

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до курсового проекту

„Розрахунок ВАХ одноелектронного транзистора“

з дисципліни: „Елементи та прилади наноелектроніки”

для студентів спеціальності: 153 „Мікро- та наносистемна техніка“,
рівня: бакалавр,

освітня програма: „Мікро- та наноелектронні прилади і пристрої“
денної і заочної форм навчання

Методичні вказівки до курсового проєкту “Розрахунок ВАХ одноелектронного транзистора” з дисципліни „Елементи та прилади наноелектроніки“ для студентів спеціальності 153 „Мікро- та наносистемна техніка“ (освітня програма „Мікро- та наноелектронні прилади і пристрої“); денної й заочної форм навчання / Укл.: В. В. Погосов, А. В. Коротун – Запоріжжя: НУ ”Запорізька політехніка”.– 2022.– 29 с.

Укладачі: В. В. Погосов, проф., д-р фіз.-матем. наук,
А. В. Коротун, доц., канд. фіз.-матем. наук,

Рецензент: В. П. Курбацький, доц., канд. фіз.-матем. наук

Відповідальний за випуск: А. В. Коротун, доц., канд. фіз.-матем. наук,

Затверджено
на засіданні кафедри
мікро- та наноелектроніки

Протокол №1
від “ 30 “серпня 2022 р.

Рекомендовано до видання
НМК ФРЕТ
Протокол №1
від “ 10 “жовтня 2022р.

ЗМІСТ

1	Мета і завдання проекту	4
2	Організаційні вказівки	4
3	Методичні вказівки	5
3.1	Енергетика зарядження окремої металевої кульки . . .	7
3.2	Виготовлення одноелектронного транзистора	11
3.3	Тунельна структура до прикладення різниці потенціалів	12
3.4	Закони Кірхгофа і умови кулонівської блокади в ОЕТ	15
3.5	Основні енергетичні і кінетичні співвідношення	18
3.6	Результати вимірювань і вихідні дані	26
4	Завдання на курсовий проект + Теми рефератів	26
	Перелік посилань	29

1 МЕТА І ЗАВДАННЯ ПРОЕКТУ

Мета курсового проекту - поглиблення і розширення теоретичних знань в галузі фізики низькорозмірних структур; формування у студентів навичок орієнтування в потоці науково-технічної інформації і використання фізичних законів в своїй галузі техніки з метою застосування сучасних, найбільш ефективних методів розрахунку і засобів обчислювальної техніки; розвинення навичок користування спеціальною науковою і довідковою літературою, а також діючими стандартами. Розвиток наноелектроніки і нанотехнологій пов'язаний з успіхами багатьох наукових напрямків теоретичної і експериментальної фізики. Досвід, набутий під час роботи над курсовим проектом, може бути використаний студентом у подальшій роботі над дипломним проектом і у майбутній інженерній діяльності. В результаті виконання даного курсового проекту студент повинен знати:

- основні фізичні явища в системі малорозмірних об'єктів;
- фундаментальні закони природи;
- методи сучасної теоретичної фізики;
- методи фізичних досліджень;
- внутрішні зв'язки між окремими розділами науки;
- основні числові значення фізичних величин у природі та техніці;

та вміти:

- проводити розрахунки характеристик одноелектронних транзисторів;
- використовувати фізичні моделі для вирішення практичних задач.

2 ОРГАНІЗАЦІЙНІ ВКАЗІВКИ

Тема курсового проекту задається викладачем. На початку семестра студенту видається завдання на курсовий проект за типовою

формою, підписане викладачем. Студент може запропонувати свою тему з обґрунтуванням доцільності її розробки.

Робота над курсовим проектом повинна проводитися згідно з календарним планом. Приблизний календарний план виконання курсового проекту розробляється керівником проекту сумісно із студентом після видачі завдання на проект. У процесі виконання проекту студент повинен доповідати керівнику про поетапне виконання робіт. Записка до курсового проекту оформлюється згідно діючих ДСТУ.

3 МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Мініатюрний рефрижератор (рис. 3.1). Широкому використанню деяких типів електронних пристроїв з наноструктурами і дуже низькими робочими температурами перешкоджає відсутність

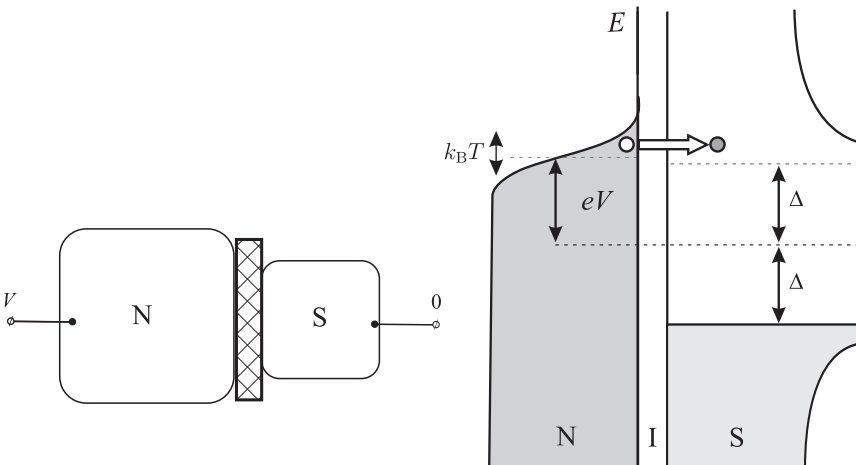


Рисунок 3.1 – Ілюстрація принципу роботи NIS-мікрорефрижератора. Пунктирна лінія – хімічний потенціал; V – напруга на контакті; Δ – ширина надпровідної щілини [1]

надійних і порівняно дешевих систем для їх охолодження. Співробітники Nat. Inst. Standards and Technology повідомили про виготовлення мікрорефрижератора, за допомогою якого вдалося остудити кубик з Ge довжиною ребра 250 мкм до $T = 220$ мК. Принцип його дії заснований на ефекті тунелювання в контакті NIS (N – нормальний метал, I – ізолятор, S – надпровідник). У надпровідника у густині електронних станів є щілина, причому в термодинамічній рівновазі рівень Фермі металу попадає в центр цієї щілини, тому тунелювання електронів через діелектричний прошарок з металу в надпровідник неможливе. При досить великій напрузі на контакті хімічний потенціал металу попадає в центр цієї щілини, і електрони можуть тунелювати у незайняті стани, розміщені вище щілини (рис. 3.1). Оскільки в надпровідник тунелюють лише електрони з енергіями, близькими до рівня Фермі (тобто найвисокоенергетичніші), сумарна енергія електронів, які залишилися, зменшується, і метал охолоджується. Це – так само, як випаровування найрозігрітіших молекул викликає охолодження в кондиціонері зі зволоженням повітря. Розроблювачі використовували чотири пари приладів з розмірами 25×15 мкм², для охолодження об'єкту – з розмірами 450×450 мкм² від температури 320 мК до 225 мК.

Комбінація He³ холодильників і пристроїв з електронним тунелюванням могла б охолоджувати об'єкти сантиметрового розміру до 100 мК і нижче. Така комбінація була б корисною для багатьох кріогенних задач, наприклад, у рентгенівських датчиках для виявлення дефектів матеріалів напівпровідникової промисловості, у детекторах фотонів на космічних апаратах. На практиці зазвичай приходится вирішувати низку проблем з метою збільшення потужності охолодження і т.п.

Одноелектронний транзистор. Цікавими об'єктами фізики низькорозмірних систем є металеві острівці, зв'язані слабкими тунельними взаємодіями. Тунельним струмом між двома масивними електродами-берегами можна керувати, якщо між ними помістити острівець (рис. 3.2). В цьому випадку ймовірність тунелювання

електронів між берегами значно вище, ніж у її відсутності через те, що тунелювання йде не безпосередньо між електродами, а через острівцець. Струм в цьому випадку обумовлюється перескоками окремих електронів. В результаті переходу електрона на острівцець, за той період часу поки він знаходиться на ній, своїм полем він блокує перехід для наступних електронів ("кулонівська блокада"). На вольт-амперній характеристиці контакту *дискретність заряду* яскраво виявляється у вигляді "кулонівських сходинок" [2, 3]. Принцип утворення сходинок схематично показаний на енергетичних схемах рис. 3.2.

Для ясності розуміння даних явищ розглянемо декілька простих прикладів і проведемо основні оцінки.

3.1 Енергетика зарядження окремої металевої кульки

Видалимо обидва електроди (емітер і колектор) на рис. 3.2. Тепер розглянемо ізольовану острівцець у формі кульки, на якій вже знаходиться n "зайвих" електронів, переміщених з нескінченності¹. Хімічний потенціал електронів нейтральної кульки дорівнює $\mu^i < 0$, а відповідна робота виходу електронів $W^i = -\mu^i$. Вільна енергія острівця зарядженого n електронами дорівнює

$$F_n = F_0 + \mu^i n + \frac{(-en)^2}{2C},$$

де F_0 – вільна енергія нейтрального кластера, C – електрична ємність острівця; сума другого і третього доданка – робота по перенесенню n електронів з нескінченності на острівцець. При цьому заряд потрібно внести в острівцець (другий доданок), а потім перерозподілити його по поверхні острівця (третій доданок). При додаванні чи видаленні одного електрона ця енергія зміниться на

$$\Delta F = F_{n\pm 1} - F_n =$$

¹Енергія електронів в нескінченності прийнята рівною нулю (відлік енергії).

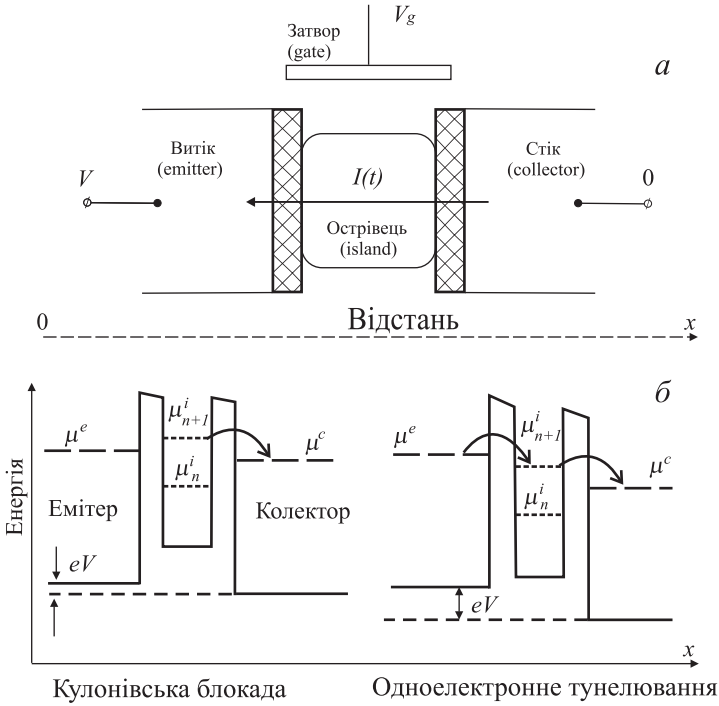


Рисунок 3.2 – *а* – Острівець, що зв'язаний двома тунельними переходами з масивними електродами; *б* – Енергетична діаграма транзистора. Зліва – тунелювання електрона на острівець приводить до блокади переміщення інших електронів (перехід замкнений). Справа – при підвищенні зовнішньої напруги (між емітером і колектором) блокада знімається. Суцільні лінії – профіль потенційної енергії електронів. Угорі пунктиром позначено відлік енергії

$$= \mu^i (n \pm 1) + \frac{e^2 (n \pm 1)^2}{2C} - \mu^i n - \frac{e^2 n^2}{2C} = \pm \mu^i + \tilde{E}_C (\pm n + 1/2), \quad (3.1)$$

де введена характеристична зарядова енергія

$$\tilde{E}_C \equiv e^2/C$$

(the Coulomb energy).

Якщо електрони переносяться не з нескінченності, а з емітера, ємність якого дорівнює нескінченності², вираз (3.1) перепишеться

$$\Delta F = F_{n\pm 1} - F_n = \mp \mu^e \pm \mu^i + \tilde{E}_C(\pm n + 1/2). \quad (3.2)$$

Але величина n у цій формулі не може бути довільною. Це визначається конкуренцією суми перших двох доданків з останнім доданком у (3.2) (вони різного знаку). При визначеному $n = n^*$ величина ΔF стає негативною, тобто $n^* + 1$ -ий електрон не може "прилипнути" до острівця, тому що її ємність "переповнена". Цікаво відзначити, що критичний заряд $-en^*$ навіть для острівців, що містять більше тисячі атомів, не перевищує декількох одиниць елементарного заряду.

Цей ефект для триелектродної структури блокує протікання струму (рис. 3.2). Підвищуючи різницю потенціалів V між крайніми електродами, можна домогтися зняття блокади з острівця після протікання першого електрона, потім другого і т.д., тому ВАХ такої структури являє собою чергу сходинок.

Спостереження одноелектронних зарядових ефектів можливе при таких кінцевих температурах, які задовольняють нерівності $\tilde{E}_C \gg k_B T$. В протилежному випадку ці ефекти будуть непомітними на тлі теплових флуктуацій. Наприклад, для тунельного контакту, утвореного окисною плівкою площею $S \approx 0,1 \text{ мкм} \times 0,1 \text{ мкм}$, товщиною $d \approx 0,1 \text{ нм}$ і діелектричною сталою $\varepsilon \approx 10$, використовуючи вираз для ємності $C = \varepsilon \varepsilon_0 / d \approx 10^{-15} \text{ Ф}$, одержимо оцінку одноелектронної зарядової енергії $\tilde{E}_C \approx 10^{-4} \text{ еВ}$, що відповідає температурі, приблизно рівної 1 К. В доповненні до цієї умови є інша вимога для спостереження кулонівської блокади: опір тунельного переходу повинен бути набагато більшим, ніж квант опору $R_Q \approx 26 \text{ кОм}$, тим самим уникається вплив квантових флуктуацій заряду. Величину кванту опору $R_Q \approx 26$ можна знайти використовуючи принцип невизначеності Гейзенберга $\Delta E \Delta t = \hbar$, де $\Delta E = \tilde{E}_C = e^2 / C$, а

²Хімічний потенціал електронів $\mu^e < 0$ на емітері підтримується постійним, і тепер відлік енергії варто змінити з 0 на μ^e .

$\Delta t = CR_Q$ – час зарядки конденсатору, звідси маємо $R_Q = 2\pi\hbar/e^2$.

Теорія одноелектронних приладів використовує декілька основних припущень:

1) квантуванням енергетичного спектра електронів в островці нехтують (спектр вважається неперервним);

2) час τ_t електронного тунелювання через бар'єр вважається нехтовно малим порівняно з іншим характерним часом (включаючи інтервали між сусідніми тунельними подіями). Це припущення виконується для тунельних бар'єрів, які представляють практичний інтерес у якості одноелектронних приладів, де $\tau_t \sim 10^{-15}$ с;

3) когерентні квантові процеси, що складаються з декількох одночасних тунельних подій, не враховуються. Це припущення виконується, якщо опір R всіх тунельних бар'єрів системи набагато більший за квантову одиницю опору R_Q

$$R \gg R_Q. \quad (3.3)$$

Останнє співвідношення є принципово важливим для одноелектроніки в цілому.

Головне положення теорії може бути сформульоване в наступному вигляді: тунелювання окремого електрона через бар'єр є завжди випадковою подією, яка протікає з визначеною швидкістю Γ (тобто ймовірністю в одиницю часу), і залежить тільки від зменшення ΔF вільної (електростатичної) енергії островця, як результату цієї тунельної події.

Для приладів, в яких всі електроди зроблені з одного металу розмірами ~ 100 нм (типових для одноелектроніки), ΔF за рахунок $\tilde{E}_C$ має порядок 1 меВ або 10 К (в температурних одиницях). В цьому випадку, незважаючи на те, що термічні флуктуації блокуються одноелектронними ефектами, одноелектроніка може функціонувати тільки при дуже низьких (гелієвих) температурах $T \leq 1$ К.

З іншого боку, якщо розмір островця знизити до 10 нм, ΔF буде мати порядок 100 меВ, а одноелектронні ефекти будуть спостерігатись при кімнатних температурах. Однак робота цифрових одно-

електронних приладів вимагає величин ΔF навіть більших, ніж декілька еВ з розмірами приладів менш ніж 1 нм. В цьому інтервалі розмірів енергія квантування стає порівняною з енергією зарядки $\tilde{E}_C$ для більшості матеріалів³. Тому маленькі острівці часто називають *квантовими точками*. Їхнє використання вимагає залучення не тільки надзвичайно складної нанотехнології (особливо при великому ступені інтеграції приладів в мікросхемі), але і вирішення деяких фундаментальних проблем фізики, включаючи високу чутливість транспортних властивостей до малих варіацій розмірів і форми квантових точок. Ось чому дуже важливий розвиток одноелектронних приладів, здатних до операцій з найбільшими можливими швидкостями (або найменшими величинами $\Delta F/k_B T$).

3.2 Виготовлення одноелектронного транзистора

ОЕТ можна назвати фундаментальним винаходом по використанню зарядових ефектів (кулонівської блокади).

Для підвищення робочої температури одноелектронного приладу, наприклад, до $T = 300$ К, необхідно зменшити ширину переходу до декількох нанометрів, зменшивши тим самим ємність до 10^{-18} Ф. Це реалізовано на установках з використанням скануючого тунельного мікроскопа (СТМ). Голка мікроскопу, острівець (невеликий кластер атомів золота Au_N) і підшарок являють собою одноелектронний ланцюг із двох послідовно з'єднаних тунельних переходів [3].

Розглянемо *експериментальний приклад* ОЕТ, реалізований на практиці, до складу якого входить затвор [4]. Досліджувались структури наступного типу:

емітер/острівець/колектор: Cu/Al/Cu, Al/Cu/Al і Al/Al/Al.

Електроди ОЕТ доцільно виготовляти з двох різних металів. Широко застосовується Al, тому що тонкий діелектричний шар

³Енергія квантування проявляється в тому, що навіть якщо всі три електроди на рис. 3.2 зроблені з одного металу, квантування спектра в острівцевому електроді приводить до $\mu \neq \mu^e = \mu^c$.

для тунельного бар'єра може бути легко сформований термічним окислюванням Al. У [4] пробували використовувати Cu і Au, але знайдена сполука $\text{Au}/\text{Al}_x/\text{Al}$ не була стійкою, її тунельний опір мінявся мимовільно в межах від декількох хвилин до декількох годин. Також виявилось, що структура $\text{Cu}/\text{Al}_x/\text{Al}$ ще більш нестійка, ніж $\text{Al}/\text{Al}_x/\text{Al}$ (дрейф параметрів продовжувався більше однієї доби). Було вирішено використовувати мідь і зробити $\text{Cu}/\text{Al}/\text{Cu}$ і $\text{Al}/\text{Cu}/\text{Al}$ – ОЕТи. Для тестових цілей також виготовлялися $\text{Al}/\text{Al}/\text{Al}$ – ОЕТ.

Для виготовлення всіх структур використовувалася фото- і електроннопроменева літографія, плазмове сухе травлення та методи-ка кутового напилення.

Схематичне зображення цієї конструкції приводиться на рис. 3.3. Острівцевий електрод зв'язаний із двома масивними електродами (емітер і колектор) невеликими тунельними контактами, а електрод затвора "з'єднаний" з острівцевим електродом ємнісним способом. Напруга затвору на ОЕТ регулює провідність через обидва контакти, змінюючи електростатичний потенціал острівцевого електрода. Еквівалентна схема такої конструкції показана на рис. 3.4: острівцевий електрод зв'язаний за допомогою двох тунельних контактів з генератором напруги V , що і забезпечує протікання струму. Острівцевий електрод ємнісно зв'язаний з електродом затвора, через який подається напруга V_g .

3.3 Тунельна структура до прикладення різниці потенціалів

Лівий і правий електроди (емітер і колектор) є резервуарами електронів з неперервними енергетичними спектрами, зайнятими відповідно до фермієвської функції розподілу:

$$f(\varepsilon^{e,c}) = \{1 + \exp[\beta(\varepsilon^{e,c} - \mu_0^{e,c})]\}^{-1}, \quad (3.4)$$

де $(-\mu_0^{e,c}) = W_0^{e,c} > 0$ – робота виходу електронів з емітера або колектора (нижній індекс "0" означає напівнескінченний метал), $\beta \equiv$

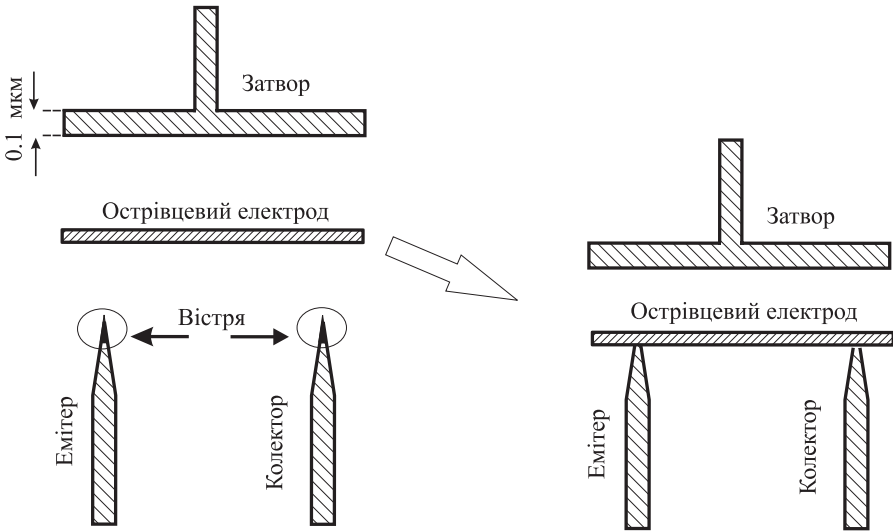


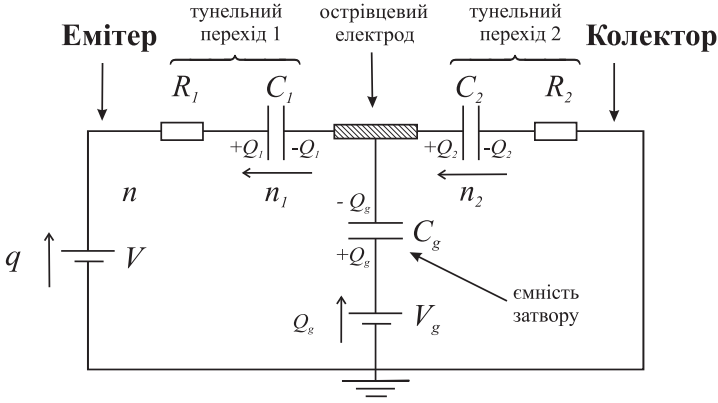
Рисунок 3.3 – Конструкція ОЕТ [4]. Зовнішні електроди (емітер і колектор) виготовлялися у вигляді "олівців", що лежали на підшарку. Потім кінчики олівців окислялися для створення ізолюючої плівки. Острівцевий електрод (у вигляді "перемички") переносився й укладався поверх окисного шару на кінцях олівців. Тим самим конструювалися два точкових тунельних контакти

$1/k_B T$. В усіх випадках енергії електронів $\varepsilon < 0$ відраховуються від вакуумного рівня, тобто від потенційної енергії електрона вдалині від усієї триелектродної структури, де поле відсутнє (див. рис. 1).

Хімічний потенціал електронів острівця μ^i , якщо він квазімакроскопічний, можна прирівняти до хімічного потенціалу електронів напівскінченного металу, з атомів якого складається острівець, тобто $\mu^i = \mu_0 < 0$. Але якщо розміри частинки менші, тобто якщо вона складається з тисячі і менше атомів, проявляються розмірні ефекти і

$$\mu^i = \mu_0 + \frac{\mu_1}{R}, \quad (3.5)$$

де μ_1/R – розмірна поправка до хімічного потенціалу, а R – радіус

Рисунок 3.4 – Еквівалентна електрична схема **ОЕТ-II**

цієї сферичної гранули,

$$\mu_1 = 1,9 \text{ eV} \times a_0 \quad (3.6)$$

для всіх металів [5]. Електрони в островці підпорядковуються розподілу по енергіям

$$f(\varepsilon_p) = \{1 + \exp[\beta(\varepsilon_p - \mu^g)]\}^{-1}. \quad (3.7)$$

Усі рівні енергії ε_p нумеруються в порядку зростання.

Між островцем і електродами виникає контактна різниця потенціалів

$$\delta\phi = (\mu^i - \mu_0^e)/e. \quad (3.8)$$

Рівновага буде досягнута шляхом електричної зарядки островця, якщо його електрична ємність є кінцевою. Одержимо

$$Q_0 = C_\Sigma \delta\phi. \quad (3.9)$$

де C_Σ – сумарна ємність всіх контактів. Оцінимо Q_0 для сферичного островця, що знаходиться далеко від електродів. Тоді C_Σ трансформується в його власну ємність $C_{\text{self}} = 4\pi\varepsilon_0 R$ ($\varepsilon_0 = 8,82 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$),

а взаємні ємності дорівнюють 0. Використовуючи (3.5), маємо $Q_0 \simeq +0,07 e$, якщо усі три електрода зроблено з одного і того ж металу. Дробність заряду пояснюється тим, що в структурах із проникними бар'єрами хвильові функції електронів не зовсім локалізовані, і електрони не можуть трактуватися як класичні частинки, тому фракція електрона (і його заряду) може бути виявлена в іншому електроді.

3.4 Закони Кірхгофа і умови кулонівської блокади в ОЕТ

Позначимо ємності двох тунельних контактів, через які тече струм, як C_1 і C_2 , а ємність переходу затвор – острів, як C_g ; відповідні заряди, як Q_1 , Q_2 і Q_g ; число електронів, що проходять через кожен тунельний перехід в напрямку стрілок, як n_1 і n_2 , відповідно. Використовуючи закон Кірхгофа для двох електричних контурів, знаходимо

$$\frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} = V, \quad (3.10)$$

$$\frac{Q_g}{C_g} + \frac{Q_2}{C_2} = V_g. \quad (3.11)$$

Острівцевий електрод "переносить" заряд

$$-Q_1 + Q_2 - Q_g = -e(n_2 - n_1), \quad (3.12)$$

який міняється тільки тунелюванням електронів через нього. Повна вільна енергія ОЕТ дорівнює

$$F(n_1, n_2) = \frac{Q_1^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2} + \frac{Q_g^2}{2C_g} - qV - Q_g V_g. \quad (3.13)$$

Тут перші три доданки – зарядові енергії, інші два – роботи, виконані генераторами напруги. q – загальний заряд, "перенесений" генератором напруги V через ланцюг,

$$q = Q_1 + en_1, \quad (3.14)$$

Використовуючи рівняння (3.10) – (3.13), виключаємо Q_1 , Q_2 і Q_g , замінюючи їх на n_1 , n_2 , V і V_g у рівнянні (3.13), таким чином одержуємо

$$F(n_1, n_2) = \frac{1}{2C_\Sigma} [C_g V_g - e(n_2 - n_1)]^2 - en_1 V \frac{C_2 + C_g}{C_\Sigma} - en_2 V \frac{C_1}{C_\Sigma} + \text{const}, \quad (3.15)$$

де введена ємність

$$C_\Sigma = C_g + C_1 + C_2, \quad (3.16)$$

а const – доданки, незалежні від n_1 і n_2 .

Можливість тунелювання залежить від того, збільшується чи зменшується вільна енергія острівця внаслідок тунелювання. Якщо стан системи з меншою вільною енергією існує, то тунелювання можливе. Умова заборони (кулонівською блокадою) тунелювання в контакті 1 полягає в тому, що при цьому вільна енергія збільшиться. Ця умова може бути записана як

$$F(n_1 \pm 1, n_2) > F(n_1, n_2) \implies \implies \frac{1}{C_2 + C_g} \left(Q_g - \frac{e}{2} \right) < V < \frac{1}{C_2 + C_g} \left(Q_g + \frac{e}{2} \right), \quad (3.17)$$

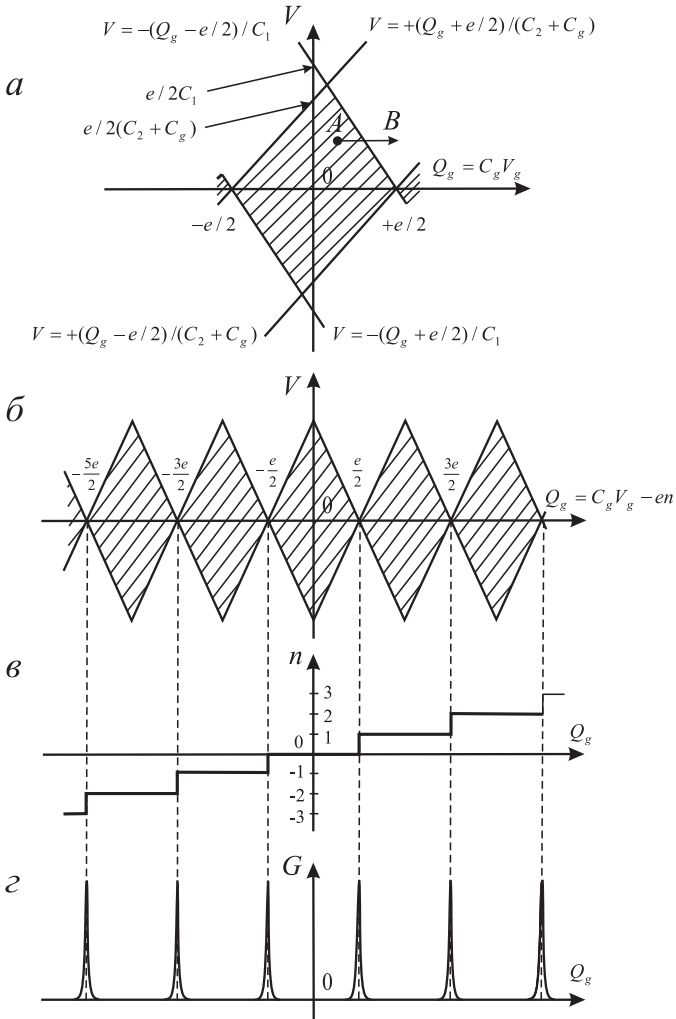
де ми вводимо визначення внутрішнього заряду на гранулі як

$$Q_g \equiv C_g V_g + e(n_1 - n_2). \quad (3.18)$$

Таким же чином записується умова заборони кулонівською блокадою тунелювання через контакт 2:

$$F(n_1, n_2 \pm 1) > F(n_1, n_2) \implies \implies -\frac{1}{C_1} \left(Q_g + \frac{e}{2} \right) < V < -\frac{1}{C_1} \left(Q_g - \frac{e}{2} \right), \quad (3.19)$$

Кулонівська блокада ефективна, коли обидві нерівності (3.17) і (3.19) виконуються. Рис. 3.5 показує кулонівську діаграму блокади ("ку-



a – діаграма (“кулонівський алмаз”) ОЕТ, *б* – розширений кулонівський алмаз: електронне тунелювання блокується в режимі очікування, *в* – число надлишкових електронів на острівцевому електроді, *г* – провідність (кондактанс) ОЕТ

Рисунок 3.5 – Кулонівські осциляції (періодичний кулонівський алмаз)

лонівський алмаз"). Кулонівська блокада відповідає заштрихованій частині "алмаза" (ромба). Тому при параметрах ОЕТ, що відповідають точці A на рис. 3.5, струм протікати не може. Коли ми збільшуємо напругу затвора V_g , то значення параметрів змінюються від т. A до т. B , кулонівська блокада тунельного переходу 2 "проривається" і один електрон тунелює від стоку до гранули (острівцевого електрода) ($n_2 \rightarrow n_2 + 1$). Якщо нерівність $F(n_1, n_2 + 1) > F(n_1 + 1, n_2 + 1)$ виконується, тунелювання через 1 можливе. Отже струм протікає при напрузі затвора, що відповідає т. B . Величина заряду на електроді затвора, яка необхідна для включення струму, може бути меншою елементарного заряду e . Тому структура і називається одноелектронним транзистором.

При зміні напруги затвора V_g провідність міняється періодично, як показано на рис. 3.5 *г*. Це явище називають кулонівськими осциляціями. В області нульової провідності число електронів n на острівцевому електроді фіксоване. Максимумам провідності (кондактанс) відповідає східчаста зміна n , як показано на рис. 3.5 *в*. Отже східчасте збільшення числа електронів на острові є іншим яскравим проявом кулонівських осциляцій.

Для початку розглянемо *пряму гілку* ВАХ ОЕТ.

3.5 Основні енергетичні і кінетичні співвідношення

Встановимо зв'язок між енергією електронів у острівці, яка буде фігурувати в процесах переносу, і енергією в одному з електродів. За початковий стан системи виберемо той, при якому на острівці присутньо n надлишкових електронів. Будемо вважати, що при тунелюванні *повна* енергія всіх трьох електродів $\tilde{E}$ не змінюється. Для переходу δn електронів з емітера на острівець ($\delta n = 1$) маємо:

$$\Delta \tilde{E} = \vec{\varepsilon}^e(-\delta n) + \varepsilon_p(+\delta n) + \frac{(-e)^2}{2C_\Sigma} [(n + \delta n)^2 - n^2] - e\delta n \eta V = 0. \quad (3.20)$$

Величина ηV є тим потенціалом, який створюють зовнішні електроди при прямому включенні (пряма гілка ВАХ) на острівці, η – фра-

кція напруги [5–8].

Вираз (3.20) є результатом закону збереження енергії усієї три-електродної структури: робота при іонізації електрона з рівня $\overrightarrow{\varepsilon^e}$ на емітері (електрична ємність якого дорівнює нескінченості) дорівнює енергії прилипання цього електрона на рівень ε_p в острівці ємністю C_Σ , на якому вже знаходяться n надлишкових електронів. Стрілкою зверху позначаються енергії, що знаходяться в результаті відповідних переходів згідно рис. 3.4.

Для прямої гілки ВАХ з урахуванням контактної різниці потенціалів, користуючись правилом (3.20) і формулою (3.8), маємо:

$$\overrightarrow{\varepsilon^e} = \varepsilon_p + U_1, \quad (3.21)$$

$\Rightarrow U_1 = -e\delta\phi + \tilde{E}_C(n+1/2) - e\left(\eta V + \frac{C_g}{C_\Sigma}V_g\right)$, $\tilde{E}_C = e^2/C_\Sigma$, $C_1 = C_2 \equiv C$, $C_g \ll C \Rightarrow C_\Sigma \simeq 2C$, $\eta = C_1/C_\Sigma$. При цьому ще до прикладення поля гранула заряджена зарядом Q_0 . Ми припускаємо, що $n = n(V)$ і $n = 0$ при $V = 0$, тому будемо трактувати n як число, обумовлене прикладеною напругою.

Якщо ж електрон переходить із гранули в емітер, то в результаті іонізації n -го надлишкового електрона острівця і прилипання цього електрона до емітера, маємо

$$\overleftarrow{\varepsilon^e} = \varepsilon_p + U_2, \quad (3.22)$$

$$\Rightarrow U_2 = -e\delta\phi + \tilde{E}_C(n-1/2) - e\left(\eta V + \frac{C_g}{C_\Sigma}V_g\right).$$

Для переходів острівець–колектор:

$$\overrightarrow{\varepsilon^c} = \varepsilon_p + U_3, \quad (3.23)$$

$$\Rightarrow U_3 = -e\delta\phi + \tilde{E}_C(n-1/2) + e\left((1-\eta)V + \frac{C_g}{C_\Sigma}V_g\right).$$

Для переходів колектор–острівець:

$$\overleftarrow{\varepsilon^c} = \varepsilon_p + U_4. \quad (3.24)$$

$$\Rightarrow U_4 = -e\delta\phi + \tilde{E}_C(n + 1/2) + e \left((1 - \eta)V + \frac{C_g}{C_\Sigma} V_g \right).$$

Тунелювання окремого електрона через бар'єр із стану $\varepsilon^{e,c}$ на емітері/колекторі в стан ε_p на острівці (і навпаки) є завжди випадковою подією, що протікає з визначеною швидкістю Γ – ймовірністю в одиницю часу.

Уведемо парціальні сумарні потоки електронів при тунелюванні (з електродів) на острівцець:

$$\overrightarrow{w}_n^e = 2 \sum_p \Gamma(\overrightarrow{\varepsilon}^e) f(\overrightarrow{\varepsilon}^e - \mu_V^e) [1 - f(\overrightarrow{\varepsilon}^e - \overrightarrow{\mu}_C^e)], \quad (3.25)$$

$$\overleftarrow{w}_n^c = 2 \sum_p \Gamma(\overleftarrow{\varepsilon}^c) f(\overleftarrow{\varepsilon}^c - \mu_V^c) [1 - f(\overleftarrow{\varepsilon}^c - \overleftarrow{\mu}_C^c)] \quad (3.26)$$

і з острівця на електроди:

$$\overleftarrow{w}_n^e = 2 \sum_p \Gamma(\overleftarrow{\varepsilon}^e) [1 - f(\overleftarrow{\varepsilon}^e - \mu_V^e)] f(\overleftarrow{\varepsilon}^e - \overleftarrow{\mu}_C^e), \quad (3.27)$$

$$\overrightarrow{w}_n^c = 2 \sum_p \Gamma(\overrightarrow{\varepsilon}^c) [1 - f(\overrightarrow{\varepsilon}^c - \mu_V^c)] f(\overrightarrow{\varepsilon}^c - \overrightarrow{\mu}_C^c), \quad (3.28)$$

де множник 2 обумовлений спіновим виродженням рівнів в електродах. З урахуванням прикладеної напруги спектри (див. (3.21) – (3.41)) автоматично зсуваються в (3.4) і в (3.7): на $-eV$ для колектора і на $-e\eta V$ для гранули; f і $(1 - f)$ - ймовірності того, що стан зайнятий або вільний. Відповідно зсуваються і хімічні потенціали:

$$\mu_V^e \equiv \mu_0^e = -W_0^e, \quad \mu_V^c = \mu_0^c - eV = -W_0^c - eV.$$

$$\overrightarrow{\mu}_C^e = \mu^i + U_1, \quad \overleftarrow{\mu}_C^e = \mu^i + U_2.$$

$$\overrightarrow{\mu}_C^c = \mu^i + U_3, \quad \overleftarrow{\mu}_C^c = \mu^i + U_4.$$

Нагадаємо, що $U_1, U_2, U_3, U_4 \in \text{\textit{функціями}} n$ і V .

У першому наближенні теорії збурень (при малих $|V| \ll |\mu^i|$) хімічний потенціал буде визначатися не тільки формальним зсувом

глибини ями, але і числом електронів провідності в даному стані ($n_0 + n$, $n_0 = Q_0/e$). Використання хімічних потенціалів справедливо лише в квазірівноважному (метастабільному) стані, тобто в проміжках між актами тунелювання, коли час релаксації гранули набагато менший цих проміжків.

Нагадаємо, що ми розглядаємо металеві системи, в яких спектр електронів є квазінеперервним. Це означає, що підсумовування по індексу можна замінити інтегруванням, помножуючи вираз на густину станів електронів у острівці, тобто

$$2 \sum_p \dots = \int_{U_0+U_i}^{\infty} d\varepsilon_p \rho \dots, \quad \rho = 2^{1/2} m^{3/2} \pi^{-2} \hbar^{-3} \sqrt{\varepsilon_p - U_0 - U_i},$$

де ε_p – позначає спектр в порядку **зростання** енергії. Перехід від підсумовування до інтегрування, враховує, що спектр стартує від дна потенційної ями глибиною $U_0 + U_i$. Нижній індекс p опускаємо. $U_0 + U_i$ – це положення дна потенційної ями, відповідної електронам провідності концентрації $\bar{n}$ в зарядженому металевому острівці під електричною напругою. Для нейтрального острівця у відсутності електричного поля

$$-U_0 = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} - \mu^i, \quad k_F = (3\pi^2 \bar{n})^{1/3},$$

$\bar{n} = (4\pi r_s^3/3)^{-1}$, r_s – середня відстань між електронами у металі (таблична величина).

Покажемо, як тепер проводити розрахунки. Нехтуючи енергетичною залежністю тунельних швидкостей Γ , одержимо (див. рис. 3.6):

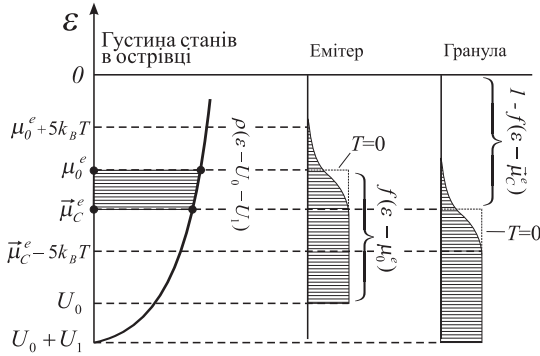


Рисунок 3.6 – Енергетична діаграма, що демонструє визначення потоку $\overrightarrow{w}_n^e$. При $T = 0$ потік є ненульовим лише в діапазоні енергій $\overrightarrow{\mu}_C^e < \varepsilon < \mu_0^e$. Внаслідок температурного "розмиття" функцій розподілу цей діапазон розширюється

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{w}_n^e &= \Gamma^e \int_{U_0+U_1}^{\infty} \frac{\rho(\varepsilon - U_0 - U_1)}{1 + e^{\beta(\varepsilon - \mu_0^e)}} \left[1 - \frac{1}{1 + e^{\beta(\varepsilon - \overrightarrow{\mu}_C^e)}} \right] d\varepsilon \simeq \\
 &\simeq \frac{2^{1/2} m^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \Gamma^e \int_{\overrightarrow{\mu}_C^e - 5k_B T}^{\mu_0^e + 5k_B T} \frac{\sqrt{\varepsilon - U_0 - U_1}}{1 + e^{\beta(\varepsilon - \mu_0^e)}} \left[1 - \frac{1}{1 + e^{\beta(\varepsilon - \overrightarrow{\mu}_C^e)}} \right] d\varepsilon. \quad (3.29)
 \end{aligned}$$

Аналогічно

$$\begin{aligned}
 \overleftarrow{w}_n^c &= \Gamma^c \int_{U_0+U_4}^{\infty} \frac{\rho(\varepsilon - U_0 - U_4)}{1 + e^{\beta(\varepsilon - \mu_V^c)}} \left[1 - \frac{1}{1 + e^{\beta(\varepsilon - \overleftarrow{\mu}_C^c)}} \right] d\varepsilon \simeq \\
 &\simeq \frac{2^{1/2} m^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \Gamma^c \int_{\overleftarrow{\mu}_C^c + 5k_B T}^{\mu_V^c - 5k_B T} \frac{\sqrt{\varepsilon - U_0 - U_4}}{1 + e^{\beta(\varepsilon - \mu_V^c)}} \left[1 - \frac{1}{1 + e^{\beta(\varepsilon - \overleftarrow{\mu}_C^c)}} \right] d\varepsilon, \quad (3.30)
 \end{aligned}$$

$$\overleftarrow{w}_n^e \simeq \frac{2^{1/2} m^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \Gamma^e \int_{\mu_0^e - 5k_B T}^{\overleftarrow{\mu}_C^e + 5k_B T} \left[1 - \frac{1}{1 + e^{\beta(\varepsilon - \mu_0^e)}} \right] \frac{\sqrt{\varepsilon - U_0 - U_2}}{1 + e^{\beta(\varepsilon - \overleftarrow{\mu}_C^e)}} d\varepsilon, \quad (3.31)$$

$$\overrightarrow{w}_n^c \simeq \frac{2^{1/2} m^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \Gamma^c \int_{\mu_V^c - 5k_B T}^{\overrightarrow{\mu}_C^c + 5k_B T} \left[1 - \frac{1}{1 + e^{\beta(\varepsilon - \mu_V^c)}} \right] \frac{\sqrt{\varepsilon_p - U_0 - U_3}}{1 + e^{\beta(\varepsilon - \overrightarrow{\mu}_C^c)}} d\varepsilon. \quad (3.32)$$

Позначимо повні потоки електронів з обох електродів на острівця і назад на електроди:

$$w_n^{\text{in}} = \overrightarrow{w}_n^e + \overleftarrow{w}_n^c, \quad w_n^{\text{out}} = \overleftarrow{w}_n^e + \overrightarrow{w}_n^c.$$

Нагадаємо, що на гранулі в початковому стані знаходиться n надлишкових електронів.

Введемо ймовірність P_n перебування n надлишкових електронів на острівці. Вона знаходиться з рішення керуючого рівняння (master equation)

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_n}{\partial t} = & w_{n+1}^{\text{out}} P_{n+1} + w_{n-1}^{\text{in}} P_{n-1} - (w_n^{\text{in}} + w_n^{\text{out}}) P_n \equiv \\ & \frac{1}{-e} \left(\overrightarrow{I}_{n+1}^e + \overleftarrow{I}_{n+1}^c \right) P_{n+1} + \frac{1}{-e} \left(\overleftarrow{I}_{n-1}^e + \overrightarrow{I}_{n-1}^c \right) P_{n-1} - \\ & \frac{1}{-e} \left(\overrightarrow{I}_n^e + \overleftarrow{I}_n^e - \overrightarrow{I}_n^c - \overleftarrow{I}_n^c \right) P_n, \quad (3.33) \end{aligned}$$

де $\overrightarrow{I}^e$ і $\overleftarrow{I}^c$ – струми через обидва тунельні переходи на острівця і $\overleftarrow{I}^e$, $\overrightarrow{I}^c$ – у зворотному напрямку. Зміна P_n визначається приростом і убаванням густини ймовірності. Доданки зі знаком плюс відповідають зростанню ймовірності знайти на острівці n електронів. Знак

мінус показує, що позначені переходи зменшують ймовірність знайти n електронів (тому що вони це n або збільшують або зменшують).

Умова стаціонарності $\partial P_n / \partial t = 0$ приводить до рекурентного співвідношення

$$P_{n+1} = P_n \frac{w_n^{\text{in}}}{w_{n+1}^{\text{out}}}. \quad (3.34)$$

Наприклад, припускаючи $n = 0$, ми знаходимо ймовірність P_{+1} , виразивши її через P_0 :

$$P_{+1} = P_0 \frac{w_0^{\text{in}}}{w_{+1}^{\text{out}}}. \quad (3.35)$$

При $n = +1$ ми знаходимо P_{+2} , виразивши через P_{+1} :

$$P_{+2} = P_{+1} \frac{w_{+1}^{\text{in}}}{w_{+2}^{\text{out}}} \quad (3.36)$$

і використовуючи потім (3.35). Аналогічно, припускаючи $n = -1$, знаходимо P_{-1} :

$$P_0 = P_{-1} \frac{w_{-1}^{\text{in}}}{w_0^{\text{out}}} \quad (3.37)$$

і т.д.

Постійний струм, що протікає через квантову гранулу, визначається як

$$I = -e \sum_{n_{\min}}^{n_{\max}} P_n \left(\overrightarrow{w}_n^e - \overleftarrow{w}_n^e \right) = -e \sum_{n_{\min}}^{n_{\max}} P_n \left(\overrightarrow{w}_n^c - \overleftarrow{w}_n^c \right). \quad (3.38)$$

В розрахунках достатньо обмежитися $n_{\min} = -3$, $n_{\max} = +3$.

Насправді будемо розраховувати приведений струм (безрозмірну величину) $\tilde{I} = I / (eP_0\Gamma^e)$:

$$\tilde{I} = -\frac{1}{P_0\Gamma^e} \left[P_0 \left(\overrightarrow{w}_0^e - \overleftarrow{w}_0^e \right) + \sum_{n \neq 0} P_n \left(\overrightarrow{w}_n^e - \overleftarrow{w}_n^e \right) \right]. \quad (3.39)$$

Відношення Γ^e/Γ^c для ОЕТ дорівнює 1, тому що обидва переходи однакові, $C_1 = C_2$, тобто $\eta = 1/2$. Використовуємо значення C_g , взяті з експерименту для кожного варіанта.

Нагадаємо, що вирази в даному розділі записані для прямої гілки напруги на ВАХ.

Оскільки ОЕТ симетрична конструкція, то її пряма і зворотна гілки є дзеркально симетричними відносно $V = 0$. Відповідні вирази в тому ж порядку, що і (3.21) – (3.23), тепер мають вигляд:

$$\overrightarrow{\varepsilon^e} = \varepsilon_p + U_5,$$

$$U_5 = -e\delta\phi + \tilde{E}_C(n + 1/2) - e \left((1 - \eta)V + \frac{C_g}{C_\Sigma} V_g \right), \quad \tilde{E}_C = e^2/C_\Sigma, \quad C_2 = C_1.$$

$$\overleftarrow{\varepsilon^e} = \varepsilon_p + U_6,$$

$$U_6 = -e\delta\phi + \tilde{E}_C(n - 1/2) - e \left((1 - \eta)V + \frac{C_g}{C_\Sigma} V_g \right).$$

Для переходів острівцевь–колектор:

$$\overrightarrow{\varepsilon^c} = \varepsilon_p + U_7, \tag{3.40}$$

$$U_7 = -e\delta\phi + \tilde{E}_C(n - 1/2) + e \left(\eta V + \frac{C_g}{C_\Sigma} V_g \right).$$

Для переходів колектор–острівцевь:

$$\overleftarrow{\varepsilon^c} = \varepsilon_p + U_8, \tag{3.41}$$

$$U_8 = -e\delta\phi + \tilde{E}_C(n + 1/2) + e \left(\eta V + \frac{C_g}{C_\Sigma} V_g \right).$$

Використовуючи також

$$\begin{aligned} \mu_V^c &\equiv \mu_0^c - eV, & \mu_V^e &= \mu_0^e, \\ \overleftarrow{\mu_C^c} &= \mu^i + U_8, & \overrightarrow{\mu_C^c} &= \mu^i + U_7, \\ \overleftarrow{\mu_C^e} &= \mu^i + U_6, & \overrightarrow{\mu_C^e} &= \mu^i + U_5, \end{aligned}$$

цю отриману залежність $I(V)$ при $V > 0$ необхідно дзеркально відобразити відносно $V = 0$ на область $V < 0$.

3.6 Результати вимірювань і вихідні дані

Експериментальні дані для транзисторів цієї конструкції узяті з роботи [4] і приведені в табл. 4.1.

4 ЗАВДАННЯ НА КУРСОВИЙ ПРОЕКТ + Теми рефератів

Спочатку оформити титул проекту, одержати завдання, підписати лист завдання у викладача.

Номер варіанта співпадає з номером у списку групи.

Курсовий проект складається з двох частин: Теоретична частина

Таблиця 4.1 – Перелік зразків ОЕТ. Експериментальні значення: $\tilde{E}_C$ – одноелектронна зарядова енергія, R_t – опір обох тунельних контактів ОЕТ, C_g – ємність між острівцевим електродом і затвором. ($a\Phi = 10^{-18}\Phi$)

Серія ОЕТ	Структура	$\tilde{E}_C$ [meB]	R_t [МОм]	C_g [aΦ]
A	Cu/Al/Cu	0.478	4.5	11.0
B	Al/Cu/Al	0.490	5.0	8.0
C	Al/Al/Al	0.471	3.1	8.4
D	Al/Cu/Al	0.368	5.0	16.0
E	Cu/Al/Cu	0.300	12.0	14.0
F	Al/Al/Al	0.409	3.1	16.0
G	Al/Al/Al	0.546	2.0	22.8

Таблиця 4.2 – Експериментальні значення фізичних величин для металів з плоскою поверхнею. W_0 – робота виходу, r_s – середня відстань між електронами в металі, Z – валентність.

Метал	Z	$r_s[a_0]$	W_0 [eB]
Al	3	2,07	4,28
Au	1	3,01	5,10
Cu	2	2,11	4,65

та Практична частина.

Теоретична частина:

Використовуючи ресурси Internet, підготувати реферат на тему “Нанофізика” чи “Наноелектроніка” обсягом 15 – 20 сторінок. Вибрати одне чи два явища, описаних у рефераті (теми рефератів див. нижче) і докладно описати їх.

Теми рефератів / варіанти:

Елементи квантової інформатики / 1, 11

Резонансно-тунельний діод і транзистор / 2, 12

Молекулярні одноелектронні транзистори / 3, 13

Квантовий комп'ютер / 4, 14

Наноелектромеханічні системи / 5, 15

Кремнієві одноелектронні прилади. Одноелектронні прилади на кластерах і в точкових структурах та особливості їх вольт-амперних характеристик / 6, 16

Квантовий ефект Холла / 7, 17

Застосування наноматеріалів у польових транзисторах / 8, 18

Наноантиени. Нанопровода. Наноконтакти / 9, 19

Мемістори 10, 20

Пояснити формулу (3.2), використовуючи вираз (3.1) і рис. 3.2.

За формулою (3.9) розрахувати надлишковий заряд і число надлишкових електронів на острівці. Для цього скористатися деякими з виразів (3.4)-(3.9). Прокоментувати знак заряду.

За формулами (3.10) – (3.16) докладно вивести умови кулонівської блокади (3.17) і (3.19). На підставі цих нерівностей пояснити рис. 3.5.

Практична частина:

Таблиця 4.3 – Номера варіантів завдань для студентів (збігаються з номером у списку групи). Використати дані табл. 3.1, 3.2.

Серія	A	B	C	D	E	F	G
№	1,8,15	2,9,16	3,10,17	4,11,18	5,12,19	6,13,20	7,14

В цій частині необхідно дослідити вольт-амперні характеристики одноелектронного транзистор в залежності від номеру варіанта (див. табл. 4.3).

Всі розрахунки слід виконувати в атомній системі одиниць, в якій $\hbar = e = m = 4\pi\epsilon_0 = 1$. При цьому 1 атомна одиниця енергії дорівнює 27,21 еВ.

Вольт-амперні характеристики $\tilde{I}(\tilde{V})$ та їх похідні $d\tilde{I}/d\tilde{V}$ розраховувати в величинах приведеної напруги, $\tilde{V} \equiv V/\tilde{E}_C$. Розрахунки провести в інтервалі напруги $V = -2\tilde{E}_C \dots 0 \dots 2\tilde{E}_C$, з кроком $0,1\tilde{E}_C$.

Значення температури визначити із співвідношень

$$k_B T / \tilde{E}_C = 0,01; 0,05; 0,1,$$

які демонструють наявність чи відсутність кулонівської блокади (якщо $k_B T / \tilde{E}_C \geq 1$ кулонівська блокада зникає).

Обчислити і побудувати вольт-амперні характеристики $\tilde{I}(\tilde{V})$ та їх похідні $d\tilde{I}/d\tilde{V}$ для трьох значень температури.

Обчислити і побудувати залежності $\tilde{I}(\tilde{V})$, $d\tilde{I}/d\tilde{V}$ при трьох значеннях $V_g = -5\tilde{E}_C$; 0; $5\tilde{E}_C$ і найменшому значенні температури.

По кожному пункту зробити висновки.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

- [1] *Clark A.M., Miller N.A., Williams A., Ruggiero S.T., Hilton G.C., Vale L.R., Beall J.A., Irwin K.D., Ullom J.N.* – Appl. Phys. Lett., 2005, 86, 173508.
- [2] *Кузьмин Л. С., Лухарев К. К.* Прямое экспериментальное наблюдение дискретного одноэлектронного туннелирования // Письма в ЖЭТФ, 1987, Т. 45, с.389.
- [3] *Ohgi T., Fujita D.* Consistent size dependency of core-level binding energy shifts and single-electron tunneling effects in supported gold nanoclusters // Phys. Rev. 2002, V. B66, id.115410.
- [4] <http://lt.px.tsukuba.ac.jp/users/kitada/>
- [5] *Погосов В.В.* Введение в физику зарядовых и размерных эффектов. Поверхность, кластеры, низкоразмерные системы – 2006 – Москва: Физматлит, 328 с.
- [6] *Погосов В.В., Куницкий Ю.А., Бабич А.В., Коротун А.В., Шпак А.П.* Нанофізика і нанотехнології – 2011 – Навчальний посібник (з грифом МОН), Запоріжжя: ЗНТУ, 380 с.
- [7] *Pogosov V.V., Vasyutin E.V.* Effects of charging and tunneling in structure based on magic and non-magic metal clusters // Nanotechnology, 2006, V.17, P.3366-3374.
- [8] *Погосов В.В., Васютин Е.В., Курбацкий В.П., Коротун А.В.* Эффекты одноэлектронного заряжения в туннельной структуре на металлическом кластере // Физика твердого тела, 2006, Т.48, №10, С.1849-1857.
- [9] *Babich A.V., Pogosov V.V.* Effects of electron levels broadening and electron temperature in tunnel structures based on metal nanoclusters // Surface Science, 2010, V.604, P. 210-216.