

УДК 519.816:004.942

Миронова Н. А.

Асистент Запорізького національного технічного університету

ИНТЕГРАЦИЯ МОДИФИКАЦИЙ МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИИ ДЛЯ СИСТЕМ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ ГРУППОВЫХ РЕШЕНИЙ

Проведена систематизация существующих модификаций классического метода анализа иерархий. Выполнена формализация обобщенного подхода анализа иерархии для задач принятия групповых решений.

Ключевые слова: метод анализа иерархий, задача принятия групповых решений, обобщенный подход анализа иерархий, система поддержки принятия групповых решений.

ВВЕДЕНИЕ

В современных условиях большинство важных технических, экономических, социальных, политических решений принимаются в процессе коллективного обсуждения. Групповое принятие решений предпочтительней индивидуального тем, что с увеличением сложности и объема задач один человек не может быть компетентным во всех вопросах и выполнить всей работы по выра-

ботке и реализации решения. Кроме того, отсутствие полной и точной информации, необходимой для принятия решения, приводит к тому, что выбор оптимального исхода происходит именно в результате группового обсуждения руководителями, специалистами, экспертами и консультантами.

Из множества известных методов и подходов к принятию решений наибольший интерес представляют те,

которые дают возможность учитывать многокритериальность и неопределенность, а также позволяют осуществлять выбор решений из множеств альтернатив различного типа при наличии критериев, имеющих разные типы шкал измерения [1]. Одним из таких методов, который учитывает специфику процесса обсуждения проблемной ситуации, является классический метод анализа иерархий (МАИ), предложенный Т. Л. Саати [2].

Целью работы является анализ направлений развития метода анализа иерархий, систематизация существующих модификаций метода, формализация обобщенной модели анализа иерархий для систем поддержки принятия групповых решений.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Подход, используемый в МАИ [2], предоставляет возможность группе людей взаимодействовать по интересующей их проблеме, модифицировать свои суждения и в результате объединять групповые суждения в соответствии с основным критерием: при проведении попарных сравнений объектов по отношению к некоторой характеристике, или характеристик относительно главной цели. Обратные связи обеспечивают ключ к объединению групповых суждений рациональным образом.

Данный метод позволяет выполнить исследование сложных систем взаимозависимых компонент (ресурсы, желаемые исходы или цели) путем декомпозиции их на отдельные составляющие. Для оценки компонентов систем используется метод последовательного попарного сравнения объектов.

Можно выделить следующие этапы МАИ: построение иерархии, формирование матрицы попарных сравнений (МПС), получение вектора приоритетов, оценка степени согласованности МПС, получение наилучшей альтернативы.

С момента появления МАИ были проведены разнообразные исследования и подробное изучение метода, его преимуществ и потенциальных недостатков, что привело к разработке множества модификаций метода, касающихся, в основном, изменения внутренних процедур (улучшения, усовершенствования определенного этапа) и направленных на исправление присущих классическому методу недостатков.

Для повышения эффективности систем поддержки принятия групповых решений необходимо выполнить:

- анализ развития классического МАИ в соответствии с его этапами;
- формализацию подхода анализа иерархии для задачи группового принятия решения.

АНАЛИЗ РАЗВИТИЯ КЛАССИЧЕСКОГО МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ

В настоящее время существует множество модификаций МАИ [1–46], которые можно классифицировать относительно следующих критериев:

- по способу измерения предпочтений экспертов (использование различных шкал измерения);
- по типу системы предпочтения экспертов;

- по типу иерархий;
- по методу формирования матриц попарных сравнений;
- по способу оценки и коррекции экспертных суждений;
- по методу синтеза итогового решения;
- в зависимости от структуры метода.

Рассмотрим классификации МАИ относительно вышеприведенных критериев.

1. КЛАССИФИКАЦИЯ МАИ ПО СПОСОБУ ИЗМЕРЕНИЯ ПРЕДПОЧТЕНИЙ ЭКСПЕРТОВ (ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ШКАЛ ИЗМЕРЕНИЯ)

Один из наиболее существенных недостатков классического МАИ [4] – возможность обработки лишь точечных экспертных оценок, что в большинстве случаев неприемлемо при решении задач технологического предвидения, которые характеризуются наличием концептуальной неопределенности и многофакторных рисков.

Неточность в оценках экспертов и связанные с ней риски можно выразить двумя способами: с помощью точечных оценок и функции распределения вероятностей; с помощью интервальных оценок без распределения вероятностей.

Первичное сравнение элементов с помощью словесной шкалы, затем перевод вербальной оценки с помощью различных шкал измерения предпочтений экспертов (точечные, вероятностное представление точечных оценок и функций распределения, интервальные и нечеткие оценки) приводит к появлению следующих классов метода:

- *на основе точечных экспертных оценок* (МАИ на основе первого и второго типа иерархий [1], метод анализа сетей [5–6], модификация метода парных сравнений А.А. Павлова [7], МАИ на основе методов парных сравнений относительно стандартов или копированием [1], сокращенная процедура формирования МПС [8–10], модификация метода парных сравнений для случаев с большим количеством оцениваемых параметров [11], способ улучшения согласованности экспертных оценок, заключающийся в изменении структуры иерархии [12], упрощенный вариант МАИ на основе нелинейной свертки критериев: модификация метода собственного вектора [10], идеальный, дистрибутивный и мультипликативный синтез МАИ, метод группового учета бинарных отношений предпочтений альтернатив с дистрибутивным синтезом [13–17], модификация А.П. Ротштейна [18], нечеткий многокритериальный выбор альтернатив: метод наихудшего случая [19]);

- *стохастический* (стохастический МАИ [20–27]);
- *на основе интервальных экспертных оценок* (создание модификаций МАИ на основе интервальных оценок [28–30]);

- *на основе нечетких экспертных оценок* (разработка модификаций МАИ на основе нечетких оценок [31–40], МАС на основе нечетких оценок [41–42]).

Различные способы представления неточности экспертных суждений приводят к необходимости примене-

ния и, следовательно, созданию модифицированных методов получения векторов приоритетов, способов оценки и коррекции экспертных суждений, методов синтеза итогового решения.

Большинство зарубежных и отечественных литературных источников [20–42] посвящено исследованию и разработке модифицированных методов получения вектора приоритетов:

– на основе точечных экспертных оценок: упрощенный вариант МАИ на основе нелинейной свертки критериев: модификация метода собственного вектора [10]; использование энтропии Шеннона для получения вектора приоритетов [41] и др.;

– стохастические [4, 20]: метод имитационного моделирования Монте-Карло, при этом используется лог-нормальное распределение экспертных оценок и метод собственного вектора [21] или взвешенная логит-модель [22–24] и пробит-модель [23], в которых предполагается мультиномиальное распределение весов объектов; регрессионный метод поиска весов и лог-нормальное распределение оценок экспертов [25–27];

– на основе интервальных оценок (интервальные методы получения векторов приоритетов [28–29], интервальный регрессионный анализ [30] и др.);

– на основе нечетких оценок (метод Чанга [37], способы дефазификации [31, 33], нечеткие методы наименьших квадратов: традиционный [38], логарифмический [39] и модифицированный логарифмический [40], метод нечеткого программирования предпочтений и его модификация [36], метод получения вектора приоритетов на основе генетического алгоритма [33] и др.).

Выражение неточности в оценках экспертов в виде нечетких и интервальных чисел приводит к появлению вышеперечисленных классов МАИ, позволяет адекватно представлять неопределенность в суждениях лиц, принимающих решение (ЛПР), и снять ограничения на применение метода.

2. КЛАССИФИКАЦИЯ МАИ ПО ТИПУ СИСТЕМЫ ПРЕДПОЧТЕНИЯ ЭКСПЕРТОВ

Предпочтения могут формироваться одним лицом или коллективом, в зависимости от этого задачи принятия решений с использованием МАИ можно классифицировать на задачи:

– индивидуального принятия решений (классический метод);

– коллективного принятия решений (адаптация метода для задачи принятия групповых решений).

При использовании классического МАИ в процессе принятия групповых решений для нахождения единого группового мнения вычисляют среднегеометрическое оценок участников [1–2]:

$$g_{ij}^A = \sqrt[k]{a_{ij}^1 a_{ij}^2 \dots a_{ij}^k}, \quad (1)$$

где g_{ij}^A – агрегированная групповая оценка, принадлежащая i -й строке и j -му столбцу МПС; k – число МПС,

каждая из которых составлена одним экспертом.

Расчет агрегированной групповой оценки в случае привлечения p ЛПР, у которых различные уровни компетентности, выполняется по формуле:

$$g_{ij}^A = a_{ij}^{\alpha_1} a_{ij}^{\alpha_2} \dots a_{ij}^{\alpha_p}, \quad (2)$$

где $a_{ij}^{\alpha_k}$ – оценка элемента k -м участником с коэффициентом компетентности α_k , $k = \overline{1, p}$, где p – количество участников,

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_p = 1.$$

Агрегацию суждений участников можно осуществить также с помощью собственных векторов МПС. При этом результаты будут эквивалентны тем, которые получены на уровне элементов матриц, если однородность составленных матриц достаточна и удовлетворяет условию $CR \leq 0,10$ (CR – отношение согласованности).

В пункте 1 приведены модификации МАИ (классы МАИ), которые можно применить только для задач индивидуального принятия решений. Для того, чтобы применить существующие модификации МАИ для задач группового принятия решений необходимо выполнить адаптацию методов на этапе получения обобщенного мнения.

3. КЛАССИФИКАЦИЯ МАИ ПО ТИПУ ИЕРАРХИИ

По характеру связей между критериями и альтернативами выделяют следующие типы иерархий [1–2]:

– первый тип иерархий с одинаковым числом и функциональным составом альтернатив под критериями (каждый критерий, имеющий связь с альтернативами, связан со всеми рассматриваемыми альтернативами);

– второй тип иерархий с различными числом и функциональным составом альтернатив под критериями (каждый критерий, имеющий связь с альтернативами, связан не со всеми рассматриваемыми альтернативами);

– третий тип иерархий с обратной связью.

Для первого типа иерархии разработан алгоритм иерархического синтеза [1], который используется для взвешивания собственных векторов МПС альтернатив весами критериев (элементов), имеющихся в иерархии, а также для вычисления суммы по всем соответствующим взвешенным компонентам собственных векторов нижележащего уровня иерархии. Данная модификация позволяет получить итоговое решение для более детализированной иерархии (например, когда в иерархии присутствуют критерии нижних уровней – подкритерии).

Для второго типа иерархии используется метод определения вектора приоритета альтернатив [1] для случая, когда иерархия имеет один уровень критериев, объединенных фокусом с учетом значимости критериев, и разное количество альтернатив у каждого критерия. Метод предполагает выполнение ряда процедур по структурированию информации и проведению вычислительных операций.

Для третьего типа иерархии разработан метод анализа сетей (МАС) [2, 5–6], который является обобщением МАИ в случае, когда взаимодействием компонентов иерархии и/или их элементов нельзя пренебречь. Многие проблемы принятия решений нельзя представить иерархическими структурами, потому что в них существуют зависимости и взаимодействия между элементами разных уровней иерархии. Часто возникают задачи, в которых важность критериев влияет не только на приоритеты альтернатив (как в иерархиях), но и на приоритеты критериев [5].

МАС основан на построении сетевой модели, описывающей влияние внешних факторов на рассматриваемую систему и взаимное влияние основных элементов системы друг на друга (относительно выбранной цели). Ключевым понятием в рамках данного метода является влияние, т.е. воздействие одного элемента на другой.

4. КЛАССИФИКАЦИЯ МАИ ПО МЕТОДУ ПОПАРНЫХ СРАВНЕНИЙ

Метод попарного сравнения, используемый в классическом МАИ, не всегда может быть эффективно применен в некоторых практических ситуациях [1]:

- оценки и сравнения более девяти объектов (критериев, альтернатив), в таком случае построение однородных МПС становится затруднительным. Это связано с физическими ограничениями интеллекта человека;
- возникновения явления реверса рангов, т.е. изменение порядка ранее прошедших сравнение альтернатив при добавлении новых альтернатив или удалении существующих. Реверс рангов нежелателен при решении ряда прикладных задач, связанных со значительными финансовыми, материальными и социальными затратами на корректировку последствий принимаемых решений или возможностью возникновения конфликтной ситуации между экспертами, готовящими и обосновывающими решения, и ЛПР, несущими ответственность за принятые решения и их последствия;
- сравнения объектов, которые могут поступать эксперту не одновременно, а через определенные промежутки времени; в данной ситуации не представляется возможным попарно сравнить объекты.

Для решения проблемы сравнения и оценки объектов в вышеперечисленных ситуациях наиболее целесообразен *метод сравнения объектов относительно стандартов* [1].

Метод копирования [1] аналогичен методу сравнения объектов относительно стандартов в том плане, что позволяет не нарушать порядок ранее проранжированных альтернатив при добавлении новых, являющихся копиями ранее проранжированных альтернатив. Кроме того, число анализируемых альтернатив при добавлении копий может превышать пороговое значение, равное девяти, установленное для метода попарного сравнения. Данный метод позволяет существенно сократить время экспертов на подготовку исходных данных для анализа

и уменьшить вероятность внесения в них как случайных, так и логических ошибок.

Сокращенная процедура формирования МПС [8–10] обеспечивает устранение следующего недостатка классического МАИ – резкое увеличение количества оценок с увеличением набора элементов; и, как следствие, уменьшение трудоемкости формирования матриц и повышение эффективности их обработки. Процедура позволяет автоматически формировать согласованную МПС («идеальную») на основании оценок эксперта, вынесенных только относительно первого объекта сравнения (в этом случае эксперт выносит $n-1$ суждение). Такую матрицу можно рассматривать как своего рода опорную матрицу при вынесении экспертных суждений.

Модификация метода парных сравнений для случаев с большим количеством оцениваемых параметров [11] основана на использовании сокращенной процедуры формирования МПС [8–10] и разделении результатов экспертиз случайным образом на группы, затем для каждой группы и выборки в целом рассчитывают вектор приоритетов на основании среднеарифметического, медианы и среднегеометрического оценок экспертов.

Модификация метода парных сравнений А. А. Павлова [7] используется в случае большого количества альтернатив (больше 9). Такая задача может возникнуть в двух случаях:

- наилучшая альтернатива не выбирается из набора реально существующих альтернатив, а альтернативы генерируются искусственно для выбора наилучшей, после чего в реализацию этой альтернативы вкладываются существенные ресурсы;
- искусственно генерируются альтернативы; с помощью МАИ находятся их результирующие веса, по которым строится аналитическое описание глобальной цели.

5. КЛАССИФИКАЦИЯ МАИ ПО СПОСОБУ ОЦЕНКИ И КОРРЕКЦИИ ЭКСПЕРТНЫХ СУЖДЕНИЙ

Сравнение элементов иерархии осуществляется методом попарных сравнений: эксперты сравнивают альтернативы между собой и дают оценки предпочтения сравниваемых вариантов выбора, которые выражают в так называемой фундаментальной шкале отношений. Результат записывается в виде МПС. На основе полученных МПС формируется вектор приоритетов. Далее выполняется оценка степени согласованности МПС, определяемая таким показателем, как отношение согласованности, которое сравнивается с заданным ЛПР порогом. Если результат сравнения превышает данное число (порог), то это свидетельствует о существенном нарушении логической связности суждений, допущенном экспертом при заполнении матрицы, поэтому исследователю предлагается пересмотреть данные, использованные для построения матрицы, чтобы улучшить согласованность.

Существуют следующие способы оценки и коррекции экспертных суждений:

- 1) *в зависимости от структуры метода*:

– изменение структуры иерархии (способ улучшения согласованности экспертных оценок, заключающийся в изменении структуры иерархии – уменьшение числа элементов на одном уровне иерархии с помощью построения дополнительного, на котором предлагается разместить наиболее близкие между собой элементы рассматриваемого уровня; определение степени близости элементов не поддается формализации и зависит от специфики конкретной задачи [12]);

– пересмотр оценок в МПС (классический метод Саати [2, 43], метод на основе графа [43], метод триплетов [44], улучшенный способ определения несогласованности экспертных суждений [9]);

2) по типу оценок:

– точечные (классический метод Саати [2, 43], метод на основе графа [43], метод триплетов [44], улучшенный способ определения несогласованности экспертных суждений [9]);

– нечеткие (способы оценки согласованности суждений на основе нечетких экспертных оценок [4, 35, 36]);

3) по способу пересмотра:

– единоличный пересмотр значений оценок самим ЛПР [2, 43];

– итеративные (классический метод Саати [2, 43], метод на основе графа [43], метод триплетов [44]).

Существующие способы оценки и коррекции экспертных суждений, в основном, позволяют выполнять коррекцию точечных оценок и не охватывают проверку согласованности нечетких и интервальных матриц попарных сравнений.

6. КЛАССИФИКАЦИЯ МАИ ПО МЕТОДУ СИНТЕЗА ИТОГОВОГО РЕШЕНИЯ

Наиболее простой прием решения многокритериальной задачи заключается в ее сведении к определенной скалярной (однокритериальной) задаче, целевая функция которой представляет собой некоторую комбинацию исходных критериев. При этом используется линейная, мультипликативная и другие формы (свертки) для образования указанной комбинации. Выбор той или иной свертки осуществляется на основе имеющейся информации о решаемой задаче и/или исходя из соображений простоты решения полученной скалярной задачи [45].

Применение МАИ к решению многокритериальной задачи [45] основано на ее скаляризации при помощи линейной свертки критериев. А именно, согласно МАИ наилучшим решением многокритериальной задачи объявляется то, которое доставляет наибольшее возможное значение линейной (аддитивной) свертке критериев.

Применение линейной свертки [10] при решении многокритериальных задач с конечным множеством возможных решений (условие выпуклости множества возможных решений и требование вогнутости критериев), по крайней мере, гипотетически дает возможность обнаружить любое решение, которое может оказаться выбранным, т.е. наилучшим. За пределами указанного

класса применение этой свертки рискованно или же вообще недопустимо, поскольку в результате ее максимизации (при всех возможных значениях неотрицательных коэффициентов) можно пропустить именно то решение, которое в данном случае следует выбрать.

Причина появления реверса рангов в МАИ заключается в использовании линейной свертки альтернатив относительно критериев принятия решений. Более универсальной с точки зрения области применимости является нелинейная свертка [10].

Следовательно, выделим классы МАИ по методу синтеза итогового решения:

1) по способу свертки критериев:

– линейная или аддитивная (идеальный и дистрибутивный синтезы МАИ, метод группового учета бинарных отношений предпочтений альтернатив с дистрибутивным синтезом [13–14]);

– мультипликативная (мультипликативный МАИ [14–17]);

– нелинейная (упрощенный вариант МАИ на основе нелинейной свертки [10]).

2) по типу модели:

– иерархический синтез (получение итогового решения для модификации МАИ с учетом типов иерархий [1]);

– синтез для сетевой модели (метод анализа сетей [5–6]);

– специальные соотношения (нечеткий многокритериальный выбор альтернатив: метод наихудшего случая [18], модифицированный метод А. П. Ротштейна [19]);

3) по типу оценок:

– на основе точечных оценок (МАИ на основе первого и второго типа иерархий [1], МАС [5], МАИ на основе методов парных сравнений относительно стандартов или копированием [1], модификация метода парных сравнений А. А. Павлова [7], сокращенная процедура формирования МПС [8–10], модификация метода парных сравнений для случаев с большим количеством оцениваемых параметров [11], способ улучшения согласованности экспертных оценок, заключающийся в изменении структуры иерархии [12], упрощенный вариант МАИ на основе нелинейной свертки критериев: модификация метода собственного вектора [10], идеальный, дистрибутивный и мультипликативный синтез МАИ, метод группового учета бинарных отношений предпочтений альтернатив с дистрибутивным синтезом [13–17], модификация А. П. Ротштейна [18], нечеткий многокритериальный выбор альтернатив: метод наихудшего случая [19]);

– на основе нечетких оценок (модификации идеального, дистрибутивного и мультипликативного синтеза МАИ, метода группового учета бинарных отношений предпочтений альтернатив с дистрибутивным синтезом [46]).

Существующие классы МАИ по методу синтеза итогового решения позволяют получать наилучшую альтернативу для МАИ на основе точечных оценок. Для нечетких и интервальных МАИ необходимо выполнить разработку методов получения итогового решения на основе нелинейной свертки.

7. КЛАССИФИКАЦИЯ МАИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ СТРУКТУРЫ МЕТОДА

В зависимости от структуры метода можно выделить следующие модификации:

- отсутствует этап формирования МПС (нечеткий многокритериальный выбор альтернатив: метод наихудшего случая [18] не требует трудоемких процедур, связанных с формированием и обработкой МПС; вместо этого используются специальные соотношения, основанные на сравнении с наихудшей альтернативой и наименее важным критерием);

- отсутствует этап получения вектора приоритета (модифицированный метод А.П.Ротштейна [19] не требует процедуры определения собственного вектора и проверки согласованности МПС);

- отсутствует этап оценки степени согласованности МПС (МАС [5–6], модифицированный метод А. П. Ротштейна [19]).

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ПОДХОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИИ ДЛЯ ЗАДАЧИ ГРУППОВОГО ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Исходя из вышеизложенного, задачу принятия группового решения с использованием модификаций МАИ можно представить в виде следующего кортежа:

$$\langle S_0, T, Q | TH(S, A, B, X), \theta, M(TH, \theta), WPO(\theta), \xi(\theta), OA(\theta), G, L, X^* \rangle,$$

где слева от «|» стоят известные переменные, а справа – неизвестные; S_0 – проблемная ситуация описывается количественными или/и качественными характеристиками; описываются условия, связанные с проблемой, причины их возникновения и развития; описание заканчивается кратким формулированием проблемы, которую необходимо решить; T – время, данное для принятия решения; Q – ресурсы, необходимые для принятия решения, не включая ресурсы на реализацию; $TH(S, A, B, X)$ – тип иерархий, представленный в виде графа и матрицы смежности; S – множество признаков или критериев $S = (s_1, s_2, \dots, s_m)$, доопределяющее проблемную ситуацию; A – множество целей $A = (a_1, a_2, \dots, a_k)$; B – множество ограничений $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$; X – множество альтернативных решений $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, из которых выбирается единственное оптимальное решение X^* ; с целью увеличения степени общности результатов необходимо выбирать любые оцениваемые альтернативные решения как универсальные объекты, характеризующиеся набором количественных или/и качественных показателей; θ – шкала измерения оценок экспертов; $M(TH, \theta)$ – множество МПС, зависящих от типа иерархий, количества объектов в иерархии (цели, критерии, подкритерии, альтернативы), способа формирования МПС; $WPO(\theta)$ – метод обработки МПС (метод получения вектора приоритетов) в зависимости от шкалы измерения оценок эксперта; $\xi(\theta)$ – способ оценки МПС, зависит от типа

оценок, способа пересмотра, структуры метода коррекции суждений экспертов; $OA(\theta)$ – метод синтеза итогового решения, зависит от типа модели, способа свертки критериев и шкалы измерения оценок эксперта; G – единое групповое предпочтение, определяется как функция от индивидуальных предпочтений: $G = f(\theta, X, L)$, где L – решающее правило (способ), позволяющее согласовать индивидуальные предпочтения в единое групповое предпочтение, $G = (g_1, g_2, \dots, g_p)$, p – количество ЛПР в группе.

ВЫВОДЫ

В работе решена актуальная задача исследования направлений развития классического метода анализа иерархий, выполнена систематизация существующих модификаций данного метода, в результате которой были выделены классы МАИ относительно следующих критериев: способ измерения предпочтений экспертов (использование различных шкал измерения); тип системы предпочтения экспертов; тип иерархий; метод формирования матриц попарных сравнений; способ оценки и коррекции экспертных суждений; метод синтеза итогового решения; в зависимости от структуры метода.

Научная новизна работы состоит в том, что впервые предложена формализация обобщенного подхода анализа иерархий, описывающая задачу принятия групповых решений с помощью модификаций МАИ, которая позволяет формировать этапы метода в зависимости от исходных данных.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Андрейчиков, А. В. Анализ, синтез, планирование решений в экономике [Текст] / А. В. Андрейчиков, О. Н. Андрейчикова. – М. : Финансы и статистика, 2002. – 368 с.
2. Саати, Т. Л. Принятие решений. Метод анализа иерархий [Текст] / Т. Л. Саати. – М. : Радио и связь, 1993. – 320 с.
3. Миронова, Н. А. Обзор методов аналитической иерархии [Текст] / Н. А. Миронова, В. И. Дубровин // Интеллектуальные системы принятия решений и проблемы вычислительного интеллекта: Материалы международной научной конференции. – Том 1. – Херсон : ХНТУ, 2009. – С. 192–194.
4. Панкратова, Н. Д. Методология обработки нечеткой экспертной информации в задачах предвидения. Ч. 1 [Текст] / Н. Д. Панкратова, Н. И. Недашковская // Проблемы управления и информатики. – 2007. – № 2. – С. 40–55.
5. Андрейчиков, А. В. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети [Текст] / А. В. Андрейчиков, О. Н. Андрейчикова. – М. : Издательство ЛКИ, 2008. – 360 с.
6. Saaty, T. L. Decision making with Dependence and Feedback. The Analytic Network Process. [Текст] / T. L. Saaty; PWS Publications. – Pittsburgh: 2001. – 386 p.
7. Модифікований метод аналізу ієрархій (версія 1,2) [Текст] / О. А. Павлов, К. І. Ліщук, О. С. Штанькевич, Г. А. Іванова, О. П. Федотов // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія «Інформатика, управління та обчислювальна техніка». – 2009. – № 51. – С. 42–53.

8. Трофимец, В. Я. К вопросу разработки основных вычислительных процедур МАИ: [Электрон. ресурс]. – Режим доступа: <http://zhurnal.apc.relarn.ru/articles/2004/078.pdf>
9. Трофимец, В. Я. К вопросу разработки вспомогательных вычислительных процедур МАИ: [Электрон. ресурс]. – Режим доступа: <http://zhurnal.apc.relarn.ru/articles/2004/079.pdf>
10. Ногин, В. Д. Упрощенный вариант МАИ на основе нелинейной свертки критериев [Текст] / В. Д. Ногин // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2004. – Т. 44. – № 7. – С. 1259–1268.
11. Сайко, В. В. Модификация метода парных сравнений для случаев с большим количеством оцениваемых параметров [Текст] / В. В. Сайко // Интеллектуальные системы принятия решений и проблемы вычислительного интеллекта: Материалы международной научной конференции. – Том 1. – Херсон: ХНТУ, 2009. – С. 210–214.
12. Панкратова, Н. Д. Комплексне оцінювання чутливості рішення на основі методу аналізу ієрархій [Текст] / Н. Д. Панкратова, Н. І. Недашківська // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2006. – № 3. – С. 7–25.
13. Недашківська, Н. І. Оцінювання реверсу рангів у методі аналізу ієрархій [Текст] / Н. І. Недашківська // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2005. – № 4. – С. 120–130.
14. Triantaphyllou, E. Two new cases o rank reversals when AHP and some of its additive variants are used that do not occur with multiplicative AHP [Текст] / E. Triantaphyllou // Journal of multicriteria decision analysis. – 2001. – № 10. – P. 11–25.
15. Lootsma, F. A. Scale sensitivity in the multiplicative AHP and SMART [Текст] / F. A. Lootsma // Journal of Multi-Criteria Decision Analysis. – 1993. – № 2. – P. 87–110.
16. Lootsma, F. A. The multiplicative AHP, SMART and ELECTRE in a common context [Текст] / F. A. Lootsma, H. Schuijt // Journal of Multi-Criteria Decision Analysis. – 1997. – vol 6. – № 4. – P. 185–196.
17. Ларичев, О. И. Теория и методы принятия решений [Текст] / О. И. Ларичев. – М.: Логос, 2002. – 392 с.
18. Ротштейн, А. П. Нечеткий многокритериальный выбор альтернатив: метод наихудшего случая [Текст] / А. П. Ротштейн, А. Н. Козачко // Автоматика-2008: доклады XV международной конференции по автоматическому управлению, 23–26 сентября 2008 г. – Одесса: ОНМА. – С. 488–491.
19. Rotshtein, A. P. Modification of the Saaty Method for the Construction of Fuzzy Set Membership Functions [Текст] / A. P. Rotshtein // The International Conference on Fuzzy Logic and its Applications: Proc. Zichron, Israel, 1997. – P. 125–130.
20. Banuelas, R. Modified analytic hierarchy process to incorporate uncertainty and managerial aspects [Текст] / R. Banuelas, J. Antony // International Journal of Production Research. – 2004. – vol 42. – №18. – P. 3851–3872.
21. Banuelas, R. Six sigma or design for six sigma [Текст] / R. Banuelas, J. Antony // The TQM magazine. – 2004. – 16(4). – P.250–263.
22. Hahn, E. D. Decision making with uncertain judgments: a stochastic formulation of the analytic hierarchy process [Текст] / E. D. Hahn // Decision Sciences. – 2003. – № 34(3). – P. 443–466.
23. Hahn, E. D. Link function selection in stochastic multicriteria decision making models [Текст] / E. D. Hahn // European Journal of Operational Research. – 2006. – № 172(1). – P. 86–100.
24. Phillips-Wren, G. E. A multiple-criteria framework for evaluation of decision support systems [Текст] / G.E. Phillips-Wren, E.D. Hahn, G.A. Forgionne // Omega. – 2004. – № 32(4). – P. 323–332.
25. Laiminen, P. Analyzing AHP-matrices by regression [Текст] / P. Laiminen, R. P. Hamalainen // European Journal of Operational Research. – 2003. – № 148. – P. 514–524.
26. Crawford, G. A note on the analysis of subjective judgment matrices [Текст] / G. Crawford, C. Williams // Journal of Mathematical Psychology. – 1985. – № 29(4). – P. 387–405.
27. De Jong, P. A statistical approach to Saaty's scaling method for priorities [Текст] / P. De Jong // Journal of Mathematical Psychology. – 1984. – № 28. – P. 467–478.
28. Kazutomi Sugihara Interval priorities in AHP by interval regression analysis [Текст] / Kazutomi Sugihara, Hiroaki Ishii and Hideo Tanaka // European Journal of Operational Research. – 2004. – № 158(3). – P. 745–754.
29. MeiMei Xia Research on the Priority Method of Interval Fuzzy [Текст] / MeiMei Xia, HeFeng Jiang and CuiPing Wei // Applied Mathematical Sciences. – 2009. – № 3(17). – P. 839–843.
30. Lipovetsky, S. Interval estimation of priorities in the AHP [Текст] / Stan Lipovetsky, Asher Tishler // European Journal of Operational Research. – 1999. – № 114(1). – P. 153–164.
31. Ting-Yu Chen Importance-Assessing Method with Fuzzy Number-Valued Fuzzy Measures and Discussions on TFNs And TrFNs [Текст] / Ting-Yu Chen, Tai-Chun Ku // International Journal of Fuzzy Systems. – 2008. – vol.10. – № 2. – P. 104–111.
32. Ахрамейко, А. А. Обобщение метода анализа иерархий Саати для использования нечетко-интервальных экспертных данных: [Электрон. ресурс]. – Режим доступа: http://sedok.narod.ru/_s_files/belorussia_2002.htm.
33. Миронова, Н. А. Метод получения вектора приоритетов из нечетких матриц попарных сравнений [Текст] / Н. А. Миронова, В. И. Дубровин // Искусственный интеллект. – 2009. – № 3. – С. 464–470.
34. Панкратова, Н. Д. Розробка модифікованого методу аналізу ієрархій з урахуванням нечіткої експертної інформації [Текст] / Н. Д. Панкратова, Н. І. Недашківська // Матеріали XIV міжнародної конференції з автоматичного управління (Автоматика-2007). – Ч. 2 – Севастополь: СКУАС та П. – 2007. – С. 56–58.
35. Панкратова, Н. Д. Методология обработки нечеткой экспертной информации в задачах предвидения. Ч. 2 [Текст] / Н. Д. Панкратова, Н. И. Недашковская // Проблемы управления и информатики. – 2007. – № 3. – С. 49–63.
36. Mikhailov, L. Evaluation of services using a fuzzy Analytic Hierarchy Process [Текст] / L. Mikhailov, P. Tsvetinov // Applied Soft Computing. – 2004. – № 5. – P. 23–33.
37. Chang, D.Y. Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP [Текст] / D. Y. Chang // European Journal of Operational Research. – 1996. – vol 95. – №3. – P. 649–655.
38. Ruoning, Xu Fuzzy least-squares priority method in the analytic hierarchy process [Текст] / Ruoning Xu // Fuzzy Sets and Systems. – 2000. – № 3(112). – P. 395–404.
39. Ruoning Xu Fuzzy logarithmic least squares ranking method in analytic hierarchy process [Текст] / Ruoning Xu, Zhai Xiaoyan // Fuzzy Sets and Systems. – 1996. – № 2(77). – P. 175–190.
40. Ying-Ming, Wang A modified fuzzy logarithmic least squares method for fuzzy analytic hierarchy process [Текст] / Ying-Ming Wang, M.S. Taha Elhag, Zhongsheng Hua // Fuzzy Sets and Systems. – 2006. – № 23(157). – P. 3055–3071.

41. *Prabjot, K.* A fuzzy ANP-based approach for selection ERP vendors [Текст] / K. Prabjot, N.C. Mahanti // International Journal of Soft Computing. – 2008. – № 3(1). – P. 24–32.
42. *Cheng, R. W.* A fuzzy ANP-based approach to Evaluate Medical Organizational Performance [Текст] / R. W. Cheng, Che-Wei Chang, Hung-Lung Lin // International and Management Sciences. – 2008. – vol. 19. – № 1. – P. 53–74.
43. *Кораблев, Н. М.* Согласование и коррекция экспертных оценок в системах поддержки принятия решений в условиях нечеткой исходной информации [Текст] / Н.М. Кораблев, С.Г. Удовенко, Альзин Фирас // Радиоэлектроника. Информатика. Управление. – 2005. – №2. – С. 116–120.
44. *Lamata, M. T.* A method for improving the consistency of judgements [Текст] / M. T. Lamata, J.I. Pelaez // International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems. – 2002. – Vol 10. – № 6. – P. 677–686.
45. *Ногин, В. Д.* Границы применимости распространенных методов скаляризации при решении задач многокритериального выбора [Текст] / В.Д. Ногин // Методы возмущений в гомологической алгебре и динамика систем: межвуз. сб. науч. тр. – Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2004. – С. 59–68.
46. *Миронова, Н. О.* Модифіковані методи отримання найкращої альтернативи для методу аналізу ієрархій на основі нечітких експертних оцінок [Текст] / Н.О. Миронова, В.І. Дубровін // Тези доповідей IV міжнародної наукової

конференції «Комп'ютерні науки та інженерія 2010 (CSE-2010)». – Львів : Львівська політехніка, 2010. – С. 246–247.

Стаття надійшла до редакції 12.01.2011.

Після доробки 23.05.2011.

Миронова Н. О.

ІНТЕГРАЦІЯ МОДИФІКАЦІЙ МЕТОДУ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ ДЛЯ СИСТЕМ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ ГРУПОВИХ РІШЕНЬ

Проведена систематизація існуючих модифікацій класичного методу аналізу ієрархій. Виконана формалізація узагальненого підходу аналізу ієрархії для задач прийняття групових рішень.

Ключові слова: метод аналізу ієрархій, задача прийняття групових рішень, узагальнений підхід аналізу ієрархій, система підтримки прийняття групових рішень.

Mironova N. O.

INTEGRATION MODIFICATIONS OF THE ANALYTICAL HIERARCHY PROCESS FOR GROUP DECISION MAKING SUPPORT SYSTEMS

The systematization of Analytic Hierarchy Process existent modification is developed. The formalization of Analytic Hierarchy Process generalized approach for group decision making problems is solved.

Key words: Analytic Hierarchy Process, group decision making problem, Analytic Hierarchy Process generalized approach, Group Decision Support Systems.