

УДК 539.312

Фасоляк А.В.

канд. фіз.-мат. наук, старш. викл. НУ «Запорізька політехніка»

ЗАСТОСУВАННЯ БІПОЛЯРНОЇ СИСТЕМИ КООРДИНАТ ДО МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК У ПРУЖНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Розглядається пружне однорідне середовище з вільною поверхнею, яка задається площиною. Нехай середовище містить циліндричну порожнину, яка підкріплена тонкою пружною оболонкою. Припускається, що вісь циліндричної порожнини та площина поверхні – паралельні, а відстань між ними в межах від одного до шести радіусів порожнини. Розглядається випадок, у якому до внутрішньої поверхні оболонки прикладене динамічне навантаження, яке залежить від часу як одинична функція Хевісайда. Також використовується припущення, що навантаження не залежить від осової координати, тобто задача зводиться до плоскої задачі теорії пружності.

Для отримання розв'язку, використовується біполярна система координат (БСК) [1]:

$$x = \frac{a_0 \sin \beta}{ch \alpha + \cos \beta}, y = -\frac{a_0 sh \alpha}{ch \alpha + \cos \beta}, a_0 = \sqrt{L^2 - R^2}, \quad (1)$$

де L, R – глибина залягання та радіус порожнини відповідно; $\{x, y\}$ – декартова система координат, центр якої лежить на осі порожнини, а вісь Oy – перпендикулярна вільній поверхні середовища; $\{\alpha, \beta\}$ – БСК. На основі рівнянь теорії пружності у ортогональній системі координат [2] із застосуванням співвідношень (1) отримано рівняння теорії пружності у БСК. Рух описувався наближеними рівняннями теорії оболонок, що задовольняють гіпотезі Кірхгофа-Лява, та у БСК отримуються на основі відповідних рівнянь у ортогональній системі координат [3].

З геометричної точки зору, область, що розглядається в задачі є півплощиною з круговим отвором. Застосування БСК дозволяє відобразити цю нескінченну область у декартовій системі координат у прямокутник скінченних розмірів.

Для отримання розв'язку за просторовими координатами використовується метод скінченних різниць, а за часовою координатою – ітераційний процес (θ -метод Вільсона) [4].

Отримані результати порівняно з відповідними результатами аналогічної задачі розв'язаної методом скінченних елементів [4].

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Уфлянд Я. С. Біполярные координаты в теории упругости / Я. С. Уфлянд. – Л.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1950. – 232 с.
2. Новацкий В. Теория упругости / В. Новацкий. – М.: Мир, 1975. – 872 с.
3. Филиппов А. П. Колебания деформируемых систем / А. П. Филиппов. – М.: Машиностроение, 1970. – 736 с.
4. Пожуєв В. І. Нестационарна деформація циліндричної оболонки у пружному півпросторі з вільною поверхнею / В. І. Пожуєв, А. В. Пожуєв, А. В. Фасоляк // Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні. – 2016. – № 1. – С. 119–126.