

УДК 539.3; 534.1

Левицька Т.І.¹, Пожуєва І.С.²

¹ канд. техн. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

² канд. техн. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМІВНОГО СТАНУ ОБОЛОНКИ З МАЛИМ ПОЧАТКОВИМ ПРОГИНОМ

Питання, що пов'язані з визначенням напружено-деформівного стану пружних оболонок, є актуальними задачами механіки.

У даній роботі побудована модель напружено-деформівного стану осесиметричної оболонки з малими початковими прогинами, що враховує як деформацію зсуву і інерцію обертання, так і деякі нелінійні члени. Розглядається напівнескінчена циліндрична оболонка постійної товщини h .

Вісь Ох спрямована уздовж твірної серединної поверхні оболонки, вісь Оу - ортогональна осі Ох, початок координат - на торці оболонки.

Вважатимемо, що оболонка має малий початковий прогин в серединній поверхні. В цьому випадку у виразах для деформацій змінюються лише складові, обумовлені переміщенням динамічного прогину, і вони приймають вид:

$$\begin{cases} e_{xx} = \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial(\tilde{v}_0 + \tilde{v}_1)}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{v}_0}{\partial x} \right)^2, \\ e_{\varphi\varphi} = \frac{\tilde{v}_1}{R+y} + \frac{\tilde{v}_1^2}{2(R+y)^2}, \\ e_{xy} = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial(\tilde{v}_1 + \tilde{v}_0)}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \right) + \frac{\partial(\tilde{v}_1 + \tilde{v}_0)}{\partial x} \cdot \frac{\partial(\tilde{v}_1 + \tilde{v}_0)}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{v}_0}{\partial x} \cdot \frac{\partial \tilde{v}_0}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{v}_0}{\partial x} \right). \end{cases} \quad (1)$$

Компоненти тензора напружень знаходились із закону Гука. Компоненти зсуву в оболонці шукались у вигляді:

$$\begin{cases} \tilde{u}(x, y, t) = u(x, t) + \left(y - \frac{h^2}{12R}\right) \psi(x, t), \\ \tilde{v}(x, y, t) = v(x, t) = v_1(x, t) + v_0(x, 0). \end{cases} \quad (2)$$

Для виведення рівнянь руху оболонки використовувався варіаційний принцип Гамільтона-Остроградського. Розв'язок було побудовано за допомогою характеристичних рівнянь. При цьому уздовж будь-якого напрямку виконувалися умови неперервності.

Характеристики і співвідношення на них було отримано у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} dx &= \pm \beta dt, \quad F_3 \cdot dx \mp \beta \cdot dV_{1t} + \beta^2 dV_{1x} = 0; \\ dx &= \pm dt, \quad -\gamma(F_3 dx \mp dV_{1t} + d(V_{1x})) = (1 - \beta^2)(F_1 dx \mp dU_t + dU); \\ F_2 \cdot dt &= d\psi_t \mp d\psi_x. \end{aligned} \quad (3)$$

Початкові умови передбачалися нульовими, механічний вплив на оболонку моделювався завданням швидкості частинок на торці. Чисельні розрахунки проводилися методом характеристик. Був проведений аналіз для різних геометричних і фізичних параметрів оболонки з малим початковим прогином, а також для різних видів і тривалості торцевого навантаження.