

ПРО ОДИН ПІДХІД ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ДВОВИМІРНОЇ ЗАДАЧІ ТЕРМОПРУЖНОСТІ ДЛЯ ДВОШАРОВОЇ ОСНОВИ З ГЛАДКИМ КОНТАКТОМ МІЖ ШАРАМИ

Розглянемо двошарову основу, що представляє собою два однорідних, невагомих та ізотропних шари, що лежать на абсолютно жорсткій півплощині. Контакт між шарами гладкий. У кожному шарі введемо локальну декартову систему координат $O_j x z_j$, $j = 1, 2, 3$ (рис. 1).

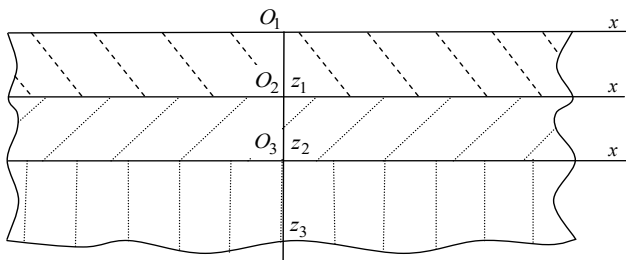


Рисунок 1 – Двошарова основа

Умови на верхній межі основи:

$$\sigma_{z1}(x, 0) = \sigma(x), \quad \tau_{xz1}(x, 0) = 0, \quad T_1(x, 0) = f(x). \quad (1)$$

Умови на межі другого шару та півплощини:

$$w_2(x, h_2) = 0, \quad T_2(x, h_2) = 0. \quad (2)$$

Умови на спільних межах шарів:

$$w_2(x, 0) = w_1(x, h_1), \quad \sigma_{z2}(x, 0) = \sigma_{z1}(x, h_1), \quad (3)$$

$$\tau_{xz2}(x, 0) = 0, \quad \tau_{xz1}(x, h_1) = 0, \quad (4)$$

$$k_{T2} \frac{\partial T_2}{\partial z}(x, 0) = k_{T1} \frac{\partial T_1}{\partial z}(x, h_1), \quad T_2(x, 0) = T_1(x, h_1). \quad (5)$$

Необхідно визначити компоненти термо-напружено-деформованого стану для усіх точок основи.

Задача розв'язується з допомогою інтегрального перетворення Фур'є. У просторі трансформант Фур'є компоненти напружено-деформованого стану j -го шару можна подати у вигляді комбінації таких функцій [1]:

$$\alpha_j(\xi) = \bar{\sigma}_j(\xi, 0), \quad \beta_j(\xi) = 2\mu_j \omega_j p \bar{w}_j(\xi, 0), \quad \eta_j(\xi) = \bar{T}_j(\xi, 0), \quad \varepsilon_j(\xi) = \frac{1}{p} \frac{d\bar{T}_j}{dz}(\xi, 0),$$

де $p = |\xi|$, ξ – параметр інтегрального перетворення, $j = 1, 2$.

Застосовуючи інтегральне перетворення Фур'є до крайових умов (1), (2) та умов на спільній межі шарів (3)-(5), отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно $\beta_1, \varepsilon_1, \alpha_2, \beta_2, \eta_2, \varepsilon_2$:

$$2F_1 \alpha_2 = (2p_1 + \text{sh } 2p_1) \alpha_1 + (\text{ch } 2p_1 - 1 - 2p_1^2) \beta_1 - \alpha_{T1} \mu_1 r_1 (2p_1^2 - \text{ch } 2p_1 + 1) \eta_1,$$

$$2F_1 \beta_2 = d_1 ((\text{ch } 2p_1 - 1) \alpha_1 + (\text{sh } 2p_1 + 2p_1) \beta_1 + \\ + \alpha_{T1} \mu_1 (p_1 \text{sh } 2p_1 + (1 - p_1 r_1)(\text{ch } 2p_1 - 1)) \eta_1),$$

$$\eta_2 = (\text{ch } p_1 - r_1 \text{sh } p_1) \eta_1, \quad \varepsilon_2 = -r_2 \eta_2, \quad \varepsilon_1 = -r_1 \eta_1,$$

$$(\text{ch } 2p_2 - 1) \alpha_2 + (\text{sh } 2p_2 + 2p_2) \beta_2 + \\ + \alpha_{T2} \mu_2 (p_2 \text{sh } 2p_2 + (1 - p_2 r_2)(\text{ch } 2p_2 - 1)) \eta_2 = 0,$$

$$\text{де } r_2 = \text{cth } p_2, \quad r_1 = \frac{\Delta_1 \text{sh } p_1 + r_2 \text{ch } p_1}{\Delta_1 \text{ch } p_1 + r_2 \text{sh } p_1}, \quad d_1 = \frac{\mu_2 \omega_2}{\mu_1 \omega_1}, \quad \Delta_1 = \frac{k_{T1}}{k_{T2}}, \quad F_1 = S_1 + p_1 C_1,$$

$$p_j = p h_j, \quad j = 1, 2.$$

Знайдені вирази для $\alpha_j(\xi)$, $\beta_j(\xi)$, $\eta_j(\xi)$, $\varepsilon_j(\xi)$ підставляємо в вирази для трансформант компонент термо-напружено-деформовано деформованого стану та застосовуємо до них обернене перетворення Фур'є.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Антоненко Н. М. Застосування перетворення Фур'є до задачі термопружності для шару на жорсткій півплощині за відсутності дотичних напружень на його межах. Тиждень науки-2025. Машинобудівний факультет : зб. тез доп. щоріч. наук.- практ. конф. (Запоріжжя, 14-18 квітня 2025 р.). Електронні дані. Запоріжжя, 2025. С. 107–108.