

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет "Запорізька політехніка"

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНІ ЗАВДАННЯ

з вищої математики за темою:

ВСТУП ДО МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ.

ДИФЕРЕНЦІЙНЕ ЧИСЛЕННЯ

**для студентів комп'ютерних спеціальностей денної форми
навчання**

Розрахунково-графічні завдання з вищої математики за темою:
«Вступ до математичного аналізу. Диференційне числення» для
студентів комп'ютерних спеціальностей денної форми навчання /
Укл.: Т.І. Левицька, І.С. Пожуєва – Запоріжжя: НУ "Запорізька
політехніка", 2025. - 65 с.

Експерт
спеціальності:

М.М. Касьян, доцент, к.т.н.

Рецензент:

Н.О. Нечипоренко, доцент, к.ф.-м.н.

Відповідальний
за випуск:

І.С. Пожуєва, доцент, к.т.н.

Рекомендовано до видання НМК
факультету КНТ НУ «Запорізька
політехніка»,
Протокол № 6 від 12.02.2025

Затверджено на засіданні кафедри
«Математика» НУ «Запорізька
політехніка»,
Протокол № 5 від 29.01.2025

ЗМІСТ

ВСТУП	4
ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ	5
Варіант 1	5
Варіант 2.....	7
Варіант 3.....	9
Варіант 4.....	11
Варіант 5.....	13
Варіант 6.....	15
Варіант 7.....	17
Варіант 8.....	19
Варіант 9.....	21
Варіант 10.....	23
Варіант 11.....	25
Варіант 12.....	27
Варіант 13.....	29
Варіант 14.....	31
Варіант 15.....	33
Варіант 16.....	35
Варіант 17.....	37
Варіант 18.....	39
Варіант 19.....	41
Варіант 20.....	43
Варіант 21.....	45
Варіант 22.....	47
Варіант 23.....	49
Варіант 24.....	51
Варіант 25.....	53
Варіант 26.....	55
Варіант 27.....	57
Варіант 28.....	59
Варіант 29.....	61
Варіант 30.....	63
ЛІТЕРАТУРА.....	65

ВСТУП

Розрахунково-графічні завдання складено у відповідності до програми з курсу "Вища математика" багатоступеневої підготовки фахівців і використовуються при проведенні занять зі студентами 1-го курсу факультету комп'ютерних наук і технологій ЗНТУ в ході вивчення курсу.

Метою виконання розрахунково-графічних завдань є закріплення теоретичних знань по дисципліні «Вища математика» та придбання практичних навичок при розв'язанні задач, що відносяться до розділу "Вступ до математичного аналізу. Диференційне числення".

У вказівках приведено 30 варіантів індивідуальних завдань. Номер варіанту визначається за порядковим номером студента в журналі відвідування занять.

Якщо Ви виявите сумнінність і терпіння при виконанні індивідуальних завдань, то будете вправі сподіватися на успішну задачу іспиту чи отримання заліку із цієї теми. Бажаємо успіхів в засвоєнні дисципліни и розв'язанні задач.

ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ**Варіант №1**

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(1+i)(3-i)}{2-3i} - \frac{(4+i)(1-i)}{2+i};$$

$$б) (3+2i)^4;$$

$$в) \sqrt[5]{-i}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = 3 - 3i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$|z - 2i| < 4, \quad |z - 2| < 4.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 5x - 7}{x^3 - 1}, \quad x_0 = 1, x_0 = -\infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin x}{5x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{x-1} \right)^x;$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-8}{4x+1} \right)^{x-1}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = 7^{\frac{1}{5-x}} + 1; \quad б) f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1, & x \leq 0 \\ 1 - x, & 0 < x \leq 1 \\ -(x-1)^3, & x > 1 \end{cases}.$$

6. Знайти похідні:

$$\begin{aligned} a) y &= \ln(6x+9) \operatorname{arctg}^3 2x; & в) y &= (\sin 4x)^{\operatorname{arctg} \frac{1}{x}}; \\ б) y &= \sqrt[6]{\frac{x-7}{x+7}} \arcsin(2x+3); & з) y^2 &= \cos x + \ln \frac{y}{x}. \end{aligned}$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = \cos^3 3t; \\ y = \sin^2 3t. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}; \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} (x + 3^x)^{\frac{1}{x}}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = \frac{2x-4}{(x-1)^2}.$$

Варіант № 2

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(4+i)(1-2i)}{2-i} - \frac{(4+3i)(1-i)}{2+i};$$

$$б) (1+2i)^5;$$

$$в) \sqrt[5]{1-i}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = \sqrt{3} - 3i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$|z-i| < 2, \quad \operatorname{Re}(z-1) < 1.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^3 + 2x - 16}{x^3 - 8}, \quad x_0 = 2, \quad x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{x+6}}{x^2 - x - 6};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 - \frac{2}{x+4} \right)^{2x-5};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\sin^2 3x};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4-3x}{1-3x} \right)^{2x-1}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = 4^{\frac{3}{x-2}} - 1; \quad б) f(x) = \begin{cases} 3x + 4, & x \leq -1 \\ x^2 - 2, & -1 < x < 2 \\ x, & x \geq 2 \end{cases}$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = \log_4(3x-1) \cdot \operatorname{arctg}^4 2x; \quad б) y = (\operatorname{sh} 3x)^{\operatorname{arctg}^2(x+2)};$$

$$б) y = 4 \sqrt{\frac{x+3}{x-3}} \ln(5x^2 - 2x + 1); \quad в) xy = \operatorname{ctg}(y/x) + x^2 y.$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = \cos 2t + 2t \sin 2t; \\ y = \sin 2t - 2t \cos t. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{5 - 5e^{-3x}}; \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos(2/\sqrt{x}) \right)^{4x}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = \frac{(2x-1)^2}{x-3}.$$

Варіант № 3

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(5+i)(3-3i)}{1-2i} + \frac{(2+i)(1-2i)}{2+i};$$

$$б) (1-3i)^3;$$

$$в) \sqrt[3]{-8-8\sqrt{3}i}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = -4 - 2\sqrt{2}i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$0 < \arg z < \frac{\pi}{4}, \quad |z - 2 - i| < 4.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^4 - 1}, \quad x_0 = 1, x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x+1}};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+2}{3x-1} \right)^{x+2};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{\operatorname{tg}^2 2x};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2-x}{7-x} \right)^{6x-7}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = \frac{2x-3}{x+4} ; \quad б) f(x) = \begin{cases} \sin 2x, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 2, & x > 2 \end{cases} .$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = \operatorname{tg}(\lg(6x+2)) \cdot \arcsin^2 3x ; \quad б) y = (\operatorname{tg}(x^4))^{\sqrt{x+3}} ;$$

$$б) y = \sqrt[5]{\frac{x-6}{x+6}} \cos(7x+2) ; \quad з) xy^2 - \sin(y^3) = 4x^2 + 5.$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = 2t - t^2 + 1 ; \\ y = 3t - t^3 - 1 . \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\operatorname{tg}^2 2x} ; \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 5/x)^{2x} .$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = e^{3x-x^2} .$$

Варіант № 4

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(1-i)(1-2i)}{2-i} + \frac{(6+i)(1-2i)}{3+i};$$

$$б) (1-i)^7;$$

$$в) \sqrt[4]{-64}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = -5i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$|z - 2| > 2, \quad \text{Im}(z - i) \leq 1.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 11x + 15}{3x^2 + 5x - 12}, \quad x_0 = -3, x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{3x^2};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3+x}{9x-4} \right)^{2x};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x-5}{3x+1} \right)^{2x-1}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = 2^{\frac{2}{x+9}} - 4; \quad б) f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 1 \\ (x-2)^2, & 1 < x < 2 \\ -x+6, & x \geq 2 \end{cases}.$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = (5x-1)^5 \cdot \arctg 3x^2; \quad в) y = (ch 3x)^{\arctg(1/x)};$$

$$б) y = \sqrt[4]{\frac{x+1}{x-1}} \log_3(x^2 + 5x + 4); \quad г) xy = e^{y^2x} + 4x^3.$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = 2t^2 + t; \\ y = \ln(t^2). \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{\arctg\left(x \frac{\pi}{2}\right)}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} (\log_2 \arctg 3x)^{\arctg 2x}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = \frac{2x^2 + 2 + 4x}{3 - x}.$$

Варіант № 5

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(1+5i)(4-i)}{1-i} - \frac{(5+i)(1-i)}{2+i};$$

$$б) (1-7i)^9;$$

$$в) \sqrt[6]{-128+128\sqrt{3}i}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$\frac{\pi}{6} \leq \arg|z-i| \leq \frac{\pi}{2}, \quad |z-i| \leq 2.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^3 - 6x + 3}{x^2 - 4x + 3}, \quad x_0 = 1, x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{4-x}}{2x^2 - x - 21};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x-2}{2x-1} \right)^{4x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow 0} \sin 3x \operatorname{ctg} 2x;$$

$$д) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{7x-2}{7x+4} \right)^{3x+4}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = \frac{x+5}{3x-2}; \quad б) f(x) = \begin{cases} 2 \cos x, & x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & \frac{\pi}{2} < x < \pi \\ x, & x \geq \pi \end{cases}.$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = 6^{-\sin 3x} \cdot \arctg 3x; \quad в) y = (\ctg 2x^3)^{\sin \sqrt{x}};$$

$$б) y = \frac{\ln^2(5x+1)}{\cos 3x^4}; \quad з) x^2 y^2 + 2^y \cdot x = 5y.$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = 2t - t^3; \\ y = 2t^2 + \ln(t^3). \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x - \tg x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \tg x)^{\ctg x}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = 2x + \frac{\ln x}{x}.$$

Варіант № 6

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(7+i)(7-i)}{3-i} - \frac{(2+i)(1-i)}{2+i};$$

$$б) (5+5i)^5;$$

$$в) \sqrt[3]{27i}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = -3\sqrt{3} - 3i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$\operatorname{Re}(z+2) \geq 3, \quad |z-i| < 4.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 7x + 10}{5x^2 + 3x - 3}, \quad x_0 = 2, x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{\sqrt{x+3} - \sqrt{5+3x}};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 5x}{3x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+1} \right)^{5-2x};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+2x}{7+x} \right)^{6x-7}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = 4^{\frac{2}{x-1}} + 3; \quad б) f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ -x^2-1, & 0 \leq x < 1 \\ -2^x, & x \geq 1 \end{cases}.$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = ctg^3 4x \cdot arctg 2x^3; \quad в) y = (arcsin 4x)^{tg \sqrt{x}};$$

$$б) y = \frac{e^{tg 3x}}{4x^2 + 7x - 5}; \quad з) \ln(yx) - \frac{y}{x} = 7x + y.$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = ctg(t); \\ y = \frac{1}{\cos^2 t}. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1 - x^3}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 5x)^{\frac{2}{x^2}}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = \frac{5x - 20}{x^2 - x + 1}.$$

Варіант № 7

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(-1+i)(-3-i)}{2-3i} + \frac{(4+i)(1-i)}{-2+i};$$

$$б) (-1+2i)^4;$$

$$в) \sqrt[5]{1+4i}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = -5 + 5i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$|z + 3i| \geq 4, \quad \operatorname{Im}(z + 1 - i) \leq 5.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^4 - x^2 + x + 1}{x^4 - 1}, \quad x_0 = -1, x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{x+4}}{3x^2 - 4x + 1};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 6x}{2x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{2x+1} \right)^{3x-4};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2-4x}{7-4x} \right)^{3x-7}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = 5^{\frac{2}{x-3}} + 5; \quad \bar{o}) f(x) = \begin{cases} x-1, & x \leq 1 \\ \ln x, & 1 < x < e^2 \\ 2x, & x \geq e^2 \end{cases}.$$

6. Знайти похідні:

$$\begin{aligned} a) y &= \sqrt{\lg(x+3)} \cdot \operatorname{arccctg}^2 5x; & \bar{o}) y &= (\operatorname{cth} \sqrt{x})^{\sin(2x+3)}; \\ \bar{o}) y &= \sqrt[5]{\frac{x^2+1}{e^{3x+4}}} \cdot \sin(2x+4); & \varepsilon) \sin^2(3x+y^2) &= 5x^2 y + 5x. \end{aligned}$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = t^2 - \sin t; \\ y = t \cos t. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x}; \quad \bar{o}) \lim_{x \rightarrow 5} (2 - 4x/5)^{\operatorname{tg}(\frac{\pi x}{10})}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = \frac{x^2 - 2x + 2}{(x-1)^2}.$$

Варіант № 8

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(-4+i)(3-i)}{2-3i} - \frac{(4+i)(1-i)}{-2+i};$$

$$б) (-1+i)^7;$$

$$в) \sqrt[8]{-256}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = 4\sqrt{3} - 12i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$-\frac{\pi}{3} < \arg z < \frac{\pi}{3}, \quad |z| \geq 2.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 + 19x - 5}{2x^2 + 11x + 5}, \quad x_0 = -5, x_0 = -\infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + 1} - 1};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{1 - \cos 4x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+3} \right)^{2x+3};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2-2x}{7-x} \right)^{6x-1}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = \frac{x-3}{x+2}; \quad б) f(x) = \begin{cases} x^3, & x < -1 \\ x-2, & -1 \leq x \leq 3 \\ -x+5, & x > 3 \end{cases}.$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = e^{-\cos 2x} \cdot \arctg 7x^5; \quad в) y = (\arccos 5x)^{\ln x};$$

$$б) y = \frac{\ln^3(5x-5)}{\operatorname{tg}(4/x)}; \quad г) y^2 + x^2 = \sin^2(y/x).$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = 2 \cos^2 t - \cos 2t; \\ y = 2 \sin^2 t - \sin 2t. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - a^{\sin x}}{x^3}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{1}{\ln(e^x - 1)}}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x + 5}.$$

Варіант № 9

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(5+3i)(-2-i)}{-1-5i} + \frac{(-1+i)(1-i)}{1-3i};$$

$$б) (-9-2i)^{10};$$

$$в) \sqrt[3]{-\frac{1}{32} - \frac{\sqrt{3}}{32}i}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = -7i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$|z+3| < 4, \quad \operatorname{Im}(z-1+i) \geq 3.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}, \quad x_0 = -1, x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+6}}{2x^2 - 7x - 15};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 6x}{x \operatorname{tg} 2x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x-1} \right)^{1-4x};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2-x}{7-2x} \right)^{x-5}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = 2^{\frac{5}{x-1}}; \quad \text{б) } f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ x^2+1, & 0 \leq x < 1 \\ 2-\ln x, & x \geq 1 \end{cases}$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = \sqrt[3]{\ln(8x-4)} \cdot \operatorname{arctg}^4 3x; \quad \text{в) } y = (\operatorname{arctg}(x^2))^{\operatorname{th}(3x+1)};$$

$$\text{б) } y = \frac{\operatorname{tg}^2(6x+1)}{\operatorname{lg}(2x+5)}; \quad \text{з) } y^2 = \left(\frac{x-y}{x+y} \right).$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = \ln^2 t; \\ y = \frac{t+1}{t}. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} (e^{5x} + x^2)^{\frac{1}{3x^2}}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = x - \ln(2 + x^2).$$

Варіант № 10

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(-3 + 4i)(-1 - i)}{-3i} - \frac{(-4 + i)(1 - i)}{-2 - i};$$

$$б) (-2 - 2i)^8;$$

$$в) \sqrt[6]{729}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = -7.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arg(z + 2i) \leq \frac{\pi}{6}, \quad \operatorname{Re}(z + i) \geq 2, \quad \operatorname{Im}(z + 1) \geq 1.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 4x + 4}, \quad x_0 = -2, x_0 = -\infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5 - x} - \sqrt{x - 3}};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x\sqrt{1 - \cos 4x}}{\sin^2 3x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x - 1}{3x + 2} \right)^{2x};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2 - 2x}{7 - x} \right)^{6x - 7}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = \frac{x-5}{x-2}; \quad b) f(x) = \begin{cases} -x+2, & x \leq 0 \\ x^3, & 0 < x \leq 2 \\ 2x+4, & x > 2 \end{cases}.$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = \sqrt[6]{(x+1)^5} \cdot \arccos 3x^4; \quad b) y = (\arctg 2x)^{\sin(x^2-x+1)};$$

$$b) y = \frac{\log_2(7x-5)}{\operatorname{tg} \sqrt{x}}; \quad c) e^{yx} = 4xy^2 - 7yx^2.$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = \cos^3 3t; \\ y = \sin^2 3t. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{tg} x} - e^x}{\operatorname{tg} x - x}; \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{1 + \sqrt{1+x}} \right)^{1/x}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = \frac{3x-9}{x^2-7x+10}.$$

Варіант № 11

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(1-i)(-3-i)}{-2-i} + \frac{(2+i)(-1-2i)}{-3i};$$

$$б) (-5+6i)^{12};$$

$$в) \sqrt[3]{-125}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = -4\sqrt{3} + 4i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$|z+2| < 3, \quad |z-3i| \geq 2.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 7x - 4}{x^3 + 64}, \quad x_0 = -4, x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{3x+17} - \sqrt{2x+12}}{x^2 + 8x + 15};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\arcsin 2x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{3x-4} \right)^{1-6x};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+3x}{7+3x} \right)^{2x+1}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = 6^{\frac{2}{4-x}}; \quad б) f(x) = \begin{cases} 2^x, & x < -1 \\ 1-x, & -1 \leq x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}.$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = \log_5(7x^2 + 1) \cdot \operatorname{arctg}^2 x^3; \quad в) y = (\operatorname{sh} 3x)^{\operatorname{arctg}(2x^2+7)};$$

$$б) y = \sqrt[4]{\frac{2x-5}{2x+5}} \operatorname{arctg}(9x+2); \quad з) \operatorname{ctg}^2(x+y) = 5xy + 8x^2.$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = t \cdot \cos 2t; \\ y = t \cdot \sin 2t. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1-\ln x}{(x-1)\ln x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}(2x) \right)^{4x+1}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = -\ln\left(\frac{2+x}{1-x}\right).$$

Варіант № 12

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(-7-2i)(2+i)}{-3i} - \frac{i \cdot (1-i)}{-2+i};$$

$$б) (-3+3i)^8;$$

$$в) \sqrt[4]{32\sqrt{3}-64i}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = -3\sqrt{3} + 9i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$\operatorname{Re}(2z - i + 2) > -1, \quad \operatorname{Im}(-z + 3 - 2i) < 1.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^3 + x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1},$$

$$x_0 = 1, x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{\sqrt{x-1} - 2};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2}{\sin 3x \operatorname{tg} 2x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1} \right)^x;$$

$$д) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2+4x}{1+3x} \right)^{2-3x}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = 9^{\frac{1}{x-3}} - 1; \quad б) f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x}, & x \leq 0 \\ 0, & 0 < x \leq 3 \\ x-3, & x > 3 \end{cases}$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = 7^{\cos 4x} \cdot \arctg^3 5x; \quad в) y = (tg(7x^5))^{\sqrt{x+2}};$$

$$б) y = \sqrt[8]{\frac{5x+1}{5x-1}} \ln(3x-x^2); \quad г) x^4 + x^2 y^2 + \ln y = 4.$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = e^{2t+1} + t; \\ y = e^{3t}. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x}}{x^3 + e^{2x}}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 2} (1 + ctg(\pi x))^{\tg \frac{\pi}{x}}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік

$$y = \frac{x^2 - 1}{(6x - 3)^2}.$$

Варіант № 13

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{2i \cdot (3-i)}{-3-3i} + \frac{(-1+i)(1-2i)}{-6+i};$$

$$б) (-5+5i)^{10};$$

$$в) \sqrt[7]{\sqrt{3}-3i}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = -10.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$|z+2i-3| \geq 1, \quad |z+2i-3| < 4.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{9x^2 + 17x - 2}{x^2 + 2x},$$

$$x_0 = -2, x_0 = -\infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{5x+x-2}}{\sqrt{8-x-3}};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x \operatorname{tg} 2x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+5}{4x-1} \right)^{x+3};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3+6x}{8+3x} \right)^{3x+2}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = \frac{4x+3}{x+5}; \quad б) f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ \cos x, & 0 \leq x \leq \pi \\ 1 - \frac{x}{\pi}, & x > \pi \end{cases}.$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = e^{-3x} \cdot \arcsin^2 5x; \quad в) y = (\log_2(7x+4))^{\operatorname{ctg} 7x};$$

$$б) y = \sqrt[3]{\frac{2x-4}{2x+3}} \lg(5x+7); \quad г) y^2 = 2 \cos(xy) + x^3.$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = 2 \cos^2 t - \sin t; \\ y = 4 \sin^3 t. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^5}; \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} (x-1)^{\frac{2}{\ln(x-1)}}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = \ln(x^2 + 3).$$

Варіант № 14

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(6+3i)(1-i)}{3-i} + \frac{(-1+i)(6-i)}{3+i};$$

$$б) (-6+2\sqrt{3}i)^9;$$

$$в) \sqrt[3]{216i}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = -7 + 7i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$|z+3| < 1, \quad \operatorname{Im} z < 0,5.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^3 - 2x^2 + 5x}{3x^2 + 7x}, \quad x_0 = 0, x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3} - 2}{\sqrt{x+2} - 3};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\operatorname{arctg} 3x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+1}{5x-1} \right)^{x-4};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2+x}{1+3x} \right)^{2-3x}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = 5^{\frac{1}{x-4}} + 2; \quad б) f(x) = \begin{cases} x-3, & x < -1 \\ x+2, & -1 \leq x \leq 2 \\ x^2, & x > 2 \end{cases}.$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = 2^{-x^2-5} \cdot \operatorname{arctg}^3 4x; \quad в) y = (\operatorname{sh} 5x)^{\operatorname{arctg}^2(5x+2)};$$

$$б) y = \frac{e^{-\operatorname{tg} 3x}}{x^2 - 3x + 5}; \quad з) y\sqrt{x} + x\sqrt{y} = \sqrt{7xy}.$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = \frac{t^3}{3} + \frac{t^2}{2} + t; \\ y = \frac{t^2}{2} + \frac{1}{t}. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопітала:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \cdot e^{2x}}{x + e^{2x}}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg}(3x))^{\frac{1}{\lg x}}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = \frac{4x-1}{7-x}.$$

Варіант № 15

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(1+5i)(3-i)}{2-3i} - \frac{(-4+i)(1-i)}{i};$$

$$б) (-3+2i)^4;$$

$$в) \sqrt[3]{6\sqrt{3}-6i}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = -5\sqrt{3} + 15i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$|z+3+i| \leq 4, \quad |z+2-i| \leq 3.$$

4. Знайти границі функцій:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^3 - 8}{2x^2 - 9x + 10},$$

$$x_0 = 2, x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 5x}{3x^2};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+4} \right)^{x-1};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{8+2x}{7+3x} \right)^{-x+1}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = 3^{\frac{4}{1-x}}; \quad б) f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ x^2 - 1, & -1 < x \leq 2 \\ 2x, & x > 2 \end{cases}.$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = \log_3(3x^3 + 5) \cdot \arccos 3x; \quad в) y = (\ln(2x + 3))^{\sin \sqrt{x}};$$

$$б) y = \sqrt{\frac{2x+1}{2x-1}} \cdot \log_2(x - 3x^2); \quad з) 3x + \sin(2y + 1) = 5y/x.$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = \frac{2-t}{2+t^2}; \\ y = \frac{t^2}{2+t^2}. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - e^{2x}) \operatorname{ctgx}; \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[2x]{x+3}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = e^{\frac{1}{3-x}}.$$

Варіант № 16

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \quad \frac{-i \cdot (-2 + i)}{5 - i} - \frac{(1 + i)(1 - i)}{5 + i};$$

$$б) \quad (-7 + 14i)^4;$$

$$в) \quad \sqrt[6]{-12 - 12i}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = 8\sqrt{3} + 8i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$\frac{\pi}{6} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{3}, \quad |z + i| \geq 2.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - 7x + 5},$$

$$x_0 = 1, x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{4x^2};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x-1} \right)^x;$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+5x}{2+3x} \right)^{2x+5}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = 2^{\frac{1}{x-4}} + 1; \quad б) f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 1 \\ 2x, & 1 < x \leq 4 \\ x - 2, & x > 4 \end{cases}$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = \log_3(3x + 1) \cdot \operatorname{arctg}^5 7x; \quad в) y = (\sqrt{x + 5})^{\arccos 3x};$$

$$б) y = \frac{e^{-\operatorname{ctg} 5x}}{(3x^2 - 4x + 2)^2}; \quad з) 3 \lg y = 7x^3 + xy^3.$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = \cos^2 \frac{t}{2}; \\ y = t - \sin t. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow \frac{x}{2}} \frac{\operatorname{tg} 3x}{5x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sin\left(\frac{3}{x}\right) + \cos\left(\frac{3}{x}\right) \right)^{4x-1}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = \frac{6x - x^2 - 9}{x + 5}.$$

Варіант № 17

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(1+i)(3-i)}{-3i} - \frac{i \cdot (1-i)}{-5+i};$$

$$б) (-6+2i)^6;$$

$$в) \sqrt[4]{-16}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = -15 + 15i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$\operatorname{Re}(z-1) \geq 0, \quad |z-2i| < 4.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^3 + x - 2},$$

$$x_0 = 1, x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7-x} - \sqrt{7+x}}{\sqrt{7x}};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 x}{3x \sin x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2-4x}{1-4x} \right)^{x+3};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{5+x}{7+3x} \right)^{2x+1}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = \frac{3x+5}{x-3}; \quad б) f(x) = \begin{cases} x+3, & x \leq 0 \\ -x^2+4, & 0 < x < 2 \\ x-2, & x \geq 2 \end{cases}.$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = \arctg^5 x \cdot \log_2(3x^2 - 3); \quad в) y = (\sqrt{3x+8})^{\arctg 8x};$$

$$б) y = \frac{\lg(3x^2 + 7)}{(3x+1)^7}; \quad з) \operatorname{tg}(y^2 + x) = 3x + 5y \sin x.$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = t^2; \\ y = \frac{t^3}{3} - t + 4. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin 2x}{\sin^2 4x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[2x]{\cos \sqrt{3x}}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = (2x-1)e^{5x+2}.$$

Варіант № 18

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(7+i)(-2+i)}{-1-i} + \frac{(-2+i)(1-3i)}{-1+i};$$

$$б) (-9+2i)^4;$$

$$в) \sqrt[3]{4-4i}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = -15 - 5\sqrt{3}i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$0 \leq \arg z \leq \pi, \quad |z-2| < 4.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - x - 30}{x^3 + 125},$$

$$x_0 = -5, x_0 = -\infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{3x^2};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 3x}{2x \sin 5x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2-4x}{1-4x} \right)^{7+5x};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{7+4x}{2+2x} \right)^{-5x}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = 7^{\frac{1}{2-x}}; \quad \text{б) } f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 2 \\ x+1, & x > 2 \end{cases}.$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = \log_2(7x+3) \cdot \arccos^2(5x^3+6); \quad \text{в) } y = (\operatorname{ctg} 7x)^{\operatorname{sh}(7x+3)};$$

$$\text{б) } y = \frac{\arcsin(8x+5)}{(7x-2)^5}; \quad \text{г) } x^3 + y^3 = 5xy + 5^{x+y}.$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = t g^2 t; \\ y = 2 \ln \operatorname{ctg}(t). \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\cos x \cdot \sin x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{3x} \right)^{\operatorname{tg} 2x}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = \frac{\ln x}{(x-3)^2}.$$

Варіант № 19

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(-7+i)(-2+3i)}{-2-i} + \frac{i \cdot (-1+4i)}{2+3i};$$

$$б) (-7+4i)^8;$$

$$в) \sqrt[6]{\frac{2}{\sqrt{3}}} - 2i.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = -4 + 4\sqrt{3}i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$|z+i-1| < 1, \quad |z-2-2i| < 5.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 3x - 28}{x^3 - 64},$$

$$x_0 = 4, x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 16} - 4};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \sin^2 3x \operatorname{ctg}^2 5x;$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-4} \right)^x;$$

$$д) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{7+x}{1+3x} \right)^{4-x}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = \frac{x-4}{2x+3}; \quad б) f(x) = \begin{cases} 3^x, & x < 0 \\ -x+1, & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2-1, & x > 2 \end{cases}.$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = 5^{-x^2} \cdot \sqrt{\arcsin 3x^3}; \quad в) y = (\cos 5x)^{\arctg \sqrt{x}};$$

$$б) y = \frac{4 \log_2(3x-5)}{(3x-2)^2}; \quad г) \arctg^2(xy) = 4xy + 5y.$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = 3 \cos^2 3t; \\ y = 2 \sin^3 3t. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{5 - 5e^{-3x}}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{ctg} 3x}{2x} \right)^{1/x^2}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = \frac{x^3}{9-x^2}.$$

Варіант № 20

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(-8 + 2i)(3 - 3i)}{2 - i} + \frac{(-1 + 2i)(1 - i)}{2 + i};$$

$$б) (-9 + 3i)^7;$$

$$в) \sqrt[6]{64}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = -8 - \frac{8}{\sqrt{3}}i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$\operatorname{Im}(z + 2i) < 0, \quad |z - i| < 1.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{8x^3 - 1}{x^2 - \frac{1}{4}}, \quad x_0 = \frac{1}{2}, x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{5-x} - \sqrt{5+x}};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \sin 5x \operatorname{ctg} 3x;$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{x^2};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2 + 4x}{1 + 3x} \right)^{2-3x}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = 4^{\frac{2}{3-x}}; \quad \text{б) } f(x) = \begin{cases} -2(x+1), & x \leq -1 \\ (x+1)^3, & -1 < x < 0 \\ x^2 - 1, & x \geq 0 \end{cases}$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = \lg(8x^2 - 3) \cdot \arcsin^2 5x; \quad \text{в) } y = (\arccos x^2)^{\sqrt{\cos 6x}};$$

$$\text{б) } y = \sqrt[9]{\frac{x+3}{x-3}} \log_5(2x-3); \quad \text{з) } \sin \sqrt{y} = xy^2 + 5x^2.$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = t^2 + 1; \\ y = e^{t^2} \cdot t. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{e^x - 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - \pi + \operatorname{arccotg}(2x))^{4x+1}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = \ln(x^2 - 2x + 6).$$

Варіант № 21

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \quad \frac{-i \cdot (1 + 4i)}{-3i} - \frac{(1 + i)^2}{2 + i};$$

$$б) \quad (-3 + 4i)^4;$$

$$в) \quad \sqrt[3]{5 - \frac{5}{\sqrt{3}}}i.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = \frac{1}{8} + \frac{\sqrt{3}}{8}i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$|z + 5i - 5| < 5, \quad |z + 5i - 5| \geq 2.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^4 - 5x^2 + 1}{x^2 - 1},$$

$$x_0 = 1, x_0 = \infty$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x - 3} - 3}{x^2 - 9};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{1 - \cos 2x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6 + 3x}{1 + 3x} \right)^{2-3x};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5 + 4x}{1 + 3x} \right)^{2-x}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = 2^{\frac{3}{x+2}}; \quad б) f(x) = \begin{cases} -x + 2, & x \leq -2 \\ x^3 + 2, & -2 < x \leq 1 \\ 3, & x > 1 \end{cases}$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = \operatorname{tg}^4 3x \cdot \operatorname{arctg}(6x^2 - 2^x); \quad в) y = (\operatorname{sh}(x + 2))^{\operatorname{arcsin}^2 2x};$$

$$б) y = \frac{4 \lg(3x^3 + 7)}{(3x - 5)^3}; \quad з) y^2 = 25x - 4x^2 + \log_5 xy.$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = 2 \sin^2 \frac{t}{2}; \\ y = \cos t. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} (2x + 2^x)^{\frac{1}{x^2}}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = x^2 e^{2x-1}.$$

Варіант № 22

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(1+i)(3-i)}{-5-3i} + \frac{(4+i)^2}{i};$$

$$б) (-7+7i)^{10};$$

$$в) \sqrt[6]{-729}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = -\frac{3}{5}.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$-2 \leq \operatorname{Re}(z+i-1) \leq 2, \quad -1 \leq \operatorname{Im}(z-i+1) \leq 1.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 5x - 42}{x^2 - 5x + 6},$$

$$x_0 = 3, x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x+1}-4}{x^2+2x-15};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 3x}{\cos x - \cos^2 x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2-x}{1-3x} \right)^{4x};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+4x}{1+4x} \right)^{2-3x}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = \frac{3x-5}{x+1}; \quad б) f(x) = \begin{cases} 2-x, & x \leq 0 \\ -(x+1)^2, & 0 < x < 1 \\ x-5, & x \geq 1 \end{cases}$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = \lg(3x-2) \cdot \arcsin^5(4x); \quad в) y = (\cos(2x+5))^{\arcsin 3x};$$

$$б) y = \sqrt[7]{\frac{x-8}{x+8}} \cdot \arccos(3x-5); \quad з) x^2 y - 6 = \cos(y/x).$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = 3t - t^3; \\ y = 3t^2 + 1. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg}(x)}{\ln(1 + \frac{1}{x})}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} (\ln \operatorname{ctg} 3x)^{\operatorname{tg} x}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = 2 - \ln^2 x.$$

Варіант № 23

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \quad \frac{-(3-5i)^2}{2-4i} + \frac{(-5+3i)(-1+7i)}{-2+i};$$

$$б) \quad (-5+5i)^9;$$

$$в) \quad \sqrt[7]{-128i}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = -\frac{\sqrt{3}}{12} + \frac{3}{4}i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$|z+5-2i| < 4, \quad 0 \leq \arg(z+5) \leq \frac{2\pi}{3}.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 4}{3x^2 + x - 10},$$

$$x_0 = -2, x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{3x} - x};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{1 - \cos 4x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4+3x}{1+3x} \right)^{x-2};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2+4x}{1+5x} \right)^{2+3x}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}; \quad б) f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 0 \\ 2^x, & 0 < x \leq 2 \\ x + 3, & x > 2 \end{cases}$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = \sqrt{\arccos 2x} \cdot 3^{-x^2}; \quad б) y = (th(\cos x))^{\arcsin(3x+1)};$$

$$б) y = \frac{e^{\sin(5x+1)}}{(2x-5)^7}; \quad в) \frac{x^3}{5} + \frac{y^2}{3} = \cos^2(x^2 y).$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = t^2 + 4t + 1; \\ y = t^3 + t^2. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} 2x^2 \cdot \ln x; \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} (\cos(2/5x))^x.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = \left(\frac{x-4}{2-x} \right)^2.$$

Варіант № 24

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(-8+i)^2}{-6-3i} - \frac{(-2+i)(-1-5i)}{2-i};$$

$$б) (8-6i)^{12};$$

$$в) \sqrt[8]{\frac{\sqrt{3}}{15} - \frac{1}{5}i}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = -\frac{5}{7} - \frac{5}{7}i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множини точок, що задовольняє наступним умовам:

$$|z-i| < 2, \quad |z+i| < 2.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^3 + 2x - 5}{4x^2 - 5x + 1}, \quad x_0 = 1, x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x^2} - 1}{x^3 + x^2};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 5x}{3x^2};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+4} \right)^{x-1};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+4x} \right)^{3x}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = \frac{x+8}{2x-2}; \quad б) f(x) = \begin{cases} 3x+6, & x \leq -2 \\ x^2+1, & -2 < x \leq 1 \\ -x+3, & x > 1 \end{cases}.$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = \sqrt{\ln(x-10)} \cdot \arccos^2 4x; \quad в) y = (\operatorname{cth}(5/x))^{\arcsin(7x^2)};$$

$$б) y = \frac{e^{\sin 5x}}{(3x-2)^2}; \quad з) y = 7x^2 y - \operatorname{ctg}(xy).$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = 5 \cos t; \\ y = 7 \sin^2 t. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg}^2 x \ln \cos x; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} (2^x + x)^{1/3x}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = -(x+2) \ln^2 x.$$

Варіант № 25

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(6+i)(1+2i)}{3-3i} + \frac{(-5+i)(1-5i)}{2+2i};$$

$$б) (8-7i)^9;$$

$$в) \sqrt[4]{-16+16i}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = \frac{7}{9} - \frac{7}{3\sqrt{3}}i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$\operatorname{Re}(z) < 0, \quad \operatorname{Im}(z+2i) \geq 0.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 11x - 6}{3x^2 - 20x + 12}, \quad x_0 = 6, x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+20} - 4}{x^3 + 64};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x \operatorname{tg} 2x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{2x-1} \right)^{5x};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+7x}{1+7x} \right)^{2-3x}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = \frac{3x+2}{x-4}; \quad б) f(x) = \begin{cases} -x+1, & x < -1 \\ x^2+1, & -1 \leq x \leq 2 \\ 2x, & x > 2 \end{cases}.$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = \arccos^4 x \cdot \ln(x^2 + x - 1); \quad в) y = (\sin 3x)^{\arccos^4 x};$$

$$б) y = \frac{\arctg(3x+7)}{\sqrt[3]{(x-2)^2}}; \quad з) y = x^5 + \arctg\left(\frac{y^3}{x}\right).$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = t^3 + 2t; \\ y = t^2 - 5t - 1. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} (e^x - e^{-x}) \ctg 3x; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[4]{1+5x}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = \frac{(x+2)^2}{x-2}.$$

Варіант № 26

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(5-2i)^2}{12-3i} - \frac{(9+i)(1-9i)}{-4+i};$$

$$б) (-7+i)^{12};$$

$$в) \sqrt[10]{-\frac{i}{1024}}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = -\frac{7}{2} + \frac{7}{\sqrt{3}}i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$\frac{\pi}{6} \leq \arg(z) < \frac{5\pi}{6}, \quad \operatorname{Im} z < 4.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 11x + 10}{x^2 - 5x + 14},$$

$$x_0 = -2, x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x+1} - 5};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} 3x \operatorname{ctg} 7x;$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{1+x} \right)^{x+4};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{9+3x}{1+4x} \right)^{1-x}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = 5^{\frac{1}{x-3}} - 2; \quad б) f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq -1 \\ (x+1)^2, & -1 < x \leq 2 \\ -x+6, & x > 2 \end{cases}$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = 3^{\cos x} \cdot \arcsin^2 3x; \quad в) y = (th(\sqrt{x} + 1))^{\arctg 2x};$$

$$б) y = \frac{ctg^2 5x}{\ln(7x-2)}; \quad з) tg(y) = 4xy - 5x^2.$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = 2t - \sin 2t; \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 + 18x)e^{-2x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin^2 2x)^{\frac{1}{\lg^2 2x}}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = \frac{x^3 + 8}{(x-2)^2}.$$

Варіант № 27

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(-2 + 4i)(3 - i)}{-12 + 3i} + \frac{(-2 + 3i)}{5i};$$

$$б) (7 - 21i)^{13};$$

$$в) \sqrt[4]{\sqrt{3} - 2i}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = \frac{15}{7} - \frac{5\sqrt{3}}{7}i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$-\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{\pi}{6}, \quad |z - 0,5| < 2.$$

4. Знайти границі функцій:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 3x - 28}{x^2 - 4x}, \quad x_0 = 4, x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x+7} - 5}{3 - \sqrt{x}};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg}^2 3x \operatorname{ctg}^2 2x;$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{4x-2};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+4x}{1+x} \right)^{2-3x}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = 5^{\frac{2}{2-x}}; \quad b) f(x) = \begin{cases} x-1, & x < 0 \\ \sin 2x, & 0 \leq x < \pi \\ 3, & x \geq \pi \end{cases}$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = \arctg^3 5x \cdot \ln(x^2 + 5); \quad e) y = (\cos(3x + 2))^{\ln x^2};$$

$$b) y = \frac{e^{\arccos^2(4x+1)}}{\sqrt{4x+5}}; \quad z) \frac{x^2}{2} + \frac{3y^2}{7} = x^3 y.$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = \operatorname{ctg}(t^2); \\ y = \frac{1}{\cos^2(t^2)}. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \operatorname{tg} x \ln(1 + \cos x); \quad b) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{8} \right)^{\sin(\pi x)}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = \frac{x^3}{x^4 - 1}.$$

Варіант № 28

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(1-i)(3-2i)}{-4-3i} - \frac{(9+i)(1-i)}{-2+i};$$

$$б) (-12-4i)^{14};$$

$$в) \sqrt[10]{1+i}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = -12 - 4\sqrt{3}i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$|z + 2i| < 2, \quad |z - 2i| < 4.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^3 - 64}{7x^2 - 27x - 4},$$

$$x_0 = 4, x_0 = -\infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^3 - 8};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 3x}{2x \sin 5x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{2x+1} \right)^{x+3};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+2x}{1+2x} \right)^{5-x}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = 2^{\frac{1}{x-1}} + 3; \quad б) f(x) = \begin{cases} x-1, & x < -2 \\ x^2 + 2, & -2 \leq x < 1 \\ 3x, & x \geq 1 \end{cases}.$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = 3^{-x^3} \cdot \arctg 2x^5; \quad в) y = (\operatorname{ctg}(7x+4))^{\sqrt{x+3}};$$

$$б) y = \sqrt[6]{\frac{7x-4}{7x+4}} \log_5(3x^2+2x); \quad з) \sin(x/y) = 7x+8y.$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = t + 2 \ln \cos t; \\ y = t - 2 \ln \sin t. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x - \operatorname{tg} x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{2}{3+\ln 2x}}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = \frac{3x}{25 - x^2}.$$

Варіант № 29

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(5+15i)^2}{-3i} - \frac{(4+i)^2}{-2+i};$$

$$б) (8+64i)^{14};$$

$$в) \sqrt[7]{-1-i}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = 21 - 7\sqrt{3}i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$-4 < \operatorname{Re} z < 4, \quad -2 < \operatorname{Im} z < 2, \quad -\frac{5\pi}{6} < \arg z < \frac{2\pi}{3}.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 2x - 24}{2x^2 + 15x + 18},$$

$$x_0 = -6, x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 2}{\sqrt{8+x} - 3};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2}{\sin 3x \operatorname{tg} 2x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{2x-1} \right)^x;$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+x}{1+x} \right)^{21+6x}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = 2^{\frac{5}{1-x}}; \quad \bar{o}) f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x^2 + 1, & 0 \leq x < 2 \\ x + 1, & x \geq 2 \end{cases}.$$

6. Знайти похідні:

$$a) y = \operatorname{arccctg}^2 2x \cdot \sqrt{\ln(x+3)}; \quad \bar{o}) y = (\operatorname{ctg} 3x)^{\operatorname{arcsin}(2x-1)};$$

$$\bar{o}) y = \frac{\log_3(x^2 + 4)}{\cos^5 2x}; \quad \bar{e}) y^2 = 8x^3 + \sin(xy).$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = t^2 + \frac{1}{2} \sin 2t; \\ y = 2 \cos^3 t. \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ch} x - 1}{1 - \cos x}; \quad \bar{o}) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+1} \right)^{3x-1}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = \frac{e^{x^2} - 4}{e^{x^2}}.$$

Варіант № 30

1. Виконати дії над комплексними числами:

$$a) \frac{(1+7i)(3-i)}{2-3i} - \frac{(4+i)(1-i)}{2+7i};$$

$$б) (9+2i)^4;$$

$$в) \sqrt[8]{6561}.$$

2. Записати комплексне число в тригонометричній та показниковій формах:

$$z = -9 - 9i.$$

3. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задовольняє наступним умовам:

$$|z - i + 4| < 4, \quad |z - 2 + i| > 3.$$

4. Знайти границі функції:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^3 - 2x - 4}{x^2 - 11x + 18}, \quad x_0 = 2, x_0 = \infty;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - 3}{x^2 - x};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 3x}{\cos x - \cos^2 x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x}{1+x} \right)^{2-x};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{1+3x} \right)^{3x-3}.$$

5. Дослідити на неперервність функцію, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

$$a) f(x) = 7^{\frac{4}{x-2}} - 1; \quad б) f(x) = \begin{cases} x+3, & x \leq 0 \\ \log_2 x, & 0 < x \leq 2 \\ x^2 - 3, & x > 2 \end{cases}.$$

6. Знайти похідні:

$$\begin{aligned} a) y &= 2^{\sin 4x} \cdot \arctg(x^4); & в) y &= (\ln(x+7))^{\operatorname{ctg} 2x}; \\ б) y &= \frac{\lg 3x}{\sin(5x^2)}; & г) 4 \sin^2(2x + yx^2) &= x - y. \end{aligned}$$

7. Знайти другу похідну параметричної функції:

$$\begin{cases} x = \arcsin(t^2 - 1); \\ y = \arccos(t^2). \end{cases}$$

8. Знайти границі, використовуючи правило Лопіталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln \sin x}{\cos^2 x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin 2x}.$$

9. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = xe^{\frac{2}{x^2}}.$$

ЛІТЕРАТУРА

1. Денисюк В.П. Вища математика. Модульна технологія навчання: Навчальний посібник: У 4 ч. / В.П. Денисюк, В.К. Репета. – К.: Книжкове видавництво НАУ, 2005.
2. Овчинников П.П. Вища математика: Підручник. У 2 ч. Ч. 1: Лінійна і векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне і інтегральне числення / П.П. Овчинников, Ф.П. Яремчук, В.М. Михайленко. – 3-тє вид., випр. – К.: Техніка, 2007. – 600 с.
3. Дубовик В.П. Вища математика: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / В.П. Дубовик., І.І. Юрик. – 4-тє вид. – К. : Ігнатекс-Україна., 2013. – 648 с
4. Герасимчук В.С. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навчальний посібник для студ. технічних і технологічних спец. вищих навч. закладів : затв. МОНУ / В.С. Герасимчук, Г.С. Васильченко, В.І. Кравцов. – К. : Книги України ЛТД, 2009. – 577 с.
5. Мастиновський Ю.В. Математичні поняття, визначення, теореми, формули: довідковий посібник / Ю.В. Мастиновський, Д.І. Анпілогов. – Запоріжжя; Кругозор, 2015. – 172с.
6. Клепко В.Ю. Вища математика в прикладах і задачах: навчальний посібник для студ. вищих навч. закл. / В.Ю. Клепко, В.Л. Голець. – 2-ге вид. – К.: Центр учбової літератури, 2009. – 594 с.
7. Кривуца В.Г. Вища математика: практикум: навчальний посібник для студ. вищих навч. закладів / В.Г. Кривуца, В.В. Барковський, Н.В. Барковська. – Вид. 2-ге, перероб. і доп. – К.: Центр навч. літератури, 2005. – 536 с.
8. Литвин І.І. Вища математика: навч. посібник: рек. МОНУ / І.І. Литвин, О.М. Конончук, Г.О. Желізняк. – 2-ге вид. – К. : Центр учбової літератури, 2009. – 368 с.
9. Практикум з вищої математики: навчальний посібник: рек. МОНУ. Ч.1 / Ю.М. Бардачов, В.В. Крючковський, О.В. Цибуленко та ін. – Херсон : Олді-плюс, 2010. – 390 с.