

УДК 517.9

Онуфрієнко В.М.¹, Засовенко А.В.²

¹ д-р фіз.-мат. наук, проф. НУ «Запорізька політехніка»

² канд. техн. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

МОДЕЛЮВАННЯ ФРАКТАЛЬНО КОНФІГУРОВАНОГО МЕТАМАТЕРІАЛЬНОГО СЕРЕДОВИЩА

В математичному моделюванні динамічних систем застосування фрактальних уявлень про структуру дозволяє наділяти їх властивостями, які характерні для складних нелінійних систем, наприклад, ефектами просторового гістерезису та часової ередитарності. В таких системах враховується не тільки теперішній їх стан або найближчий попередній стан, але також і всі попередні стани, в яких вона перебувала. Динамічну систему можна вважати гістерезисною, коли просторово-часові траєкторії деяких або всіх змінних виявляють зв'язок у залежності від швидкості перебігу явища з можливими передбаченнями наявності неергодичності.

Найважливіше, що впливає з моделі, є ефекти гістерезису і пам'яті, які наводять на висновок про те, що, наприклад, від'ємні ємнісні (індуктивні) компакти мають пам'ять, керувати якою можна за допомогою часово-частотної та просторової фракталізації. Зокрема, для виявлення ефектів просторового гістерезису та часової ередитарності фрактального компакту за схемою побудови рівнянь з розривами зарядів (струмів) пропонуємо моделювати заряд метаматеріального середовища за допомогою дробових похідних. Диференціальні рівняння дробових порядків, що виникають у таких моделях,

знаходять своє самостійне застосування в багатьох областях фізико-математичної й технічної науки. Наприклад, задача про визначення потенціалу по залежності періоду коливань від енергії, або обернена задача теорії розсіювання, руху тіла у в'язкому середовищі тощо. Такі диференціальні рівняння називаються, за термінологією В. Вольтерра, ередитарними [1] і можуть виникати самі по собі у процесі або у результаті розв'язування.

Теорія фрактального шару [2] на межі розділу двох середовищ базується на визначенні дробового диференціалу та його зв'язку з дробовою похідною у формі Рімана-Ліувіллія. Зазначена модель використовується далі для означення фрактального шару Гельмгольца та визначення його ередитарних властивостей. Концепція фрактальності процесів накопичення заряду у просторі і часі демонструє можливі неминучі зміни більшості результатів, отриманих до цього часу звичайними методами. З моделі фрактальності випливають декілька ефектів, які неможливо пояснити цими методами. Найважливішим з них є ефект пам'яті, що наводить на висновок про те, що від'ємні ємнісні (індуктивні) компакти мають пам'ять, керувати якою можна за допомогою часово-частотної та просторової фракталізації.

В задачах про визначення концентрації електроактивних елементів на поверхні фрактально конфігурованого зі скейлінгом електроду, що контактує з електролітом, експериментально достатньо легко визначається густина струму на поверхні. Звідки наявність в досліджуваному процесі ефекту пам'яті або нелокальності за часом, що міститься в ядрі інтегрального оператора вихідного рівняння, позиціонуємо як функцію пам'яті, яка описує прояв ередитарності явища концентрації електроактивних елементів на поверхні електрода. Якщо функція пам'яті є степеневою (як у наших задачах з фрактальною геометрією контактів і неперервним розподілом фізичних параметрів на них та в задачах з фрактальними розподілами зарядів і струмів на гладких компактах), то виникає природній перехід до рівнянь з дробовими похідними. Треба відмітити, що у випадку збігу функції пам'яті з виразом для функції Хевісайда, розглядуваний процес має повну пам'ять, а для збігу з функцією Дірака пам'ять у процесі відсутня.

Означений підхід дозволяє розглядати ефекти, що створюються тепловим рухом іонів поблизу зарядженої поверхні з урахуванням дифузійного подвійного шару Гуй-Чапмана [3] і моделюються диференціальним рівнянням Пуассона-Больцмана. Узагальненню до фрактальної моделі може підлягати і розвинений Штерном підхід, де поєднуються дві попередні класичні моделі та враховується той факт, що іони мають кінцевий розмір і протяжність шару до електрода буде змінюватися в залежності від іонного радіуса.

Аналіз розподілу функції пам'яті демонструє також збіг результатів нашого моделювання для окремого випадку $\alpha = 0$ з результатами напівінтег-

рального (напівдиференціального) методу, розвинутого в 70-х роках ХХ століття.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Вольтерра В. Теория функционалов, интегральных и интегродифференциальных уравнений / В. Вольтера. – М. : Наука, 1982. – 304 с.

2. Westerlund S. Dead matter has memory / S. Westerlund // *Physica Scripta*. – 1991. – Vol. 43, № 2. – P. 174–179.

3. Onufrienko V. M. Modeling characteristics of field-effect fractal nanotransistor / V. M. Onufrienko, T. I. Slyusarova, L. M. Onufriyenko // 15th Intern. Conf. on advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering Proceedings. February 25-29, 2020. – Lviv-Slavske, Ukraine. – P. 586–589.