

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТЯГОВОГО АСИНХРОННОГО ДВИГУНА З УРАХУВАННЯМ НАСИЧЕННЯ

Д.О. Кулагін, канд. техн. наук, доц., докторант

Запорізький національний технічний університет, вул. Жуковського, 64, м. Запоріжжя, 69063.

На основі методу динамічних індуктивностей створено математичну модель асинхронного тягового двигуна, в якій враховано дію тангенціальної та радіальної динамічної індуктивностей. Використання даного методу дозволило врахувати насичення головного магнітного шляху, насичення шляхів потоків розсіювання, взаємодукцію між контурами машини з урахуванням процесів насичення, а також сумісне насичення робочим потоком та потоками розсіювання для режимів, що характеризуються значною величиною робочого потоку та великими значеннями струмів контурів машини. В результаті було записано в (d, q) системі координат рівняння кіл асинхронного тягового двигуна з урахуванням насичення. Бібл. 14. Рис. 2.

Ключові слова: тяговий асинхронний двигун, насичення, форма Коші, магнітне коло, рівняння стану.

Вступ. Для встановлення оптимальних режимів ведення моторвагонного електрорухомого складу машиніст або система автоведення поступово змінюють режими роботи тягової електропередачі (амплітудне, широтно-імпульсне керування, робота у другій зоні – зі зниженим значенням модуля потокозчеплення ротора двигуна). При такій широкій зміні режимів роботи електропередачі необхідним є врахування в математичній моделі системи керування зміни параметрів тягового двигуна, які пов'язані з ефектом насичення магнітних кіл [2, 5-8, 13, 14]. Це дозволить побудувати систему автоведення, математична модель якої є адекватною реальним фізичним процесам, що відбуваються у тяговій електропередачі, та, відповідно, досягти оптимальних витрат первинного енергоносія. Для врахування насичення в машинах змінного струму розповсюдження знайшли наступні відомі методи:

1. Метод статистичних індуктивностей [2, 7, 8, 11], в якому нелінійність кола намагнічування враховується статистичною залежністю між потокозчепленням та струмом намагнічування, що задається за допомогою аналітичної апроксимації.

2. Метод динамічних індуктивностей [1, 6, 12, 13], який дозволяє у зручній формі описати фізичні процеси, що відбуваються при насиченні машини змінного струму. Далі, з огляду на переваги цього методу, проаналізовані в роботі [13], будемо використовувати саме його.

Питаннями дослідження математичного моделювання усталених режимів роботи асинхронних двигунів присвячено роботи [5, 6, 9, 10]. Актуальність такої проблеми обумовлена потребою підвищити точність визначення параметрів і характеристик асинхронного двигуна в інтенсивних динамічних режимах роботи на основі відомих математичних моделей. Розроблено математичну модель

двигуна з масивними елементами в магнітопроводі ротора, що включає в себе: розроблену систему рівнянь електричної рівноваги з урахуванням вихрових струмів шляхом еквівалентування їх двома системами зосереджених струмів; на основі аналізу електромагнітного поля ротора розроблену методику розрахунку, в квазітривимірній постановці, параметрів еквівалентних контурів. В даних роботах шляхом уточнення математичної моделі асинхронного двигуна з масивними елементами в магнітопроводі ротора та створення за її допомогою конструкцій асинхронних двигунів з масивними елементами в магнітопроводі ротора зі спеціальними властивостями і параметрами, вирішена актуальна науково-технічна задача покращення техніко-економічних показників асинхронних двигунів з масивними елементами в магнітопроводі ротора в інтенсивних динамічних режимах.

Для роторів тягових електричних машин змінного струму часто є характерною електрична або магнітна несиметричність [3], тобто різна магнітна провідність в двох взаємно перпендикулярних напрямках – повздовжній (d) та поперечній (q) осях. Відповідно до цього розрізняють нерівні один одному повні опори роторних обмоток у повздовжній та поперечній осях. Існуючі моделі асинхронних тягових машин потребують додаткових складних перетворень для отримання повної математичної моделі в проекціях узагальнених векторів на відповідні осі системи координат (d, q) або громіздких розрахунків, пов'язаних зі знаходженням зворотних матриць при використанні моделей в фазових координатах.

Мета роботи - створення математичної моделі тягової асинхронної машини з урахуванням насичення магнітних кіл.

Викладення основного матеріалу. Запишемо систему диференціальних рівнянь, в координатах (d, q), жорстко пов'язаній з ротором тягового асинхронного двигуна (рівняння Парка), додатково врахувавши втрати, що виникають у сталі, ввівши до системи величину узагальнюючого опору r_μ , еквівалентного тому, що спричиняє втрати в сталі реального двигуна при проходженні по даному опору струму намагнічування \vec{i}_μ ($i_{\mu d}$, $i_{\mu q}$ – проекції даного струму на осі системи координат (d, q)) [1, 4]:

$$\begin{cases} u_{sd} = i_{sd} \cdot r_{sd} + \frac{d\psi_{sd}}{dt} - \omega_r \cdot \psi_{rq} + i_{\mu d} \cdot r_\mu; \\ u_{sq} = i_{sq} \cdot r_{sq} + \frac{d\psi_{sq}}{dt} + \omega_r \cdot \psi_{rd} + i_{\mu q} \cdot r_\mu; \\ u_{rd} = i_{rd} \cdot r_{rd} + \frac{d\psi_{rd}}{dt}; \\ u_{rq} = i_{rq} \cdot r_{rq} + \frac{d\psi_{rq}}{dt}. \end{cases} \quad (1)$$

де u_{sd} , u_{sq} , u_{rd} , u_{rq} - проекції на відповідні осі системи координат (d, q) узагальнених векторів статорної та роторної напруги тягового асинхронного двигуна;

$r_{sd}, r_{sq}, r_{rd}, r_{rq}$ - відповідні значення опорів статорних та роторних обмоток для системи координат (d, q) ;

$i_{sd}, i_{sq}, i_{rd}, i_{rq}$ - проекції узагальнених векторів статорного та роторного струму тягового асинхронного двигуна;

$\Psi_{sd}, \Psi_{sq}, \Psi_{rd}, \Psi_{rq}$ - проекції узагальнених векторів потокозчеплення статора та ротора двигуна;

$\omega_r = \frac{d\theta}{dt}$ - відносна кутова швидкість, причому кут θ є кутом між осями системи координат.

При цьому визначення узагальнюючого опору контуру намагнічування r_μ доцільно проводити класичними методами [4, 11].

Проекції векторів потокозчеплення статора та ротора двигуна можна визначити [3]:

$$\begin{cases} \Psi_{sd} = i_{sd} \cdot L_{\sigma s} + i_{rd} \cdot L_m = \Psi_{\sigma sd} + \Psi_{\delta d}; \\ \Psi_{sq} = i_{sq} \cdot L_{\sigma s} + i_{rq} \cdot L_m = \Psi_{\sigma sq} + \Psi_{\delta q}; \\ \Psi_{rd} = i_{sd} \cdot L_m + i_{rd} \cdot L_{\sigma r} = \Psi_{\sigma rd} + \Psi_{\delta d}; \\ \Psi_{rq} = i_{sq} \cdot L_m + i_{rq} \cdot L_{\sigma r} = \Psi_{\sigma rq} + \Psi_{\delta q}, \end{cases} \quad (2)$$

де $L_{\sigma s}, L_{\sigma r}, L_{\sigma s}, L_{\sigma r}$ є власними індуктивностями, а L_m - взаємною індуктивністю статора і ротора;

$\Psi_{\sigma s, r(d, q)}$ - відповідні проекції узагальнених векторів потокозчеплення розсіювання статора та ротора,

пов'язаних зі сталими індуктивностями розсіювання обмоток статора $L_{\sigma s}$ та ротора $L_{\sigma r}$ відповідно.

Модуль вектора струму намагнічування можна розкласти за проекціями на осі системи:

$$i_\mu = \sqrt{i_{\mu d}^2 + i_{\mu q}^2} = \sqrt{(i_{sd} + i_{rd})^2 + (i_{sq} + i_{rq})^2}. \quad (3)$$

Виконавши підстановку виразів (2) в систему рівнянь (1) отримаємо:

$$\begin{cases} u_{sd} = i_{sd} \cdot (r_{sd} + r_\mu) + L_{\sigma s} \frac{di_{sd}}{dt} + \frac{d\Psi_{\delta d}}{dt} - \omega_r \cdot L_{\sigma r} \cdot i_{rq} - \omega_r \cdot \Psi_{\delta q} + i_{rd} \cdot r_\mu; \\ u_{sq} = i_{sq} \cdot (r_{sq} + r_\mu) + L_{\sigma s} \frac{di_{sq}}{dt} + \frac{d\Psi_{\delta q}}{dt} + \omega_r \cdot L_{\sigma r} \cdot i_{rd} + \omega_r \cdot \Psi_{\delta d} + i_{rq} \cdot r_\mu; \\ 0 = i_{rd} \cdot r_{rd} + L_{\sigma r} \frac{di_{rd}}{dt} + \frac{d\Psi_{\delta d}}{dt}; \\ 0 = i_{rq} \cdot r_{rq} + L_{\sigma r} \frac{di_{rq}}{dt} + \frac{d\Psi_{\delta q}}{dt}. \end{cases} \quad (4)$$

Запишемо вирази для знаходження проекцій узагальненого вектора струму намагнічування:

$$i_{\mu d} = i_\mu \cdot \frac{\Psi_{\delta d}}{\Psi_\delta}; \quad (5)$$

$$i_{\mu q} = i_\mu \cdot \frac{\Psi_{\delta q}}{\Psi_\delta}. \quad (6)$$

Для модуля просторового вектора робочого потокозчеплення можна записати:

$$\psi_{\delta} = \sqrt{\psi_{\delta d}^2 + \psi_{\delta q}^2}. \quad (7)$$

Знайдемо диференціал за часом від виразів (5) та (6):

$$\frac{di_{\mu d}}{dt} = \frac{di_{\mu}}{dt} \cdot \frac{\psi_{\delta d}}{\psi_{\delta}} + \frac{d}{dt} \left(\frac{\psi_{\delta d}}{\psi_{\delta}} \right) \cdot i_{\mu}; \quad (8)$$

$$\frac{di_{\mu q}}{dt} = \frac{di_{\mu}}{dt} \cdot \frac{\psi_{\delta q}}{\psi_{\delta}} + \frac{d}{dt} \left(\frac{\psi_{\delta q}}{\psi_{\delta}} \right) \cdot i_{\mu}. \quad (9)$$

У виразах (8), (9) значення похідних знайдемо як:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\psi_{\delta d}}{\psi_{\delta}} \right) = \frac{\psi_{\delta} \cdot \frac{d\psi_{\delta d}}{dt} - \psi_{\delta d} \cdot \frac{d\psi_{\delta}}{dt}}{\psi_{\delta}^2}; \quad (10)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\psi_{\delta q}}{\psi_{\delta}} \right) = \frac{\psi_{\delta} \cdot \frac{d\psi_{\delta q}}{dt} - \psi_{\delta q} \cdot \frac{d\psi_{\delta}}{dt}}{\psi_{\delta}^2}. \quad (11)$$

Запишемо для похідних у виразах (8), (9) наступне:

$$\frac{di_{\mu}}{dt} = \frac{di_{\mu}}{d\psi_{\delta}} \cdot \frac{d\psi_{\delta}}{dt}. \quad (12)$$

Виконаємо підстановку (10) – (12) у (8) та (9):

$$\frac{di_{\mu d}}{dt} = \frac{di_{\mu}}{d\psi_{\delta}} \cdot \frac{d\psi_{\delta}}{dt} \cdot \frac{\psi_{\delta d}}{\psi_{\delta}} + \left(\frac{1}{\psi_{\delta}} \cdot \frac{d\psi_{\delta d}}{dt} - \frac{\psi_{\delta d}}{\psi_{\delta}^2} \cdot \frac{d\psi_{\delta}}{dt} \right) \cdot i_{\mu}; \quad (13)$$

$$\frac{di_{\mu q}}{dt} = \frac{di_{\mu}}{d\psi_{\delta}} \cdot \frac{d\psi_{\delta}}{dt} \cdot \frac{\psi_{\delta q}}{\psi_{\delta}} + \left(\frac{1}{\psi_{\delta}} \cdot \frac{d\psi_{\delta q}}{dt} - \frac{\psi_{\delta q}}{\psi_{\delta}^2} \cdot \frac{d\psi_{\delta}}{dt} \right) \cdot i_{\mu}. \quad (14)$$

В роботі [13] введено поняття радіальної динамічної індуктивності, яка дорівнює границі відношення прирощення модуля робочого потокозчеплення до прирощення намагнічуючого струму, якщо останнє прямує до нуля і напрямком його співпадає з напрямком намагнічуючого струму

$$L_{\rho}^{\delta} = \frac{d\psi_{\delta}}{di_{\mu}} \quad (15)$$

і поняття тангенціальної динамічної індуктивності, яка являє собою границю відношення прирощення робочого потокозчеплення до прирощення намагнічуючого струму, якщо останнє прямує до нуля таким чином, що модуль вектора намагнічуючого струму залишається незмінним

$$L_{\tau}^{\delta} = \frac{\psi_{\delta}}{i_{\mu}}. \quad (16)$$

Для спрощення форми запису будемо використовувати величини, зворотні до радіальної динамічної індуктивності

$$Y_{\rho}^{\delta} = \frac{1}{L_{\rho}^{\delta}} = \frac{di_{\mu}}{d\psi_{\delta}}, \quad (17)$$

та тангенціальної динамічної індуктивності

$$Y_{\tau}^{\partial} = \frac{1}{L_{\tau}^{\partial}} = \frac{i_{\mu}}{\psi_{\delta}}. \quad (18)$$

З урахуванням (17), (18) вирази (13), (14) можна записати в наступному вигляді:

$$\frac{di_{\mu d}}{dt} = (Y_{\rho}^{\partial} - Y_{\tau}^{\partial}) \cdot \frac{d\psi_{\delta}}{dt} \cdot \frac{\psi_{\delta d}}{\psi_{\delta}} + Y_{\tau}^{\partial} \cdot \frac{d\psi_{\delta d}}{dt}; \quad (19)$$

$$\frac{di_{\mu q}}{dt} = (Y_{\rho}^{\partial} - Y_{\tau}^{\partial}) \cdot \frac{d\psi_{\delta}}{dt} \cdot \frac{\psi_{\delta q}}{\psi_{\delta}} + Y_{\tau}^{\partial} \cdot \frac{d\psi_{\delta q}}{dt}. \quad (20)$$

Враховуючи вирази (5), (6), (17), (18) маємо:

$$i_{rd} = i_{\mu} \cdot \frac{\psi_{\delta d}}{\psi_{\delta}} - i_{sd} = Y_{\tau}^{\partial} \cdot \psi_{\delta d} - i_{sd}; \quad (21)$$

$$i_{rq} = i_{\mu} \cdot \frac{\psi_{\delta q}}{\psi_{\delta}} - i_{sq} = Y_{\tau}^{\partial} \cdot \psi_{\delta q} - i_{sq}. \quad (22)$$

Для диференціалів проєкцій вектора роторного струму запишемо

$$\frac{di_{rd}}{dt} = \frac{di_{\mu}}{dt} \cdot \frac{\psi_{\delta d}}{\psi_{\delta}} + \frac{d}{dt} \left(\frac{\psi_{\delta d}}{\psi_{\delta}} \right) \cdot i_{\mu} - \frac{di_{sd}}{dt}; \quad (23)$$

$$\frac{di_{rq}}{dt} = \frac{di_{\mu}}{dt} \cdot \frac{\psi_{\delta q}}{\psi_{\delta}} + \frac{d}{dt} \left(\frac{\psi_{\delta q}}{\psi_{\delta}} \right) \cdot i_{\mu} - \frac{di_{sq}}{dt}. \quad (24)$$

На основі виразів (2), (4) можна записати

$$\frac{\partial \psi_{sd}}{\partial i_{sd}} = L_{\sigma s} + \frac{\partial \psi_{\delta d}}{\partial i_{sd}} = L_{\sigma s} + \frac{\partial \psi_{\delta d}}{\partial i_{\mu d}} \cdot \frac{\partial i_{\mu d}}{\partial i_{sd}} = L_{\sigma s} + L_d^{\partial}. \quad (25)$$

Аналогічно можна записати наступне:

$$\frac{\partial \psi_{rd}}{\partial i_{rd}} = L_{\sigma r} + L_d^{\partial}, \quad \frac{\partial \psi_{rq}}{\partial i_{rq}} = L_{\sigma r} + L_q^{\partial}, \quad \frac{\partial \psi_{rd}}{\partial i_{sd}} = L_d^{\partial}, \quad \frac{\partial \psi_{rq}}{\partial i_{sq}} = L_q^{\partial}, \quad \frac{\partial \psi_{rd}}{\partial i_{rd}} = L_{\sigma r} + L_d^{\partial}, \quad (26)$$

$$\frac{\partial \psi_{sq}}{\partial i_{sq}} = L_{\sigma s} + L_q^{\partial}, \quad \frac{\partial \psi_{sd}}{\partial i_{rd}} = L_d^{\partial}, \quad \frac{\partial \psi_{sq}}{\partial i_{rq}} = L_q^{\partial}. \quad (27)$$

Тоді мають місце співвідношення

$$\frac{\partial \psi_{sd}}{\partial i_{sq}} = \frac{\partial \psi_{sd}}{\partial i_{rq}} = \frac{\partial \psi_{sq}}{\partial i_{sd}} = \frac{\partial \psi_{sq}}{\partial i_{rd}} = M^{\partial}, \quad (28)$$

$$\frac{\partial \psi_{rd}}{\partial i_{sq}} = \frac{\partial \psi_{rd}}{\partial i_{rq}} = \frac{\partial \psi_{rq}}{\partial i_{sd}} = \frac{\partial \psi_{rq}}{\partial i_{rd}} = M^{\partial}, \quad (29)$$

де M^{∂} - динамічний коефіцієнт взаєміндукції між осями.

Використавши (25) – (29) запишемо систему рівнянь (4), наступним чином:

$$\begin{cases} u_{sd} = i_{sd} \cdot r_{sd} + (L_{\sigma s} + L_d^{\hat{\circ}}) \frac{di_{sd}}{dt} + M^{\hat{\circ}} \frac{di_{sq}}{dt} + L_d^{\hat{\circ}} \frac{di_{rd}}{dt} + M^{\hat{\circ}} \frac{di_{rq}}{dt} - \omega_r \cdot \psi_{rq} + i_{\mu d} \cdot r_{\mu}; \\ u_{sq} = i_{sq} \cdot r_{sq} + (L_{\sigma s} + L_q^{\hat{\circ}}) \frac{di_{sq}}{dt} + M^{\hat{\circ}} \frac{di_{sd}}{dt} + L_q^{\hat{\circ}} \frac{di_{rq}}{dt} + M^{\hat{\circ}} \frac{di_{rd}}{dt} + \omega_r \cdot \psi_{rd} + i_{\mu q} \cdot r_{\mu}; \\ 0 = i_{rd} \cdot r_{rd} + L_d^{\hat{\circ}} \frac{di_{sd}}{dt} + M^{\hat{\circ}} \frac{di_{sq}}{dt} + (L_{\sigma r} + L_d^{\hat{\circ}}) \frac{di_{rd}}{dt} + M^{\hat{\circ}} \frac{di_{rq}}{dt}; \\ 0 = i_{rq} \cdot r_{rq} + L_q^{\hat{\circ}} \frac{di_{sq}}{dt} + M^{\hat{\circ}} \frac{di_{sd}}{dt} + (L_{\sigma r} + L_q^{\hat{\circ}}) \frac{di_{rq}}{dt} + M^{\hat{\circ}} \frac{di_{rd}}{dt}. \end{cases} \quad (30)$$

Подано систему (30) у матричному вигляді, для чого запишемо співвідношення для статорних кіл у вигляді наступного матричного рівняння:

$$U_s = R_s I_s. \quad (31)$$

Тоді за системою (30) для співвідношення (31) маємо:

$$U_s = \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix}, \quad (32)$$

$$R_s = \begin{bmatrix} r_{sd} & 0 & (L_{\sigma s} + L_d^{\hat{\circ}}) & M^{\hat{\circ}} & L_d^{\hat{\circ}} & M^{\hat{\circ}} & 0 & -\omega_r & r_{\mu} & 0 \\ 0 & r_{sq} & M^{\hat{\circ}} & (L_{\sigma s} + L_q^{\hat{\circ}}) & M^{\hat{\circ}} & L_q^{\hat{\circ}} & \omega_r & 0 & 0 & r_{\mu} \end{bmatrix}, \quad (33)$$

$$I_s = \text{colon} \left[i_{sd} \quad i_{sq} \quad \frac{di_{sd}}{dt} \quad \frac{di_{sq}}{dt} \quad \frac{di_{rd}}{dt} \quad \frac{di_{rq}}{dt} \quad \psi_{rd} \quad \psi_{rq} \quad i_{\mu d} \quad i_{\mu q} \right]. \quad (34)$$

Аналогічно запишемо співвідношення для роторних кіл у вигляді наступного матричного рівняння:

$$U_r = R_r I_r. \quad (35)$$

Тоді за системою (30) для співвідношення (35) маємо:

$$U_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (36)$$

$$R_r = \begin{bmatrix} r_{rd} & 0 & L_d^{\hat{\circ}} & M^{\hat{\circ}} & (L_{\sigma r} + L_d^{\hat{\circ}}) & M^{\hat{\circ}} \\ 0 & r_{rq} & M^{\hat{\circ}} & L_q^{\hat{\circ}} & M^{\hat{\circ}} & (L_{\sigma r} + L_q^{\hat{\circ}}) \end{bmatrix}, \quad (37)$$

$$I_r = \text{colon} \left[i_{rd} \quad i_{rq} \quad \frac{di_{sd}}{dt} \quad \frac{di_{sq}}{dt} \quad \frac{di_{rd}}{dt} \quad \frac{di_{rq}}{dt} \right]. \quad (38)$$

Аналогічно запишемо матричний вираз для векторів потокозчеплень

$$\Psi = LI, \quad (39)$$

в якому мають місце наступні матриці відповідних коефіцієнтів:

$$\Psi = \begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix}, \quad (40)$$

$$L = \begin{bmatrix} L_{\sigma s} & 0 & 0 & 0 & L_{\tau}^{\circ} & 0 \\ 0 & L_{\sigma s} & 0 & 0 & 0 & L_{\tau}^{\circ} \\ 0 & 0 & L_{\sigma r} & 0 & L_{\tau}^{\circ} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{\sigma r} & 0 & L_{\tau}^{\circ} \end{bmatrix}, \quad (41)$$

$$I = colon \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} & i_{rd} & i_{rq} & i_{\mu d} & i_{\mu q} \end{bmatrix}. \quad (42)$$

При відсутності насичення та втрат у сталі дані рівняння є тотожними відомим рівнянням Парка-Горєва [5, 8, 11].

Спростимо отримані математичні співвідношення, для чого представимо отримані вирази (31) – (42) в матричному вигляді у формі Коші, використовуючи теорію простору станів [11]. Математичну модель тягового асинхронного двигуна в матричному вигляді у формі Коші подамо наступним узагальненим співвідношенням:

$$\frac{d[F(i, \psi)]}{dt} = [L]^{-1} \{ [U] - [F(r, L)][F(i, \psi)] \}, \quad (43)$$

де $[F(i, \psi)]$ - матриця проєкцій узагальнених векторів струмів статора та ротора на відповідні осі та проєкцій вектора робочого потокозчеплення на відповідні осі;

$[L]$ - матриця індуктивностей;

$[U]$ - матриця проєкцій узагальнених векторів напруг статора та ротора на відповідні осі;

$[F(r, L)]$ - матриця опорів та індуктивностей, що є коефіцієнтами при елементах матриці $[F(i, \psi)]$.

Тоді у відповідності до форми запису (43) на основі (31) – (42) можна записати матрицю проєкцій узагальнених векторів напруг

$$[U] = colon \begin{bmatrix} u_{sd} & u_{sq} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

матрицю опорів та індуктивностей

$$[F(r, L)] = \begin{bmatrix} r_{sd} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_r & r_{\mu} & 0 \\ 0 & r_{sq} & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_r & 0 & 0 & r_{\mu} \\ 0 & 0 & r_{rd} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_{rq} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_{\sigma s} & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & L_{\tau}^{\circ} & 0 \\ 0 & L_{\sigma s} & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & L_{\tau}^{\circ} \\ 0 & 0 & L_{\sigma r} & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & L_{\tau}^{\circ} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{\sigma r} & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & L_{\tau}^{\circ} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

матрицю проєкцій узагальнених векторів струмів та вектора робочого потокозчеплення

$$[F(i, \psi)] = colon \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} & i_{rd} & i_{rq} & \psi_{sd} & \psi_{sq} & \psi_{rd} & \psi_{rq} & i_{\mu d} & i_{\mu q} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

матрицю індуктивностей

(6)

$$[L] = \begin{bmatrix} L_{\sigma s} + L_d^{\hat{\delta}} & M^{\hat{\delta}} & L_d^{\hat{\delta}} & M^{\hat{\delta}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M^{\hat{\delta}} & L_{\sigma s} + L_d^{\hat{\delta}} & M^{\hat{\delta}} & L_q^{\hat{\delta}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_d^{\hat{\delta}} & M^{\hat{\delta}} & L_{\sigma r} + L_d^{\hat{\delta}} & M^{\hat{\delta}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M^{\hat{\delta}} & L_q^{\hat{\delta}} & M^{\hat{\delta}} & L_{\sigma r} + L_d^{\hat{\delta}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (47)$$

Для перевірки адекватності створеної моделі проведемо математичне моделювання роботи тягового двигуна АД906У1, з наступними номінальними паспортними даними [5, 6]: потужність 240 кВт, діюча фазна статорна напруга 665 В, діючий фазний статорний струм 135 А, частота статорної напруги 33,8 Гц, частота обертання ротора 1000 об/хв, момент інерції ротора 21 кг·м², значення електромагнітного моменту 2366 Н·м, ККД 93,7 %, коефіцієнт потужності 0,93 в.о.

На рис. 1 наведено діаграму частоти обертання ротора двигуна, в моделі руху дизель-поїзда ДЕЛ-02 рівною ділянкою шляху. Графіки показано для використання у відносних одиницях з базисними величинами, в якості яких прийнято: для кутової частоти - номінальне значення кутової частоти статорної напруги машини, для часу – величина зворотна до номінального значення кутової частоти статорної напруги.

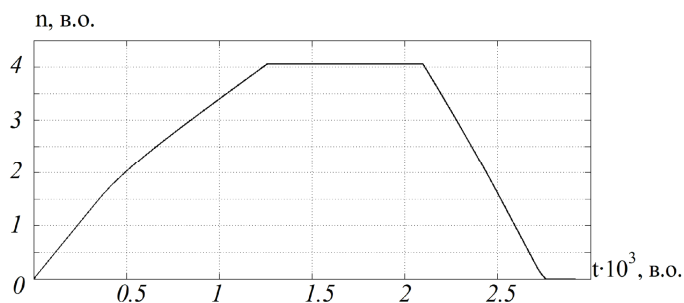


Рис. 1.

На рис. 2 показано відповідну діаграму зміни обертового моменту двигуна для характерних режимів роботи поїзда – розгін (0-0,37 поділки за віссю часу), перехід у зону керування зі зниженим значенням потокозчеплення ротора (0,37-1,2 поділки за віссю часу), рух з усталеною швидкістю (1,2-1,95 поділки за віссю часу), перехід до номінального значення модуля потокозчеплення ротора (1,95-2,5 поділки за віссю часу), повна зупинка (2,5-2,8 поділки за віссю часу).

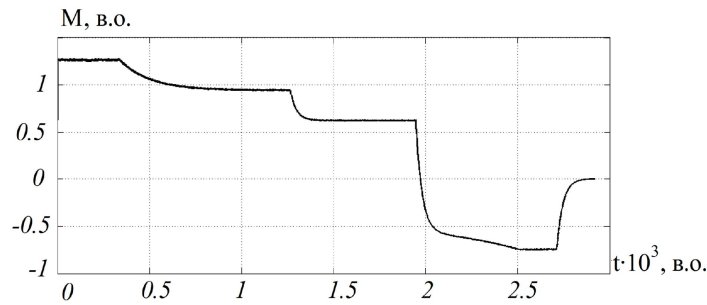


Рис. 2.

Аналіз отриманих осцилограм та їх порівняння з отриманими даними з натурального поїзда показують адекватність розробленої математичної моделі реальним процесам в асинхронному двигуні в межах похибки до 5 %.

Висновки.

1. Таким чином, отримано математичну модель тягової машини, в якій на основі методу динамічних індуктивностей враховано зміну її магнітного стану відповідно до широкого різноманіття режимів роботи тягової електропередачі рухомого складу залізниць. Модель дозволяє з похибкою до 5 % моделювати електромагнітні процеси тягового електродвигуна.

2. Отримані результати є базовими при розробці та побудові систем керування тяговими електропередачами змінного струму та систем автоведення тягового електрорухомого складу залізниць. Вони можуть бути використані при створенні математичних моделей асинхронних двигунів іншого призначення (кранові, металургійні, судові та ін.).

1. Беспалов Б. Я. Математическая модель асинхронного двигателя в обобщенной ортогональной системе координат / Беспалов Б. Я., Мощинский Ю. А., Петров А. П. // Электричество. – 2002. – №8. – С. 33-39.

2. Виноградов А. Б. Векторное управление электроприводами переменного тока / А. Б. Виноградов. – ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет им. В.И. Ленина». – Иваново, 2008. – 320 С.

3. Ковач К. П. Переходные процессы в машинах переменного тока / Ковач К. П., Рац И. – М. – Л. : Госэнергоиздат, 1963. – 744 С.

4. Копылов И. П. Математическое моделирование электрических машин / Копылов И. П. – М. : Высшая школа, 2001. – 327 С.

5. Кулагін Д. О. Проектування систем керування тяговими електропередачами моторвагонних поїздів : монографія / Д. О. Кулагін. – Бердянськ : ФО-П Ткачук О. В., 2014. – 154 С.

6. Кулагін Д. О. Спосіб апроксимації кривої намагнічування тягового асинхронного двигуна / Кулагін Д. О. // Електротехніка та електроенергетика. – 2013. – №2. – С. 66-70.

7. Мищенко В. А. Теория, способы и системы векторного и оптимального векторного управления электроприводами переменного тока. Монография / Мищенко В. А. – М. : Издательство «Информэлектро», 2002. – 168 С.

8. Пивняк Г. Г. Современные частотно-регулируемые асинхронные электроприводы с широтно-импульсной модуляцией / Пивняк Г. Г., Волков А. В. – Днепропетровск, 2006. – 421 С.

9. Попович О. М. Математична модель асинхронної машини електромеханотронної системи для імітаційного та структурного моделювання / О. М. Попович // Технічна електродинаміка. – 2010. – № 4. – С.25-32.

10. Попович О. М. Математична модель для розрахунку пускових характеристик асинхронного двигуна з урахуванням еквівалентних контурів втрат в сталі статора і ротора / Попович О. М., Головань І. В. // Електротехніка і електромеханіка. – 2006. – № 1. – С.42–46.

11. Потапенко Е. М. Робастные алгоритмы векторного управления асинхронным приводом / Е. М. Потапенко, Е. Е. Потапенко. – Запорожье : ЗНТУ, 2009. – 353 С.

12. Снегирев Д. А. Дифференциальные уравнения для исследования электромагнитных переходных процессов частотно-регулируемого асинхронного двигателя с учетом насыщения / Снегирёв Д. А., Тикунов А. В. // Электротехнические комплексы и системы управления. – 2006. – №2. – С. 69-73.

13. Фильц Р. В. Дифференциальные уравнения напряжений насыщенных неявнополюсных машин переменного тока / Р. В. Фильц // Известия ВУЗов. Электромеханика. – 1966. – № 11. – С. 1195-1203.

14. Boldea I. Induction Machines Handbook / Ion Boldea, Syed A. Nasar. – CRC Press Boca Raton : London, New York, Washington, D.C, 2002. – 845 p.

УДК 621.313.33:621.423.24

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЯГОВОГО АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С УЧЕТОМ НАСЫЩЕНИЯ

Д.А. Кулагин, канд. техн. наук, доц., докторант

Запорожский национальный технический университет, ул. Жуковского, 64, г. Запорожье, 69063.

На основе метода динамических индуктивностей создана математическая модель асинхронного тягового двигателя, в которой учтено действие тангенциальной и радиальной динамической индуктивностей. Использование данного метода позволило учесть насыщения главного магнитного пути, насыщение путей потоков рассеяния, взаимоиндукцию между контурами машины с учетом процессов насыщения, а также совместное насыщения рабочим потоком и потоками рассеяния для режимов, которые характеризуются значительной величиной рабочего потока и большими значениями токов контуров машины. В результате было записано в (d, q) системе координат уравнения цепей асинхронного тягового двигателя с учетом насыщения. Библ. 14. Рис. 2.

Ключевые слова: тяговый асинхронный двигатель, насыщение, форма Коши, магнитная цепь, уравнение состояния.

MATHEMATICAL MODEL OF ASYNCHRONOUS TRACTION MOTOR TAKING INTO ACCOUNT THE SATURATION

D.O. Kulagin

Zaporizhzhya national technical University, Zhukovsky st., 64, Zaporizhzhya, 69063, Ukraine.

On the basis of a method of dynamic inductances a mathematical model of asynchronous traction motor, which takes into account the tangential and radial dynamic inductances. The use of this method has allowed to take into account the saturation of the main magnetic path, saturation flow path, scattering, inter induction caused by saturation of between circuits of the machine, as well as joint saturation work flow and flows of scattering for modes that are characterized by significant amount of work flow and large values of current circuits of the machine. The result was recorded in (d,q) coordinate system of equations of circles asynchronous traction motor taking into account the saturation. References 14, figures 2.

Key words: asynchronous traction motor, saturation, form Cauchy magnetic circuit, the equation of state.

1. *Bespalov B. Ya.* Mathematical model of the induction motor in a generalized orthogonal coordinate system / Bespalov B. Ya., Moshchinskiy Yu. A., Petrov A. P. // *Elektrichestvo*. – 2002. – №8. – pp. 33-39. (Rus.)
2. *Vinogradov A. B.* Vector control of AC electric drives / A. B. Vinogradov. – GOUVPO «Ivanovskiy gosudarstvennyy energeticheskiy universitet im. V.I. Lenina». – Ivanovo, 2008. – 320 p. (Rus.)
3. *Kovach K. P.* Transient processes in AC machines / Kovach K. P., Rats I. – M. – L. : Gosenergoizdat, 1963. – 744 p. (Rus.)
4. *Kopylov I. P.* Mathematical modelling of electrical machines / Kopylov I. P. – M. : Vysshaya shkola, 2001. – 327 p. (Rus.)
5. *Kulagin D. O.* Designing of control systems of traction electrical transmission EMU-trains / Kulagin D. O. – Berdyans'k : FO-P Tkachuk O. V. – 2014. – 154 p. (Ukr.)
6. *Kulagin D. O.* Method of approximation of a curve of magnetization asynchronous traction motor / Kulagin D. O. // *Elektrotehnika ta elektroenergetika*. – 2013. – № 2. – pp. 66-70. (Ukr.)
7. *Mishchenko V. A.* Theory, methods and systems of the vector and the optimal vector control electric drives of an alternating current. Monograph / Mishchenko V. A. – M. : Izdatel'stvo «Inforelektro», 2002. – 168 p. (Rus.)
8. *Pivnyak G. G.* Modern frequency-controlled asynchronous electric drives with pulse-width modulation / Pivnyak G. G., Volkov A. V. – Dnepropetrovsk, 2006. – 421 p. (Rus.)
9. *Popovych O. M.* The mathematical model of asynchronous machines elektromechaniczne system for simulation and structural modeling / O. M. Popovych // *Tehnichna elektrodynamika*. – 2010. – № 4. – pp.25-32. (Ukr.)

- 10.** *Popovych O. M.* Mathematical model for calculation of the starting characteristics of the asynchronous engine with regard equivalent circuits losses in steel stator and rotor / Popovych O. M., Golo-van' I. V. // *Elektrotehnika i elektromehaniika.* – 2006. – № 1. – pp.42–46. (Ukr.)
- 11.** *Potapenko E. M.* Robust algorithms for vector control asynchronous drive / E. M. Potapenko, E. E. Potapenko. – Zaporozh'e : ZNTU, 2009. – 353 p. (Rus.)
- 12.** *Snegirev D. A.* Differential equations for research of electromagnetic transients of frequency-controlled asynchronous motor with taking into account the saturation / Snegirev D. A., Tikunov A. V. // *Elektrotekhnicheskie komplekxy i sistemy upravleniya.* – 2006. – №2. – pp. 69-73. (Rus.)
- 13.** *Fil'ts R. V.* Differential equations stress saturated not- brushless DC AC machines / R. V. Fil'ts // *Izvestiya VUZov. Elektromekhanika.* – 1966. – № 11. – pp. 1195-1203. (Rus.)
- 14.** *Boldea I.* Induction Machines Handbook / Ion Boldea, Syed A. Nasar. – CRC Press Boca Raton : London, New York, Washington, D.C, 2002. – 845 p.