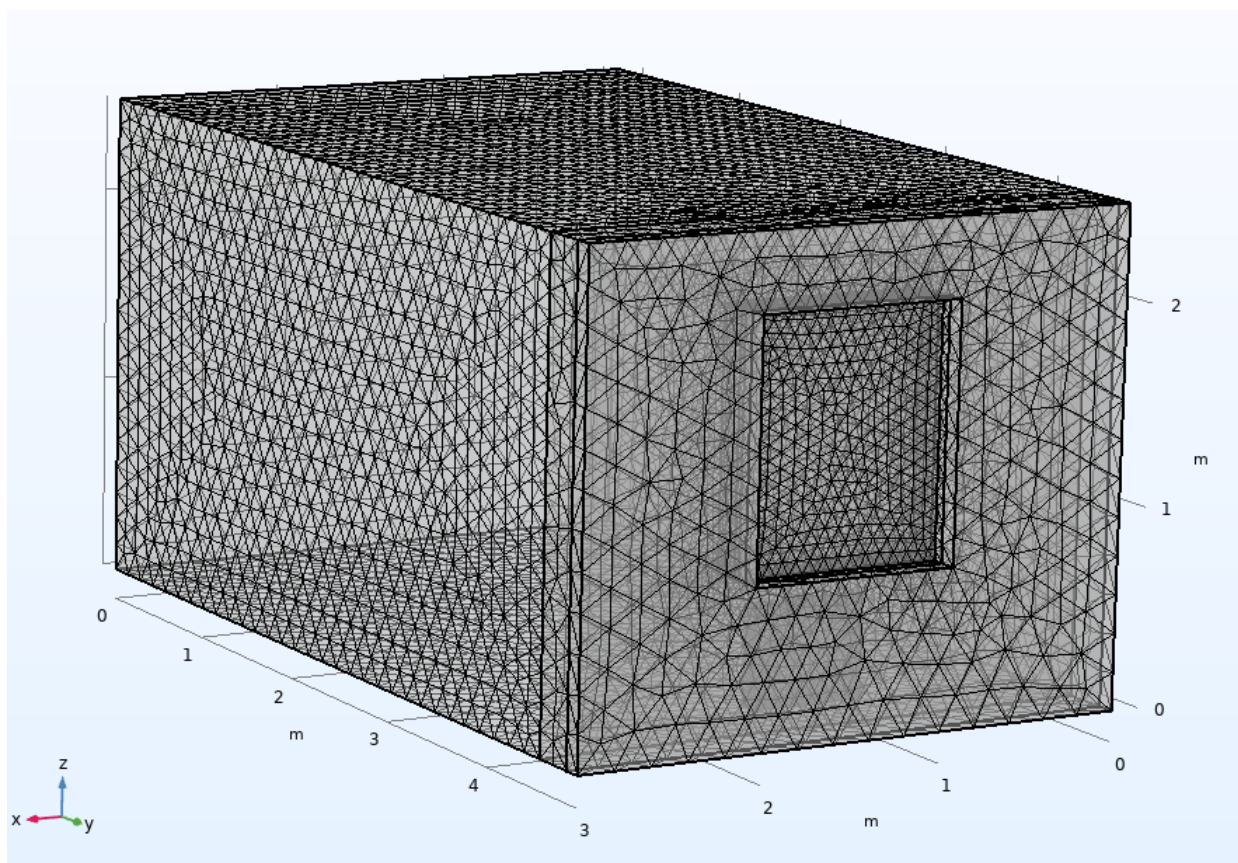


Рисунок 2.2 – Тріангуляція в режимі Normal

2.6 Властивості матеріалів

У програмному комплексі COMSOL Multiphysics представлено широкий вибір інструментів для моделювання та аналізу різних фізичних явищ, включаючи теплообмін, механіку рідин, механіку твердого тіла та інші. Однією з переваг використання COMSOL є наявність великої бібліотеки матеріалів, яка містить детальні теплофізичні та механічні характеристики для широкого спектру матеріалів. Це значно спрощує процес моделювання, оскільки користувачам не потрібно вручну вводити ці дані.

Дана програма автоматично враховує властивості вибраних матеріалів при проведенні розрахунків, забезпечуючи високу точність результатів. Крім того, COMSOL дозволяє легко модифікувати та налаштовувати моделі,

адаптуючи їх до специфічних вимог дослідження. Завдяки цьому комплекс стає потужним інструментом для проведення складних багатофізичних аналізів, включаючи моделювання теплообміну в багат шарових структурах і системах. Теплофізичні характеристики (теплопровідність, щільність, динамічна в'язкість) повітря визначаються COMSOL залежно від локальної температури.

Бетон							
Щільність	rho						2300[kg/m^3]
Теплопровідність	k_iso ; k_ii = k_iso, k_ij = 0						1.8[W/(m*K)]
Теплоємність при постійному тиску	Cp						880[J/(kg*K)]
Коефіцієнт теплового розширення	alpha_iso ; alpha_ii = alpha_iso, alpha_ij = 0						10e-6[1/K]
Модуль Юнга	E						25e9[Pa]
Коефіцієнт Пуассона	nu						0.20

Рисунок 2.3 – Властивості бетону

Під час проектування був використаний саме вспінений полістирол, тому що він є популярним вибором для теплоізоляції завдяки своїм високим теплоізоляційним властивостям, низькій вазі та довговічності. Він широко використовується у будівництві для утеплення стін, покрівель, підлог та фундаментів, не піддається гниттю, стійкий до грибків та мікроорганізмів, стійкий до більшості хімічних речовин, за винятком органічних розчинників, легко ріжеться і монтується, має малу вагу.

Властивості пінополістиролу:

- Теплопровідність: 0.03 - 0.04 Вт/(м·К)
- Щільність: 10 - 35 кг/м³
- Водопоглинання: < 2% (за об'ємом)
- Межа міцності на стиск: 70 - 250 кПа
- Паропроникність: 0.015 - 0.03 мг/(м·год·Па)
- Температурний діапазон: -50°C до +75°C
- Клас горючості: Г1 (слабогорючий)

- Ціна (за м², товщина 50 мм): Від 100 до 150 грн (залежить від виробника)
- Екологічність: Не містить шкідливих речовин
- Термін експлуатації: Понад 50 років
- Коефіцієнт лінійного розширення: $5-7 \times 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}$

2.7 Інтерпретація та аналіз отриманих результатів

Після виконання розрахунків у програмному комплексі COMSOL Multiphysics для визначення теплових втрат при різній товщині теплоізоляції (0,03 м, 0,06 м, 0,08 м, 0,10 м, 0,12 м, 0,15 м) при різних температурах батареї (40°C, 60°C), можна побачити розподіл температури та конвективні потоки які візуалізують рух повітря у кімнаті коли температура вийшла на плато. Перепади температур відбуваються саме в ізоляції.

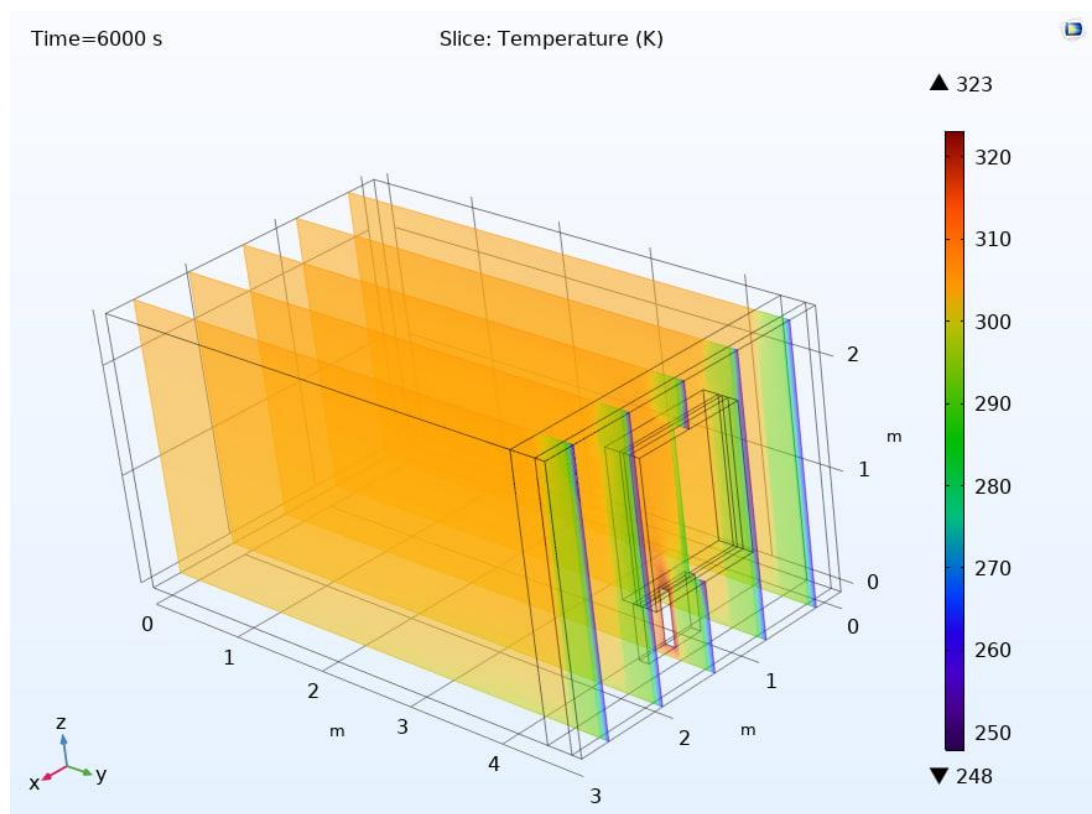


Рисунок 2.4 – Розподіл температури в кімнаті

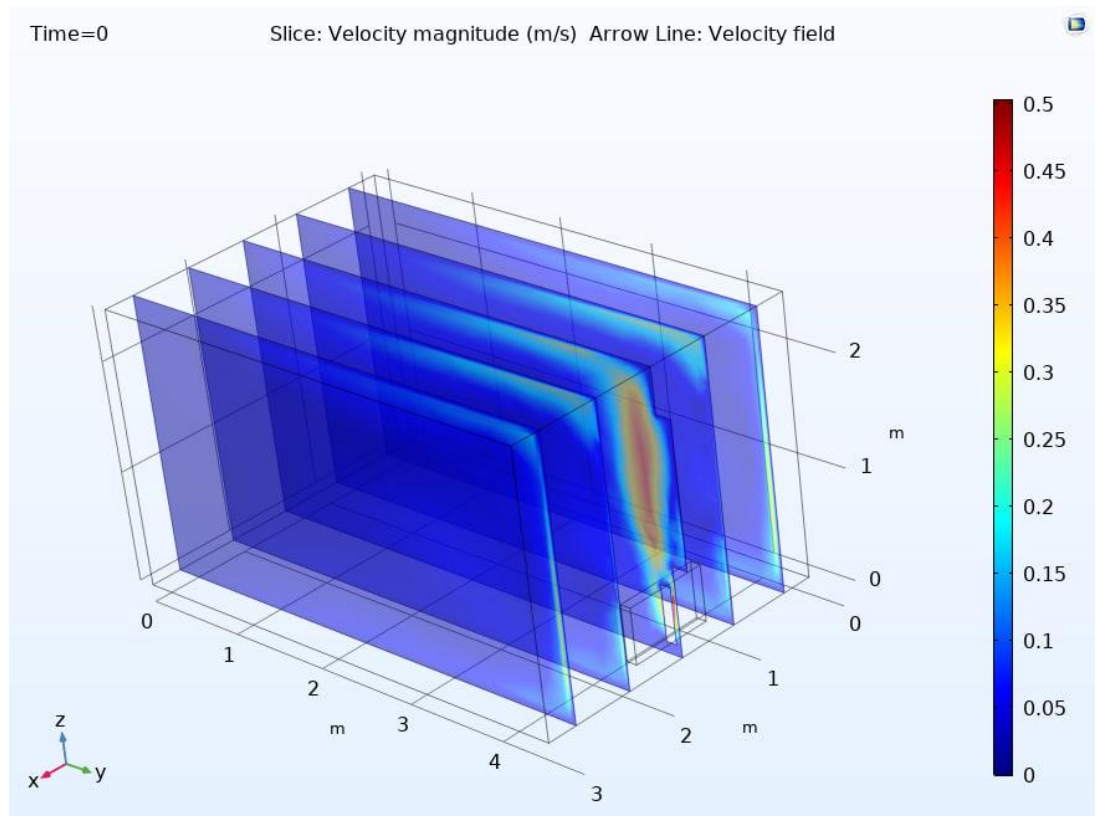


Рисунок 2.5 – Розподіл швидкостей конвективних потоків

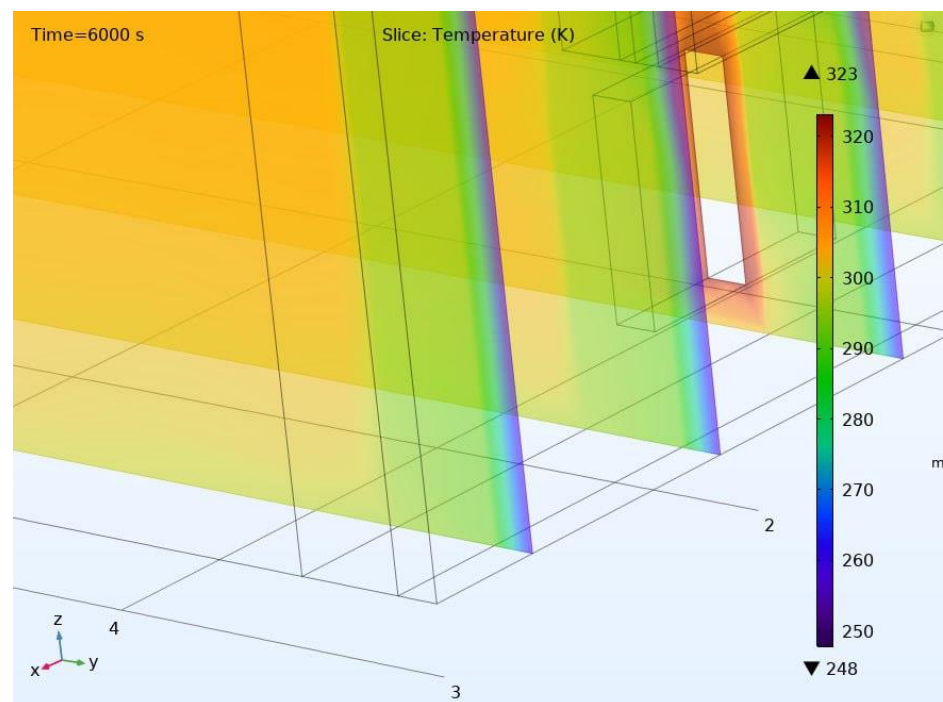


Рисунок 2.6 – Перепад температури в ізоляції

Також можемо бачити лінії току повітря. Для кожного випадку визначено загальний тепловий потік через зовнішню стіну, який виражає втрати тепла. Також було проведено тест без ізоляції, який показав тепловий потік у 973 Вт та зниження температури на 4°C .

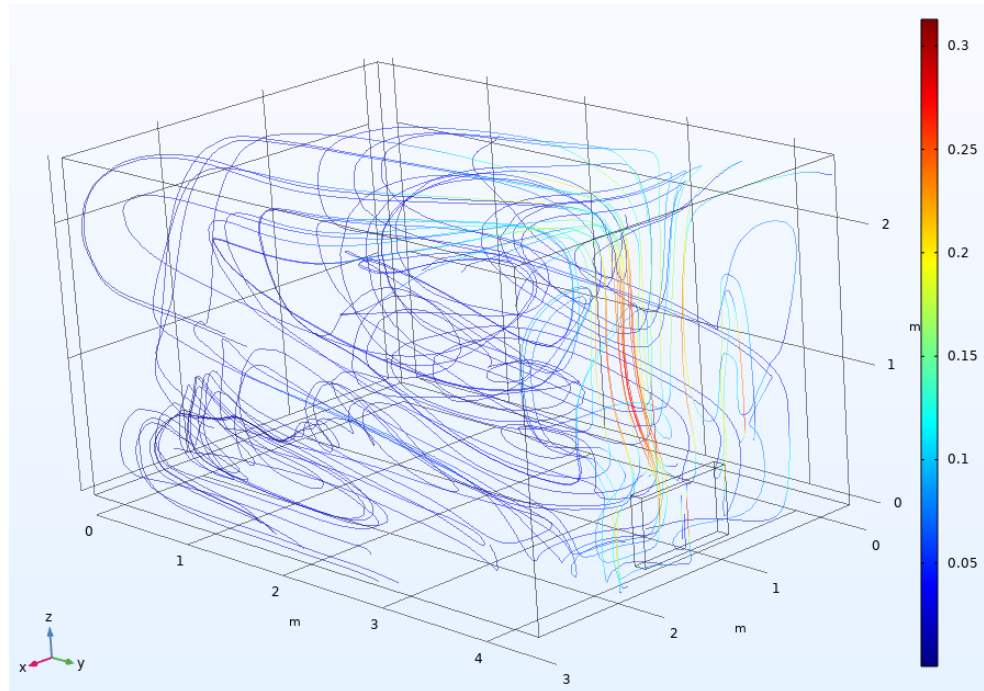


Рисунок 2.7 – Лінії току повітря

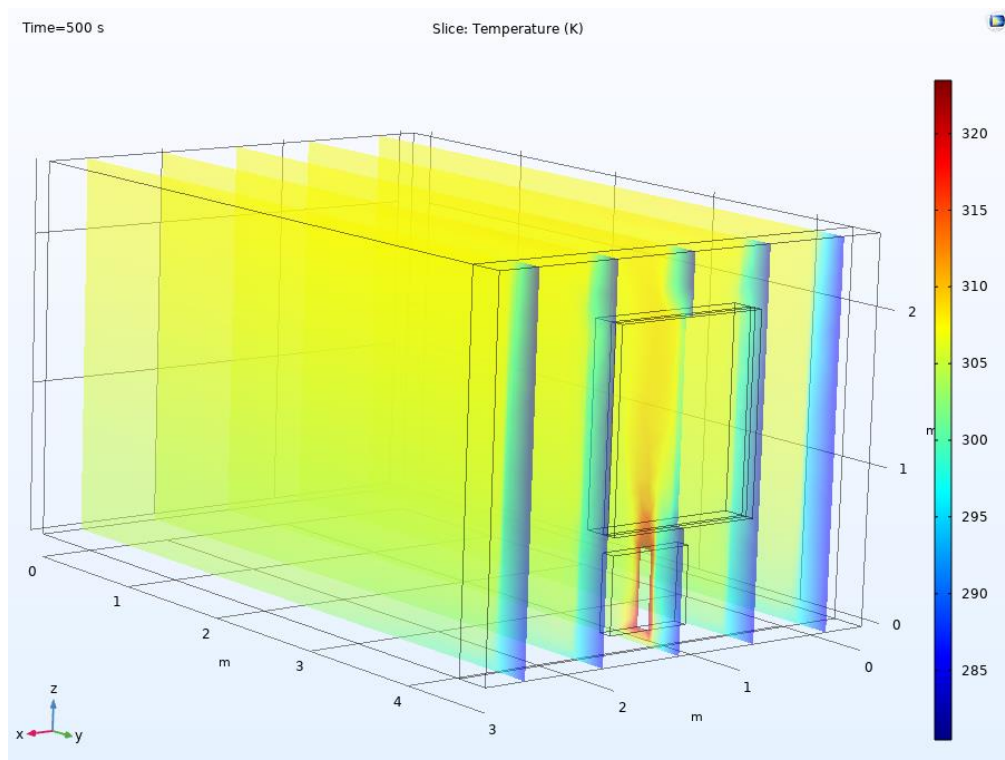


Рисунок 2.8 – Розподіл температури у кімнаті без ізоляції

На основі розрахунків було побудовано графіки залежності теплових втрат (Normal total heat flux) від товщини теплоізоляції при різних температурах.

Таблиця 2.1 – Залежності теплових втрат від товщини ізоляції

Товщина ізоляції(м)	t = 40°C	t = 60°C
	Тепловий потік(Вт)	
0	979,41	991,32
0,03	545,44	567,87
0,06	436,83	471,21
0,08	401,21	438,84
0,1	385,42	424,62
0,12	373,83	413,48
0,15	362,79	403,35

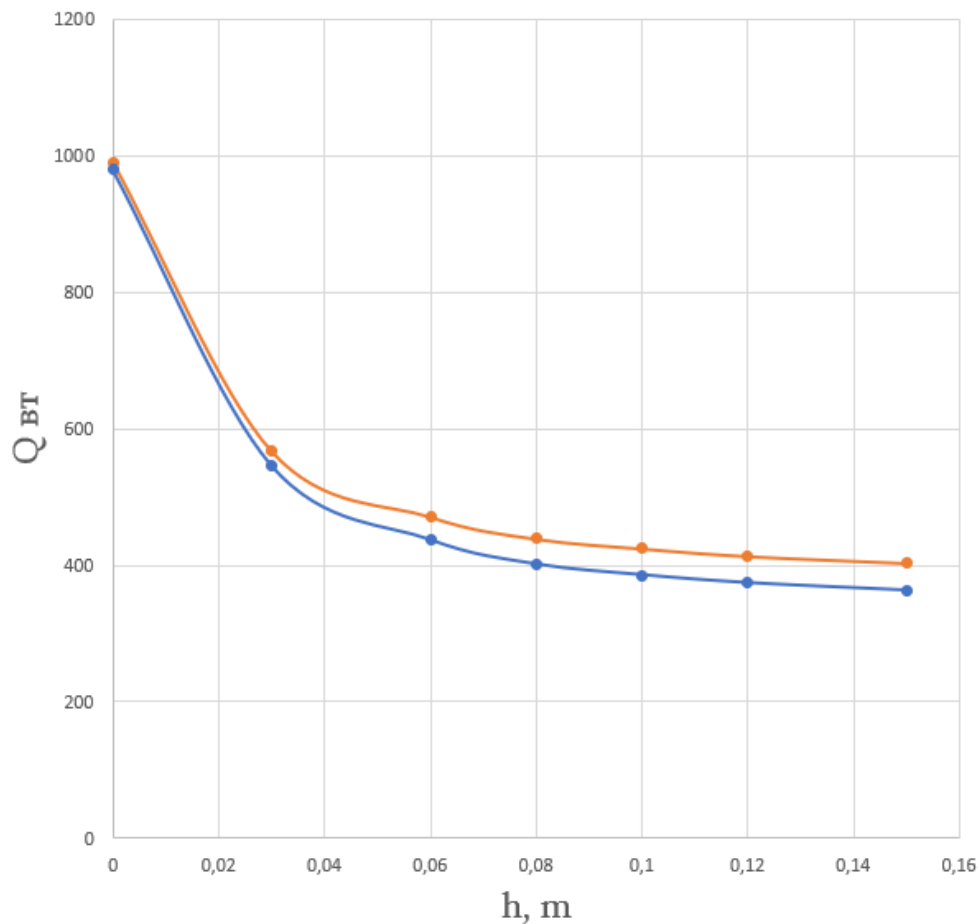


Рисунок 2.9 – Графіки залежності теплових втрат від товщини ізоляції

З графіків видно, що зменшення теплових втрат є значним при збільшенні товщини ізоляції від 0,03 м до 0,10 м. Подальше збільшення товщини до 0,15 м не дає суттєвого зниження теплових втрат, тому що втрати тепла відбуваються в основному вже через вікно, але значно збільшує витрати на матеріали та монтаж. З результатів тесту без ізоляції, де тепловий потік склав 973 Вт, видно, що наявність теплоізоляції значно знижує втрати тепла.

Також можемо бачити графіки збіжності ітераційного процесу, вони потрібні для оцінки точності рівняння теплопровідності та конвекції. Перший графік рівняння для конвективних потоків, другий – теплопровідність в стіні і в шарі ізоляції, варіант коли використовували квазістаціонарний підхід. Були використані різні варіанти обрахунків для того щоб забезпечити збіжність, а саме була зафіксована температура, і потім за один крок дивимось який потік сформується, далі обраховується температура на новому кроці враховуючи

потік на попередньому кроці який був сформований, потім знову і корегуємо структуру конвективних потоків.

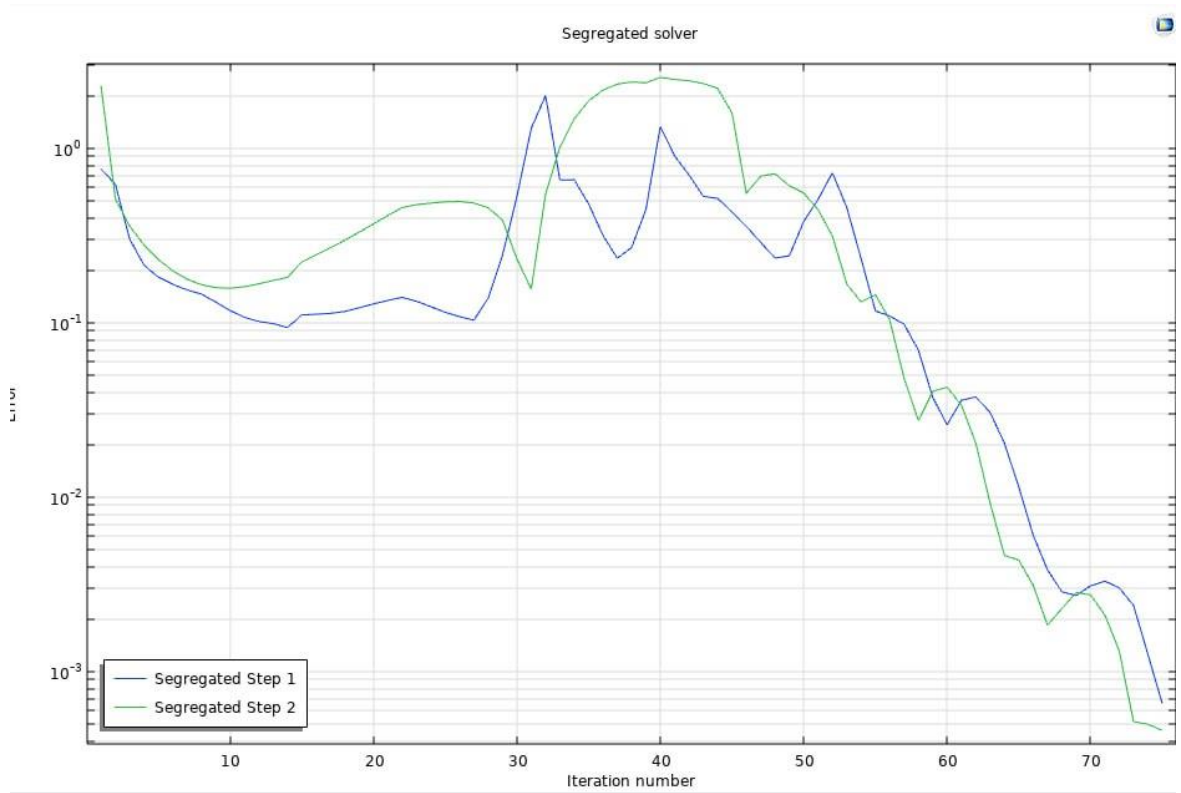


Рисунок 2.10 – Графіки збіжності ітераційного процесу

Також слід зауважити, що теплоізоляція зовнішніх стін може мати негативні наслідки, якщо ізоляційні панелі встановлюються частково. При наявності шару ізоляції найбільші градієнти температури спостерігаються саме в ньому, тоді як у бетонній стіні вони помірні. У разі відсутності ізоляції значні градієнти температури спостерігаються в бетонній стіні.

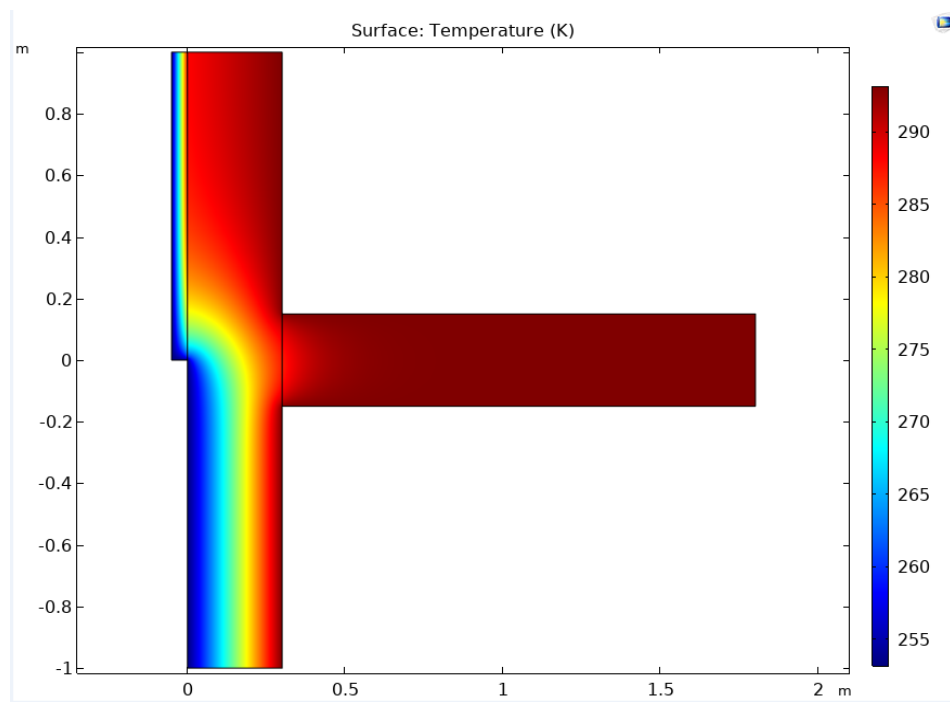


Рисунок 2.10 – Розподіл температури на границі теплоізолюваної і неізолюваної стіни

На рисунках 2.11, 2.12 показані температурні профілі в перерізах стіни з ізоляцією та без неї. Як видно, у випадку ізолюваної стіни на значній відстані від межі ізоляції температурні профілі мають майже лінійний характер як у шарі ізоляції, так і в бетонній стіні. Максимальний температурний градієнт спостерігається саме в ізоляції. При наближенні до межі ізоляції температурні профілі втрачають лінійний характер. Аналогічні закономірності спостерігаються для неізолюваної стіни, але в цьому випадку великі температурні градієнти спостерігаються в бетоні(рисунки 2.13, 2.14).

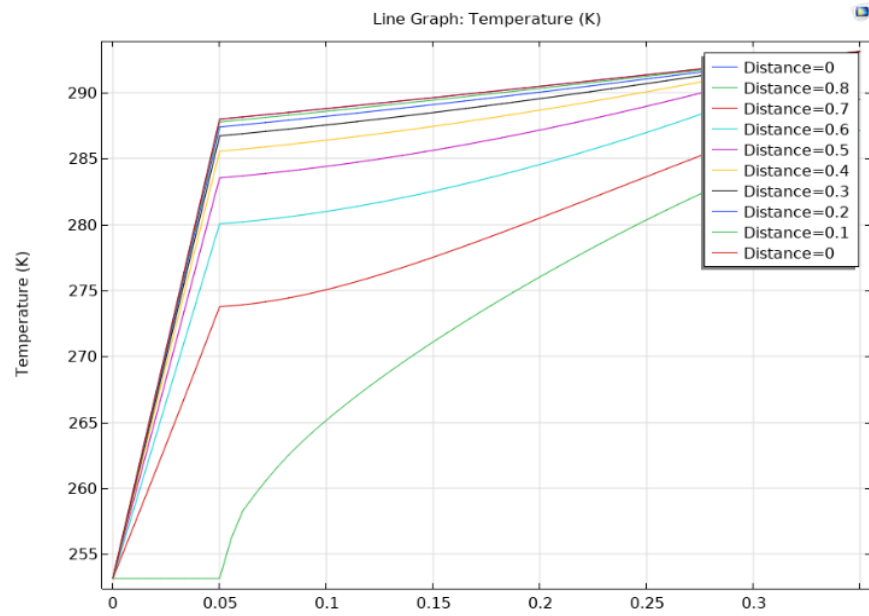


Рисунок 2.11 – Температурні профілі в перерізах стіни з ізоляцією

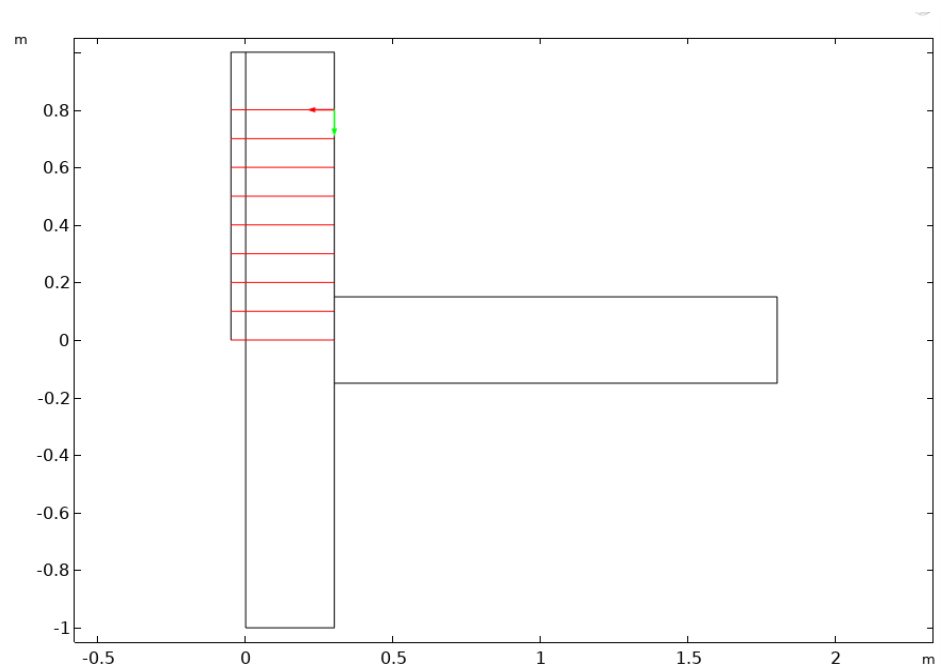


Рисунок 2.12 – Перерізи, в яких визначається температура

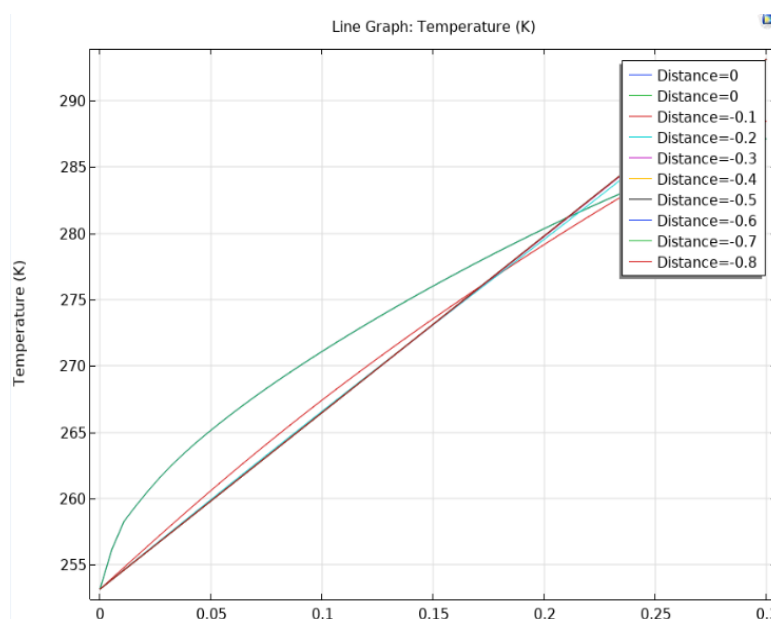


Рисунок 2.13 – Температурні профілі в перерізах стіни без ізоляції

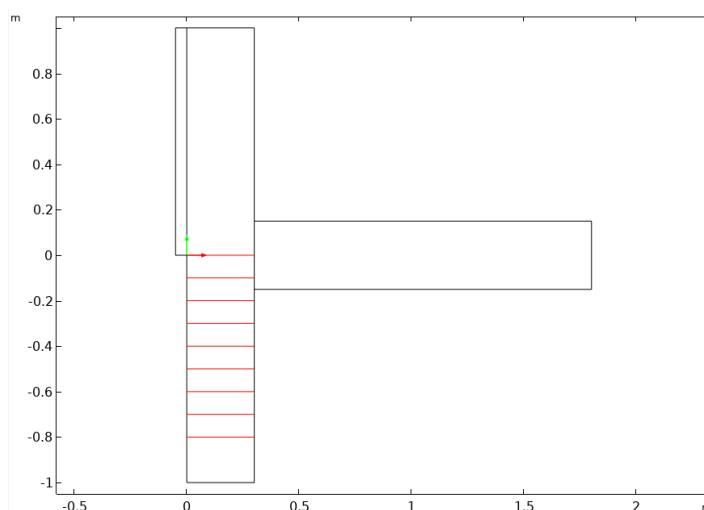


Рисунок 2.14 – Перерізи, в яких визначається температура

На межі ізолюваної та неізолюваної стіни виникають несприятливі ефекти температурного розширення і внутрішніх напружень у бетонних конструкціях. Це може призводити до утворення мікротріщин, а згодом, під впливом атмосферних факторів, до руйнувань бетонних конструкцій. Ізоляційні матеріали менш схильні до таких проблем, оскільки вони мають пластичні властивості, на відміну від бетону.

Таким чином, часткова теплоізоляція багатоквартирних будинків, яка часто зустрічається у містах, є не найкращим рішенням. Бажано виконувати теплоізоляцію всієї зовнішньої поверхні будинків одночасно.

ВИСНОВКИ

У цій дипломній роботі була створена тривимірна математична модель житлового приміщення з шаром теплоізоляції на зовнішній поверхні. Для оцінки ефективності теплоізоляції проведені чисельні експерименти для різних геометричних та теплофізичних вхідних параметрів. Отримані результати дозволяють зробити наступні висновки:

Отримана візуалізація складної структури конвективних потоків у приміщенні та неоднорідний розподіл температур. Це дозволяє детально розглянути поведінку повітряних мас і оцінити ефективність теплопередачі в різних частинах приміщення. Отримані залежності втрат тепла від товщини ізоляції та потужності батареї опалення дозволяють надавати конкретні рекомендації щодо оптимальної товщини ізоляції для різних умов експлуатації. Для вхідних даних задачі, яка розглядалась в роботі, показано, що використання ізоляції товщиною більше ніж 10 см не виправдано, оскільки приріст енергозбереження в цьому випадку неспіврозмірний з затратами на матеріали та монтаж конструкцій ізоляції. Додатковий приріст енергозбереження можна отримати за рахунок підвищення теплоізоляційних властивостей склопакетів.

Розроблена модель легко адаптується до змін у геометрії приміщення, розмірів бетонних конструкцій, товщини і матеріалу ізоляції, потужності і місця розташування батареї опалення, зовнішніх кліматичних умов. Це дає можливість без проведення коштовних натурних експериментів прогнозувати та оцінювати теплосберігаючі характеристики приміщень. Отримані температурні профілі в бетонних конструкціях для випадку фрагментарної теплоізоляції зовнішньої стіни дозволили виявити проблемні зони, спричинені факторами теплового розширення та внутрішніх напруг. Ці зони можуть сприяти появі мікротріщин, що в подальшому може призвести до ерозії

конструкцій. Тому доцільно виконувати теплоізоляцію одночасно на всій зовнішній поверхні будинків

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Van Goch, T.A.J. (Dennis). Validation of DNS techniques for dynamic combined indoor air and constructions simulations using an experimental scale model / T.A.J. (Dennis) van Goch, A.W.M. (Jos) van Schijndel // Proceedings of the COMSOL Conference 2008. – Hannover, 2008. – P. 1–8.
2. van Goch, T.A.J. Simulation and validation of heat and airflow in an experimental scale model / T.A.J. van Goch. – BSc thesis (In Dutch), University of Technology; fac. Building and architecture, BPS, 2008. – 106 pages.
3. HAMLab [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://sts.bwk.tue.nl/hamlab/> (дата звернення: 07.06.2024).
4. Lu, W. Prediction of airflow and temperature field in a room with convective heat source / W. Lu, A.T. Howarth, A.P. Jeary // Building and Environment. – 1997. – 32(6). – pp. 541-550.
5. van. Schijndel, A.W.M. Heat, Air and Moisture Construction modeling using COMSOL with MatLab, Modeling guide version 1.0 / A.W.M. van Schijndel // Proceedings of the COMSOL Users Conference 2006. – Eindhoven, 2006.
6. van. Schijndel, A.W.M. Integrated Heat Air and Moisture Modeling and Simulation / A.W.M. van Schijndel. – Eindhoven: Bouwstenen 116, 2007. – 200 p. – ISBN: 90-6814-604-1.
7. Reducing the energy consumption of buildings by implementing insulation scenarios and using renewable energies [Електронний ресурс] / A. Shahee et. al. – 2024 – Режим доступу: <https://energyinformatics.springeropen.com/articles/10.1186/s42162-024-00311-9> (дата звернення: 07.06.2024).
8. Enhancing Building Energy Performance by Effectively Using Phase Change Material and Dynamic Insulation in Walls [Електронний ресурс] / R.A. Kishore et. al. – National Renewable Energy Laboratory, 2020. – Режим доступу: <https://www.osti.gov/biblio/1735628> (дата звернення: 03.06.2024).

9. Rawat, M. Thermal insulation materials and its energy savings aspects for building envelopes [Електронний ресурс] / M. Rawat, D. Singh, S. Singh, D. Buddhi. – 2023. – Режим доступу: <https://pubs.aip.org/aip/acp/articleabstract/2771/1/020039/2908805/Thermal-insulation-materials-and-its-energy?redirectedFrom=fulltext> (дата звернення: 07.06.2024).
10. Яніцький, А.А. Види теплообміну. Теплопровідність: текст лекцій / А.А. Яніцький – Кременчук: ХНУВС, 2023. – 9 с.
11. Соколовська, І.Є. Тепломасообмін: конспект лекцій / І.Є. Соколовська. – Кам'янське: ДДТУ, 2021. – 116 с.
12. ЗНТУ. Теплопровідність багатошарової плоскої стінки [Електронний ресурс]: навчальний посібник. – 2019 – Режим доступу: <https://studfile.net/preview/8616655/page:15/> (дата звернення: 25.05.2024).
13. Єршов, С.В. Метод кінцевих елементів: навч. посібник / С.В. Єршов. – Дніпро: ДДТУ, 2016. – 61 с.
14. Дубенець, В.Г. Основи методу скінченних елементів: навч. посібник / В.Г. Дубенець, В.В. Хільчевський, О.В. Савченко. – Чернігів: ЧДТУ, 2007. – 289 с.
15. Доля, П.Г. Основи моделювання в COMSOL Multiphysics: навч. посібник / П.Г. Доля. – Харків: ХНУ, 2019. – 167 с.
16. Жовтонога, М.М. Використання програмних продуктів COMSOL Multiphysics®, MATLAB®, SIMULINK® та SIMSCAPE™ при розв'язанні задач гідрогазодинаміки та тепломасообміну: навч. посібник / М.М. Жовтонога, А.С. Попова, В.О Перцевий. – Дніпро: ДНУЗТ, 2016. – 108 с.
17. Хоменко, О.Г. Енергосберігаючі технології в будівництві: навч. посібник: / О.Г. Хоменко. – Глухів: ГНПУ, 2019. – 118 с.
18. Утеплення фасаду за технологією ceresit (мокрый фасад) – технологія виконання робіт [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://cottage.kharkov.ua/uteplenie-fasada-po-texnologii-ceresit/> (дата звернення: 05.06.2024).

19. Теплопровідність матеріалів для будівництва [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://alta-profil.ua/ua/poleznoe/interesnoe-o-produkcii/teploprovodnost/> (дата звернення: 05.06.2024).
20. Денисенко, О.І. 3-D Моделювання ефективності систем опалення та енергозберігаючих технологій / О.І. Денисенко // Тиждень науки-2021. Факультет комп'ютерних наук і технологій. Тези доповідей науково-практичної конференції викладачів, науковців, молодих учених, аспірантів та студентів, Запоріжжя, 19– 23 квітня 2021 р. / Редкол. :В. В. Наумик (відпов. ред.) Електрон. дані. – Запоріжжя : НУ«Запорізька політехніка», 2021. – С. 173-174. ISBN 978-617-529-317-1.
21. Лавренко, І.В. Моделювання ефективності енергозберігаючих технологій / І.В. Лавренко, О.І. Денисенко // Інформаційні технології: теорія і практика. І (VII) міжнародна науковопрактична конференція здобувачів вищої освіти і молодих учених «Інформаційні технології: теорія і практика». Тези доповідей (Дніпро 20 – 22 березня 2024) / М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : Свідлер А.Л., 2024. – С.92-94.
22. Denisenko, O. Numerical simulation of convective heat transfer in glass units / O. Denisenko // Norwegian Journal of development of the International Science. – Oslo, Norway, 2024. – Vol. 133. – P. 71-75.