

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ПЛОСКИХ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

Представлений алгоритм визначення реакцій зовнішніх та внутрішніх в'язей плоского шарнірно-важільного механізму.

Для визначення реакцій механізм розчленовується на окремі ланки та зображуються реакції зовнішніх і внутрішніх в'язей кожної ланки.

Застосовуючи до кожного тіла механізму теорему про рух центру мас (у проекціях на осі координат) та теорему про зміну кінетичного моменту (для кривошипів відносно осей обертання, для шатунів відносно осей, що проходять через центр мас) можна отримати систему рівнянь, які дозволять визначити всі невідомі реакції опорної площини та диференціальне рівняння руху механізму.

Вирішення поставленого завдання зводиться до чисельного інтегрування диференційного рівняння руху механізму та вирішення системи лінійних рівнянь алгебри щодо невідомих динамічних реакцій зовнішніх і внутрішніх в'язів.

Задача інтегрування диференційного рівняння пов'язана з великою кількістю попередніх обчислень і може бути умовно розбита на п'ять блоків:

- вирішення системи рівнянь геометричних в'язей або обчислення геометричних співвідношень;
- обчислення кінематичних співвідношень;
- обчислення зведеного моменту інерції механізму $J_{зв}(\varphi)$ та зведеного моменту зовнішніх сил $M_{зв}(\varphi, \dot{\varphi})$;
- обчислення похідної від зведеного моменту інерції по куту повороту ведучої ланки $J'_{зв}(\varphi)$;
- чисельне інтегрування диференційного рівняння.

Все це може бути виконано в Mathcad декількома способами, що використовують різні вбудовані процедури-функції. Відмінність цих способів і методів полягає у часі обчислень, який потрібний для знаходження: рішення системи рівнянь геометричних в'язів, зведеного моменту інерції механізму $J_{зв}(\varphi)$ та його похідної $J'_{зв}(\varphi)$, зведеного моменту зовнішніх сил $M_{зв}(\varphi, \dot{\varphi})$, а також рішення диференційного рівняння руху.

Для інтегрування системи рівнянь при заданих початкових умовах використовуємо вбудовану пакет Mathcad процедуру-функцію *rkfixed*, що реалізує метод Рунге-Кутта і має вид:

$$rkfixed(u, T_0, T_k, N, D),$$

де $u = \begin{bmatrix} \varphi(0) \\ \dot{\varphi}(0) \end{bmatrix}$ – вектор початкових умов;

T_0, T_k – граничні точки інтервалу пошуку рішення диференційного рівняння.

Початкові умови, що задані у векторі U – це значення рішення в точці T_0 ; N – число точок (не враховуючи початкової точки), в яких шукаємо наближене рішення. За допомогою цього аргументу визначається число рядків $N + 1$ в матриці, що повертається функцією $rkfixed$; $D(t, U) = \begin{bmatrix} \dot{\varphi}(t, U) \\ \dot{\omega}(t, U) \end{bmatrix}$ – вектор, елементами якого є кутова швидкість та кутове прискорення маховика, що визначаються рівняннями.

Матриця, яка отримується в результаті рішення, містить три стовпці. Перший – для значень часу t , другий – для значень кута повороту $\varphi(t)$, третій – для значень кутової швидкості $\dot{\varphi}(t)$.

Рішення системи лінійних рівнянь алгебри для знаходження динамічних реакцій зовнішніх і внутрішніх в'язів складнощів не викликає і виконується будь-яким з методів реалізованих у Mathcad.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Онищенко С.В., Колосов Д.Л. Розв'язання задач динаміки в середовищі MathCAD. Методичні рекомендації до самопідготовки студентів (практикум) з розділу «Динаміка» дисципліни «Прикладна механіка» для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальностей 131 «Прикладна механіка», 132 «Матеріалознавство». Дніпро: Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка», 2023. 34 с.
2. Штанько П.К., Шевченко В.Г., Омельченко О.С., Дзюба Л.Ф. Пасіка В.Р., Поляков О.М. Теоретична механіка. Навчальний посібник. Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2021. 464 с.