

Міністерство освіти і науки України
Запорізький національний технічний університет

Методичні вказівки
до практичних і самостійних занять з дисциплін
“Нарисна геометрія” до теми:
“Проекціювання та побудова проекцій фігур перерізу геометричних
тіл” для студентів технічних спеціальностей
всіх форм навчання

2016

Методичні вказівки до практичних і самостійних занять з дисциплін “Нарисна геометрія” до теми: “Проекціювання та побудова проєкцій фігур перерізу геометричних тіл” для студентів технічних спеціальностей всіх форм навчання

/Укл.М.В.Скоробогата,Б.Ш.Мамедов,Н.О.Брикова – Запоріжжя: ЗНТУ, 2016. – 46 с./

Укладачі М.В.Скоробогата, старш.викладач
Б.Ш.Мамедов, доцент, канд.техн.наук
Н.О.Брикова, викладач

Рецензент: О.В.Лютова, доцент, канд.техн.наук

Відповідальний за випуск М.В.Скоробогата, старш.викладач

Затверджено
на засіданні кафедри
«Нарисна геометрія, інженерна
та комп'ютерна графіка»
Протокол №10
від “30” березня 2016 р.

ЗМІСТ

стор

Вступ	4
1 Поверхні.....	5
2 Утворення поверхонь.....	7
2.1 Грани поверхні і багатогранники.....	7
2.2 Поверхні обертання.....	11
3 Проекціювання геометричних тіл.....	15
4 Побудова проєкцій точок, розташованих на основних геометричних тілах.....	19
Питання для самоперевірки.....	23
5 Переріз поверхонь геометричних тіл проєкціюючими площинами.....	24
5.1 Загальні відомості.....	24
5.2 Побудова проєкцій фігур перерізу.....	25
5.2.1 Призма.....	25
5.2.2 Піраміда.....	27
5.2.3 Циліндр.....	28
5.2.4 Конус.....	30
5.2.5 Сфера.....	32
6 Перетин поверхонь геометричних тіл прямими лініями.....	34
6.1 Загальний принцип розв'язування задач.....	34
6.2 Побудова точок перетину прямих ліній з поверхнями.....	34
6.2.1 Призма.....	34
6.2.2 Піраміда.....	35
6.2.3 Циліндр.....	37
6.2.4 Сфера.....	38
6.2.5 Конус.....	41
7 Побудова креслення дійсної величини креслення фігури перерізу технічної деталі.....	43
Питання для самоперевірки.....	44
Використана та рекомендована література.....	45

ВСТУП

Форму будь-якої деталі можна розглядати як сукупність простих геометричних фігур: точок, відрізків, ліній, площин, геометричних тіл.

Теперешні методичні вказівки присвячені питанням утворення поверхонь, проєкціюванню простих геометричних тіл, їх перерізу проєкціюючими площинами, перетину прямими лініями. Надано приклади побудови лінії зрізу поверхонь та дійсної величини фігури перерізу технічної деталі.

Для закріплення теоретичних знань в кінці методичних вказівок приведені деякі питання для самоперевірки.

Для самостійного вивчення додаткових питань нарисної геометрії наведена використана і рекомендована навчальна література.

1 ПОВЕРХНІ

Поверхня - безліч послідовних положень лінії при переміщенні її в просторі. Таку лінію називають твірною поверхні. Вона може бути прямою або кривою. Закон переміщення твірної може бути заданий теж лініями, але іншого напрямку, ніж твірна. Ці лінії називають напрямними. Сукупність декількох послідовних положень твірної та напрямних створює каркас поверхні (рис.1.1).

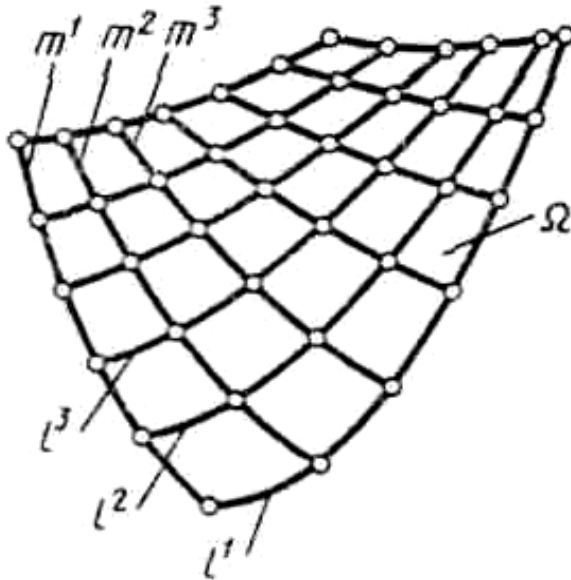


Рисунок 1.1 – Зображення каркасу поверхні

Будь-яку поверхню можна отримати різними способами. Так, прямий циліндр (рис.1.2) можна утворити обертанням твірної ℓ навколо осі i . Той же циліндр можна теж утворити переміщенням кола m з центром в точці O вздовж осі i . Кожна крива k , яка лежить на поверхні циліндра, утворює цю поверхню при обертанні навколо осі i .

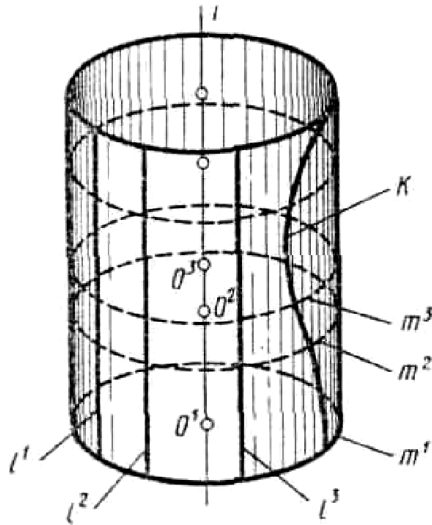


Рисунок 1.2 – Утворення циліндричної поверхні

Залежно від форми твірної всі поверхні можна розділити на лінійчасті (твірна – пряма лінія) і нелінійчасті (твірна – крива лінія).

Поверхні лінійчасті поділяються на поверхні, що розгортаються і можуть бути накладені на площину без розривів і складок (циліндрична, конічна тощо), і ті, що не розгортаються і не можуть бути суміщені з площиною без деформації (циліндроїд, коноїд тощо).

Для задання поверхонь вибирають таку сукупність незалежних геометричних умов, яка однозначно визначає дані поверхні в просторі. Така сукупність умов називається визначником поверхні.

Поверхня на комплексному кресленні задається проекціями геометричної частки її визначника з зазначенням способу побудови її твірних.

Наприклад, при проєкціюванні поверхні Ω (рис.1.3) на площину проєкцій проєкціюючі промені торкаються цієї поверхні в точках, які утворюють на ній деяку лінію ℓ , яка називається контурною лінією. Проекція контурної лінії називається обрисом поверхні. На комплексному кресленні поверхня має на π_1 –

горизонтальний обрис, на π_2 – фронтальний обрис, на π_3 – профільний обрис поверхні.

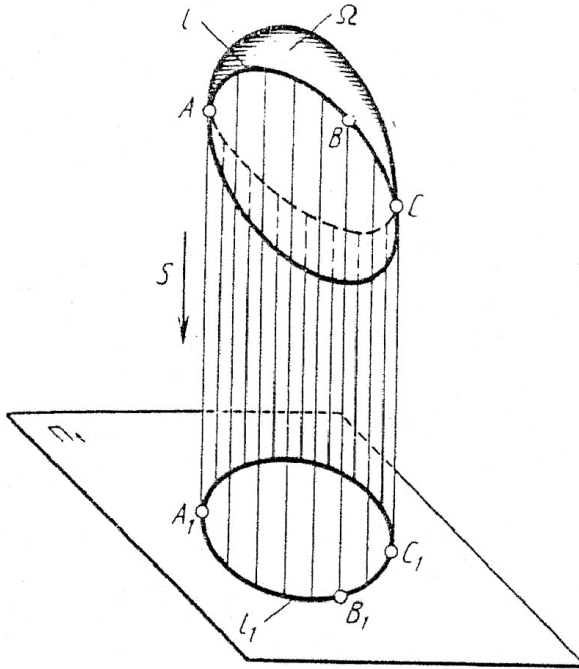
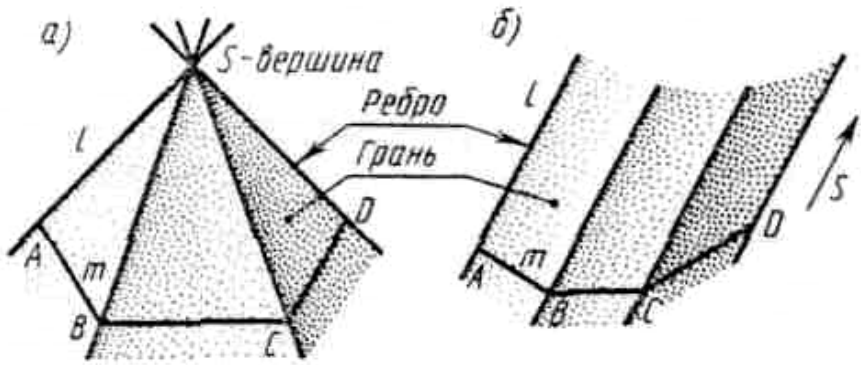


Рисунок 1.3 – Проекціювання поверхні на площину

2 УТВОРЕННЯ ПОВЕРХОНЬ

2.1 Грані поверхні і багатогранники

Грані поверхні утворюються переміщенням прямолінійної твірної ℓ за ламаною напрямною m . При цьому, якщо одна з точок твірної (S) нерухома, створюється пірамідальна поверхня (рис. 2.1, а), коли твірна при переміщенні паралельна заданому напрямку S , тоді утворюється призматична поверхня (рис.2.1, б).



а) пірамідальної; б) призматичної
Рисунок 2.1 – Утворення гранних поверхонь

Елементами гранних поверхонь є : вершина S , грань, ребро (рис.2.1).

Замкнуті гранні поверхні, утворені деякою кількістю (не менше чотирьох) граней, називаються багатогранниками.

Піраміда – багатогранник, в основі якого лежить багатокутник, а бічні грані – трикутники з загальною вершиною S (рис.2.2).

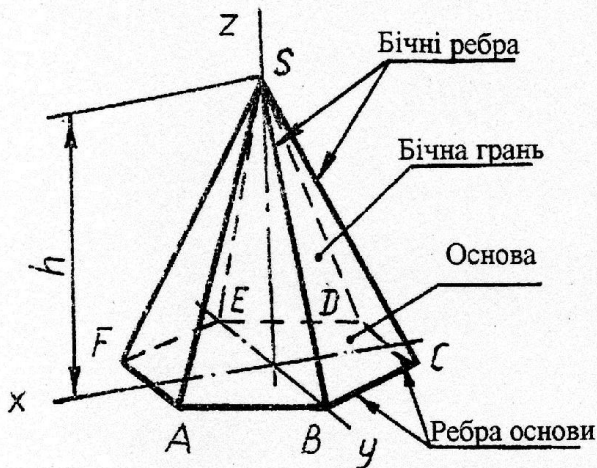


Рисунок 2.2 – Назви складових елементів піраміди

На комплексному кресленні піраміда задається проекціями її вершин і ребер з урахуванням видимості, яка визначається за допомогою конкуруючих точок (рис.2.3).

Призма – багатогранник, у якого основи – два однакових і взаємно паралельних багатогранника, а бічні грані – паралелограми (рис.2.4).

Якщо ребра призми перпендикулярні площині основи, таку призму називають прямою. На рис.2.5 наведено комплексне креслення прямої чотирикутної призми з горизонтально проєкціуючою поверхнею.

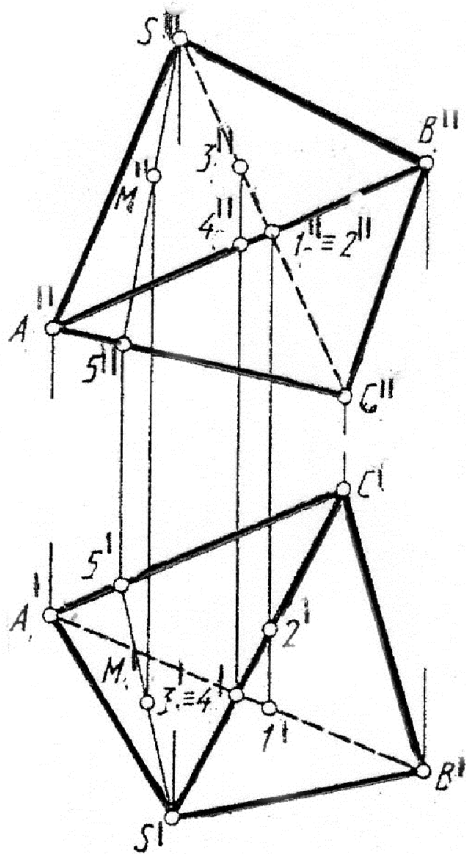


Рисунок 2.3 - Визначення видимості ребер піраміди

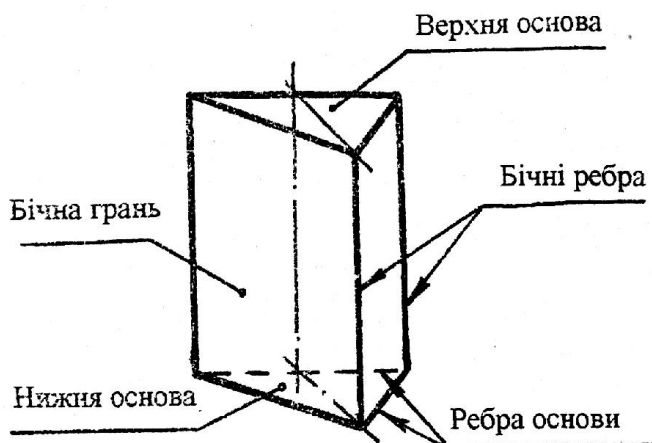


Рисунок 2.4 - Назви складових елементів призми

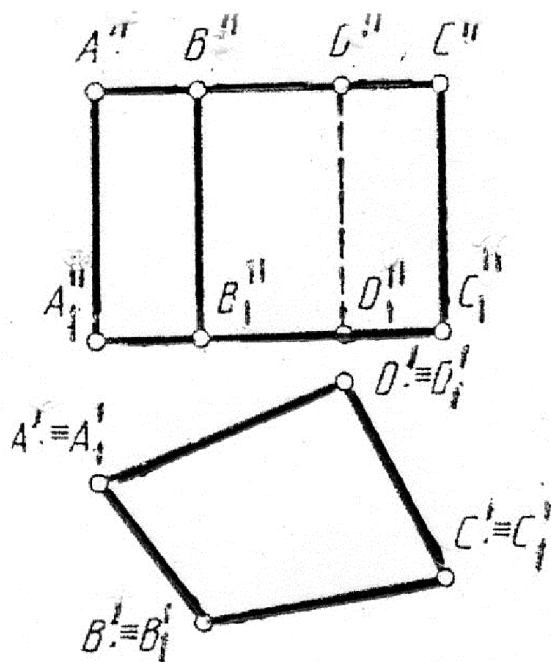


Рисунок 2.5 - Креслення чотирикутної призми з горизонтально-проекціуючою поверхнею

2.2 Поверхні обертання

Конус - геометричне тіло, обмежене бічною конічною поверхнею і площиною основи, яка перерізає всі його твірні (рис.2.6).

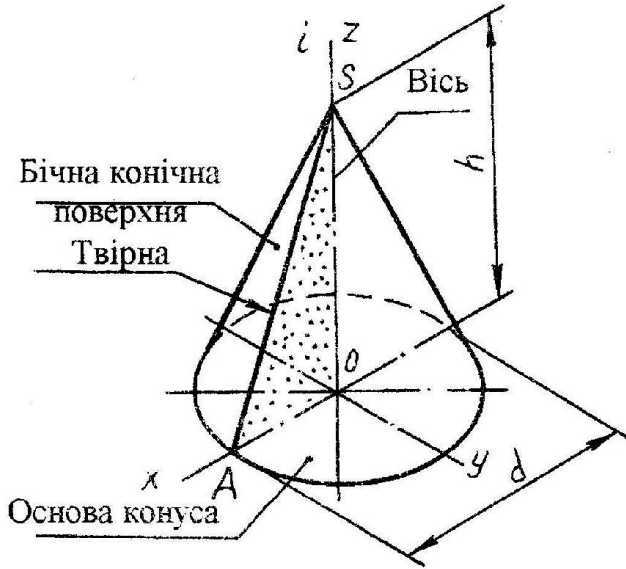
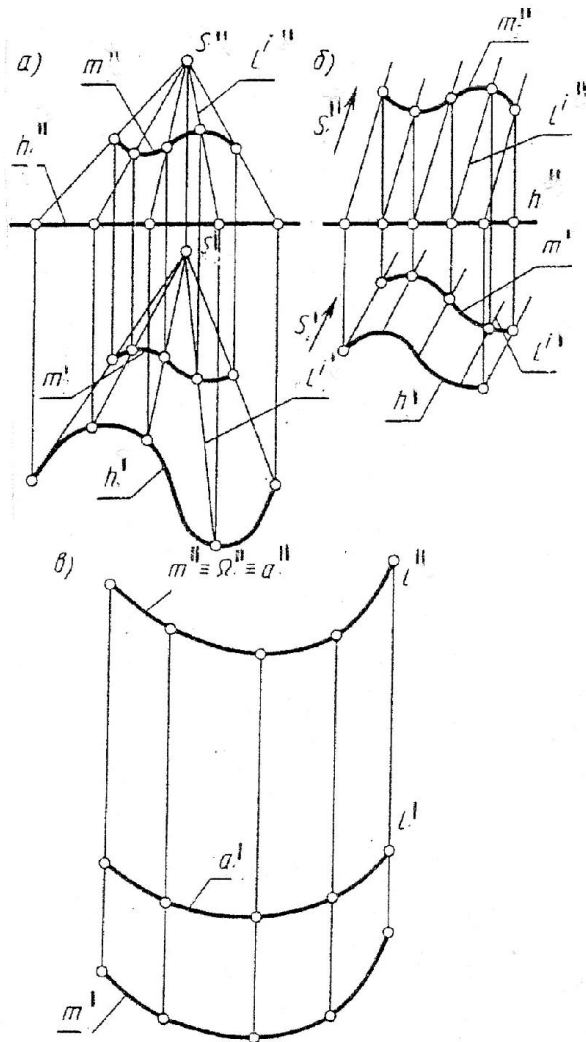


Рисунок 2.6 - Назви складових елементів конуса

Конічна поверхня утворюється переміщенням прямолінійної твірної ℓ за криволінійною напрямною m . При цьому, одна точка твірної завжди нерухома - вершина конічної поверхні (рис.2.7, а).



а) конічної; б) циліндричної; в) проєкціуючої
Рисунок 2.7 – Утворення поверхонь

Циліндром називається тіло, яке обмежене циліндричною поверхнею і двома паралельними площинами (основи) (рис.2.8).

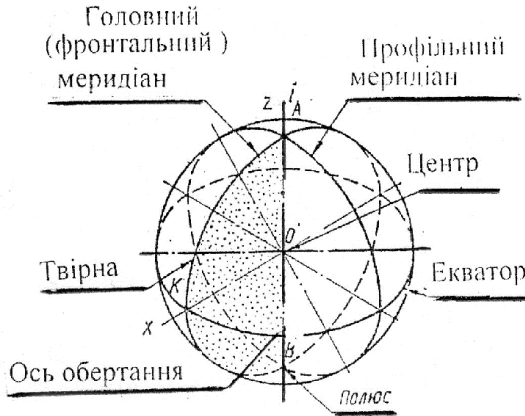
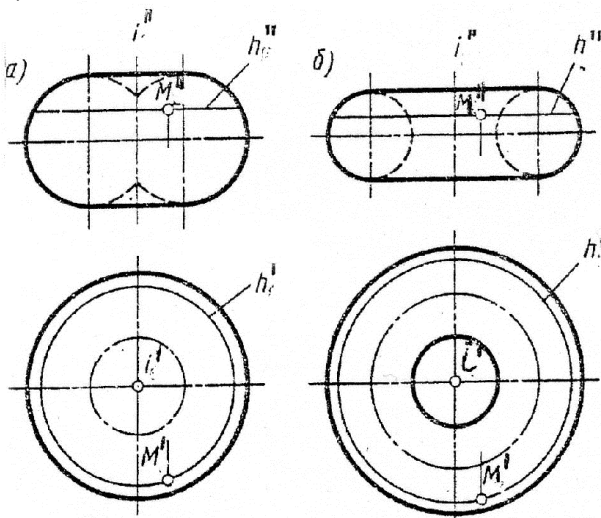


Рисунок 2.9 – Назви складових елементів сфери

Тор утворюється обертанням кола або його дуги навколо нерухомої осі, що знаходиться з ним в одній площині. Якщо вісь розташована в межах твірної кола, тоді такий тор називається закритим (рис.2.10, а). Коли вісь обертання знаходиться за межами кола, тор називається відкритим. Відкритий тор називають кільцем (рис.2.10, б).



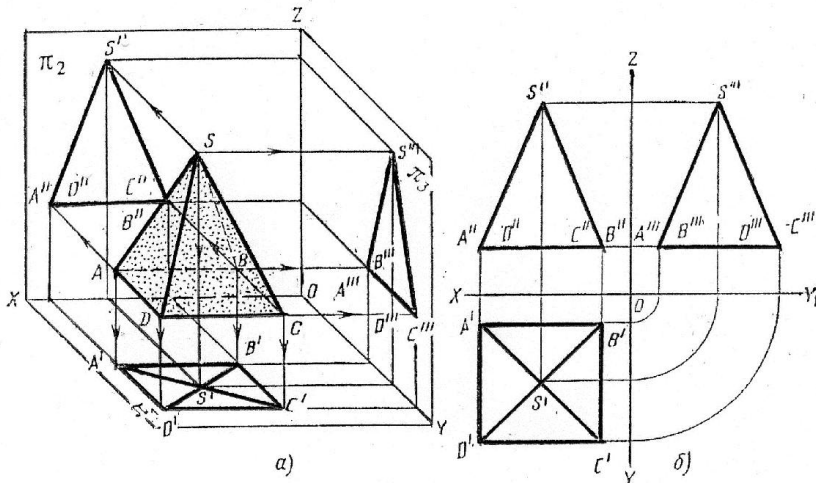
а) закритого; б) відкритого

Рисунок 2.10 – Утворення поверхні тора

3 ПРОЕКЦІЮВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ

Викладені раніше правила проєкціювання точок, відрізків прямих, плоских фігур відносяться і до проєкціювання геометричних тіл. При побудові прямокутних проєкцій геометричним тілам надають таке положення, при якому найбільша кількість елементів тіл проєкціюється в дійсну величину.

Припустимо, що чотирикутна піраміда розташована в системі π_1, π_2, π_3 (рис.3.1, а).



а) наочне зображення; б) креслення
Рисунок 3.1 – Проекціювання піраміди

Її основа паралельна π_1 , а грані паралельні π_2 і π_3 . Побудову зображень починають з зображення фронтальної проєкції піраміди на площину π_2 . Для цього, з вершин А, В, С і D її основи, опускають перпендикуляри на площину π_2 .

В точках зустрічі перпендикулярів з площиною π_2 отримуються фронтальні прямокутні проєкції вершини піраміди (S'') і вершин її основи (A'', B'', C'' і D''). Вершини D і A основи, які лежать на лінії, перпендикулярній площині π_2 , спроектуються в одну точку $D'' \equiv A''$, а вершини С і В основи – в точку $C'' \equiv B''$.

Сполучимо проекції точок прямими лініями, отримуємо фронтальну прямокутну проекцію піраміди, яка на кресленні буде зображена у вигляді рівнобедреного трикутника $S'' - D'' = A'' - C'' = B''$. Проекції сторін основи піраміди ($D''C''$ і $A''B''$) зливаються в одну пряму $D''A'' = C''B''$, проекції чотирьох ребер піраміди $S''A''$, $S''D''$, $S''B''$ і $S''C''$ теж зливаються в дві прямі лінії.

Для побудови горизонтальної проекції піраміди опускають перпендикуляри з вершини піраміди і вершин її основи на площину π_1 до зустрічі з нею. Отримуємо горизонтальні прямокутні проекції точок S' , A' , B' , C' і D' . Сполучимо їх між собою і з точкою S' (горизонтальною проекцією вершини піраміди) і отримуємо горизонтальну прямокутну проекцію піраміди.

Таким же шляхом будуюмо проекції вершин піраміди на площину π_3 . Отримуємо профільну проекцію піраміди у виді рівнобедреного трикутника $S''' - D''' = C''' - A''' = B'''$. Суміщення положення площин π_1 і π_3 з площиною π_2 (епюр) зображено на рис.3.1, б.

Аналогічні побудови виконують при проєкціюванні інших геометричних тіл.

На рис.3.2 показана побудова прямої шестикутної призми.

На рис.3.3 зображено три проекції колового циліндра, основа якого розташована в горизонтальній площині проекцій π_1 . Горизонтальна проекція циліндра - коло, яке дорівнює діаметру основи циліндра, а фронтальна і профільна проекції – однакові прямокутники, висота яких дорівнює висоті циліндра, а ширина – діаметру його основи.

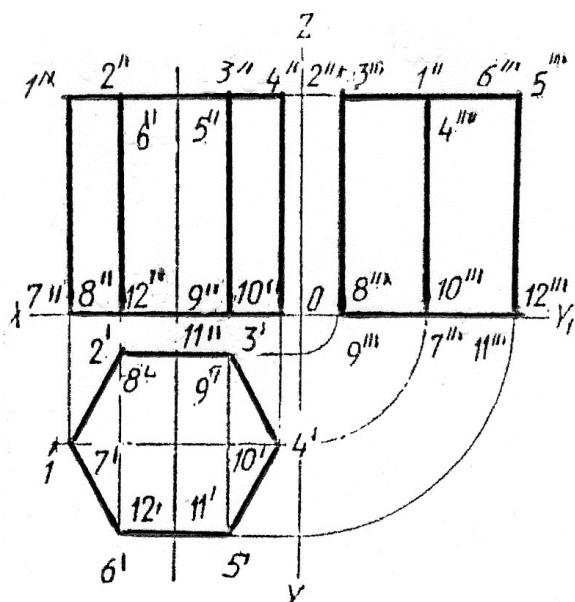


Рисунок 3.2 – Креслення шестикутної призми

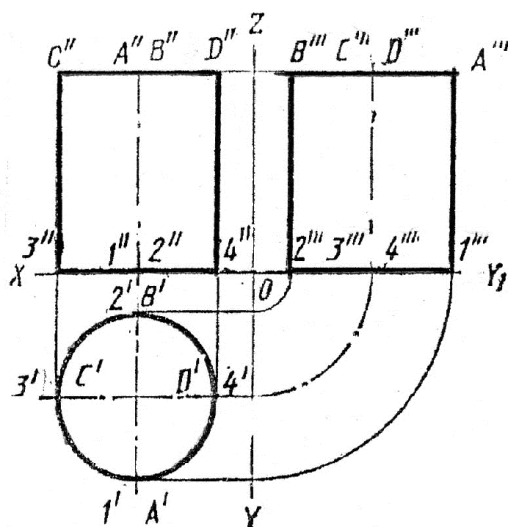


Рисунок 3.3 – Креслення циліндра

Три проекції прямого кругового конуса, основа якого розташована в горизонтальній площині проєкцій π_2 , зображені на рис.3.4.

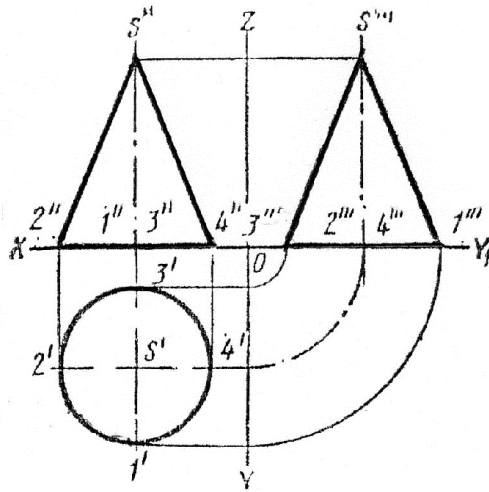


Рисунок 3.4 – Креслення конуса

З креслення видно, що горизонтальна проєкція конуса є коло, а фронтальна і профільна – однакові рівнобедрені трикутники з висотою, яка дорівнює висоті конуса, а основа – дорівнює діаметру основи конуса.

На рис.3.5 показано три проєкції сфери. Кожна проєкція є коло з діаметром, який дорівнює діаметру сфери.

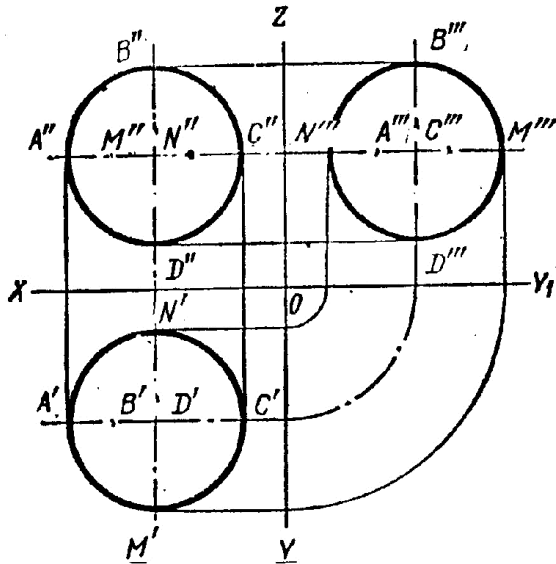


Рисунок 3.5 – Креслення сфери

4 ПОБУДОВА ПРОЕКЦІЙ ТОЧОК, РОЗТАШОВАНИХ НА ОСНОВНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛАХ

Положення точки, яка лежить на поверхні, задано, якщо відома одна проекція і показано, на якій частині цієї поверхні точка розташована.

Звичайно вважають, що точка розташована на видимій частині поверхні.

Проекції точок, які належать основним проєкціюючим поверхням (поверхні прямих призми і циліндра), будують за допомогою ліній зв'язку (рис.4.1, 4.2).

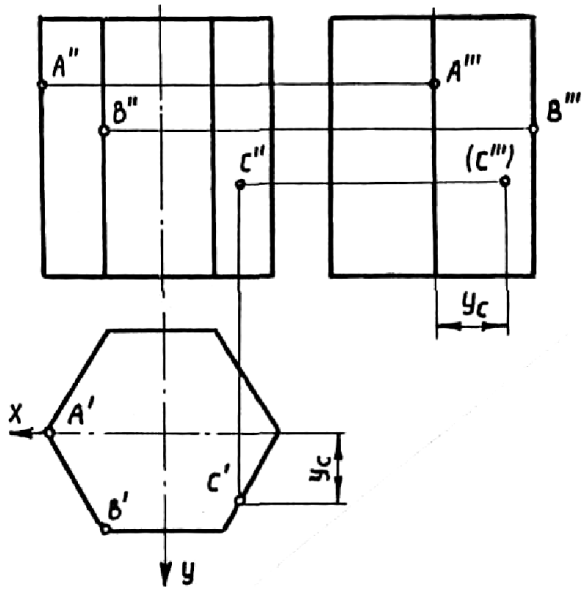


Рисунок 4.1 – Побудова проєкцій точок на поверхні призми

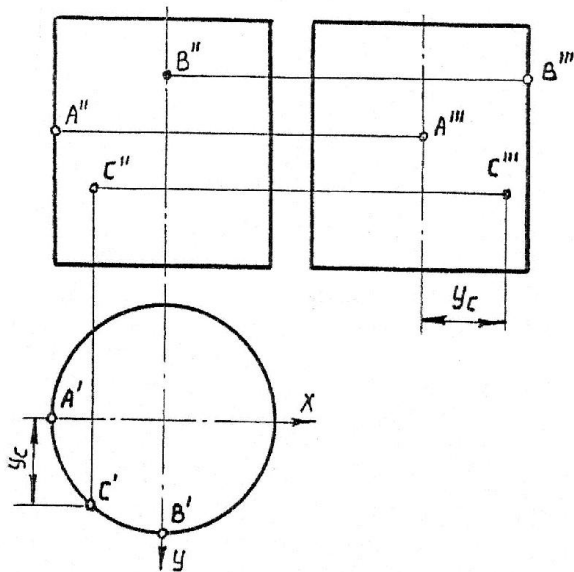


Рисунок 4.2 – Побудова проєкцій точок на поверхні циліндра

Таким же чином визначають проєкції точок, які лежать на ребрах багатогранників або на обрисі (твірній) тіл обертання (точки В на рис.4.3).

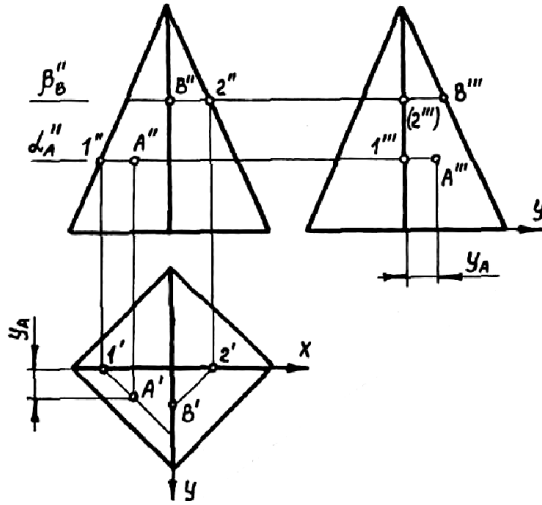


Рисунок 4.3 – Побудова проєкцій точок на поверхні піраміди

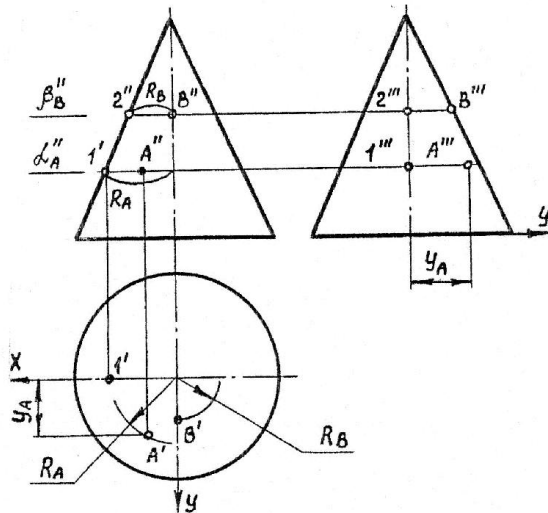


Рисунок 4.4 – Побудова проєкцій точок на поверхні конуса

В інших випадках побудова проєкцій точок виконується за допомогою допоміжних ліній або площин. Для точок, які задані на поверхні піраміди або конуса, можна використовувати допоміжні прямі або твірні і лінії, отримані при перерізі цих тіл площинами (α , β), які паралельні їх основам (рис.4.3 і 4.4).

Точки на поверхні сфери будують за допомогою кіл, розташованих паралельно площинам проєкцій (рис.4.5).

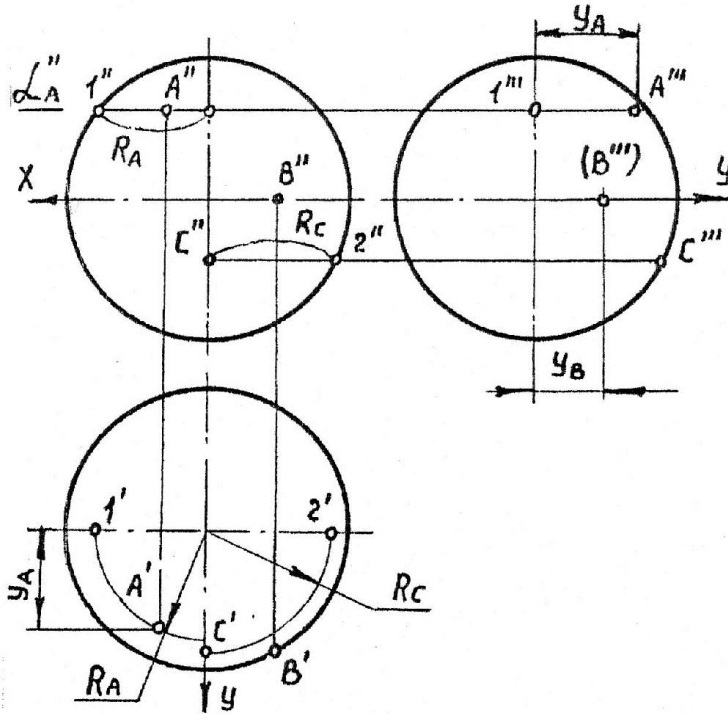


Рисунок 4.5 – Побудова проєкцій точок на поверхні сфери

Для побудови точок на поверхні тора використовують кола, розташовані в площинах, перпендикулярних осі обертання тора (рис.4.6).

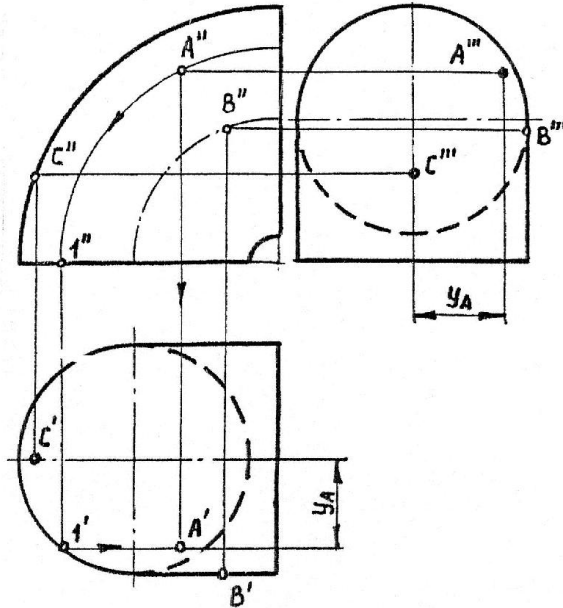


Рисунок 4.6 – Побудова проєкцій точок на поверхні тора

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ

1. Яке геометричне тіло називають призмою?
2. Назвіть основні елементи призми.
3. Дайте визначення піраміди.
4. Як розподіляються піраміди, призми?
5. Назвіть основні елементи піраміди.
6. Як визначаються проєкції точок, які лежать на поверхнях піраміди, призми?
7. Дайте визначення циліндра.
8. Назвіть основні елементи циліндра.
9. Як визначаються проєкції точок, які лежать на поверхнях призми і циліндра?
10. Як будується зображення піраміди на площині проєкцій?
11. Дайте визначення конуса.
12. Назвіть основні елементи конуса.
13. Основні елементи сфери.

14. Як визначають проекції точок на поверхнях конуса, сфери?
15. Дайте визначення тора.
16. Назвіть види торових поверхонь.
17. Як визначають точки на поверхні тора?

5 ПЕРЕРІЗ ПОВЕРХОНЬ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ ПРОЕКЦІЮЮЧИМИ ПЛОЩИНАМИ

5.1 Загальні відомості

Основні поверхні поєднуються одна з одною шляхом торкання або перерізу. Поверхні торкаються, якщо одна з них плавно переходить в іншу. Наприклад, на рис.5.1 торова поверхня деталі плавно дотикається з конічною і циліндричною поверхнями. Лінію торкання поверхонь на кресленнях не показують. На рис.5.1 вони показані умовно.

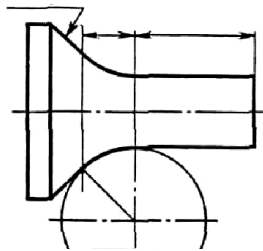


Рисунок 5.1 – Утворення поверхонь деталей

При перерізі поверхонь отримуються лінії, які називають лініями перерізу і обов'язково зображують. Деякі лінії перерізу (наприклад, ребра багатогранників, кола основ циліндрів і конусів і таке інше) не потребують ніяких допоміжних побудов для зображення їх проекцій. Для отримання інших ліній перерізу необхідні допоміжні побудови з використанням поверхонь-посередників, у ролі яких, як правило, використовують площини або сфери.

Кількість поверхонь – посередників повинна бути найменшою і достатньою для виявлення характеру лінії перерізу і побудови її проекцій. Положення поверхні – посередника вибирають так, щоб вона перерізала кожен із заданих основних поверхонь за прямими або колам. Отримані лінії, в свою чергу, повинні перетинатися між собою,

визначаючи одну або декілька спільних точок для поверхонь, які розглядаються.

Серед точок ліній перерізу відрізняють опорні і проміжні. Кожну точку лінії перерізу будують на всіх необхідних проекціях і тільки після цього приступають до визначення наступної точки.

Побудову лінії перерізу поверхонь рекомендується виконувати у такій послідовності:

- з'ясувати вид і розташування основних поверхонь, які обмежують тіло, відносно площин проекцій;
- вибрати вид і положення поверхонь – посередників для кожної пари поверхонь, які перерізаються;
- побудувати опорні, а потім у достатній кількості, проміжні точки ліній перерізу;
- перевірити правильність виконаних побудов, визначити видимі і невидимі ділянки лінії перерізу і обвести креслення.

5.2. Побудова проекцій фігур перерізу

5.2.1 Призма

Залежно від положення січної площини, в перерізі призми можна отримати: а) багатокутник, паралельний і подібний основі, якщо січна площина I паралельна основі призми (рис.5.2, а, б); б) прямокутник для прямої призми (рис.5.2, а, в) або паралелограм – для нахиленої, якщо площина II паралельна ребрам призми; в) багатокутник, не рівний і не подібний основі, якщо січна площина III нахилена до ребер призми (рис.5.2, а, г).

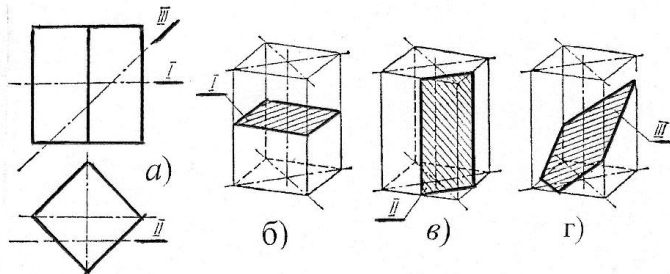


Рисунок 5.2 – Форми проекцій фігур перерізу при перерізі призми проекціюючими площинами

На комплексному кресленні (рис.5.3, а) правильна шестикутна призма перерізана фронтально-проекціюючою площиною α'' .

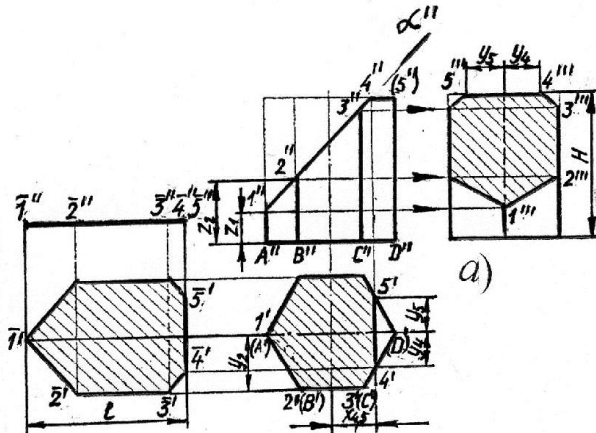


Рисунок 5.3 – Побудова проекцій фігури перерізу на призмi

Фронтальна проекція фігури перерізу співпадає з фронтальним слідом січної площини α'' , який має збирану властивість. Проекції вершин фігури перерізу – точки $1''$, $2''$, $3''$ - визначаються на перетині фронтальних проекцій бокових ребер призми зі слідом площини α'' , а точки $4''$, $5''$ - на перетині фронтальних проекцій ребер верхньої основи призми з α'' .

Горизонтальні проекції точок $1'$, $2'$, $3'$ співпадають з горизонтальними проекціями відповідних ребер, а проекції $4'$ і $5'$ отримуються в перетині вертикальних ліній зв'язку з горизонтальною проекцією верхньої основи призми. З точок $1''$, $2''$, $3''$ проводять горизонтальні лінії зв'язку до перетину з профільними проекціями відповідних бокових ребер і отримують проекції $1'''$, $2'''$, $3'''$, а проекції $4''$ і $5''$ будують координатним методом, використовуючи координати y_4 і y_5 . Отримані точки сполучають прямими лініями і переріз заштриховують.

Дійсна величина фігури перерізу (рис.5.3, б) визначена способом плоско-паралельного переміщення.

5.2.2 Піраміда

Залежно від положення січної площини, в перерізі піраміди можна отримати: а) фігуру подібну основі, якщо площина I розташована паралельно основі (рис.5.4, а, б); б) багатокутник, якщо січна площина II нахилена до основи (рис.5.4, а, в); в) трикутник, якщо площина III розташована перпендикулярно до основи піраміди (рис.5.4, а, г).

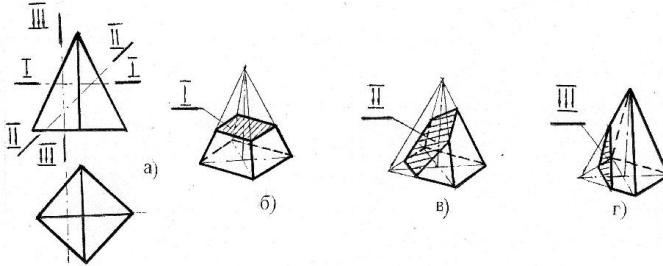


Рисунок 5.4 – Форми проєкцій фігур перерізу при перерізі піраміди

На рис.5.5 правильна чотирикутна піраміда перерізнана фронтально – проєкціуючою площиною α'' . Фронтальна проєкція фігури перерізу співпадає з слідом площини α'' . Проекції т. 1'', 2'', 3'', 4'' визначають на перетині сліду площини $f'_{\alpha''}$ і фронтальних проєкцій ребер піраміди $A''S''$, $D''S''$, $C''S''$, $B''S''$. Горизонтальні і профільні проєкції точок 1', 3'; 1''', 3''' отримують за допомогою вертикальних і горизонтальних ліній зв'язку.

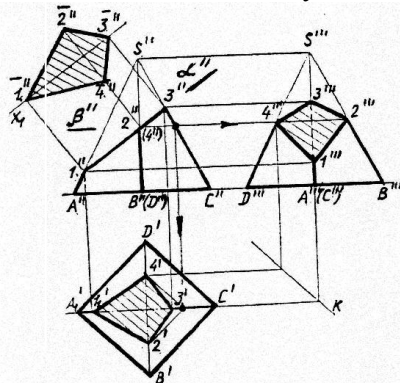


Рисунок 5.5 – Побудова проєкцій фігури перерізу на піраміді

Для визначення горизонтальних проекцій точок $2'$ і $4'$ використовують допоміжну площину β'' , яку проводять через т. $2''$ і $4''$ паралельно основі піраміди (рис.5.5, а, б). Від цієї площини на горизонтальній проекції піраміди будують фігуру перерізу, подібну основі. Вона перетинає відповідні ребра піраміди в точках $2'$ і $4'$. Для побудови профільних ($2'''$ і $4'''$) проекцій точок із $2''$ і $4''$ проводять горизонтальні лінії зв'язку на відповідні ребра DS і BS .

Дійсна величина фігури перерізу визначена способом заміни площин проекцій.

5.2.3 Циліндр

При перерізі прямого колового циліндра площиною можуть утворитися такі фігури:

а) прямокутник, якщо січна площина паралельна до осі циліндра (рис.5.6, а); б) коло, коли площина перпендикулярна до осі (рис.5.6, б); в) еліпс – площина нахилена до осі (рис.5.6, в).

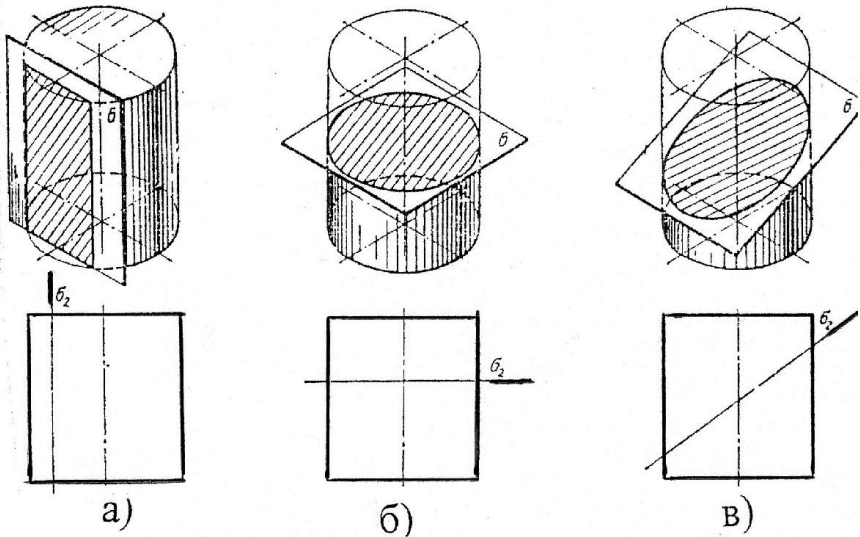


Рисунок 5.6 – Форми проекцій фігур перерізу при перерізі циліндра

На рис.5.7,а зображено прямий коловий циліндр, який перерізано фронтально-проекціуючою площиною α'' .

Для побудови проєкцій фігури перерізу спочатку в тонких лініях виконують три проєкції циліндра і проводять слід січної площини α'' . Горизонтальну проєкцію основи циліндра розподіляють на рівні частини, наприклад, на вісім.

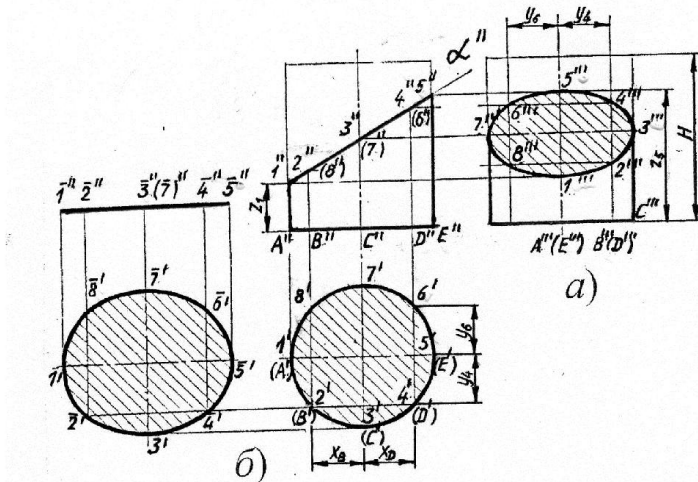


Рисунок 5.7 – Побудова проєкцій фігури перерізу на циліндрі

Точки розподілу $1'$, $2'$, $3'$, є горизонтальними проєкціями твірних циліндра. Проводять вертикальні лінії зв'язку до перетину з слідом α'' - отримують фронтальні проєкції $1''$, $2''$, $3''$, ... Профільні проєкції точок фігури перерізу - $1'''$, $2'''$, $3'''$, ... отримують за допомогою горизонтальних ліній зв'язку і координатного метода. Як видно з рис.5.7, а, фронтальна проєкція фігури перерізу – відрізок $1''5''$, а горизонтальна проєкція еліпса співпадає з колом (горизонтальна проєкція циліндричної поверхні). Профільна проєкція-еліпс.

Велика вісь еліпса – відрізок 1-5, а мала – 3-7. точки 1, 5, 3, 7 служать опорними, а між ними – проміжними. Побудову лінії перерізу починають з визначення опорних точок кривої.

Дійсна величина фігури перерізу (рис.15.7, б) визначена способом плоско-паралельного переміщення.

5.2.4. Конус

Від напрямку січної площини в перерізі конуса можуть бути отримані такі фігури (рис.5.8):

а) коло, якщо січна площина розташована паралельно основі конуса (рис.5.8, а);

б) трикутник – площина проходить через вершину конуса (рис.5.8, б);

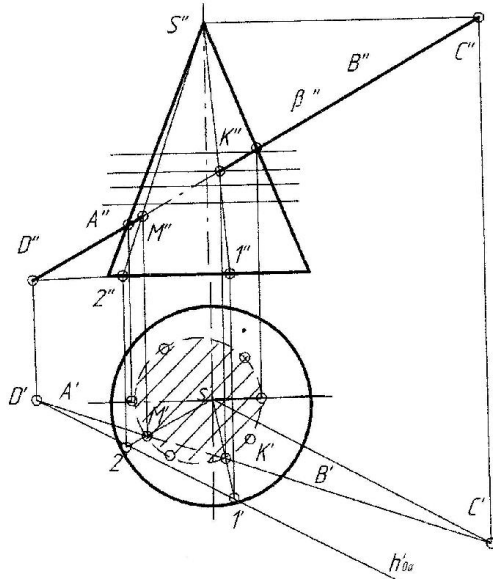


Рисунок 5.8 – Форми проєкцій фігур перерізу при перерізі конуса

в) повний або зрізаний еліпс, коли січна площина нахилена до осі конуса під кутом, який більше кута нахилу твірної до осі (рис.5.8, в). Зрізаний еліпс отримується тоді, коли площина перерізає основу конуса;

г) парабола, якщо січна площина розташована паралельно твірній конуса, не проходить через його вершину і нахилена до осі конуса під кутом, який дорівнює куту нахилу твірної до осі (рис.5.8, г);

д) гіпербола – січна площина паралельна двом твірним конуса, не проходить через вершину або паралельна осі (рис.5.8, д).

перетину з ним у точці b' . Подібно можна побудувати і інші проєкції точок без проведення твірних.

Дійсна величина фігури перерізу знайдена способом плоско-паралельного переміщення (рис.5.9, б).

5.2.5 Сфера

При перерізі сфери будь-якою площиною утворюється коло. Від положення січної площини це коло проєкціюється в дійсну величину (рис.5.10, а), якщо площина паралельна площині проєкцій;

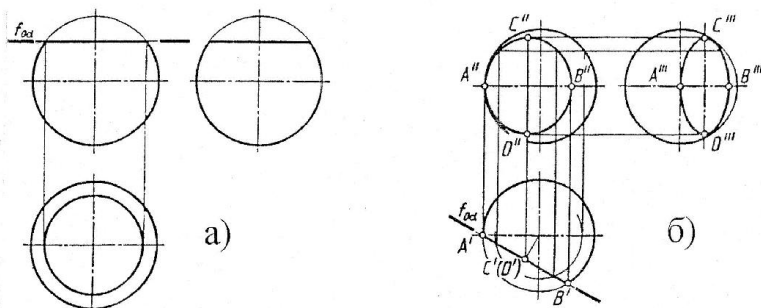


Рисунок 5.10 – Форми проєкцій фігур перерізу при перерізі сфери

в пряму лінію, якщо площина перпендикулярна площині проєкцій ($\alpha'' \perp \pi_2$) або еліпс – січна площина, нахилена відносно площини проєкцій (β'' нахилена відносно π_2 , рис.5.10, б).

Розглянемо побудову фігури перерізу сфери фронтально-проєкціуючою площиною α'' . В перерізі утворюється коло, фронтальна проєкція якого співпадає зі слідом січної площини α'' . На площину π_1 коло проєкціюється як еліпс (рис.5.11).

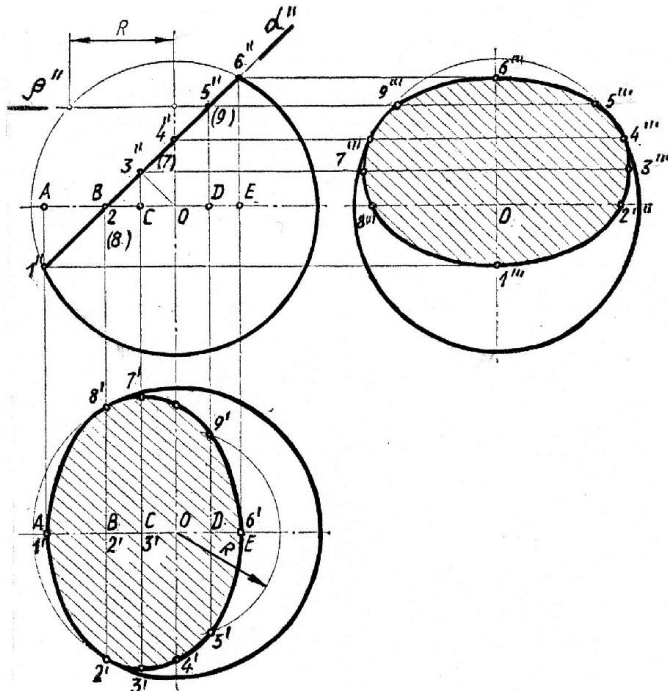


Рисунок 5.11 – Побудова проєкцій фігури перерізу на сфері

Для побудови фігури перерізу сфери призначають спочатку характерні точки, які є вершинами еліпса. Мала вісь еліпса - це відрізок $1''-6''$, який співпадає із пл. α'' . Велика вісь еліпса – точки $3''$, $(7'')$, які лежать на середині відрізка $1''-6''$.

Горизонтальні проєкції точок $1'$, $2'$, $6'$ будують за допомогою вертикальних ліній зв'язку. Для побудови горизонтальних проєкцій точок $3'$, $5'$ проводять (наприклад, для т. 5) допоміжну січну площину β'' , яка перерізає сферу за колом радіусом R . Перетин горизонтальної проєкції цього кола з лінією зв'язку дасть проєкцію т. $5'$. Подібно будується і т. $3'$. За двома проєкціями визначають профільну проєкцію фігури перерізу.

Дійсна величина фігури перерізу від площини α'' є коло, діаметр якого дорівнює відрітку $1''-6''$.

6 ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ ПРЯМИМИ ЛІНІЯМИ

6.1 Загальні принципи розв'язування задач

Пряма, яка перетинає поверхню, має звичайно з цією поверхнею дві спільні точки: точку входу і точку вихода. Визначення таких точок засновано на проведенні через задану пряму допоміжної площини, знаходження фігури перерізу і визначення точок перетину прямої з побудованою фігурою перерізу.

6.2 Побудова точок перетину прямих ліній з поверхнями

6.2.1 Призма

В окремому випадку, коли поверхня, з якою перетинається пряма, перпендикулярна одній із площин проекцій, точки перетину визначаються безпосередньо. Так, наприклад, точки K і F перетину прямої DC з боковими гранями трикутної призми (рис.6.1) проєкціюються на площину π_1 в точки K' і F' перетину горизонтальних проєкцій двох передніх граней призми з проєкцією $D'F'$ прямої DF . Фронтальні проєкції $K''F''$ визначаються за допомогою ліній зв'язку.

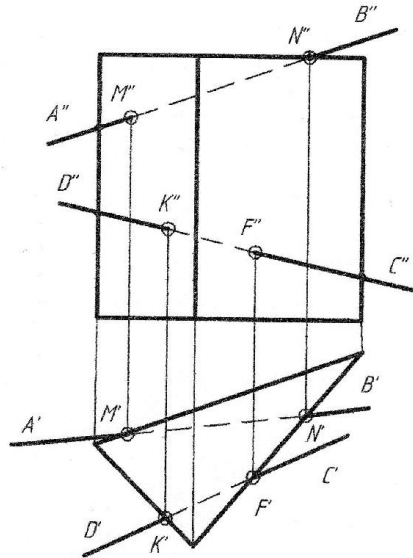


Рисунок 6.1 – Перетин прямих ліній із поверхнею призми

На рис.6.1 показана також побудова точок М і N перетину прямої АВ з поверхнею призми. Порядок побудови цих точок показано стрілками.

6.2.2 Піраміда

На рис.6.2 зображені приклади побудов точок перетину прямих окремого положення: А – фронтально-проекціуючої; В – горизонтальної; С – горизонтально-проекціуючої.

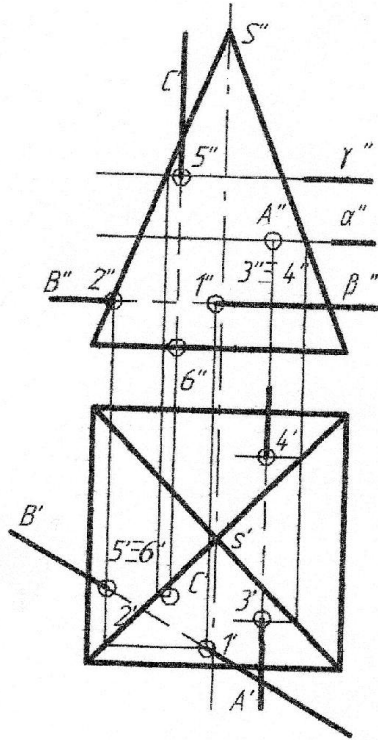


Рисунок 6.2 – Перетин прямих окремого положення із поверхнею піраміди

Для побудови точок перетину (3, 4) прямої A використана допоміжна площина α'' ; точок (1, 2) перетину прямої B – β'' ; точок (5, 6) прямої C – γ'' .

На рис.6.3 пряма AB займає загальне положення. Проводимо через неї фронтально - проєкціюючу площину α'' і будуємо лінію її перерізу з заданою пірамідою. Там, де пряма перетинає лінію перерізу піраміди з площиною α , і будують точки K' і N' . За допомогою ліній зв'язку отримуємо проєкції K'' і N'' - точок перетину AB і піраміди.

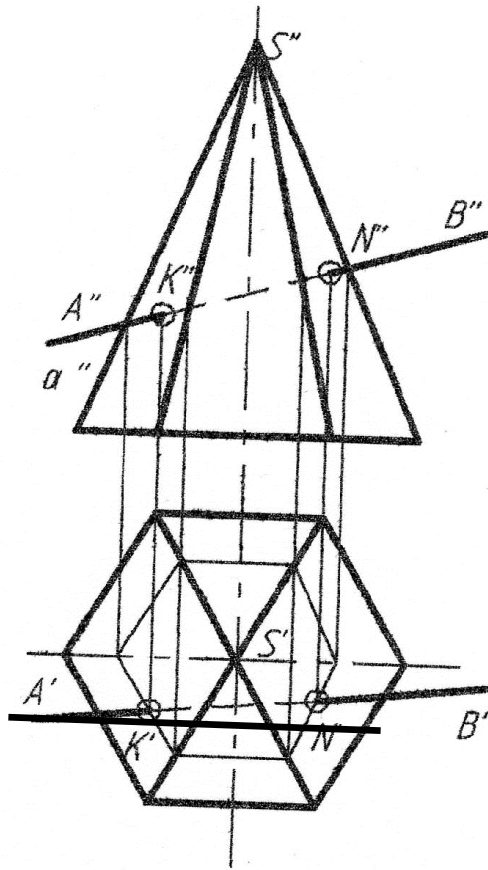


Рисунок 6.3 – Перетин прямих загального положення з поверхнею піраміди

6.2.3 Циліндр

Точки перетину D , E прямої з поверхнею прямого циліндра, ось якого розташована перпендикулярно площині проєкцій π_1 , будуються безпосередньо (рис.6.4).

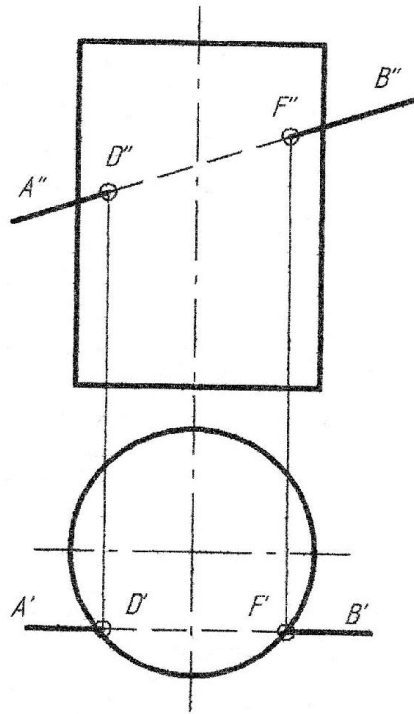


Рисунок 6.4 – Перетин прямої лінії з поверхнею циліндра

6.2.4 Сфера

На рис.6.5 зображено побудову точок перетину прямої окремого положення зі сферою. У прикладі пряма D – горизонталь. Проводимо через пряму D допоміжну горизонтальну площину α'' , яка перерізає сферу колом.

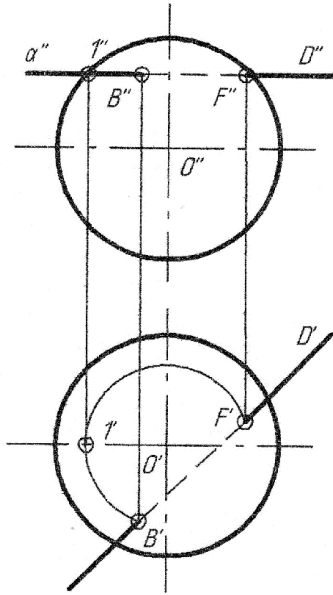


Рисунок 6.5 – Перетин прямих ліній окремого положення з поверхнею сфери

Точки B' і F' отримуємо при перетині горизонтальних проєкцій площини α (коло) і прямої. Фронтальні проєкції B'' і F'' - за допомогою ліній зв'язку.

На рис.6.6 показано, як можна за допомогою допоміжної площини будувати точки перетину прямої AB зі сферою.

Через задану пряму AB проведено горизонтально проєкціюючу площину α' , що перерізає сферу по колу, фронтальна проєкція якого – еліпс (заштрихована площина). Фронтальні проєкції точок перетину (M'' , K'') отримуємо при перетині проєкцій еліпса і прямої $A''B''$. Горизонтальні – за допомогою ліній зв'язку (M' , K').

На рис.6.6 зображено використання способу заміни площин проєкцій при визначенні точок перетину прямої загального положення AB з поверхнею сфери. Наведені побудови дозволяють замінити проєкцію, фігури перерізу від допоміжної (α') площини у вигляді еліпса на фронтальній проєкції, на коло на горизонтальній проєкції, що спрощує рішення задачі.

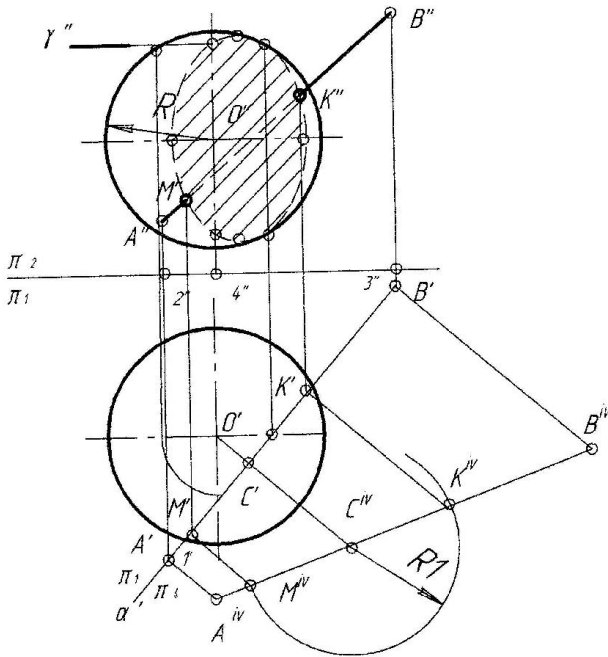


Рисунок 6.6 – Приклади побудови проєкцій точок перетину прямої лінії загального положення з поверхнею сфери

Замість площини проєкції π_2 , вводимо додаткову площину π_4 , паралельно площині α , яка утворює з площиною π_1 нову систему площин проєкцій π_1/π_4 . На площину π_1 фігура перерізу площини α і сфери (коло) спроектується в дійсну величину. Будуємо нову проєкцію заданої прямої AB у новій системі площин проєкцій π_1/π_4 – A^{IV}, B^{IV} .

Для побудови проєкцій точок A^{IV}, B^{IV} використовуємо координати проєкцій точок A'' ($A''2''=A'A^{IV}$); B'' ($B''3''=B'B^{IV}$). З'єднуємо проєкції A^{IV}, B^{IV} прямою лінією і відмічаємо точки її перетину (M^{IV} і K^{IV}) з колом фігури перерізу, радіус якої дорівнює R_1 .

Проєкцію центра C^{IV} знайдемо, коли відкладемо $C^{IV}O'=O''4''$. Із т. C^{IV} проводимо дугу радіусом R_1 і отримуємо точки K^{IV} і M^{IV} . Потім знаходимо проєкції K' і M' і $K''M''$.

6.2.5 Конус

На рис.6.7 наведено приклад побудови перетину прямих окремого положення з конусом – пряма C – горизонталь, пряма H – горизонтально-проекціююча. Через пряму C – проведено допоміжну горизонтальну площину γ'' , яка перерізає конус за колом. На горизонтальній проекції лінія фігури перерізу площини γ з конусом (коло) перетинається з заданою прямою в точках A' і N' , які і є точки перетину прямої з конусом. За лініями зв'язку отримуємо проекції точок A'' , N'' .

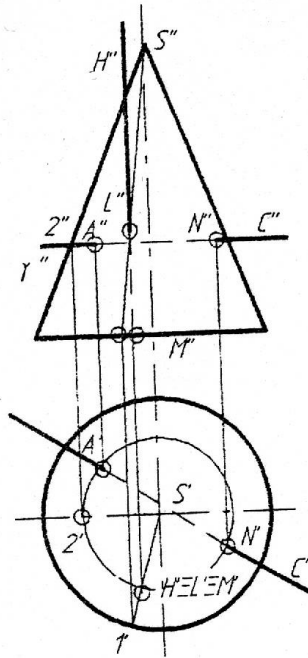


Рисунок 6.7 – Перетин прямих окремого положення з поверхнею конуса

Для побудови точки перетину прямої H з конусом використана твірна. Спочатку будують горизонтальну проекцію твірної ($S'1'$), а потім її фронтальну проекцію, яка перетинає задану пряму в т. L'' - фронтальній проекції точки перетину прямої H з поверхнею конуса.

При перетині конуса прямою лінією загального положення розв'язування задачі виконано двома способами: в першому – за

допомогою допоміжної площини α , яка пройшла через вершину і, отже, перерізала його за прямими лініями; у другому – використана площина β'' .

Приклад з конусом наведено на рис.6.8, де точки перетину знайдені за допомогою площини α , яка проходить через вершину конуса і задану пряму лінію АВ.

Для побудови твірних, за якими площина α перерізає конус, треба знайти ще по одній точці для кожної твірної, крім т. S. Ці точки (1 і 2) можуть бути знайдені при перетині сліда ($h'_{\alpha\alpha}$) площини α , отриманого на площині основи конуса, з колом цієї основи. На рис.6.8 площина основи конуса прийнята за площину проєкцій π_1 ; тому слід площини позначено $h'_{\alpha\alpha}$. Для його побудови використана допоміжна пряма SC – горизонталь площини α і знайдено горизонтальний слід площини – $h'_{\alpha\alpha}$. Слід $h'_{\alpha\alpha}$ проходить через т. D' паралельно проєкції S'C'. Через побудовані точки 1'1'' і 2' 2'' пройдуть твірні конуса. Точки M і K – точки входа і вихода при перетині прямої АВ з поверхнею конуса.

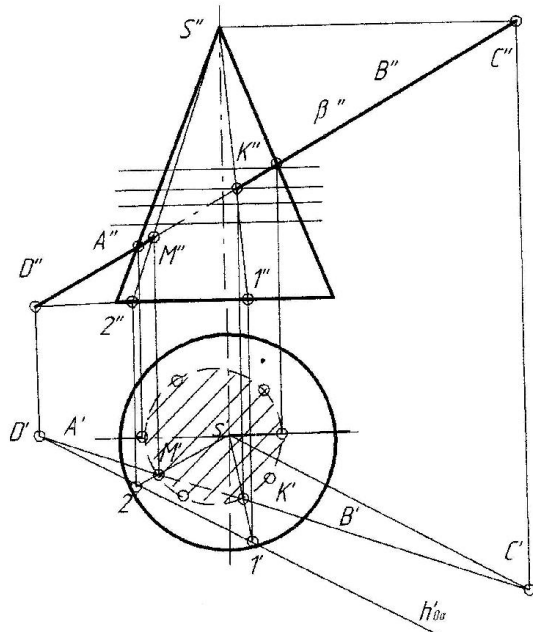


Рисунок 6.8 – Приклади побудови проєкцій точок перетину прямої лінії загального положення з поверхнею конуса

7 ПОБУДОВА КРЕСЛЕННЯ ДІЙСНОЇ ВЕЛИЧИНИ ФІГУРИ ПЕРЕРІЗУ ТЕХНІЧНОЇ ДЕТАЛІ

На практиці використовують деталі, складені з простих геометричних тіл, які перерізані січними площинами. При перерізі технічної деталі площинами утворюються фігури, форма яких залежить від форми складових частин (наприклад, група геометричних тіл – циліндр, конус, піраміда) і напрямку січної площини.

Для прикладу побудови дійсної величини фігури перерізу технічної деталі розглянемо деталь, зображену на рис.18.1, яка на кресленні задана фронтальною і горизонтальною проекціями.

Січна площина, від якої потрібно будувати дійсну величину фігури перерізу, позначена на фронтальній проекції – А-А.

В початковий період навчання рекомендується будувати допоміжну проекцію фігури перерізу (рис.8.1, а).

Така проекція (в нашому випадку – горизонтальна) не дає дійсних розмірів фігури перерізу, але дозволяє безпомилково визначити і будувати форму такого перерізу.

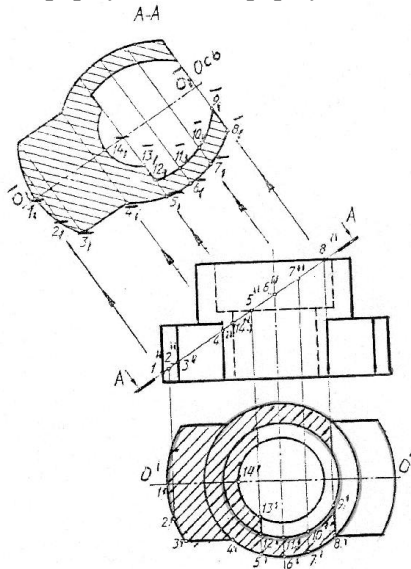


Рисунок 7.1 – Приклад побудови дійсної величини фігури перерізу технічної деталі

Визначаємо, якими поверхнями обмежена зовнішня форма деталі - двома циліндрами та прямокутними призмами. Внутрішня форма утворена двома циліндричними поверхнями.

На сліді січної площини (фронтальна проекція) позначаємо і називаємо характерні, опорні та допоміжні точки на складових поверхнях геометричних тіл, з яких складена деталь. Так, наприклад, для зовнішньої поверхні першої циліндричної частини призначено точки - 1'', 2'', 3'', призми - 3'', 4'', другої циліндричної поверхні - 4'', 5'', 6'', 7'', 8''. Для внутрішньої поверхні – для більшого циліндра - 9', 10', 11', 12', а меншого - 13', 14'.

Після цього, на довільній відстані від фронтальної проекції деталі проводимо ось симетрії фігури перерізу паралельно проекції січної площини А-А.

За базову точку побудови приймемо т. 1 (можна приймати будь-яку точку, призначену на січній площині). Відповідно до кожної точки на січній площині (окрім точок 1'' та 14'', які лежать на осі симетрії) потрібно провести перпендикуляри (прикладі показано стрілками) – бо фігура перерізу симетрична. Потім від осі симетрії на перпендикулярах відкладаємо величини, взяті з горизонтальної проекції фігури перерізу. Наприклад, 0'9', 0'8' ... $\rightarrow \overline{0_1 9_1}, \overline{0_1 8_1}$ і т. ін.

Побудовані точки сполучаємо основною суцільною лінією і заштриховуємо.

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ

1. З якою метою використовують допоміжні площини?
2. Як вибирається кількість площин-посередників?
3. Як вибирається положення площин-посередників?
4. В якій послідовності виконують побудову лінії перерізу?
5. Які площини використовують як допоміжні площини-посередники?
6. Які криві можна отримати при перерізі прямого конуса?
7. Коли в перерізі прямого конуса отримується трикутник?
8. Які плоскі фігури отримуються при перерізі правильної піраміди площинами, що паралельні її основі?
9. Що називається лінією зріза?
10. Як будується лінія зріза?

11. Назвіть загальні дії при побудові точок перетину прямої лінії з поверхнями.
12. Чому спрощується побудова точок перетину прямої з проєкціюючими поверхнями (циліндр, призма)?
13. Від чого залежить форма фігури перерізу технічної деталі?
14. Назвіть загальний план побудови фігури перерізу технічної деталі?

ВИКОРИСТАНА ТА РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Михайленко В.Е., Пономарев А.М. Инженерная графика: Учебник для вузов. К. : Вища школа, 1985-295 с.
2. Чекмарев А.А. Инженерная графика. Учебник для машиностроительных специальностей ВУЗов. – М.: Высшая школа, 1998 – 335 с.
3. Гордон В.О., Семеновцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. Учебное пособие/ Под ред. Ю.Б. Иванова. – Москва: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988 - 272 с.
4. Ботвинников А.Д. и др. Черчение: Учебник для 6-7 классов средней общеобразовательной школы. – М.: Просвещение, 1988-224 с.
5. Лагерь А.И., Колесникова Э.А. Инженерная графика. Учебник для инженерно-технических специальностей ВУЗов. – М.: Высшая школа, 1985 – 176 с.
6. Науменко В.Я. Сидоренко В.К. Виконання технічних креслень в школі. – К.: Рад.школа, 1986 – 112 с.
7. Верхола А.П. Словник з креслення. – К.: Вища школа, 1994 – 203 с.
8. Анисимов М.В., Анисимова А.М. Креслення. – К.: Вища школа, 1998 – 239 с.
9. Локтев О.В. Краткий курс начертательной геометрии: М.: Высшая школа, 1985 – 136 с.
10. Система конструкторської документації. Терміни та визначення основних понять. ДСТУ 3321-96. Держстандарт України. Київ – 79 с.
11. Данилевська Н.О., Симонов В.А. Нарисна геометрія та комп'ютерна графіка. Короткий курс ч. 1. Харків, 2000 – 213 с.

12. Михайленко В.Є., Ванін В.В., Ковальов С.М. Інженерна графіка/за ред. В.Є. Михайленка. Львів: Піча В.В. “Каравела”; Львів: Новий світ – 2000; 2002 – 336 с.
13. Інженерна та комп’ютерна графіка: Підручник / В.Є.Михайленко, В.М.Найдиш, А.М.Підкоритов, І.А.Скидан / за ред. В.Є.Михайленка. К: Вища школа, 2001 – 350 с.
14. Матвеев А.А., Борисов Д.М., Черчение. – М.: Высшая школа, 1980 – 223 с.
15. Розов С.В. Курс черчения с элементами автоматизированного контроля. – М.: Машиностроение, 1980 – 413 с.
16. Миронова Р.С., Миронов Б.Г. Сборник заданий по черчению – М.: Высшая школа, 1984 – 264 с.
17. Методичні вказівки до теми “Елементи нарисної геометрії” для учнів загальноосвітніх шкіл з вивченням креслення. Ч.1 / Укл. Є.В.Гавров – Запоріжжя: ЗДТУ, 2001 – 33 с.
18. Методичні вказівки до курсу “Елементи нарисної геометрії” з теми “Позиційні задачі” для учнів загальноосвітніх шкіл з вивченням креслення Ч.2 / Укл. Є.В.Гавров – Запоріжжя: ЗНТУ, 2003 – 55 с.
19. Методичні вказівки до курсу “Елементи нарисної геометрії” з теми “Метричні задачі” для учнів загальноосвітніх шкіл з вивченням креслення Ч.3 / Укл. Є.В.Гавров – Запоріжжя: ЗНТУ, 2003 – 34 с.
20. Гавров Є.В. Елементи нарисної геометрії. Курс лекцій. – Посібник. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2005, - 181 с.: іл.