

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Національний університет «Запорізька політехніка»

ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

до виконання РГР (для студентів денної форми навчання) та

КР (для студентів заочної форми навчання)

з вищої математики (скорочена форма навчання).

Розділи «Елементи лінійної алгебри», «Елементи векторної алгебри», «Елементи аналітичної геометрії на площині і у просторі», «Диференціальне числення функції однієї змінної», «Диференціальне числення функції багатьох змінних»,

Індивідуальні завдання до виконання РГР (для студентів денної форми навчання) та КР (для студентів заочної форми навчання) з вищої математики (скорочена форма навчання). Розділи «Елементи лінійної алгебри», «Елементи векторної алгебри», «Елементи аналітичної геометрії на площині і у просторі», «Диференціальне числення функції однієї змінної», «Диференціальне числення функції багатьох змінних». /Укл.: Килимник І.М., Онуфрієнко Л.М., Полякова Т.Г. - Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2020. –58 с.

Укладачі: Килимник І.М., к. т. н., доцент,
Онуфрієнко Л.М., к. ф.-м. н, доцент,
Полякова Т.Г. асистент

Рецензент: Онуфрієнко В.М., д. ф.-м. н., професор

Відповідальний за випуск: Килимник І.М., к. т. н., доцент

Затверджено на засіданні кафедри
вищої математики НУ «Запорізька
політехніка»
Протокол № 1 від 25.08.2020 р.

Затверджено НМК машинобудівного
факультету НУ «Запорізька
політехніка»
Протокол № 1 від 03.09.2020 р.

ЗМІСТ

	Правила оформлення та виконання РГР та КР	4
1	Елементи лінійної алгебри	5
2	Елементи векторної алгебри	11
3	Елементи аналітичної геометрії на площині	16
4	Елементи аналітичної геометрії у просторі	21
5	Диференціальне числення функції однієї змінної	26
6	Диференціальне числення функції двох змінних	46
	Література	57

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ ТА ВИКОНАННЯ РГР ТА КР

1. Студент повинен виконувати РГР (КР) в окремому зошиті.

2. На обкладинці зошита треба записати номер РГР (КР), назву дисципліни, з якої виконується РГР (КР), номер академічної групи, прізвище, ім'я по батькові повністю. В правому верхньому куті вказати шифр – номер залікової книжки.

3. В РГР (КР) повинні бути розв'язані всі завдання, вказані викладачем. Розв'язання завдань необхідно записувати в порядку номерів завдань, зберігаючи їх послідовність. Умова задачі в завданні переписується повністю.

4. Номер задачі в завданні вибирають таким чином:

якщо число з двох останніх цифр шифру менше 30, то це і є номер задачі в завданні;

у противному випадку дві останні цифри шифру треба поділити на 30. Остача від ділення відповідає номеру задачі в завданні;

якщо остача від ділення дорівнює нулю, то студент розв'язує 30 задачу завдання.

5. РГР (КР) подається викладачеві на перевірку і захищається студентом на консультаціях. РГР (КР), виконана не за своїм варіантом, не зараховується.

1 ЕЛЕМЕНТИ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ

Завдання 1.1 Розв'язати матричне рівняння.

1.	$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$	2.	$Y \cdot \begin{pmatrix} -5 & 7 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$
3.	$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$	4.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 7 & 9 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$
5.	$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$	6.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$
7.	$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$	8.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$
9.	$\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$	10.	$Y \cdot \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$
11.	$\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$	12.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
13.	$\begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$	14.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$
15.	$\begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$	16.	$Y \cdot \begin{pmatrix} -7 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$
17.	$\begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$	18.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 5 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$
19.	$\begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$	20.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
21.	$\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 5 & -8 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	22.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

23.	$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -5 & 7 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$	24.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
25.	$\begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$	26.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$
27.	$\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$	28.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$
29.	$\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 8 & -6 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 4 & -7 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$	30.	$Y \cdot \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$

Завдання 1.2 Розв'язати систему ЛАР трьома способами: а) по формулам Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

1.	$\begin{cases} 3x + 4y - 2z = 11 \\ x - y + 3z = -6 \\ 2x - y - z = 3 \end{cases}$	2.	$\begin{cases} x - y + 5z = -10 \\ 6x + 3y - z = 11 \\ -3x - y + z = -6 \end{cases}$
3.	$\begin{cases} x - 2y - 5z = 9 \\ 3x - 8y - z = -3 \\ 5x + 3y + z = 6 \end{cases}$	4.	$\begin{cases} x - y + z = -2 \\ 8x + y + 3z = 3 \\ -2x + 7y + z = 3 \end{cases}$
5.	$\begin{cases} 13x + y + 7z = 0 \\ x + 6y - z = 9 \\ 2x + 2y + z = 2 \end{cases}$	6.	$\begin{cases} 4x - 6y + z = -4 \\ x - y - 3z = 6 \\ y + 12z = -23 \end{cases}$
7.	$\begin{cases} 3x - 5y + 8z = -18 \\ 2x + y - z = 5 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$	8.	$\begin{cases} 11x + y + 6z = 0 \\ x - 3y - 2z = 2 \\ x - 5z = 11 \end{cases}$
9.	$\begin{cases} 5y - 13z = 31 \\ x - 6y + z = -7 \\ 2x + 4y + z = 4 \end{cases}$	10.	$\begin{cases} 11x + y + 5z = 2 \\ 3x + 5y + z = 6 \\ 2x - 3y - 2z = 3 \end{cases}$

11.	$\begin{cases} 2x - 3y + 2z = 7 \\ x - y + 8z = 10 \\ 3x + 6y - 5z = -8 \end{cases}$	12.	$\begin{cases} 8x - y + 2z = 11 \\ 2x - 4y - z = 5 \\ x - y + 12z = 14 \end{cases}$
13.	$\begin{cases} 3x - 9y - 11z = 1 \\ y + 2z = 1 \\ 2x - 3y - z = 4 \end{cases}$	14.	$\begin{cases} 5x - 9y - 10z = 4 \\ x + 3y + z = -1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$
15.	$\begin{cases} 4x + y - 3z = 0 \\ 2x + 5y + z = -2 \\ 3x - y - 6z = -2 \end{cases}$	16.	$\begin{cases} 6x + 7y - z = -2 \\ x - 3y - 5z = -1 \\ 3x + y - 3z = -1 \end{cases}$
17.	$\begin{cases} 7x + 10y - z = -4 \\ 3x - 5y + z = 9 \\ x + 8y + 6z = -1 \end{cases}$	18.	$\begin{cases} 8x + 10y + 2z = 0 \\ x - 2z = -1 \\ 3x + 4y + 5z = 4 \end{cases}$
19.	$\begin{cases} 10x + 11y + 15z = 14 \\ x + 6y = -5 \\ 13x + 4y - 6z = 3 \end{cases}$	20.	$\begin{cases} 13x + y - 8z = 4 \\ 5x + 7y + z = -1 \\ x - y + 2z = 4 \end{cases}$
21.	$\begin{cases} x + 8y - 10z = 6 \\ 8x + y - 2z = 0 \\ 18x + 4y + 5z = 13 \end{cases}$	22.	$\begin{cases} 9x + 13y - 10z = 16 \\ x + y - 2z = 0 \\ 2x + 4y + z = 9 \end{cases}$
23.	$\begin{cases} 11x + y - 9z = -7 \\ x + 5y - 7z = 3 \\ 2x - 10y + z = -19 \end{cases}$	24.	$\begin{cases} x - 2y + 8z = 4 \\ 2x + 13y - 20z = 6 \\ 3x + 5y + 8z = 18 \end{cases}$
25.	$\begin{cases} 15x + 6y - 12z = 0 \\ 3x - y + z = -1 \\ 5x + 3y - 2z = 4 \end{cases}$	26.	$\begin{cases} 4x + 9y - 6z = 12 \\ 3x + 4y + 2z = 10 \\ x - 6z = -6 \end{cases}$
27.	$\begin{cases} 7x + 9y + 4z = 22 \\ 3x + 5y - 10z = 0 \\ 2x + 4y - z = 7 \end{cases}$	28.	$\begin{cases} 5x - 6z = -6 \\ 3x + 8y - 13z = 3 \\ x - 2y + 3z = -1 \end{cases}$

29.	$\begin{cases} x - 8y + 12z = -4 \\ 3x - 7y + z = -13 \\ x + 3y + 10z = 16 \end{cases}$	30.	$\begin{cases} 9x + y - 8z = -6 \\ 3x + 4y + z = 9 \\ x - 3y + 5z = -1 \end{cases}$
-----	---	-----	---

Завдання 1.3 Розв'язати системи лінійних однорідних рівнянь

1.a)	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 4x_1 - 11x_2 + 10x_3 = 0 \end{cases}$
2.a)	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$
3.a)	$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$
4.a)	$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 10x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$
5.a)	$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$
6.a)	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - 3x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 0 \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$
7.a)	$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 6x_3 = 0 \end{cases}$

8.a)	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 5x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$
9.a)	$\begin{cases} 5x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + 7x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 5x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$
10.a)	$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \\ 7x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$
11.a)	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$
12.a)	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$
13.a)	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0 \\ 2x_1 - 9x_3 = 0 \end{cases}$
14.a)	$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 8x_1 - x_2 + 7x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$
15.a)	$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$

16.a)	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$
17.a)	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$
18.a)	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 5x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$
19.a)	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \\ 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$
20.a)	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$
21.a)	$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - 8x_2 - 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$
22.a)	$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$
23.a)	$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$

24.a)	$\begin{cases} 7x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 7x_1 - 6x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 4x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 0 \end{cases}$
25.a)	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 7x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$
26.a)	$\begin{cases} 7x_1 - 6x_2 + x_3 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} x_1 - 8x_2 + 7x_3 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 0 \\ 4x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$
27.a)	$\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - 5x_3 = 0 \\ 7x_1 + 5x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$
28.a)	$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 5x_1 + x_2 - 6x_3 = 0 \\ 4x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$
29.a)	$\begin{cases} 8x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 0 \\ 7x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0 \\ 5x_1 - 4x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$
30.a)	$\begin{cases} x_1 + 7x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$	б)	$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0 \end{cases}$

2 ЕЛЕМЕНТИ ВЕКТОРНОЇ АЛГЕБРИ

Завдання 2.1 Задані координати вершин піраміди $A_1A_2A_3A_4$. Знайти: а) кут між ребрами A_1A_2 та A_1A_4 ; б) площу грані $A_1A_2A_3$; в) проекцію вектора $\overrightarrow{A_1A_3}$ на вектор $\overrightarrow{A_1A_4}$, г) довжину висоти

піраміди, проведену з вершини A_4 , д) яку трійку утворюють вектори $\overrightarrow{A_1A_2}$, $\overrightarrow{A_1A_3}$ і $\overrightarrow{A_1A_4}$?

1.	$A_1(2; 1; 4)$	$A_2(-1; 5; -2)$	$A_3(-7; -3; 2)$	$A_4(-6; -3; 6)$
2.	$A_1(5; 2; 0)$	$A_2(2; 5; 0)$	$A_3(1; 2; 4)$	$A_4(-1; 1; 1)$
3.	$A_1(1; 2; 0)$	$A_2(3; 0; -3)$	$A_3(5; 2; 6)$	$A_4(8; 4; -9)$
4.	$A_1(2; -1; 2)$	$A_2(1; 2; -1)$	$A_3(3; 2; 1)$	$A_4(-4; 2; 5)$
5.	$A_1(1; 1; 2)$	$A_2(-1; 1; 3)$	$A_3(2; -2; 4)$	$A_4(-1; 0; -2)$
6.	$A_1(2; 3; 1)$	$A_2(4; 1; -2)$	$A_3(6; 3; 7)$	$A_4(7; 5; 3)$
7.	$A_1(1; 5; -7)$	$A_2(-3; 6; 3)$	$A_3(-2; 7; 3)$	$A_4(-4; 8; -12)$
8.	$A_1(0; -1; -1)$	$A_2(-2; 3; 5)$	$A_3(1; -5; -9)$	$A_4(-1; -6; 3)$
9.	$A_1(7; 2; 4)$	$A_2(7; -1; -2)$	$A_3(3; 3; 1)$	$A_4(-4; 2; 1)$
10.	$A_1(4; -1; 3)$	$A_2(-2; 1; 0)$	$A_3(0; -5; 1)$	$A_4(3; 2; -6)$
11.	$A_1(2; 0; 0)$	$A_2(-2; 0; -1)$	$A_3(1; 4; 2)$	$A_4(3; 0; 6)$
12.	$A_1(-2; 0; 2)$	$A_2(0; 0; 4)$	$A_3(3; 2; 4)$	$A_4(1; 3; 2)$
13.	$A_1(1; 2; 3)$	$A_2(2; 0; 0)$	$A_3(3; 2; 5)$	$A_4(4; 0; 0)$
14.	$A_1(3; 0; 6)$	$A_2(1; -3; 2)$	$A_3(3; 2; 5)$	$A_4(2; 2; 5)$
15.	$A_1(-2; 0; -1)$	$A_2(0; 0; 4)$	$A_3(1; 3; 2)$	$A_4(3; 2; 7)$
16.	$A_1(1; -2; 1)$	$A_2(0; 0; 4)$	$A_3(1; 4; 2)$	$A_4(2; 0; 0)$
17.	$A_1(-2; 1; 0)$	$A_2(3; 2; 7)$	$A_3(2; 2; 5)$	$A_4(6; 1; 5)$
18.	$A_1(-1; 3; 0)$	$A_2(2; 0; 0)$	$A_3(4; -1; 2)$	$A_4(3; 2; 7)$
19.	$A_1(6; 1; 5)$	$A_2(5; 1; 2)$	$A_3(-4; 1; -2)$	$A_4(-6; 0; 5)$
20.	$A_1(1; -1; 6)$	$A_2(-5; -1; 0)$	$A_3(4; 0; 0)$	$A_4(2; 2; 5)$
21.	$A_1(4; 2; 5)$	$A_2(0; 7; 2)$	$A_3(0; 2; 7)$	$A_4(1; 5; 0)$
22.	$A_1(4; 4; 10)$	$A_2(4; 10; 2)$	$A_3(2; 8; 4)$	$A_4(9; 6; 7)$
23.	$A_1(4; 6; 5)$	$A_2(6; 9; 7)$	$A_3(2; 10; 10)$	$A_4(7; 5; 9)$
24.	$A_1(3; 5; 4)$	$A_2(8; 7; 4)$	$A_3(5; 10; 4)$	$A_4(4; 7; 8)$

25.	$A_1(10; 6; 6)$	$A_2(-2; 8; 2)$	$A_3(6; 8; 9)$	$A_4(7; 10; 3)$
26.	$A_1(1; 8; 2)$	$A_2(5; 2; 6)$	$A_3(5; 7; 4)$	$A_4(4; 10; 9)$
27.	$A_1(6; 6; 5)$	$A_2(4; 9; 5)$	$A_3(4; 6; 11)$	$A_4(6; 9; 3)$
28.	$A_1(7; 2; 2)$	$A_2(5; 7; 7)$	$A_3(5; 3; 1)$	$A_4(2; 3; 7)$
29.	$A_1(8; 6; 4)$	$A_2(10; 5; 5)$	$A_3(5; 6; 8)$	$A_4(8; 10; 7)$
30.	$A_1(7; 7; 3)$	$A_2(6; 5; 8)$	$A_3(3; 5; 8)$	$A_4(8; 4; 1)$

Завдання 2.2 З'ясувати: а) при якому значенні α вектор $\vec{a}$ перпендикулярний вектору $\vec{b}$; б) при якому значенні β вектор $\vec{b}$ колінеарний вектору $\vec{c}$.

Вар-нт	Вектор $\vec{a}$	Вектор $\vec{b}$	Вектор $\vec{c}$
1.	$\vec{a} = (2; -3; \alpha)$	$\vec{b} = 7\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}$	$\vec{c} = (\beta; -10; 2)$
2.	$\vec{a} = (3; 5; \alpha)$	$\vec{b} = 7\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$	$\vec{c} = (-14; \beta; -4)$
3.	$\vec{a} = (2; -17; \alpha)$	$\vec{b} = 12\vec{i} + 3\vec{j} - 9\vec{k}$	$\vec{c} = (4; 1; \beta)$
4.	$\vec{a} = (\alpha; -2; 6)$	$\vec{b} = 5\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$	$\vec{c} = (20; \beta; -12)$
5.	$\vec{a} = (2; \alpha; -1)$	$\vec{b} = 6\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k}$	$\vec{c} = (30; \beta; 35)$
6.	$\vec{a} = (4; -3; \alpha)$	$\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$	$\vec{c} = (-6; -9; \beta)$
7.	$\vec{a} = (7; \alpha; 1)$	$\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$	$\vec{c} = (\beta; 12; -4)$
8.	$\vec{a} = (\alpha; 5; -2)$	$\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$	$\vec{c} = (6; \beta; 2)$
9.	$\vec{a} = (1; -2; \alpha)$	$\vec{b} = 4\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$	$\vec{c} = (-8; \beta; -4)$
10.	$\vec{a} = (2; \alpha; -3)$	$\vec{b} = 7\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$	$\vec{c} = (\beta; 1; -4)$
11.	$\vec{a} = (\alpha; 2; 2)$	$\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} - 5\vec{k}$	$\vec{c} = (4; \beta; -10)$
12.	$\vec{a} = (2; -3; \alpha)$	$\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$	$\vec{c} = (-6; 4; \beta)$
13.	$\vec{a} = (8; \alpha; -1)$	$\vec{b} = 5\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$	$\vec{c} = (\beta; -6; -2)$

Вар-нт	Вектор $\bar{a}$	Вектор $\bar{b}$	Вектор $\bar{c}$
14.	$\bar{a} = (\alpha; 2; -4)$	$\bar{b} = 4\bar{i} - 2\bar{j} - 6\bar{k}$	$\bar{c} = (-2; \beta; 3)$
15.	$\bar{a} = (3; \alpha; -4)$	$\bar{b} = 2\bar{i} - 3\bar{j} + 6\bar{k}$	$\bar{c} = (4; \beta; 12)$
16.	$\bar{a} = (\alpha; -3; 2)$	$\bar{b} = \bar{i} - 5\bar{j} - 7\bar{k}$	$\bar{c} = (2; -10; \beta)$
17.	$\bar{a} = (5; \alpha; 3)$	$\bar{b} = 5\bar{i} - 2\bar{j} - 7\bar{k}$	$\bar{c} = (\beta; 4; 14)$
18.	$\bar{a} = (17; \alpha; -2)$	$\bar{b} = 3\bar{i} - 9\bar{j} + 12\bar{k}$	$\bar{c} = (1; \beta; 4)$
19.	$\bar{a} = (-2; 6; \alpha)$	$\bar{b} = \bar{i} - 3\bar{j} + 5\bar{k}$	$\bar{c} = (4; -12; \beta)$
20.	$\bar{a} = (\alpha; -1; 2)$	$\bar{b} = \bar{i} - 7\bar{j} - 6\bar{k}$	$\bar{c} = (\beta; 14; 12)$
21.	$\bar{a} = (-3; \alpha; 4)$	$\bar{b} = 3\bar{i} - \bar{j} + 2\bar{k}$	$\bar{c} = (-6; \beta; -4)$
22.	$\bar{a} = (\alpha; -1; -7)$	$\bar{b} = 3\bar{i} - \bar{j} - 2\bar{k}$	$\bar{c} = (9; -3; \beta)$
23.	$\bar{a} = (5; -2; \alpha)$	$\bar{b} = 2\bar{i} - \bar{j} - 3\bar{k}$	$\bar{c} = (8; \beta; -12)$
24.	$\bar{a} = (2; \alpha; -1)$	$\bar{b} = 5\bar{i} - 2\bar{j} - 4\bar{k}$	$\bar{c} = (\beta; 4; 8)$
25.	$\bar{a} = (\alpha; -3; 2)$	$\bar{b} = \bar{i} - 4\bar{j} - 7\bar{k}$	$\bar{c} = (2; \beta; -14)$
26.	$\bar{a} = (2; 2; \alpha)$	$\bar{b} = \bar{i} + 5\bar{j} - 2\bar{k}$	$\bar{c} = (-2; -10; \beta)$
27.	$\bar{a} = (3; \alpha; -2)$	$\bar{b} = 2\bar{i} - \bar{j} - 3\bar{k}$	$\bar{c} = (\beta; 2; 6)$
28.	$\bar{a} = (\alpha; -1; 8)$	$\bar{b} = 3\bar{i} + \bar{j} + 5\bar{k}$	$\bar{c} = (-6; \beta; -10)$
29.	$\bar{a} = (2; -4; \alpha)$	$\bar{b} = 2\bar{i} + 6\bar{j} - 4\bar{k}$	$\bar{c} = (1; 3; \beta)$
30.	$\bar{a} = (\alpha; -4; 2)$	$\bar{b} = 3\bar{i} + 4\bar{j} - 7\bar{k}$	$\bar{c} = (\beta; -12; 21)$

Завдання 2.3 Дані сила $\bar{F}$ та дві точки A і B . Треба знайти:

- а) роботу сили $\bar{F}$, необхідну для переміщення тіла із точки A в точку B ; б) момент сили $\bar{F}$ відносно точки B , якщо сила прикладена в точці A .

Вар-нт	Сила $\overline{F}$	Точка A	Точка B
1.	$\overline{F} = (0, -4, -8)$	$A(-1, 2, 4)$	$B(3, 0, -1)$
2.	$\overline{F} = (-5, -7, -4)$	$A(3, 10, -1)$	$B(-6, 0, -3)$
3.	$\overline{F} = (4, -1, -10)$	$A(-7, 3, 2)$	$B(-4, 1, -8)$
4.	$\overline{F} = (-2, 2, 3)$	$A(-2, -1, -1)$	$B(-6, -1, -7)$
5.	$\overline{F} = (4, -5, 0)$	$A(-3, 3, 5)$	$B(-3, 7, 2)$
6.	$\overline{F} = (4, 0, 8)$	$A(-1, -4, 2)$	$B(1, 1, -2)$
7.	$\overline{F} = (7, 4, 5)$	$A(-3, -3, -2)$	$B(7, -1, 7)$
8.	$\overline{F} = (-1, -10, 4)$	$A(-3, 6, -2)$	$B(-5, -4, 1)$
9.	$\overline{F} = (-2, -3, 2)$	$A(-7, 11, 3)$	$B(-7, 17, 7)$
10.	$\overline{F} = (5, 0, -4)$	$A(5, 2, 7)$	$B(1, 5, 7)$
11.	$\overline{F} = (-8, 0, -4)$	$A(-1, -4, 2)$	$B(-6, 0, 0)$
12.	$\overline{F} = (-4, -5, -7)$	$A(11, -3, 12)$	$B(9, -12, 2)$
13.	$\overline{F} = (-10, 4, -1)$	$A(12, 6, -7)$	$B(2, 9, -9)$
14.	$\overline{F} = (2, 3, -2)$	$A(6, -8, -5)$	$B(6, -14, -9)$
15.	$\overline{F} = (0, 4, -5)$	$A(7, -5, 2)$	$B(4, -5, 6)$
16.	$\overline{F} = (0, 4, 8)$	$A(-3, -6, -2)$	$B(-7, -4, 3)$
17.	$\overline{F} = (5, 7, 4)$	$A(2, -5, -2)$	$B(11, 5, 0)$
18.	$\overline{F} = (-4, 1, 10)$	$A(1, -5, -4)$	$B(-2, -3, 6)$
19.	$\overline{F} = (2, -2, -3)$	$A(-1, 1, 3)$	$B(3, 1, 9)$
20.	$\overline{F} = (-4, 5, 0)$	$A(1, 2, -7)$	$B(1, -2, -4)$

Вар-нт	Сила $\overline{F}$	Точка A	Точка B
21.	$\overline{F}=(-4,-8, 0)$	$A(0, 1, 1)$	$B(-2,-4, 5)$
22.	$\overline{F}=(-7,-4, -5)$	$A(-2,-1, 2)$	$B(-12,-3,-7)$
23.	$\overline{F}=(1,10,-4)$	$A(-1, 2, 1)$	$B(1,12,-2)$
24.	$\overline{F}=(3,-2, 2)$	$A(-5, 5,-2)$	$B(-11, 1,-2)$
25.	$\overline{F}=(-5, 0, 4)$	$A(1, 2, 3)$	$B(5, -1, 3)$
26.	$\overline{F}=(8, 0, 4)$	$A(-5, 5, 5)$	$B(0, 1, 7)$
27.	$\overline{F}=(4, 5, 7)$	$A(0,-4,-6)$	$B(2, 5, 4)$
28.	$\overline{F}=(10,-4, 1)$	$A(-5, 3,-4)$	$B(5, 0, 2)$
29.	$\overline{F}=(-3, 2,-2)$	$A(-4, 1,-3)$	$B(2, 5,-3)$
30.	$\overline{F}=(0,-4, 5)$	$A(-2,-10, 9)$	$B(1,-10, 5)$

3 ЕЛЕМЕНТИ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ НА ПЛОЩИНІ

Завдання 3.1 Дані вершини трикутника ABC . Знайти: а) довжину та рівняння сторони BC ; б) довжину та рівняння висоти, проведеної до сторони BC ; в) рівняння середньої лінії, яка з'єднує сторони AB та AC ; г) внутрішній кут при вершині B . Зробити рисунок трикутника в декартовій системі координат.

1.	$A(2, -3)$	$B(3, 0)$	$C(-2, 5)$
2.	$A(1, 3)$	$B(-1, 0)$	$C(2, -2)$
3.	$A(1, 2)$	$B(-1, -1)$	$C(2, 1)$
4..	$A(2, 1)$	$B(4, 3)$	$C(-2, 1)$
5.	$A(1, -1)$	$B(6, 4)$	$C(2, 6)$
6.	$A(2, -3)$	$B(3, 2)$	$C(-2, 5)$
7.	$A(3, 2)$	$B(5, -2)$	$C(1, 3)$
8.	$A(3, -4)$	$B(-2, 3)$	$C(4, 5)$

9.	$A(3, 6)$	$B(-1, 3)$	$C(2, -1)$
10.	$A(5, -4)$	$B(-1, 3)$	$C(-3, -2)$
11.	$A(1, 1)$	$B(7, 4)$	$C(4, 5)$
12.	$A(1, 1)$	$B(-5, 4)$	$C(-2, 5)$
13.	$A(-1, 1)$	$B(5, 4)$	$C(2, 5)$
14.	$A(-1, 1)$	$B(-7, 4)$	$C(-4, 5)$
15.	$A(1, -1)$	$B(7, 2)$	$C(4, 5)$
16.	$A(1, -1)$	$B(-5, 2)$	$C(-2, 3)$
17.	$A(-1, -1)$	$B(5, 2)$	$C(2, 3)$
18.	$A(-1, -1)$	$B(-7, 2)$	$C(-4, 3)$
19.	$A(0, 1)$	$B(6, 4)$	$C(3, 5)$
20.	$A(1, 0)$	$B(7, 3)$	$C(4, 4)$
21.	$A(2, -3)$	$B(-3, 0)$	$C(2, 5)$
22.	$A(1, 3)$	$B(2, 0)$	$C(-2, -2)$
23.	$A(1, 2)$	$B(2, -1)$	$C(-3, 1)$
24.	$A(2, 1)$	$B(-4, 3)$	$C(1, 1)$
25.	$A(1, -1)$	$B(-3, 4)$	$C(-2, 6)$
26.	$A(2, -3)$	$B(-3, 2)$	$C(2, 5)$
27.	$A(3, 2)$	$B(-3, -2)$	$C(-2, 3)$
28.	$A(3, -4)$	$B(4, 3)$	$C(-1, 5)$
29.	$A(3, 6)$	$B(2, 3)$	$C(-3, 1)$
30.	$A(5, -4)$	$B(4, 3)$	$C(2, -2)$

Завдання 3.2 Встановити назву кривої 2-го порядку $a_i x^2 + b_i y^2 + c_i x + d_i y + k_i = 0$, $i = 1, 2, 3$. Знайти центр, піввісі для еліпса та гіперболи; для параболи – координати вершини, точки перетину з осями координат і рівняння вісі симетрії. Зробити креслення в системі xOy .

Таблиця 1

Вар- нт	a_1	b_1	c_1	d_1	k_1	Вар- нт	a_1	b_1	c_1	d_1	k_1
1	4	9	-16	54	61	2	1	4	6	-16	21

Вар- нт	a_1	b_1	c_1	d_1	k_1	Вар- нт	a_1	b_1	c_1	d_1	k_1
3	9	4	18	32	37	4	25	1	100	-2	76
5	16	4	-64	-8	4	6	49	1	196	-6	156
7	4	25	-24	50	-39	8	1	9	4	-18	4
9	9	16	54	32	-47	10	16	25	64	-150	-111
11	25	36	50	72	-839	12	49	4	98	-16	-131
13	9	36	-18	144	-171	14	4	1	-32	4	64
15	1	36	2	288	541	16	25	16	50	-32	-359
17	16	36	-32	-144	-416	18	9	25	-72	50	-56
19	4	16	-24	-64	36	20	1	16	-6	-128	249
21	25	4	100	-24	36	22	4	49	24	196	36
23	16	9	-32	-54	-47	24	25	9	150	-72	144
25	9	1	-36	-4	31	26	4	36	8	72	-104
27	1	25	-6	-100	84	28	16	1	-64	4	52
29	1	49	-4	98	4	30	49	9	98	-54	-311

Таблица 2

Вар- нт	a_2	b_2	c_2	d_2	k_2	Вар- нт	a_2	b_2	c_2	d_2	k_2
1	4	-9	-16	-54	-29	2	-1	4	-6	-16	11
3	9	-4	18	-32	-19	4	-25	1	-100	-2	-74
5	16	-4	-64	8	124	6	-49	1	-196	-6	-138
7	4	-25	-24	-50	111	8	-1	9	-4	-18	14
9	9	-16	54	-32	209	10	-16	25	-64	-150	561
11	25	-36	50	-72	889	12	-49	4	-98	-16	163
13	9	-36	-18	-144	189	14	-4	1	32	4	-56
15	1	-36	2	-288	-539	16	-25	16	-50	-32	391
17	16	-36	-32	144	448	18	-9	25	72	50	106

Вар- нт	a_2	b_2	c_2	d_2	k_2	Вар- нт	a_2	b_2	c_2	d_2	k_2
19	4	-16	-24	64	36	20	-1	16	6	-128	263
21	25	-4	100	24	164	22	-4	49	-24	196	356
23	16	-9	-32	54	79	24	-25	9	-150	-72	144
25	9	-1	-36	4	41	26	-4	36	-8	72	176
27	1	-25	-6	100	-66	28	-16	1	64	4	-44
29	1	-49	-4	-98	4	30	-49	9	-294	-36	36

Таблица 3

Вар- нт	a_3	b_3	c_3	d_3	k_3	Вар- нт	a_3	b_3	c_3	d_3	k_3
1	1	0	4	-6	22	2	0	1	4	4	-8
3	1	0	-2	-8	33	4	0	1	-6	2	13
5	1	0	4	-4	0	6	0	1	6	6	-3
7	1	0	6	-10	19	8	0	1	-4	2	9
9	1	0	-6	-6	15	10	0	1	8	6	-7
11	1	0	-2	-4	5	12	0	1	-10	4	14
13	1	0	2	-8	17	14	0	1	4	-4	20
15	1	0	-2	-6	25	16	0	1	-8	2	9
17	1	0	2	6	13	18	0	1	-10	-2	-39
19	1	0	6	4	17	20	0	1	-6	2	-17
21	1	0	-4	8	20	22	0	1	-4	-4	16
23	1	0	2	-10	-29	24	0	1	-8	4	28
25	1	0	4	-6	-8	26	0	1	4	-2	-3
27	1	0	2	8	17	28	0	1	-6	-4	-8
29	1	0	4	10	-6	30	0	1	-6	4	-8

Завдання 3.3 Рівняння кривої в декартовій системі координат записати у полярній системі координат і побудувати її.

1.	$(x^2 + y^2)^2 = 36(x^2 - y^2)$
2.	$(x^2 + y^2)^2 = 18xy$
3.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = 4xy$
4.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = 4(x^2 - y^2)$
5.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = 3x^2y - y^3$
6.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = x^3 - 3xy^2$
7.	$(x^2 + y^2)^{5/2} = 8xy(x^2 - y^2)$
8.	$(x^2 + y^2)^3 = 16xy(x^2 - y^2)$
9.	$(x^2 + y^2 - x)^2 = 4(x^2 + y^2)$
10.	$(x^2 + y^2 - 3y)^2 = 9(x^2 + y^2)$
11.	$(x^2 + y^2)^2 = 9(x^2 - y^2)$
12.	$(x^2 + y^2)^2 = 8xy$
13.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = 6xy$
14.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = x^2 - y^2$
15.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = 2(3x^2y - y^3)$
16.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = 2(x^3 - 3xy^2)$
17.	$(x^2 + y^2)^{5/2} = 4xy(x^2 - y^2)$
18.	$(x^2 + y^2)^3 = 4xy(x^2 - y^2)$
19.	$(x^2 + y^2 - 2x)^2 = 4(x^2 + y^2)$

20.	$(x^2 + y^2)^2 = 16(x^2 - y^2)$
21.	$(x^2 + y^2)^2 = 2xy$
22.	$(x^2 + y^2)^2 = xy$
23.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = 2(x^2 - y^2)$
24.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = 3(3x^2y - y^3)$
25.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = 3(x^3 - 3xy^2)$
26.	$(x^2 + y^2)^{5/2} = 12xy(x^2 - y^2)$
27.	$(x^2 + y^2 - 2x)^2 = 9(x^2 + y^2)$
28.	$(x^2 + y^2)^3 = 36xy(x^2 - y^2)$
29.	$(x^2 + y^2 - 2y)^2 = 4(x^2 + y^2)$
30.	$(x^2 + y^2)^{3/2} = 3(x^2 - y^2)$

4 ЕЛЕМЕНТИ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ У ПРОСТОРИ

Завдання 4.1 Дані точки: $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$, $C(x_3, y_3, z_3)$, $D(x_4, y_4, z_4)$. Треба:

- 1) знайти рівняння площини ABC у загальному вигляді;
- 2) записати рівняння площини ABC у «відрізках» ;
- 3) знайти канонічні рівняння прямої, яка проходить через точку C паралельно прямій AB ;
- 4) скласти загальне рівняння площини, яка проходить через точку C перпендикулярно прямій AB ;
- 5) скласти рівняння площини, що проходить через точку D паралельно площині ABC ;
- 6) скласти параметричні рівняння прямої, яка проходить через точку D перпендикулярно площині ABC ;
- 7) знайти відстань d від точки D до площини ABC ;

8) знайти координати точки P , яка є проекцією точки D на площину ABC ;

9) знайти косинус кута α між прямими AB і CD ;

10) знайти синус кута φ між прямою CD і площиною ABC .

Вар-нт	Точка A	Точка B	Точка C	Точка D
1.	$A(0; -1; 2)$	$B(2; -2; 2)$	$C(-1; -1; 3)$	$D(2; -1; 3)$
2.	$A(2; -1; 3)$	$B(1; -4; 4)$	$C(4; -2; 3)$	$D(-1; 2; 3)$
3.	$A(-1; 2; 3)$	$B(-2; 2; 4)$	$C(1; 1; 3)$	$D(-1; 3; 2)$
4.	$A(-1; 3; 2)$	$B(-2; 3; 3)$	$C(1; 2; 2)$	$D(2; 3; -1)$
5.	$A(2; 3; -1)$	$B(1; 3; 0)$	$C(4; 2; -1)$	$D(0; 4; -1)$
6.	$A(0; 2; -1)$	$B(-1; 2; 0)$	$C(2; 1; -1)$	$D(-2; 0; 1)$
7.	$A(-2; 0; 1)$	$B(-3; 0; 2)$	$C(0; -1; 1)$	$D(1; 0; -2)$
8.	$A(1; 0; -2)$	$B(0; 0; -1)$	$C(3; -1; -2)$	$D(0; 1; -2)$
9.	$A(0; 1; -2)$	$B(-1; 1; -1)$	$C(2; 0; -2)$	$D(-2; 1; 0)$
10.	$A(-2; 1; 0)$	$B(-3; 1; 1)$	$C(0; 0; 0)$	$D(-2; -1; 0)$
11.	$A(-2; -1; 0)$	$B(-3; -1; 1)$	$C(0; -2; 0)$	$D(0; -2; -1)$
12.	$A(0; -2; -1)$	$B(-1; -2; 0)$	$C(2; -3; -1)$	$D(-1; 0; -2)$
13.	$A(-1; 0; -2)$	$B(-2; 0; -1)$	$C(1; -1; -2)$	$D(0; -1; -2)$
14.	$A(0; -1; -2)$	$B(-1; -1; 1)$	$C(2; -2; -2)$	$D(-2; 0; -1)$
15.	$A(-2; 0; -1)$	$B(-3; 0; 0)$	$C(0; -1; -1)$	$D(-1; -2; 0)$
16.	$A(0; -1; 2)$	$B(-1; -1; 3)$	$C(2; -2; 2)$	$D(2; -1; 3)$
17.	$A(2; -1; 3)$	$B(4; -2; 3)$	$C(1; -1; 4)$	$D(-1; 2; 3)$
18.	$A(-1; 2; 3)$	$B(1; 1; 3)$	$C(-2; 2; 4)$	$D(-1; 3; 2)$
19.	$A(-1; 3; 2)$	$B(1; 2; 2)$	$C(-2; 3; 3)$	$D(2; 3; -1)$

Вар-нт	Точка A	Точка B	Точка C	Точка D
20.	$A(2; 3; -1)$	$B(4; 2; -1)$	$C(1; 3; 0)$	$D(0; 2; -1)$
21.	$A(0; 2; -1)$	$B(2; 1; -1)$	$C(-1; 2; 0)$	$D(-2; 0; 1)$
22.	$A(-2; 0; 1)$	$B(0; -1; 1)$	$C(-3; 0; 2)$	$D(1; 0; -2)$
23.	$A(1; 0; -2)$	$B(3; -1; -2)$	$C(0; 0; -1)$	$D(0; 1; -2)$
24.	$A(0; 1; -2)$	$B(2; 0; -2)$	$C(-1; 1; -1)$	$D(-2; -1; 0)$
25.	$A(-2; 1; 0)$	$B(0; 0; 0)$	$C(-3; 1; 1)$	$D(-2; -1; 0)$
26.	$A(-2; -1; 0)$	$B(0; -2; 0)$	$C(-3; -1; 1)$	$D(0; -2; -1)$
27.	$A(0; -2; -1)$	$B(2; -3; -1)$	$C(-1; -2; 0)$	$D(-1; 0; -2)$
28.	$A(-1; 0; -2)$	$B(1; -1; -2)$	$C(-2; 0; -1)$	$D(0; -1; -2)$
29.	$A(0; -1; -2)$	$B(2; -2; -2)$	$C(-1; -1; -1)$	$D(-2; 0; -1)$
30.	$A(-2; 0; -1)$	$B(0; -1; -1)$	$C(-3; 0; 0)$	$D(-1; -2; 0)$

Завдання 4.2 Привести рівняння поверхонь до канонічного вигляду та визначити тип поверхні. Зробити схематичне креслення в новій системі координат.

1.	а) $x^2 + z^2 + 2x - 4z + 4 = 0$ б) $x^2 + 2y^2 - 2x + 8y - 8z + 9 = 0$
2.	а) $3x^2 - 6x - 2y + 1 = 0$ б) $x^2 - y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 4 = 0$
3.	а) $3x^2 + 4y^2 - 6x + 8y - 5 = 0$ б) $4x^2 + 9z^2 + 16x + 36y - 18z - 11 = 0$
4.	а) $2y^2 - 4y + 5z + 7 = 0$ б) $4x^2 - 2y^2 + z^2 - 16x - 8y + 2z + 9 = 0$

5.	a) $4y^2 + z^2 - 8y + 2z + 1 = 0$ б) $x^2 + y^2 - z^2 + 2x - 2y - 4z - 2 = 0$
6.	a) $z^2 - 2x + 2z + 5 = 0$ б) $y^2 + z^2 - x + 2y - 2z + 2 = 0$
7.	a) $3y^2 - 2x - 6y + 1 = 0$ б) $x^2 + y^2 - z^2 - 4x - 2y - 2z + 4 = 0$
8.	a) $y^2 + z^2 + 4y - 4z + 7 = 0$ б) $2y^2 + z^2 + 8x + 8y - 2z + 9 = 0$
9.	a) $x^2 - 4x - 2z + 2 = 0$ б) $x^2 - y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 2 = 0$
10.	a) $4x^2 + z^2 - 8x + 2z + 1 = 0$ б) $x^2 - y^2 - z^2 + 2x + 2y - 4z - 4 = 0$
11.	a) $z^2 + 3y - 4z + 1 = 0$ б) $x^2 + y^2 + 2x - 4y - z + 4 = 0$
12.	a) $x^2 + 4y^2 + 2x - 8y + 1 = 0$ б) $x^2 + y^2 - z^2 - 4x + 2y + 2z + 4 = 0$
13.	a) $z^2 + 3x - 2z + 4 = 0$ б) $x^2 + z^2 - 2x - y + 2z + 3 = 0$
14.	a) $x^2 + 9z^2 - 4x - 18z + 4 = 0$ б) $x^2 - y^2 - z^2 - 4x - 2y + 2z + 2 = 0$
15.	a) $x^2 + 2x + 2z - 1 = 0$ б) $y^2 + z^2 - x - 2y + 4z + 4 = 0$
16.	a) $4x^2 + y^2 + 16x - 2y + 13 = 0$ б) $x^2 - y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z + 4 = 0$

17.	a) $y^2 - 2x + 2y + 5 = 0$ б) $x^2 + y^2 - 4x + 2y + z + 5 = 0$
18.	a) $y^2 + 4z^2 + 2y - 8z + 1 = 0$ б) $x^2 - y^2 - z^2 - 2x + 4y + 2z - 4 = 0$
19.	a) $z^2 + 3y + 2z + 7 = 0$ б) $x^2 + z^2 + 2x + y - 2z + 1 = 0$
20.	a) $x^2 + 9z^2 + 2x + 36z + 28 = 0$ б) $x^2 + y^2 - z^2 + 4x - 2y + 2z + 4 = 0$
21.	a) $2z^2 - 3x - 4z - 1 = 0$ б) $y^2 + z^2 - x - 2y - 2z = 0$
22.	a) $2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 2 = 0$ б) $x^2 - y^2 - z^2 - 2x - 4y + 4z - 7 = 0$
23.	a) $x^2 - 2x - 2z - 3 = 0$ б) $x^2 + 2y^2 - 2x - 8y - 4z + 7 = 0$
24.	a) $y^2 + z^2 + 4y - 2z + 4 = 0$ б) $3x^2 - 9y^2 + z^2 - 6x + 18y + 2z - 5 = 0$
25.	a) $y^2 + 2y - 3z + 4 = 0$ б) $x^2 + z^2 - 4x - y + 4z + 10 = 0$
26.	a) $x^2 + 4z^2 + 2x - 8z + 1 = 0$ б) $2x^2 + y^2 - 4z^2 + 4x - 2y - 8z - 1 = 0$
27.	a) $z^2 + 2x + 4z = 0$ б) $y^2 + z^2 + x + 4y + 2z + 4 = 0$
28.	a) $9x^2 + y^2 - 36x + 2y + 28 = 0$ б) $9x^2 - y^2 - 3z^2 - 18x + 2y - 6z + 5 = 0$

29.	а) $z^2 - 3y + 2z - 7 = 0$ б) $2x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4z - 1 = 0$
30.	а) $y^2 + 4z^2 - 2y - 16z + 13 = 0$ б) $x^2 - y^2 + z^2 + 4x - 4y - 2z + 1 = 0$

5 ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ

Завдання 5.1 Знайти границі функцій.

1.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 11x + 15}{3x^2 + 5x - 12}$ $x_0 = -3, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{3x^2}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3+x}{x-4} \right)^{2x+5}$
2.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 5x - 7}{5x^2 + 2x - 7}$ $x_0 = 1, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin x}{5x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{5x-4}$
3.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - 6x + 3}{x^2 - 4x + 3}$ $x_0 = 1, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{4-x}}{2x^2 - x - 21}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin 3x \cdot \operatorname{ctg} 2x$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1} \right)^{4x-5}$

4.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 2x - 16}{2x^2 - 2x - 4}$ $x_0 = 2, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{x+6}}{x^2 - x - 6}$
	б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\sin^2 3x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+4} \right)^{2x-3}$
5.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{5x^2 + 2x - 3}{3x^2 - x - 4}$ $x_0 = -1, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{x+4}}{3x^2 - 4x + 1}$
	б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 6x}{5x^2}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+1} \right)^{3x-4}$
6.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 3x + 1}{5x^2 + 3x - 8}$ $x_0 = 1, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x+1}}$
	б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{\operatorname{tg}^2 2x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-5}{3x-1} \right)^{5x+2}$
7.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 7x + 10}{5x^2 - 8x - 4}$ $x_0 = 2, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{\sqrt{x+3} - \sqrt{5+3x}}$
	б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg^2 5x}{3x^2}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+1} \right)^{5-2x}$
8.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 4x + 4}$ $x_0 = -2, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}}$
	б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\sin^2 3x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+2} \right)^{2x-3}$

9.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$ $x_0 = -1, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+6}}{2x^2 - 7x - 15}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 6x}{x \cdot \operatorname{tg} 2x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-1} \right)^{1-4x}$
10.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 7x - 4}{x^2 - x - 20}$ $x_0 = -4, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{3x+17} - \sqrt{2x+12}}{x^2 + 8x + 15}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\arcsin 2x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x-4} \right)^{1-6x}$
11.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 + 19x - 5}{2x^2 + 11x + 5}$ $x_0 = -5, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{3x^2 - 5x - 2}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{1 - \cos 4x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+3} \right)^{2x+3}$
12.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{7x^2 - 3x - 4}{2x^2 + x - 3}$ $x_0 = 1, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{7-x} - 2}{2x^2 - 5x - 3}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 x}{3x \cdot \sin x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2-4x}{1-4x} \right)^{x+3}$
13.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - 7x + 5}$ $x_0 = 1, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{4x^2}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x-1} \right)^{3+2x}$

14.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 3x - 10}{2x^2 - 9x + 10}$ $x_0 = 2, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 5x}{3x^2}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+4} \right)^{2x-1}$
15.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{9x^2 + 17x - 2}{x^2 + 2x}$ $x_0 = -2, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 2x - 1}{\sqrt{8-x} - 3}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x \cdot \operatorname{tg} 2x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+5}{4x-1} \right)^{2x+3}$
16.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{5x^2 + x - 6}{-3x^2 - x + 4}$ $x_0 = 1, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x - 5}{\sqrt{x-1} - 2}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2}{\sin 3x \cdot \operatorname{tg} 2x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1} \right)^{4-3x}$
17.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 2x - 6}{3x^2 - 7x - 10}$ $x_0 = -1, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 5x - 14}{\sqrt{x+2} - 3}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2}{x \cdot \operatorname{arctg} 3x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+1}{5x-1} \right)^{2x-4}$
18.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{7x^2 - 5x - 12}{3x^2 - x - 4}$ $x_0 = -1, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3} - 3}{x^2 - 9}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\operatorname{arctg}^2 2x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+5} \right)^{3x+2}$

19.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 5x - 42}{x^2 - 5x + 6}$ $x_0 = 3, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x+1} - 4}{x^2 + 2x - 15}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin 3x}{\cos x - \cos^2 x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+2} \right)^{5x-1}$
20.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - x - 30}{2x^2 + 5x - 25}$ $x_0 = -5, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{x+2}}{3x^2 - 4x - 4}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 3x}{2x \cdot \sin 5x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-4} \right)^{5x-2}$
21.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 3x - 28}{3x^2 - 5x - 28}$ $x_0 = 4, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5} - 2}{2x^2 - 3x - 5}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin^2 3x \cdot \operatorname{ctg}^2 5x$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-4} \right)^{2-5x}$
22.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{8x^2 + 10x - 12}{3x^2 - x - 14}$ $x_0 = -2, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{\sqrt{5-x} - 2}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin 5x \cdot \operatorname{ctg} 3x$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x-1} \right)^{3x+4}$
23.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 3x - 28}{x^2 - 4x}$ $x_0 = 4, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x+7} - 5}{x^2 - 8x - 9}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg}^2 3x \cdot \operatorname{ctg}^2 2x$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{4x-3}$

24.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 11x + 10}{x^2 - 5x - 14}$ $x_0 = -2, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 5x + 4}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 \cdot \operatorname{ctg} 7x}{\sin 2x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{1+x} \right)^{2-4x}$
25.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 4}{3x^2 + x - 10}$ $x_0 = -2, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{3x} - x}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin 2x}{1 - \cos 4x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4+3x}{1+3x} \right)^{x-2}$
26.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 2x - 5}{4x^2 - 5x + 1}$ $x_0 = 1, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{6+5x} - 4}{3x - 10 + x^2}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 5x}{3x^2}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+4} \right)^{5x-2}$
27.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 11x - 6}{3x^2 - 20x + 12}$ $x_0 = 6, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+20} - 4}{2x^2 + 5x - 12}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x \cdot \operatorname{tg} 2x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{5x+3}$
28.	a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 2x - 24}{2x^2 + 5x - 42}$ $x_0 = -6, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{\sqrt{8+x} - 3}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2}{\sin 3x \cdot \operatorname{tg} 2x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1} \right)^{3x-4}$

29.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 3x - 10}{x^2 - 11x + 18}$ $x_0 = 2, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - 3}{x^2 - x}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin 3x}{\cos x - \cos^2 x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+4} \right)^{5-2x}$
30.	а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 6x - 8}{7x^2 - 27x - 4}$ $x_0 = 4, x_0 = \infty$	б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{2x^2 - x - 6}$
	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 3x}{2x \cdot \sin 5x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x+5} \right)^{4x+3}$

Завдання 5.2 Дослідити на неперервність функцію $y = f(x)$, встановити характер точок розриву, якщо вони існують. Зробити схематичне креслення:

1.	$f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1 \\ x^2 + 2, & -1 \leq x < 1 \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases}$	2.	$f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0 \\ (x+1)^2, & 0 < x \leq 2 \\ -x+4, & x > 2 \end{cases}$
3.	$f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1 \\ x^2 + 1, & -1 < x \leq 1 \\ -x+3, & x > 1 \end{cases}$	4.	$f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ -(x-1)^2, & 0 < x < 2 \\ x-3, & x \geq 2 \end{cases}$
5.	$f(x) = \begin{cases} -2 \cdot (x+1), & x \leq -1 \\ (x+1)^3, & -1 < x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$	6.	$f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 2 \\ x+1, & x > 2 \end{cases}$
7.	$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 1 \\ 2x, & 1 < x \leq 3 \\ x+2, & x > 3 \end{cases}$	8.	$f(x) = \begin{cases} x-3, & x < 0 \\ x^2 + 1, & 0 \leq x \leq 2 \\ 3+x, & x > 2 \end{cases}$

9.	$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x}, & x \leq 0 \\ 0, & 0 < x \leq 2 \\ x-2, & x > 2 \end{cases}$	10.	$f(x) = \begin{cases} 2x^2, & x \leq 0 \\ x, & 0 < x \leq 1 \\ 2+x, & x > 1 \end{cases}$
11.	$f(x) = \begin{cases} \sin x, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 1, & x > 2 \end{cases}$	12.	$f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq \pi/2 \\ 0, & \pi/2 < x < \pi \\ 2, & x \geq \pi \end{cases}$
13.	$f(x) = \begin{cases} x-1, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x < 2 \\ 2x, & x \geq 2 \end{cases}$	14.	$f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ x^2 - 1, & 0 \leq x < 1 \\ 1-x, & x \geq 1 \end{cases}$
15.	$f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x^2 + 1, & 0 \leq x < 2 \\ 2x + 1, & x \geq 2 \end{cases}$	16.	$f(x) = \begin{cases} x+3, & x \leq 0 \\ 1, & 0 < x \leq 2 \\ x^2 - 3, & x > 2 \end{cases}$
17.	$f(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ \sin x, & 0 \leq x < \pi \\ 3, & x \geq \pi \end{cases}$	18.	$f(x) = \begin{cases} -x+1, & x < -1 \\ x^2 + 1, & -1 \leq x \leq 2 \\ 2x, & x > 2 \end{cases}$
19.	$f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 0 \\ 2^x, & 0 < x \leq 2 \\ x+3, & x > 2 \end{cases}$	20.	$f(x) = \begin{cases} x-6, & x \leq -2 \\ x^3, & -2 < x \leq 1 \\ 2, & x > 1 \end{cases}$
21.	$f(x) = \begin{cases} 3x+4, & x \leq -1 \\ x^2 - 2, & -1 < x < 2 \\ x, & x \geq 2 \end{cases}$	22.	$f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 1 \\ (x-2)^2, & 1 < x < 3 \\ -x+6, & x \geq 3 \end{cases}$
23.	$f(x) = \begin{cases} x^3, & x < -1 \\ x-2, & -1 \leq x \leq 3 \\ -x+4, & x > 3 \end{cases}$	24.	$f(x) = \begin{cases} x, & x < -2 \\ -x+1, & -2 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 1, & x > 1 \end{cases}$

25.	$f(x) = \begin{cases} x+3, & x \leq 0 \\ -x^2+4, & 0 < x < 2 \\ x-2, & x \geq 2 \end{cases}$	26.	$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ x^2-1, & -1 < x \leq 2 \\ x, & x > 2 \end{cases}$
27.	$f(x) = \begin{cases} 1, & x < 0 \\ \cos x, & 0 \leq x \leq \pi \\ 2, & x > \pi \end{cases}$	28.	$f(x) = \begin{cases} -1, & x < -1 \\ 1-x, & -1 \leq x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$
29.	$f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^3, & 0 < x \leq 2 \\ x+4, & x > 2 \end{cases}$	30.	$f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ x^2+1, & 0 \leq x < 1 \\ 4, & x \geq 1 \end{cases}$

Завдання 5.3 Знайти першу похідну y' функції $y = f(x)$.

1.	а) $y = \operatorname{arccctg}^2 5x \cdot \ln(x-4)$ б) $y = \frac{3x^2 - 4x + 2}{\cos^5 x}$	в) $y = (\operatorname{ctg} 3x)^{\operatorname{arcsin} x}$ г) $y^2 = 8x + \sin(xy)$
2.	а) $y = \operatorname{ctg}^3 2x \cdot \ln(x+5)$ б) $y = \frac{e^{\operatorname{arccos} 2x}}{\sqrt{3x+5}}$	в) $y = (\cos(x+2))^{\ln x}$ г) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{7} = xy$
3.	а) $y = \operatorname{arccos}^2 x \cdot e^{5x-3}$ б) $y = \frac{9 \operatorname{arctg}(x+7)}{(5x-2)^2}$	в) $y = (\sin 3x)^{\operatorname{arccos} x}$ г) $y = x + \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)$
4.	а) $y = \sqrt{\operatorname{arccos} 2x} \cdot 3^{-x}$ б) $y = \frac{e^{\sin x}}{(2x-5)^7}$	в) $y = (\operatorname{tg} 5x)^{\operatorname{arcsin}(x+1)}$ г) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = \cos xy$

5.	а) $y = \operatorname{tg}^3 3x \cdot \sin 7x^2$ б) $y = \frac{4 \ln(3x+7)}{(7x+3)^3}$	в) $y = (\sin(x+2))^{\operatorname{tg} 2x}$ г) $y^2 = 25x - 4x^2 + xy$
6.	а) $y = 5^{-x^2} \cdot \arcsin 3x^3$ б) $y = \frac{4 \ln(3x-5)}{\sin(x-2)}$	в) $y = (\cos 5x)^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}$ г) $\operatorname{arctg}(xy) = 4x + 5y$
7.	а) $y = \operatorname{arccctg} 7x \cdot \log_2(x-3)$ б) $y = \frac{4 \cos(3x+7)}{(4x+1)^3}$	в) $y = (\sqrt{3x+2})^{\operatorname{arctg} 3x}$ г) $\operatorname{tg} y = 3x + 5y \sin x$
8.	а) $y = \ln(x+5) \cdot \arccos 3x$ б) $y = \frac{\operatorname{ctg}^2 x}{\sqrt[3]{x^2+4}}$	в) $y = (\ln(x+3))^{\sin \sqrt{x}}$ г) $3x + \sin y = 5 \cdot \frac{y}{x}$
9.	а) $y = e^{-x} \cdot \arcsin^2 5x$ б) $y = \frac{\sin(4x+7)}{3x^2-4x+7}$	в) $y = (\ln(x+4))^{\operatorname{ctg} 7x}$ г) $y^2 = \cos(xy) + x^3$
10.	а) $y = \ln(x-1) \cdot \arccos^2 x$ б) $y = \frac{\sin x^2}{\sqrt{3x+2}}$	в) $y = (\sin 3x)^{\operatorname{arctg}(x+2)}$ г) $x \cdot y = \operatorname{ctg} \left(\frac{y}{x} \right)$
11.	а) $y = (3x-1)^2 \cdot \operatorname{arctg} 3x^2$ б) $y = \frac{\arcsin 5x}{\ln(5x^2-2x+1)}$	в) $y = (\cos 3x)^{\operatorname{ctg} 2x}$ г) $x \cdot y = e^y + 4x^3$
12.	а) $y = \operatorname{ctg}^3 4x \cdot \operatorname{arctg} 2x^3$ б) $y = \frac{e^{\cos x}}{4x^2+7x-5}$	в) $y = (\arcsin 3x)^{\operatorname{tg} \sqrt{x}}$ г) $\ln y - \frac{y}{x} = 7x$

13.	а) $y = e^{-\cos x} \cdot \operatorname{arctg} 7x^5$ б) $y = \frac{\ln^3(x-5)}{\operatorname{tg} 5x}$	в) $y = (\operatorname{arc} \sin 2x)^{\ln x}$ г) $y^2 + x^2 = \sin\left(\frac{y}{x}\right)$
14.	а) $y = (x^3 + 1) \cdot \operatorname{arc} \cos(3x^4)$ б) $y = \frac{\ln(7x-5)}{\operatorname{tg} \sqrt{x}}$	в) $y = (\operatorname{arctg} 2x)^{\sin x}$ г) $e^{yx} = 4x - 7y$
15.	а) $y = 2^{\sin x} \cdot \operatorname{arctg} x^4$ б) $y = \frac{\ln(3x+2)}{\cos 5x^2}$	в) $y = (\ln(x+7))^{\operatorname{ctg} 2x}$ г) $4 \sin^2(x+y) = x - y$
16.	а) $y = 3^{-x^3} \cdot \operatorname{arctg} 2x^5$ б) $y = \frac{\ln(3x^2 + 2x)}{\cos 3x}$	в) $y = (\operatorname{ctg}(7x+4))^{\sqrt{x+3}}$ г) $\sin\left(\frac{x}{y}\right) = 7x + 8y$
17.	а) $y = 3^{\cos x} \cdot \operatorname{arc} \sin^2 3x$ б) $y = \frac{\operatorname{ctg}^2 5x}{\ln(7x-2)}$	в) $y = (\sin(\sqrt{x}+1))^{\operatorname{arctg} 2x}$ г) $\operatorname{tg} y = 4xy - 5x^2$
18.	а) $y = \ln(5x-10) \cdot \cos^2 4x$ б) $y = \frac{e^{\sin 5x}}{(3x-2)^2}$	в) $y = \left(\operatorname{ctg} \frac{1}{x}\right)^{\operatorname{arc} \sin 7x}$ г) $y = 7x - \operatorname{ctg}(x \cdot y)$
19.	а) $y = \ln(3x+2) \cdot \operatorname{arctg} x$ б) $y = \frac{\operatorname{arc} \cos(3x-5)}{x^3 + 2x - 3}$	в) $y = (\cos(x+5))^{\operatorname{arc} \sin 3x}$ г) $x \cdot y - 6 = \cos\left(\frac{y}{x}\right)$
20.	а) $y = \ln(3x+1) \cdot \operatorname{arctg}^3 7x$ б) $y = \frac{e^{-\operatorname{ctg} 5x}}{3x^2 - 4x + 2}$	в) $y = (\sqrt{x+5})^{\operatorname{arc} \cos 3x}$ г) $3y = 7x^3 + xy^3$

21.	а) $y = \ln(2x - 3) \cdot \operatorname{arccctg}^2 3x$ б) $y = \frac{\operatorname{arc} \sin(2x + 3)}{(3x - 4)^3}$	в) $y = (\sin 4x)^{\operatorname{arctg} 4x}$ г) $y^2 = x + y \ln x$
22.	а) $y = \ln(x^2 + 2) \cdot \operatorname{arc} \sin^2 3x$ б) $y = \frac{\cos(7x + 2)}{x^4 - 2x^2 + 3}$	в) $y = \left(\operatorname{tg}(3x^4) \right)^{\ln x}$ г) $x y^2 - y^3 = 4x^2 + 5$
23.	а) $y = 4^{-\sin x} \cdot \operatorname{arctg} 3x$ б) $y = \frac{\ln^2(x + 1)}{\operatorname{tg} 3x^4}$	в) $y = \left(\operatorname{ctg}(2x^3) \right)^{\cos \sqrt{x}}$ г) $x^2 y^2 + x = 5 y$
24.	а) $y = 2^{\cos x} \cdot \operatorname{arctg}^3 x$ б) $y = \frac{\ln(3x - x^2)}{\operatorname{arc} \sin 2x}$	в) $y = \left(\operatorname{tg}(7x^5) \right)^{\sqrt{x+2}}$ г) $x^4 + x^2 y^2 + y = 4$
25.	а) $y = \ln(x - 3) \cdot \operatorname{arc} \sin^2 5x$ б) $y = \frac{\ln(2x - 3)}{\operatorname{arctg} 4x}$	в) $y = (\operatorname{ctg} x)^{\sqrt{\cos x}}$ г) $\sin y = x y^2 + 5x^2$
26.	а) $y = \ln(x + 3) \cdot \operatorname{arc} \cos^2 x$ б) $y = \frac{6 \cdot \operatorname{arctg}(x + 5)}{(3x - 2)^5}$	в) $y = (\operatorname{ctg} 7x)^{\sin(x+3)}$ г) $x^3 + y^3 = 5x \cdot y$
27.	а) $y = 2^{-x} \cdot \operatorname{arctg}^2 4x$ б) $y = \frac{e^{-\operatorname{tg} 3x}}{4x^2 - 3x + 5}$	в) $y = (\sin(5x))^{\ln(x+2)}$ г) $y\sqrt{x} + x\sqrt{y} = \operatorname{tg}(x + y)$
28.	а) $y = \ln(x - 4) \cdot \operatorname{arc} \sin^2 3x$ б) $y = \frac{\operatorname{tg}^2(7x + 1)}{\ln(x + 5)}$	в) $y = (\operatorname{arctg} x)^{\cos(3x+1)}$ г) $y^2 = \left(\frac{x - y}{x + y} \right)$

29.	а) $y = \ln(x+3) \cdot \operatorname{ctg}^2 5x$ б) $y = \frac{\cos(5x+4)}{\sqrt{x^2-2x+7}}$	в) $y = (\operatorname{ctg} \sqrt{x})^{\sin(x+3)}$ г) $\sin(3x+y^2) = xy$
30.	а) $y = \ln(x+1) \cdot \operatorname{arctg} x^3 2x$ б) $y = \frac{\operatorname{arc} \cos(3x+2)}{\sqrt[3]{5-3x}}$	в) $y = (\sin 3x)^{\operatorname{arctg} 2x}$ г) $\operatorname{ctg}^2(x+y) = 5xy$

Завдання 5.4 Знайти другу похідну функції $y = f(x)$

1.	$y = 2 + \sqrt{1-x^2}$	2.	$y = (1+x^2) \operatorname{arctg} x$
3.	$y = \frac{\ln(3+x)}{3+x}$	4.	$y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$
5.	$y = x^2 \ln x$	6.	$y = \ln \operatorname{ctg} 4x$
7.	$y = \operatorname{arctg}(x^2)$	8.	$y = \sqrt[3]{(1-x)^2}$
9.	$y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x}$	10.	$y = \frac{\log_3 x}{x}$
11.	$y = (2x^3 + 1) \cos 3x$	12.	$y = x^3 e^{5x}$
13.	$y = \frac{x}{x^2-1}$	14.	$y = \operatorname{arctg} \frac{2x}{1-x^2}$
15.	$y = x e^{\sin x}$	16.	$y = e^{-x} \cos 3x$
17.	$y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$	18.	$y = \ln(x + \sqrt{x})$
19.	$y = x \cdot \operatorname{arctg} x$	20.	$y = x - \operatorname{arctg} x$
21.	$y = \ln \ln x$	22.	$y = (3x-7) \cdot 3^{-x}$

23.	$y = (x^2 - 7) \ln(x + 1)$	24.	$y = e^{2x} \sin 4x$
25.	$y = e^{4x+3} \cdot (x^3 + 2)$	26.	$y = x e^{1+x} - e^{1+x}$
27.	$y = x^2 e^{\frac{1}{x}}$	28.	$y = \ln \frac{1}{1+x}$
29.	$y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$	30.	$y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$

Завдання 5.5 Знайти y'_x та y''_{xx} параметрично заданої функції.

1.	$\begin{cases} x = t + \ln \cos t \\ y = t - \ln \sin t \end{cases}$	2.	$\begin{cases} x = 2t - \sin 2t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$
3.	$\begin{cases} x = t + \frac{1}{2} \sin 2t \\ y = \cos^3 t \end{cases}$	4.	$\begin{cases} x = t^5 + 2t \\ y = t^3 - 8t - 1 \end{cases}$
5.	$\begin{cases} x = \frac{t^3}{3} + \frac{t^2}{2} + t \\ y = \frac{t^2}{2} + \frac{1}{t} \end{cases}$	6.	$\begin{cases} x = \arcsin(t^2 - 1) \\ y = \arccos 2t \end{cases}$
7.	$\begin{cases} x = t^2 + t + 1 \\ y = t^3 + t \end{cases}$	8.	$\begin{cases} x = \operatorname{ctg} t \\ y = \frac{1}{\cos^2 t} \end{cases}$
9.	$\begin{cases} x = \frac{2-t}{2+t^2} \\ y = \frac{t^2}{2+t^2} \end{cases}$	10.	$\begin{cases} x = 2 \cos^3 2t \\ y = \sin^3 2t \end{cases}$

11.	$\begin{cases} x = 2t - t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases}$	12.	$\begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 4 \sin^2 t \end{cases}$
13.	$\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = 4 \sin^3 t \end{cases}$	14.	$\begin{cases} x = \cos t + t \sin t \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$
15.	$\begin{cases} x = 2(\sin t - t \cos t) \\ y = 2(\cos t + t \sin t) \end{cases}$	16.	$\begin{cases} x = 2t^2 + t \\ y = \ln t \end{cases}$
17.	$\begin{cases} x = 3t^2 - t^3 \\ y = 3t^2 \end{cases}$	18.	$\begin{cases} x = 2t^2 - t^3 \\ y = 2t^2 \end{cases}$
19.	$\begin{cases} x = ctg t \\ y = \frac{1}{\cos^2 t} \end{cases}$	20.	$\begin{cases} x = \ln t \\ y = \frac{t+1}{t} \end{cases}$
21.	$\begin{cases} x = t^2 \\ y = \frac{t^3}{3} - t \end{cases}$	22.	$\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$
23.	$\begin{cases} x = \sin \frac{t}{2} \\ y = \cos t \end{cases}$	24.	$\begin{cases} x = \cos 3t \\ y = \sin 3t \end{cases}$
25.	$\begin{cases} x = e^{2t} \\ y = \cos t \end{cases}$	26.	$\begin{cases} x = \cos \frac{t}{2} \\ y = t - \sin t \end{cases}$
27.	$\begin{cases} x = tgt + ctgt \\ y = 2 \ln(ctg t) \end{cases}$	28.	$\begin{cases} x = t^2 + 1 \\ y = e^{t^2} \end{cases}$

29.	$\begin{cases} x = 3 \cos^2 t \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases}$	30.	$\begin{cases} x = t \cos t \\ y = 2t \cdot \sin t \end{cases}$
-----	--	-----	---

Завдання 5.6 Знайти границі функцій, застосовуючи правило Лопітала.

1.	$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 + 18x) e^{-2x}$	2.	$\lim_{x \rightarrow 0} 2x^2 \cdot \ln x \quad (x > 0)$
3.	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin 2x}{\sin^2 4x}$	4.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1 - \ln x}{(x - 1) \ln x}$
5.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \cdot e^{2x}}{x + e^{2x}}$	6.	$\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - e^{-x}) \operatorname{ctg} 3x$
7.	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln \sin x}{\cos^2 x}$	8.	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \operatorname{tg} x \cdot \ln(1 + \cos x)$
9.	$\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg}^2 x \cdot \ln \cos x$	10.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x}}{x^3 + e^{2x}}$
11.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\cos x \cdot \sin x}$	12.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$
13.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x - \operatorname{tg} x}$	14.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}{\ln \left(1 + \frac{1}{x} \right)}$
15.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \cos x - 1}{\operatorname{tg} x - x}$	16.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arc} \sin 4x}{5 - 5e^{-3x}}$
19.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \operatorname{tg} 3x}{5x - \sin x}$	20.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\operatorname{tg}^2 2x}$
21.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}$	22.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1 - x^3}$

23.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 2^{\sin x}}{x^3}$	24.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}x\right)}$
25.	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x}$	26.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin 2x}{2x - \operatorname{tg} 2x}$
27.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{3x}}{x^2}$	28.	$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - e^{2x}) \operatorname{ctg} x$
29.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{3 - 3e^{-3x}}$	30.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{1 - \cos x}$

Завдання 5.7 Провести повне дослідження функції $y = f(x)$ та побудувати її графік

1.	$y = \frac{x}{(x-2)^2}$	2.	$y = \frac{x^3}{2-3x}$
3.	$y = x - \frac{8}{x^4}$	4.	$y = 1 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}$
5.	$y = \frac{x^3}{12(x-2)}$	6.	$y = \frac{x+4}{(x+1)^2}$
7.	$y = \frac{x-2}{(x+3)^2} - 1$	8.	$y = 1 + \frac{4x+1}{x^2}$
9.	$y = \frac{x+1}{(x-1)^2} - 1$	10.	$y = \frac{1+x^3}{x^2}$
11.	$y = \frac{1-x^2}{1+x^2}$	12.	$y = \frac{(x-1)^2}{(x+1)^3}$
13.	$y = \frac{4x^3+1}{x}$	14.	$y = \frac{x}{(x+2)^2}$

15.	$y = \frac{x^2}{(x-1)^2}$	16.	$y = \frac{(4-x)^3}{9(2-x)}$
17.	$y = \frac{x-0,5}{(x+2)^2}$	18.	$y = \frac{1-x}{x^2}$
19.	$y = \frac{4x}{(x-2)^2}$	20.	$y = \frac{x^3-3x+2}{x^2}$
21.	$y = 2x-1 + \frac{1}{x+1}$	22.	$y = \frac{x^3+1}{x}$
23.	$y = \frac{x+1}{x^2+2x+2}$	24.	$y = \frac{x^2-4}{x^2-1}$
25.	$y = \frac{x^2-3x+2}{(x+1)^2}$	26.	$y = \frac{2x+1}{(x+2)^2} - 2$
27.	$y = \frac{x^4}{(x+1)^3}$	28.	$y = \frac{(x-3)^2}{2x-1} + \frac{3}{2}$
29.	$y = \frac{x+1}{2} + \frac{2}{(x+1)^2}$	30.	$y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$

Завдання 5.8 Знайти найбільше та найменше значення функції $y = f(x)$ на заданому відрізку.

1.	$y = x^5 - 15x^3 + 1$	$[-4; 0]$
2.	$y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$	$[1; 3]$
3.	$y = x^3 - 3x^2 + 1$	$[-1; 4]$
4.	$y = 3\sqrt[3]{(x-1)^2} + x$	$[-7; 2]$

5.	$y = \frac{3 - x^2}{3 + x^2}$	$[-1; 2]$
6.	$y = x - \frac{8}{x^4}$	$[-3; -1]$
7.	$y = 3x^4 + 4x^3 + 1$	$[-2; 1]$
8.	$y = \frac{(x-2)^2}{x^2 + 4}$	$[-1; 3]$
9.	$y = \ln(x^4 - 2x^2 + 3)$	$[-2; 1]$
10.	$y = x^3 - 3x^2 + 1$	$[-1; 4]$
11.	$y = \sqrt[3]{x^2} + 1$	$[-2; 1]$
12.	$y = x + \cos^2 x$	$[0; \frac{\pi}{2}]$
13.	$y = x^4 - 2x^2 + 2$	$[-1; 2]$
14.	$y = \ln(x^2 - 2x + 2)$	$[0; 3]$
15.	$y = \frac{x}{3} + \frac{3}{x}$	$[-5; -1]$
16.	$y = 2\sin x + \cos 2x$	$[0; \pi]$
17.	$y = \sqrt{9 - x^2}$	$[-3; 3]$
18.	$y = \sin^4 x + \cos^4 x$	$[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$
19.	$y = x - 2\arctg x$	$[0; \sqrt{3}]$
20.	$y = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 18$	$[1; 3]$
21.	$y = x - \ln(1 + x)$	$[-\frac{1}{2}; 1]$

22.	$y = 2x^3 - x^2 - 4x - 2$	$[0;2]$
23.	$y = \frac{2}{(5-x)^2}$	$[-1;0]$
24.	$y = x^3 + 3x^2 + 2$	$[-1;3]$
25.	$y = (3-x)e^{-x}$	$[0;5]$
26.	$y = \frac{4}{\sqrt{x^2 + 18}}$	$[-3;3]$
27.	$y = \operatorname{ctg}^2 x - 2\operatorname{ctg} x$	$[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}]$
28.	$y = \sqrt{100 - x^2}$	$[-6;8]$
29.	$y = \sin 2x - x$	$[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$
30.	$y = 2\operatorname{tg} x - \operatorname{tg}^2 x$	$[0; \frac{\pi}{3}]$

Завдання 5.9 Знайти рівняння нормалі в точці перетину графіка функції $y = f(x)$ з віссю Oy та рівняння дотичної в точці перетину її графіка з віссю Ox .

1.	$y = \frac{2x-3}{1-x}$	2.	$y = \frac{x-2}{4-x}$	3.	$y = \frac{x-1}{2x+1}$
4.	$y = \frac{x-4}{2x+1}$	5.	$y = \frac{x+4}{x+2}$	6.	$y = \frac{x-3}{x+1}$
7.	$y = \frac{x+4}{2x-1}$	8.	$y = \frac{x+1}{2x-1}$	9.	$y = \frac{2x-5}{x+1}$
10.	$y = \frac{x+2}{2x-1}$	11.	$y = \frac{x+3}{3x+1}$	12.	$y = \frac{x-2}{x+1}$

13.	$y = \frac{x+2}{x-1}$	14.	$y = \frac{x-3}{2x-1}$	15.	$y = \frac{2x+3}{x+1}$
16.	$y = \frac{4-x}{x+2}$	17.	$y = \frac{2x-1}{x+1}$	18.	$y = \frac{5-x}{x+1}$
19.	$y = \frac{x-9}{3x+1}$	20.	$y = \frac{3x-1}{2x+1}$	21.	$y = \frac{x-4}{2x-1}$
22.	$y = \frac{x+1}{x-2}$	23.	$y = \frac{2x+3}{2x+1}$	24.	$y = \frac{2x-1}{x+1}$
25.	$y = \frac{x-1}{x+2}$	26.	$y = \frac{x+9}{x-3}$	27.	$y = \frac{x+2}{x-4}$
28.	$y = \frac{3x-1}{x+2}$	29.	$y = \frac{x+1}{x+2}$	30.	$y = \frac{3x+1}{x-2}$

6 ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЙ ДВОХ ЗМІННИХ

Завдання 6.1 Знайти і побудувати область визначення функції $z = f(x, y)$.

1.	$z = \ln(y^2 - 4x + 8)$	2.	$z = \frac{1}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$
3.	$z = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}$	4.	$z = \arcsin(2x + y - 1)$
5.	$z = \ln(x \cdot y)$	6.	$z = \sqrt{x^2 - y^2} + 4$
7.	$z = \frac{x}{\sqrt{x^2 - y + 3}}$	8.	$z = e^{x^2} - \arccos y$
9.	$z = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{y^2 - 1}$	10.	$z = \ln(1 - x^2 + y^2)$

11.	$z = \frac{1}{\lg(x^2 + y)}$	12.	$z = \frac{\sqrt{x^2 + y^2 - 4}}{y - 2x}$
13.	$z = \ln(-x + 5y)$	14.	$z = \sqrt{x^2 + y^2 - 1} \sqrt{4 - x^2 - y^2}$
15.	$z = \arcsin \frac{x}{2} + \sqrt{1 - y^2}$	16.	$z = \sqrt{1 - x^2} \sqrt{4 - y^2}$
17.	$z = \sqrt{x + 1} + \arccos y$	18.	$z = \sqrt{4x - y^2}$
19.	$z = \sqrt{36 - 4x^2 - 9y^2}$	20.	$z = \arcsin \frac{y}{x^2}$
21.	$z = \sqrt{y} + \arcsin(x - 2)$	22.	$z = \frac{5}{\sqrt{y}} - \sqrt{3x}$
23.	$z = \sqrt{1 + x - y^2} + \sqrt{1 - x - y^2}$	24.	$z = \ln(-x - y)$
25.	$z = \sqrt{x} + \arcsin(y - 2)$	26.	$z = \sqrt{36 - 4x^2 + 9y^2}$
27.	$z = \ln(2 - 3x^2 + 6y)$	28.	$z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$
29.	$z = \sqrt{4 - x^2} - \sqrt{1 - y^2}$	30.	$z = \frac{3}{\sqrt{x}} + \ln(1 - y)$

Завдання 6.2 Знайти частинні похідні першого порядку z'_x і z'_y для функції $z = f(x, y)$.

1.	$z = 3x^2 - 2x\sqrt{y} + y - 8x + 8$
2.	$z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$

3.	$z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$
4.	$z = x^3 y^2 (6 - x - y)$
5.	$z = e^{-x^2 - y^2} (2x^2 + y^2)$
6.	$z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$
7.	$z = xy^2 (1 - x - y)$
8.	$z = x^3 + y^3 - 15xy$
9.	$z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$
10.	$z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$
11.	$z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$
12.	$z = x^4 + 4xy - 2y^2$
13.	$z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y$
14.	$z = x^2 + y^2 - 2\ln x - 18\ln y$
15.	$z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$
16.	$z = 2 - \sqrt[3]{x^2 + y^2}$
17.	$z = (x-1)^2 + 2y^2$
18.	$z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$
19.	$z = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$
20.	$z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$

21.	$z = 4(x - y) - x^2 - y^2$
22.	$z = x^2 - xy + y^2 + 3x - 2y + 1$
23.	$z = (2x - x^2)(2y - y^2)$
24.	$z = e^{\frac{x}{2}}(x + y^2)$
25.	$z = xy(1 - x - y)$
26.	$z = 3(x - y) - 2x^2 - y^2$
27.	$z = 2x^3 + 5x^2 - xy^2 + y^2$
28.	$z = x^2 - 2xy - 4x + 2y - 1$
29.	$z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$
30.	$z = (x - 2)^2 + 2y^2$

Завдання 6.3 Знайти для функції $z = f(x, y)$ повний диференціал dz .

1.	$z = x^2 - 3xy^3 + 5y^4$	2.	$z = -3x^3 + 2x^2y^4 - 2y^2$
3.	$z = 5x^5 - x + 8x^3y^4 - 5y^3$	4.	$z = \frac{x^4}{4} - 5xy^4 - 3y^3$
5.	$z = -\frac{x^5}{5} - x^3 + 2x^7y^6 - 3y^3$	6.	$z = \frac{x^5}{5} + 4x^2y^3 - 2y^5$
7.	$z = 2x^3 + 3x^2 - 4x^5y^2 + 2y^6$	8.	$z = 3x - 5x^3y^2 - 0,5y^3$
9.	$z = 2x^3 - 3x^4y + 5y - 2y^2$	10.	$z = x^3 - x^2y + y^3$

11.	$z = -5x^4 + 9x^2y^3 + 10y^2$	12.	$z = x^4 - 2x^2y^3 + 2y$
13.	$z = -\frac{x^3}{3} + 2x^3y^3 - \frac{y^4}{4}$	14.	$z = -3x^2 + 5x^2y - 7y^3$
15.	$z = 3x^2 + 2x - 8xy^2 + 8y^3$	16.	$z = 3x^2 + 3x^2y^3 - 4y^3$
17.	$z = -3x^2 + 3x^2y^5 + 2y^4 - 3y$	18.	$z = x^3 - 8xy^5 + 2y^7$
19.	$z = 3x^5 + x - 8x^2y^3 + 2y^6$	20.	$z = 5x^4 + 2x^4y^5 - 4y^6$
21.	$z = -\frac{x^5}{5} + x^2 - 4x^3y^2 - 3y$	22.	$z = -x^2 - 8xy^3 + 3y^5$
23.	$z = 5x^2 - 6x^2y^2 - 7y^4$	24.	$z = 2x^2 - 3x^4y^2 + y^2$
25.	$z = -\frac{x^4}{2} - 7x^3y^2 - 2y^8$	26.	$z = \frac{x^3}{3} + 5x^2y - 4y^3$
27.	$z = -2x^5 - 5x^4y^5 - 3y^3 + 2y$	28.	$z = 1,5x^3 - 7x^3y^2 - 4y^7$
29.	$z = -3x^3 + 2x^2 - 4x^3y^4 + 3y^5$	30.	$z = 0,5x^2 + 6xy^2 - 3y$

Завдання 6.4 Знайти для функції, що задана неявно: а) похідні першого порядку $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, б) похідну першого порядку $\frac{dy}{dx}$.

	$F(x, y, z) = 0$	$F(x, y) = 0$
1.	а) $x \sin y + y \cos z + z \sin x = 1$	б) $x^3y - y^3x = 4$
2.	а) $\sin(z^3) - xyz = 0$	б) $xy - \ln y = 3x$
3.	а) $\ln(x+z) - x^2yz^3 = 0$	б) $\arctg(x+y) = yx^2$
4.	а) $e^z - x^2yz = 1$	б) $x^2y = xe^y$
5.	а) $z^3 + y \cdot \arctg(x+z) - \sqrt{y} = 3$	б) $ye^x + e^y = x$

	$F(x, y, z) = 0$	$F(x, y) = 0$
6.	a) $z^4 - e^{xyz} = 0$	б) $y = x + y^x$
7.	a) $\arcsin(xyz) - 3xz^2 + \sin y = 0$	б) $y = x + \ln(xy)$
8.	a) $y \sin z + x^2 y^2 z^3 = 1$	б) $\arctg(xy) + \sqrt{y} = x$
9.	a) $x \cos y - y \cos z + z \cos x = 2$	б) $e^{x-2y} + y = 2x$
10.	a) $\cos(z^2) = xy^2 z^3$	б) $\ln(3x^2 - 2y^2) = x - y$
11.	a) $\cos(x^2 - z^2) - 3zy + x^3 = 0$	б) $x^2 y - \ln(x + y + 2) = 0$
12.	a) $3xz^2 - x^2 y \sin z + 4 = 0$	б) $x \ln y = y + 3x$
13.	a) $3yz^2 - x^2 \sin z + yx = 0$	б) $\arcsin(x + 2y) = yx^2$
14.	a) $e^{yz} - xy^2 z = 1$	б) $e^{x^2 y} = xy^2$
15.	a) $z^3 \sqrt{y} + x \arctg(y + 2z) = 2$	б) $xe^y = y^2 - x^3$
16.	a) $x^2 e^{-z} + xyz^3 = 4$	б) $\cos y = x^2 - y^x$
17.	a) $\arctg(xyz) - 3yz^2 + \cos x = 0$	б) $y^2 x = x^2 + \ln y$
18.	a) $2^z = x^2 yz^2$	б) $\arcsin xy + \sqrt{y} = 2x$
19.	a) $\sin(y^2 - z^2) - 3xz + y^3 = 0$	б) $e^{y-2x} + y^2 = 3x$
20.	a) $\ln(2y - z) = x^3 y^2 z^2$	б) $\ln\left(2x^2 - \frac{1}{3}y^3\right) = x + y$
21.	a) $\sin(x - z^2) - 3x^2 z + 2y^2 = 0$	б) $e^{x^2-y} = y^3 - x$
22.	a) $x \cos z + x^2 yz^3 = 3$	б) $\ln(x - y) = xe^y$
23.	a) $\arccos(xyz) + 2x^2 z^2 = \sin y$	б) $\sin(x - y) = 2^y - x$
24.	a) $\arcsin(x + z) + yz^3 = 1$	б) $xy - \operatorname{tg} y = 2 + x$
25.	a) $y^2 z - \ln(x + z^2) + xyz = 0$	б) $\arctg(xy) = x + y$
26.	a) $3x^2 z - xy^2 \cos z = 1$	б) $x^y = 2 + y^x$

	$F(x, y, z) = 0$	$F(x, y) = 0$
27.	а) $\arctg(x - z) + 2xyz^2 = 2$	б) $\ln(x + y) = 3^y - 3x$
28.	а) $2x^2z^3 - xy \sin z - 2 = 0$	б) $e^{2x+y} = y^x$
29.	а) $3xz^2 - y^2 \sin z + xy = 0$	б) $xe^y = \operatorname{tg} y + 4x$
30.	а) $3x^2z^2 + x\sqrt{y} \sin z = 3$	б) $\sin y = x \cdot e^y + y$

Завдання 6.5 Знайти рівняння дотичної площини та нормалі до поверхні в заданій точці $M_0(x_0; y_0; z_0)$.

1.	а)	$z = x^2 + y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$x^2 + y^2 - z^2 - 1 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
2.	а)	$z = 2x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 2y^2 + z^2 - 6 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
3.	а)	$z = x^2 + 3y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$3x^2 + y^2 - z^2 - 3 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
4.	а)	$z = 4x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 4y^2 + z^2 - 4 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
5.	а)	$z = x^2 + 5y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$5x^2 + y^2 - z^2 - 5 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
6.	а)	$z = 6x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 6y^2 + z^2 - 2 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
7.	а)	$z = x^2 + 7y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$7x^2 + y^2 - z^2 - 7 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
8.	а)	$z = 8x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 8y^2 + z^2 - 5 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$

9.	a)	$z = x^2 + 9y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$9x^2 + y^2 - z^2 - 9 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
10.	a)	$z = 10x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 10y^2 + z^2 - 10 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
11.	a)	$z = x^2 + 11y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$11x^2 + y^2 - z^2 - 11 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
12.	a)	$z = 12x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 12y^2 + z^2 - 8 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
13.	a)	$z = x^2 + 13y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$13x^2 + y^2 - z^2 - 13 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
14.	a)	$z = 14x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 14y^2 + z^2 + 6 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
15.	a)	$z = x^2 + 15y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$15x^2 + y^2 - z^2 - 15 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
16.	a)	$z = 16x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 16y^2 + z^2 + 3 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
17.	a)	$z = x^2 + 17y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$17x^2 + y^2 - z^2 - 17 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
18.	a)	$z = 18x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 18y^2 + z^2 + 5 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
19.	a)	$z = x^2 + 19y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$19x^2 + y^2 - z^2 - 19 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$

20.	a)	$z = 20x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 20y^2 + z^2 + 7 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
21.	a)	$z = x^2 + 21y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$21x^2 + y^2 - z^2 - 21 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
22.	a)	$z = 22x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 22y^2 + z^2 + 2 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
23.	a)	$z = x^2 + 23y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$23x^2 + y^2 - z^2 - 23 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
24.	a)	$z = 24x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 24y^2 + z^2 + 4 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
25.	a)	$z = x^2 + 25y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$25x^2 + y^2 - z^2 - 25 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
26.	a)	$z = 26x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 26y^2 + z^2 - 3 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
27.	a)	$z = x^2 + 27y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$27x^2 + y^2 - z^2 - 27 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
28.	a)	$z = 28x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 28y^2 + z^2 - 1 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$
29.	a)	$z = x^2 + 29y^2$	$x_0 = 0; y_0 = 1$
	б)	$29x^2 + y^2 - z^2 - 29 = 0$	$x_0 = 1; y_0 = 2$
30.	a)	$z = 30x^2 - y^2$	$x_0 = 1; y_0 = 0$
	б)	$x^2 - 30y^2 + z^2 + 1 = 0$	$x_0 = 2; y_0 = 1$

Завдання 6.6 Знайти екстремуми функції

1.	$z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$
2.	$z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20$
3.	$z = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 20$
4.	$z = 2x^3 - xy^2 + y^2$
5.	$z = 2x^2y - x^3y - x^2y^2$
6.	$z = x^2y(4 - x - y)$
7.	$z = x^3 + y^3 - 15xy$
8.	$z = x^3y^2(6 - x - y)$
9.	$z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 15$
10.	$z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y$
11.	$z = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy$
12.	$z = x^3 + xy^2 + 6xy$
13.	$z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$
14.	$z = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$
15.	$z = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$
16.	$z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10$
17.	$z = xy^2(1 - x - y)$
18.	$z = x^2 - x^2y + 2y^3 + 5y^2$
19.	$z = 8x^3 - 6xy + y^3 + 10$
20.	$z = x^2 + y^3 - 6xy - 39y + 18x + 1$
21.	$z = x^2 - x^2y + 2y^3$

22.	$z = 2xy^2 - xy^3 - x^2y^2$
23.	$z = xy^2(4 - x - y)$
24.	$z = 3x^2 + 3y^2 + 4x - y^3$
25.	$z = x^2 + 2y^3 + 4y^2 - 2xy$
26.	$z = x^2y + y^3 + 6xy$
27.	$z = x^2 + 2y^3 - x^2y + 5y^2$
28.	$z = x^2y^3(6 - x - y)$
29.	$z = 2x^3 + 5x^2 - xy^2 + y^2$
30.	$z = x^3 + y^3 - 3xy$

ЛІТЕРАТУРА

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Д.В. Беклемишев. – Изд-во: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 312с. — ISBN 978-5-9221-0691-7.
2. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа / Г. Н. Берман. – С.Пб.: Лань, Специальная литература, 2002. – 448 с. – ISBN 5-8114-0107-8.
2. Бугров Я.С. Высшая математика. Том 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. – М.: Дрофа, 2004. — 288 с.
3. Вища математика: В 2 кн. Кн.1 Аналітична геометрія з елементами алгебри. Вступ до математичного аналізу / М.І. Шкіль, Т.В. Колесник, В.М. Котлова. – К.: Либідь, 2010 р. – 592 с. – ISBN: 978-966-06-0572-5.
4. Вища математика: підручник. У 2 кн. Кн.1. Основні розділи / Призва Г.Й., Плахотник В.В Гординський Л.Д. та інш.; За ред. Кулініча Г.Л. – К.: Либідь, 2003. – 400 с.
5. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах с решениями. В 2 ч. Ч. 1: Учебное пособие для вузов / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М. : ОНИКС 21 век, 2002. – 304 с.
6. Дубовик В.П. Вища математика: навчальний посібник. У трьох частинах. Ч.1. / В.П. Дубовик, І.І. Юрик. – Х.: Веста, 2008. - 200с., іл.
7. Дубовик В.П. Вища математика: Навчальний посібник. У трьох частинах. Ч.2./ В.П. Дубовик, І.І. Юрик. – Х.: Веста, 2008. – 240с., іл.
8. Ефимов А.В. Сборник задач по математике для втузов. В 4-х частях. Часть 1. Линейная алгебра и основы математического анализа. Учеб. пособие для втузов / А.В. Ефимов, Б.П. Демидович. – 3-е изд., испр. – М.: Наука, 1993. – 480 с. – ISBN 5-02-01433-9.
9. Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу / Г.И. Запорожец. –М: Высш. шк., 1964. – 479 с.
10. Каплан И.А.. Практические занятия по высшей математике Ч.1, Ч.2, Ч.3 / И.А. Каплан. – Харьков, Изд. ХГУ, 1972. – 946 с.
11. Овчинников П.П. Вища математика: підручник. У 2 ч. Ч.1: Лінійна і векторна алгебра: Аналітична геометрія: Вступ до математичного аналізу: Диференціальне і інтегральне числення / П.П. Овчинников, Ф.П. Яремчук, В.М. Михайленко; За заг. ред.

П.П. Овчинникова. – К.: Техніка, 2003. – 600 с.

12. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Учеб. для вузов. В 2-х т. Т.1. / Н.С. Пискунов. – М.: Интеграл-Пресс, 2001. – 416 с.

13. Рудавський Ю.К. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч. Підручник/ Ю.К. Рудавський, П.П. Костробій, Х.П. Луник, Д.В. Уханська. – Львів: Видавництво "Бескид Біт", 2002. – 262 с.

14. Сборник задач по математике для вузов. В 4 частях. Ч. 1: Учебное пособие для вузов / Под общ. ред. А .В .Ефимова и А.С. Поспелова. – 4-е изд. перераб. и доп. – М.: Издательство Физико-математической литературы, 2001. – 288 с. – ISBN 5-94052-034-0 (Ч. 1).