

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

**Методичні вказівки та індивідуальні завдання
до розрахунково-графічної роботи з вищої математики**

РОЗДІЛ
« ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ
(ВИПАДКОВІ ПОДІЇ) »

для студентів
технічних спеціальностей
денної форми навчання

Методичні вказівки та індивідуальні завдання до розрахунково-графічної роботи з вищої математики розділ «Елементи теорії ймовірностей (випадкові події)» для студентів технічних спеціальностей денної форми навчання / Укл. : І. М. Килимник, Т. І. Слюсарова. – Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2025. – 54 с.

Укладачі: Килимник І. М., к. т. н., доцент
Слюсарова Т. І., асистент

Рецензент: Онуфрієнко В. М., д. ф.-м. н., професор

Відповідальний за випуск: Килимник І. М., к. т. н., доцент

Затверджено на засіданні
кафедри «Математика»
НУ «Запорізька політехніка»
Протокол № 6 від 21.03.2025 р.

Рекомендовано НМК
Машинобудівного факультету
НУ «Запорізька політехніка»
Протокол № 5 від 18.04.2025 р.

ЗМІСТ

Правила оформлення та виконання РГР	4
Випадкові події	5
1. Короткий виклад теоретичного матеріалу	5
2. Аудиторні завдання	13
3. Приклад розв'язання типового варіанту	17
4. Індивідуальні завдання	24
Література	50
Додаток А	51
Таблиця А1. – Значення функції $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$	51
Таблиця А2. – Значення функції $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$	52

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ ТА ВИКОНАННЯ РГР

1. Студент виконує РГР у відповідності зі своїм варіантом (варіанти вказує викладач).

Робота, виконана не за своїм варіантом, не зараховується.

2. Титульний лист роботи повинен містити:

- тему РГР;
- прізвище, ім'я, по-батькові студента повністю;
- номер академічної групи;
- номер варіанта.

3. В РГР повинні бути розв'язані всі завдання, вказані викладачем. Розв'язання завдань необхідно записувати в порядку номерів завдань, зберігаючи їх послідовність. Умова задачі в завданні переписується повністю.

4. Студент обов'язково повинен у роботі показати розв'язання кожного завдання повністю.

5. РГР подається викладачеві на перевірку і захищається студентом у терміни, визначені навчальним планом.

Зауваження. У випадку дистанційної форми навчання студент завантажує виконану РГР у відповідне завдання курсу «Вища математика» в Системі дистанційного навчання НУ «ЗАПОРІЗЬКА ПОЛІТЕХНІКА» MOODLE.

Випадкові події

1. Короткий виклад теоретичного матеріалу

Елементи комбінаторики

Перестановками з n елементів називають сполуки, що містять всі n елементів і відрізняються між собою лише їх порядком.

Кількість перестановок із n елементів обчислюється за формулою:

$$P_n = n!, \quad (1.1)$$

де $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = (n-1)! \cdot n$.

Прийнято, що $0! = 1$. Корисна рекурентна формула $P_n = n \cdot P_{n-1}$.

Розміщеннями з n елементів по m в кожному називають такі сполуки, в кожному з яких входять m елементів, узятих із даних n елементів і які відрізняються одна від одної або самими елементами, або порядком їх розташування.

Число розміщень з n елементів по m знаходять за формулою:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} \quad \text{або} \quad A_n^m = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-m+1). \quad (1.2)$$

За змістом визначення ясно, що $0 \leq m \leq n$.

Комбінаціями з n елементів по m називають сполуки, в кожному з яких входять m елементів, взятих з даних n елементів і які відрізняються одна від одної, принаймні, одним елементом (порядок не враховуємо).

Число комбінацій з n елементів по m знаходять за формулою:

$$C_n^m = \frac{n!}{m! \cdot (n-m)!} \quad (1.3)$$

$$\text{або } C_n^m = \frac{A_n^m}{P_m} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-m+1)}{m!}.$$

На практиці часто використовують другу формулу для обчислення C_n^m .

Деякі властивості комбінацій, що застосовуються при розв'язуванні задач:

$$C_n^0 = C_0^0 = 1, \quad C_n^1 = n, \quad C_n^m = C_n^{n-m},$$

$$C_n^m + C_n^{m+1} = C_{n+1}^{m+1},$$

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + \dots + C_n^n = 2^n.$$

Події. Алгебра подій

Подією називатимемо будь-який факт, який може статися або не статися при певному комплексі умов.

Події позначатимемо великими латинськими буквами $A, B, C, \dots$. При кожному здійсненні певного комплексу умов обов'язково відбувається деяка подія.

Події, **протилежні** подіям $A, B, C, \dots$, прийнято позначати через $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \dots$.

Серед всіх подій виділимо дві крайні:

а) подія U називається **вірогідною** або **достовірною**, якщо вона настає при кожній реалізації комплексу умов;

б) подія $\emptyset$ називається **неможливою**, якщо вона не настає при жодній реалізації комплексу умов.

Подія A , яка в результаті певного комплексу умов може відбутися або не відбутися, називається **випадковою**.

Сукупність операцій, що виконуються над подіями, утворює алгебру подій.

1. Слідування подій.

Кажуть, що подія A тягне за собою подію B (позначається $A \subset B$), якщо при настанні події A обов'язково настає і подія B . Подія B називається **наслідком** події A : $A \subset B$, якщо з A слідує B .

Якщо $A \subset B$ і одночасно $B \subset A$, то події A і B називаються **еквівалентними** (рівносіильними) або **рівними** $A=B$.

2. **Сумою** (об'єднанням) двох подій A і B називається така подія C , яка полягає в здійсненні або події A , або події B , або подій A і B разом: $C=A+B$ або $C=A \cup B$.

3. **Добутком** (перетином) двох подій A і B називається така подія C , яка полягає в здійсненні і події A , і події B : $C=A \cdot B$ або $C=A \cap B$.

4. **Різницею** подій A і B називається подія C , яка настає лише тоді, коли відбувається подія A і не відбувається подія B : $C=A \setminus B$.

Події A і B називаються **несумісними**, якщо поява однієї з них виключає появу іншої: $A \cap B = \emptyset$.

Події $A_i, (i=\overline{1, n})$ називаються **попарно несумісними**, якщо для будь-якої пари i та j справедливо: $A_i \cap A_j = \emptyset, i \neq j$.

Події $A_i, (i=\overline{1, n})$ утворюють **повну групу подій**, якщо

$$\bigcup_{i=1}^n A_i = U, \quad A_i \cap A_j = \emptyset, \quad i \neq j.$$

Класичне означення ймовірності

Ймовірністю $P(A)$ події A називають відношення числа m випадків, що сприяють появі цієї події, до загального числа n всіх можливих елементарних результатів випробування, що утворюють повну групу. При цьому обов'язковою умовою є рівна можливість результатів досліджу.

$$P(A) = \frac{m}{n} \quad (1.4)$$

Властивості ймовірності:

- а) ймовірність вірогідної події дорівнює одиниці;
- б) ймовірність неможливої події дорівнює нулю;

в) ймовірність випадкової події задовольняє нерівності $0 \leq P(A) \leq 1$.

Геометричне означення ймовірності

Поняття *геометрична ймовірність* виникає в тому випадку, коли ймовірність потрапляння випадкової точки в будь-яку частину області пропорційна мірі цієї області і не залежить від її розташування і форми. В таких задачах множина елементарних випадків не є дискретною. Якщо геометрична міра всієї області $mes(\Omega)$ (довжина, площа, об'єм і т.д.), а геометрична міра частини цієї області $mes(w)$, попадання в яку сприяє даній події, то ймовірність такої події

$$P(A) = \frac{mes(w)}{mes(\Omega)}, \quad (1.5)$$

де "mes" означає міру області, яка може бути довжиною, якщо Ω – одномірна множина; площею, якщо Ω – двовимірна множина; об'ємом, якщо Ω – тривимірна множина.

Теорема додавання ймовірностей несумісних подій

Ймовірність суми двох несумісних подій дорівнює сумі ймовірностей цих подій:

$$P(A + B) = P(A) + P(B). \quad (1.6)$$

Подія A називається *незалежною* від події B , якщо ймовірність події A не залежить від того, відбулася подія B чи ні.

Подія A називається *залежною* від події B , якщо ймовірність події A змінюється в залежності від того, відбулася чи ні подія B .

Ймовірність події A , яка обчислюється за умови, що подія B відбулася, називається *умовною ймовірністю* події A і позначається $P_B(A)$ або $P(A/B)$.

Умовна ймовірність задовольняє всім властивостям ймовірності.

Теорема множення ймовірностей

Ймовірність добутку *двох залежних подій* дорівнює добутку ймовірності однієї з них на умовну ймовірність іншої, обчислену за умови, що перша з них відбулася:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B / A) = P(B) \cdot P(A / B). \quad (1.7)$$

Ймовірність добутку *двох незалежних подій* дорівнює добутку ймовірностей цих подій:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B). \quad (1.8)$$

Ймовірність появи *хоча б однієї з подій* $A_1, A_2, \dots, A_n$, незалежних у сукупності, дорівнює різниці одиниці і добутку ймовірностей протилежних подій $\overline{A_1}, \overline{A_2}, \dots, \overline{A_n}$:

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = 1 - P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot \dots \cdot P(\overline{A_n}). \quad (1.9)$$

Теорема додавання ймовірностей сумісних подій

Дві події називаються **сумісними**, якщо поява однієї з них не виключає появи іншої в одному і тому ж випробуванні.

Ймовірність появи хоча б однієї з двох сумісних подій дорівнює сумі ймовірностей цих подій без ймовірності їх сумісної появи:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B). \quad (1.10)$$

Формула повної ймовірності. Формула Байєса

Нехай подія A може відбутися або ні після здійснення однієї з подій $H_1, H_2, \dots, H_n$, що утворюють повну групу подій (вони називаються **гіпотезами**). Тоді ймовірність $P(A)$ появи події A визначається за формулою повної ймовірності:

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P(A/H_i), \quad (1.11)$$

де сума ймовірностей гіпотез $P(H_1) + P(H_2) + \dots + P(H_n) = 1$.

Формулою повної ймовірності користуються, коли щодо події A , яка нас цікавить, відомо, про умови, за яких вона настає, і можна висунути деякі попарно несумісні гіпотези $H_1, H_2, \dots, H_n$.

Якщо в результаті випробування відбулася подія A , яка могла наступити тільки разом з однією із подій $H_1, H_2, \dots, H_n$, що утворюють повну групу подій, то для знаходження умовної ймовірності $P(H_i/A)$ настання гіпотези H_i за умови, що подія A відбулася, використовують формулу Байєса:

$$P(H_i/A) = \frac{P(H_i) \cdot P(A/H_i)}{P(A)}, \quad i=1,2,\dots,n. \quad (1.12)$$

Незалежні випробування. Формула Бернуллі

Нехай проводяться n випробувань, у кожному з яких подія A може як відбутись, так і не відбутись. Якщо ймовірність появи події A у кожному випробуванні не залежить від того, відбулась вона в інших випробуваннях чи ні, то такі випробування називаються **незалежними щодо події A** .

Припускаємо, що ймовірність p настання події A в кожному випробуванні постійна, тобто не залежить ні від номера випробування, ні від результатів попередніх випробувань, а ймовірність $q = 1 - p$, що подія A у випробуванні не відбулася. Послідовність випробувань, що задовольняють зазначеній умові, називається **схемою Бернуллі**.

Ймовірність $P_n(m)$ того, що в n випробуваннях, які відповідають указаній схемі, подія A з'явиться рівно m разів, обчислюється за формулою Бернуллі:

$$P_n(m) = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}. \quad (1.13)$$

Зауваження. Формула Бернуллі застосовується, якщо $n \leq 20$. Для $n > 20$ обчислювати ймовірності за формулою Бернуллі важко через громіздкість обчислень. При великих n з достатньою точністю формулу (1.13) можна замінити наближеними: локальною формулою Лапласа або формулою Пуассона.

Локальна теорема Лапласа

Нехай ймовірність появи події A в кожному з n незалежних випробувань дорівнює p , причому $0 < p < 1$. Ймовірність того, що подія A не з'явиться у випробуванні $q = 1 - p$. Тоді ймовірність того, що в умовах схеми Бернуллі в n незалежних випробуваннях подія A настане рівно m разів, наближено обчислюється за формулою:

$$P_n(m) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x), \quad (1.14)$$

$$\text{де } \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \text{ та } x = \frac{m - np}{\sqrt{npq}}.$$

Функція $\varphi(x)$ – локальна функція Лапласа (функція Гаусса), значення якої знаходять за Таблицею А1 (див. Додаток А), записаної для $x \geq 0$. Для $x \geq 4$ значення $\varphi(x) = 0$. Функція $\varphi(x)$ є парною, тобто $\varphi(-x) = \varphi(x)$. Формула дає тим більше точний результат, чим більше n . Локальна теорема Лапласа дає змогу обчислювати ймовірності $P_n(m)$, якщо $n > 20$, $p \geq 0,1$, $npq > 9$.

Теорема Пуассона

Розглянемо схему Бернуллі з малою ймовірністю p появи події A в одному випробуванні та з великою кількістю n випробувань. Нехай при великому n ймовірність p мала і така, що $p \cdot n = \lambda$.

Теорема Пуассона. Нехай $p \rightarrow 0$ при $n \rightarrow +\infty$, причому так, що $p \cdot n \rightarrow \lambda$, де $\lambda > 0$. Тоді для будь-якого $m=1,2,\dots$

$$P_n(m) \approx \frac{\lambda^m \cdot e^{-\lambda}}{m!}. \quad (1.15)$$

Зауваження. Заміна формули Бернуллі на формулу Пуассона при великих n обґрунтована, якщо $p < 0,1$ та $n p q \leq 9$. У випадку, коли $p \geq 0,1$ і $n p q > 9$, застосовують локальну теорему Лапласа.

Інтегральна теорема Лапласа

У багатьох задачах потрібно обчислити ймовірність $P_n(m_1; m_2)$ того, що в серії із n випробувань подія A відбудеться не менше m_1 і не більше m_2 разів. Для обчислення цієї ймовірності застосовують інтегральну теорему Лапласа.

Інтегральна теорема Лапласа. Нехай ймовірність появи події A в кожному з n незалежних випробувань дорівнює p , причому $0 < p < 1$. Ймовірність того, що подія A не з'явиться у випробуванні $q = 1 - p$. Тоді ймовірність того, що в умовах схеми Бернуллі в n незалежних випробуваннях подія A з'явиться від m_1 до m_2 разів ($m_2 > m_1$), наближено визначається за формулою:

$$P_n(m_1 \leq m \leq m_2) = P_n(m_1; m_2) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1), \quad (1.16)$$

$$\text{де } \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz, \quad x_1 = \frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}}, \quad x_2 = \frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}}.$$

Інтегральна функція Лапласа $\Phi(x)$ є непарною, тобто $\Phi(-x) = -\Phi(x)$. Її значення знаходять з Таблиці А2 (див. Додаток А), записаної для $x \geq 0$. Для $x > 5$ значення функції $\Phi(x) = 0,5$.

2. Аудиторні завдання

1. Скількома способами можна посадити за один стіл п'ятьох осіб?

Відповідь: 120 способів.

2. Скільки різних (цифри не повторюються в записі чисел) п'ятизначних чисел можна записати із цифр 0, 1, 2, 3, 4 ?

Відповідь: 96 чисел.

3. Скількома способами можна розмістити на книжковій полиці 4 навчальні посібники з вищої математики та 3 навчальні посібники з фізики, щоб 3 посібники з фізики стояли поруч ?

Відповідь: 720 способів.

4. В колоді із 36 гральних карт є 4 тузи. Скількома способами можна вибрати 6 карт, щоб серед них були 2 тузи ?

Відповідь: 215760 способів.

5. У квітковій крамниці є 10 білих і 5 рожевих троянд. Скількома способами можна скласти букет: а) із 3-х троянд; б) із 3-х троянд одного кольору; в) із 3-х троянд, щоб були як білі так і рожеві троянди ?

Відповідь: а) 455; б) 130; в) 325.

6. Скільки різних дробів можна записати із чисел 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 ?

Відповідь: 56 дробів.

7. Скільки можна записати тризначних чисел із цифр 1, 2, 3, 4, 5 за умови: а) жодна з трьох цифр не повторюється; б) цифри можуть повторюватись.

Відповідь: а) 60; б) 125.

8. В коробці 25 червоних, 20 зелених, 15 синіх куль. Навмання витягуємо з коробки кулю. Знайти ймовірність того, що ця куля: а) червона; б) червона або зелена; в) або червона, або зелена, або синя; г) біла.

Відповідь: а) $\approx 41,7\%$, б) 75%, в) 100%, г) 0%.

9. В партії із 50 виробів є 5 бракованих. Навмання витягнули 6

виробів. Знайти ймовірність того, що серед них є 2 бракованих вироби.

Відповідь: $\approx 9,4\%$.

10. В коробці 5-ть однакових кубиків. На всіх гранях кожного кубика написана одна із літер О, П, Р, С, Т. Знайти ймовірність того, що на витягнутих по одному і розташованих «в одну лінію» кубиках можна прочитати слово «СПОРТ».

Відповідь: $\approx 0,83\%$.

11. Із 5-ти карток з літерами А, И, М, Б, Р беруть навмання одна за одною три картки та кладуть в порядку появи. Знайти ймовірність того, що на розташованих «в одну лінію» картках можна прочитати слово «МИР».

Відповідь: $\approx 1,67\%$.

12. Підкинуто три монети. Знайти ймовірність того, що на двох з них випадуть два «герба».

Відповідь: $37,5\%$.

13. Вісім різних книжок навмання розставлені на одній полиці. Знайти ймовірність того, що дві певні книги поставлені поруч.

Відповідь: 25% .

14. Є 10 книжок. Серед них п'ять по 40 грн., три - по 10 грн., дві - по 30 грн. Яка ймовірність того, що взяті навмання дві книжки стоять в сумі 50 грн. ?

Відповідь: $\frac{1}{3} \approx 0,3333$.

15. Куб, всі грані якого покрашені, розрізали на 1000 кубиків однакового розміру, тобто на 10 шарів по 100 штук кожний. Кубики ретельно перемішують. Знайти ймовірність того, що навмання взятий кубик буде мати: а) три покрашені грані; б) дві покрашені грані; в) одну покрашену грань.

Відповідь: а) 0,008; б) 0,096; в) 0,384.

16. Замок має 5-ть дисків. Кожний диск розділений на 6-ть секторів, на яких написано різні літери. Тільки одна правильна

комбінація дисків відкриває замок. Знайти ймовірність того, що при комбінації дисків замок буде відкрито.

Відповідь: $1/6^5$.

17. Із ретельно перемішаного повного набору 28 кісток доміно навмання витягнута кістка. Яка ймовірність того, що другу навмання витягнуту кістку можна буде приставити до першої, якщо перша: а) дубль; б) не дубль?

Відповідь: а) $2/9$; б) $4/9$.

18. Підкинуто дві гральні кістки. Гральна кістка представляє собою кубик, грані якого мають номери «1», «2», «3», «4», «5», «6».

1. Яка ймовірність появи на двох кістках в сумі не менше ($\geq$) 9 очок?

2. Яка ймовірність появи «1» хоча б на одній кістці (тобто $\geq$ ніж на одній кістці) ?

Відповідь: 1) $\frac{10}{36} \approx 0,2778$; 2) $\frac{10}{36} \approx 0,3056$.

19. В колі $x^2 + y^2 = 4$ навмання вибирається точка $M(x, y)$. Знайти ймовірність того, що $|x| + |y| > 1$.

Відповідь: $1 - \frac{1}{2\pi} \approx 0,8408$, тобто 84,1%.

20. Після негоди на ділянці між 30-м та 60-м кілометрами пошкоджено кабель. Яка ймовірність того, що обрив між 50-м та 55-м кілометрами лінії ?

Відповідь: $1/6$.

21. Кулю $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ розташовано всередині еліпсоїда $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} + \frac{z^2}{16} = 1$. Всередині еліпсоїда навмання поставили точку. Яка ймовірність того, що точка буде всередині кулі ?

Відповідь: $8/15$.

22. Навмання вибираються числа x та y такі, що $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$. Знайти ймовірність того, що $y \leq x^2$.

Відповідь: $1/3$.

23. Серед 20 упаковок печива є 8 упаковок, у яких закінчився термін придатності. Яка ймовірність того, що із 6 навмання взятих упаковок печива будуть 4 упаковки, у яких закінчився термін придатності ?

Відповідь: $\frac{105}{1292} \approx 0,0813$, тобто 8,13%.

24. Ймовірність своєчасного виконання ремонту певної ділянки дороги фірмою № 1 становить 60%, фірмою № 2 – 70%, фірмою № 3 – 75%. Знайти ймовірність своєчасного виконання робіт хоча б однією з трьох фірм.

Відповідь: 0,97.

25. Серед науково-педагогічних працівників (НПП) університету доктори наук складають 10%, кандидати наук – 60%, решта НПП не мають наукового ступеня. Ймовірність того, що доктор наук опублікував статтю у науковому журналі складає 85%, кандидат наук – 50%, НПП без наукового ступеня – 30%. Знайти ймовірність того, що: 1) навмання вибраний НПП має статтю в науковому журналі; б) навмання вибраний НПП має статтю в науковому журналі. Яка ймовірність того, що він є кандидатом наук ?

Відповідь: а) 0,475; б) $\approx 0,632$.

26. Ймовірність народження дівчинки 0,485. В сім'ї шестеро дітей. Яка ймовірність того, що серед них не менше двох дівчат ?

Відповідь: $\approx 87,6\%$.

27. В деякій місцевості у вересні в середньому 12 дощових днів. Яка ймовірність того, що із навмання вибраних в цьому місяці 8 днів дощитиме 3 дні ?

Відповідь: $\approx 0,2787$.

28. Є 15 хлопців та 10 дівчат. Для чергування протягом 50 днів навмання вибирається одна особа із цієї групи. Знайти ймовірність того, що: а) хлопці чергуватимуть 20 днів; б) дівчата чергуватимуть 25 днів.

Відповідь: а) $\approx 0,0018$; б) $\approx 0,0408$.

29. 120 верстатів працюють незалежно один від одного. Ймовірність безперебійної роботи кожного з них дорівнює 0,8. Знайти

ймовірність того, що впродовж зміни будуть безперебійно працювати від 95 до 115 верстатів.

Відповідь: $\approx 0,591$.

30. Міні АТС обслуговує 800 абонентів. Ймовірність, що абонент подзвонить на міні АТС протягом години, дорівнює 0,01. Знайти ймовірність того, що протягом години подзвонять 5 абонентів.

Відповідь: $\approx 0,0916$.

3. Приклад розв'язання типового варіанту

1. Елементи комбінаторики. Працівникам зеленгоспу треба висадити у парку 10 дубів, 15 кленів, 12 тополь. В оранжереї є 30 саджанців дубу, 20 саджанців клену, 40 саджанців тополь. Працівники навімання вибирають необхідну кількість саджанців дерев кожного виду. Скільки існує можливих варіантів вибору?

Розв'язання. Оскільки порядок вибору не є важливим, обчислюємо кількість можливих варіантів вибору кожного з видів саджанців наступним чином: C_{30}^{10} можливостей вибору 10-ти саджанців дубу із 30; C_{20}^{15} можливостей вибору 15-ти саджанців клену із 20; C_{40}^{12} можливостей вибору 12 саджанців тополь із 40.

Комбінації обчислюємо за формулою (1.3):

$$C_{30}^{10} = \frac{30!}{10!(30-10)!} = \frac{30!}{10!20!} = \frac{21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 \cdot 25 \cdot 26 \cdot 27 \cdot 28 \cdot 29 \cdot 30}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10} = 30045015;$$

$$C_{20}^{15} = \frac{20!}{15!(20-15)!} = \frac{20!}{15!5!} = \frac{16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 15504;$$

$$C_{40}^{12} = \frac{40!}{12!(40-12)!} = \frac{40!}{12!28!} = \frac{29 \cdot 30 \cdot 31 \cdot 32 \cdot 33 \cdot 34 \cdot 35 \cdot 36 \cdot 37 \cdot 38 \cdot 39 \cdot 40}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12} = 5586853480.$$

Оскільки до кожного з наборів саджанців дубу підходять будь-які набори саджанців кленів та тополь, то для знаходження загального числа варіантів вибору саджанців застосовуємо правило добутку:

$$C_{30}^{10} \cdot C_{20}^{15} \cdot C_{40}^{12} = 2,6 \cdot 10^{21}.$$

Відповідь: $2,6 \cdot 10^{21}$ варіантів.

2-3. Розрахунок ймовірностей із застосуванням комбінаторики. У турнірі з шахів приймає участь 10 гросмейстерів, 6 міжнародних майстрів та 4 майстра. Шляхом жеребкування визначаються шахісти для кожної пари учасників та номер столу для них. Знайти ймовірність того, що за першим столом зустрінуться шахісти однієї категорії.

Розв'язання. Кількість усіх рівноймовірних випадків вибору двох суперників із 20 учасників змагань дорівнює числу комбінацій із 20 елементів по 2, тобто C_{20}^2 . Число груп по 2 людини, які можуть бути складені із 10 гросмейстерів, дорівнює C_{10}^2 . Число груп по 2 людини, які можуть бути складені із 6 міжнародних майстрів, дорівнює C_6^2 . З чотирьох майстрів може бути складено C_4^2 пар. Сума $C_{10}^2 + C_6^2 + C_4^2$ дорівнює кількості подій, що сприяють зустрічі за першим гральним столом гравців однієї категорії. Отже, шукана ймовірність

$$P = \frac{C_{10}^2 + C_6^2 + C_4^2}{C_{20}^2} = \frac{33}{95} \approx 0,3474.$$

Відповідь: 0,3474 або 34,74%.

4. Геометрична ймовірність. У прямокутнику $ABCD$ взято точки M (середина сторони AB) та N (середина сторони BC). Знайти ймовірність того, що точка, яку навмання вибрано всередині прямокутника $ABCD$, лежить всередині трикутника MND .

Розв'язання. На Рис. 1 зображено геометричну модель задачі. Для обчислення шуканої ймовірності скористаємося формулою (1.5). В нашому випадку $\text{mes}(\Omega)$ – площа прямокутника $ABCD$, $\text{mes}(w)$ – площа трикутника MND .

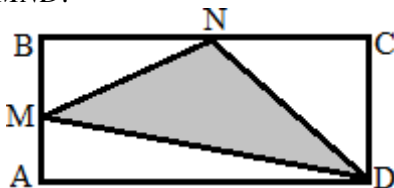


Рисунок 1

Площа прямокутника $ABCD$:

$$\text{mes}(\Omega) = AB \cdot BC.$$

Площа трикутника MND : її знаходимо як різницю площі прямокутника $ABCD$ та не заштрихованих трикутників

$$\begin{aligned} \text{mes}(w) &= AB \cdot BC - \frac{1}{2} \cdot (BM \cdot BN + NC \cdot CD + AM \cdot AD) = AB \cdot BC - \\ &- \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} AB \cdot \frac{1}{2} BC + AB \cdot \frac{1}{2} BC + \frac{1}{2} AB \cdot BC \right) = AB \cdot BC \cdot \left(1 - \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \right) = \\ &= \frac{3}{8} \cdot AB \cdot BC. \end{aligned}$$

Ймовірність потрапляння точки M всередину трикутника MND :

$$P = \frac{\text{mes}(w)}{\text{mes}(\Omega)} = \frac{\frac{3}{8} \cdot AB \cdot BC}{AB \cdot BC} = \frac{3}{8} = 0,375.$$

Відповідь: 0,375 або 37,5%.

5. Теорема суми та добутку.

Два стрілка стріляють по мішені. Один з них попадає в ціль з ймовірністю 60%, а інший – з ймовірністю 70%. Яка ймовірність того, що мішень буде уражена тільки один раз?

Розв'язання. Подія A_i – i -й стрілець влучив у мішень. Тоді $P(A_1) = 0,6$ та $P(A_2) = 0,7$. Подія B – мішень уражена тільки один раз. Тоді $B = A_1 \cdot \bar{A}_2 + \bar{A}_1 \cdot A_2$. Оскільки результати кожного із стрілків не залежать від результатів іншого, то за формулами (1.6), (1.8):

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1 \cdot \bar{A}_2) + P(\bar{A}_1 \cdot A_2) = P(A_1) \cdot P(\bar{A}_2) + P(\bar{A}_1) \cdot P(A_2) = \\ &= 0,6 \cdot (1 - 0,7) + (1 - 0,6) \cdot 0,7 = 0,18 + 0,28 = 0,46. \end{aligned}$$

Відповідь: 0,46 або 46%.

Студент знає відповіді на 5 білетів із 20. Він витягає білет i , якщо не знає відповіді на нього, то може ще один раз повторити спробу, відклавши витягнутий білет. Яка ймовірність того, що він складе іспит?

Розв'язання. Позначимо через A_1 (A_2) подію, що студент знає відповідь на 1-й (2-й) білет, а через B подію, що студент склав іспит. Тоді $B = A_1 + \bar{A}_1 \cdot A_2$. Опишемо цю формулу словами: студент складе іспит (подія B), якщо він знає відповідь на перший білет (подія A_1) або (знак $+$) не знає відповідь на перший білет і при цьому знає відповідь на другий (подія $\bar{A}_1 \cdot A_2$).

Оскільки події A_1 та $\bar{A}_1 \cdot A_2$ несумісні (студент не може одночасно знати і не знати відповідь на перший білет), то

$$P(B) = P(A_1 + \bar{A}_1 \cdot A_2) = P(A_1) + P(\bar{A}_1 \cdot A_2).$$

Застосовуючи формулу добутку подій, маємо

$$P(B) = P(A_1) + P(\bar{A}_1) \cdot P(A_2 / \bar{A}_1).$$

Обчислимо доданки, які входять в цю суму. Спочатку було $n = 20$ білетів, при цьому студент знає $m = 5$. Ймовірність того, що він знає білет, який витягнув, дорівнює $P(A_1) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$. За формулою

$$\text{ймовірності протилежної події } P(\bar{A}_1) = 1 - P(A_1) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

Опишемо подію $A_2 / \bar{A}_1$. Оскільки подія $\bar{A}_1$ відбулася, то студент витягнув перший білет, на який він не знає відповіді. Залишилося $n = 19$ білетів, з яких він, як і раніше, знає відповідь на $m = 5$. Тоді $P(A_2 / \bar{A}_1) = \frac{5}{19}$. Отже,

$$P(B) = P(A_1) + P(\bar{A}_1) \cdot P(A_2 / \bar{A}_1) = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{19} = \frac{19 + 15}{76} = \frac{34}{76} = \frac{17}{38} \approx 0,45.$$

Відповідь: 0,45 або 45%.

6. Формула повної ймовірності. У групі спортсменів 20 футболістів, 15 бігунів, 25 баскетболістів. Ймовірність виконати норму майстра спорту на найближчих змаганнях для футболіста становить 80%, для бігуна 76%, для баскетболіста 75%. Знайти ймовірність того, що навмання вибраний спортсмен виконав норму.

Розв'язання. Гіпотези: H_1 – вибраний спортсмен є футболістом, H_2 – вибраний спортсмен є бігуном, H_3 – вибраний спортсмен є

баскетболістом. Тоді ймовірність того, що навання вибраний спортсмен є футболістом дорівнює $P(H_1) = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$, бігуном – $P(H_2) = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$, баскетболістом – $P(H_3) = \frac{25}{60} = \frac{5}{12}$. В якості перевірки враховуємо, що сума ймовірностей гіпотез дорівнює одиниці, тобто $\sum_i P(H_i) = 1$.

Подія A – навання вибраний спортсмен виконав норму.

Умовні ймовірності: $P(A/H_1) = 0,8$, $P(A/H_2) = 0,76$, $P(A/H_3) = 0,75$.

За формулою повної ймовірності (1.11):

$$P(A) = \sum_{i=1}^3 P(H_i) \cdot P(A/H_i) = \frac{1}{3} \cdot 0,8 + \frac{1}{4} \cdot 0,76 + \frac{5}{12} \cdot 0,75 = 0,769.$$

Відповідь: 0,769 або 76,9%.

Формула Байєса. У канцелярії працюють 4 секретарки, які відправляють 40%, 10%, 30% і 20% вихідних документів. Ймовірності неправильної адресації документів секретарками дорівнюють 0,01, 0,04, 0,06, 0,01 відповідно. Знайти ймовірність того, що неправильно адресований документ відправлений третьою секретаркою.

Розв'язання. Гіпотези: H_i – документ відправила i -а секретарка, $i=1,2,3,4$. Тоді ймовірності гіпотез $P(H_1) = 0,4$, $P(H_2) = 0,1$, $P(H_3) = 0,3$, $P(H_4) = 0,2$.

Подія A – документ адресований неправильно.

Умовні ймовірності: $P(A/H_1) = 0,01$, $P(A/H_2) = 0,04$, $P(A/H_3) = 0,06$, $P(A/H_4) = 0,01$.

Ймовірність $P(H_3/A)$ – це ймовірність того, що неправильно адресований документ відправлений третьою секретаркою.

За формулою Байєса (1.12):

$$P(H_3/A) = \frac{P(H_3) \cdot P(A/H_3)}{P(A)} = \frac{0,3 \cdot 0,06}{0,4 \cdot 0,01 + 0,1 \cdot 0,04 + 0,3 \cdot 0,06 + 0,2 \cdot 0,01} =$$

$$= \frac{0,018}{0,028} = \frac{9}{14} \approx 0,64.$$

Відповідь: 0,64 або 64%.

7. Формула Бернуллі. Спостереженнями встановлено, що в Запоріжжі у жовтні буває в середньому 7 днів, коли іде дощ. Знайти ймовірність того, що у жовтні із випадково вибраних 8-ми днів дощитиме: 1) три дні; 2) не менше двох днів; 3) хоча б один день.

Розв'язання. Відомо, що в жовтні 31 день. Ймовірність того, що в деякий день жовтня дощитиме, дорівнює $p = \frac{7}{31}$. Тоді ймовірність протилежної події (не буде дощу) $q = 1 - p = 1 - \frac{7}{31} = \frac{24}{31}$.

За формулою Бернуллі (1.13):

1) ймовірність того, що дощитиме 3 дні з 8;

$$P_8(3) = C_8^3 \cdot \left(\frac{7}{31}\right)^3 \cdot \left(\frac{24}{31}\right)^5 = \frac{8!}{3!5!} \cdot \left(\frac{7}{31}\right)^3 \cdot \left(\frac{24}{31}\right)^5 =$$

$$\approx 56 \cdot 0,01151 \cdot 0,27812 = 0,17927;$$

2) ймовірність того, що дощитиме не менше двох днів з 8;

$$P_8(k \geq 2) = P_8(2) + P_8(3) + P_8(4) + P_8(5) + P_8(6) + P_8(7) + P_8(8)$$

Щоб не обчислювати таку кількість доданків, розглядатимемо подію «дощитиме не менше двох днів з 8» як подію, яка є протилежною до події «дощитиме менше 2 днів з 8», тобто

$$P_8(k \geq 2) = 1 - P_8(0) - P_8(1) = 1 - C_8^0 \cdot \left(\frac{7}{31}\right)^0 \cdot \left(\frac{24}{31}\right)^8 - C_8^1 \cdot \left(\frac{7}{31}\right)^1 \cdot \left(\frac{24}{31}\right)^7 =$$

$$= 1 - \frac{8!}{0!8!} \cdot \left(\frac{24}{31}\right)^8 - \frac{8!}{1!7!} \cdot \left(\frac{7}{31}\right)^1 \cdot \left(\frac{24}{31}\right)^7 \approx 1 - 0,12906 - 0,30114 = 0,5698;$$

3) ймовірність того, що дощитиме хоча б один день з 8, тобто або один, або два, або три і т.д.;

$$\text{через протилежну подію } P_n(k \geq 1) = 1 - C_n^0 \cdot p^0 \cdot q^n,$$

$$P_8(k \geq 1) = 1 - \left(\frac{24}{31}\right)^8 \approx 1 - 0,12906 = 0,87094.$$

Відповідь: 1) $\approx 17,9\%$; 2) $\approx 57,\%$; 3) $\approx 87,1\%$.

8. Локальна та інтегральна теореми Лапласа. 120 верстатів працюють незалежно один від одного. Ймовірність безперебійної роботи кожного з них дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що впродовж зміни без збоїв працюватиме: 1) 100 верстатів; 2) від 95 до 115 верстатів.

Розв'язання.

$$1) n = 120, m = 100, p = 0,8, q = 1 - p = 0,2.$$

За локальною теоремою Лапласа, яка виражається локальною формулою Лапласа (1.14):

$$x = \frac{100 - 120 \cdot 0,8}{\sqrt{120 \cdot 0,8 \cdot 0,2}} = \frac{4}{\sqrt{19,2}} \approx 0,91;$$

значення функції $\Phi(x)$ знаходимо за Таблицею А1 (Додаток А);

$$P_{120}(100) \approx \frac{1}{\sqrt{120 \cdot 0,8 \cdot 0,2}} \cdot \Phi(0,91) = \frac{1}{\sqrt{19,2}} \cdot 0,2637 = 0,6018;$$

$$2) n = 120, m_1 = 95, m_2 = 115, p = 0,8, q = 1 - p = 0,2.$$

За інтегральною теоремою Лапласа, яка виражається інтегральною формулою Лапласа (1.16):

$$x_1 = \frac{95 - 120 \cdot 0,8}{\sqrt{120 \cdot 0,8 \cdot 0,2}} \approx -0,23; \quad x_2 = \frac{115 - 120 \cdot 0,8}{\sqrt{120 \cdot 0,8 \cdot 0,2}} \approx 4,34;$$

значення функції $\Phi(x)$ знаходимо за Таблицею А2 (Додаток А);

$$P_{120}(95 \leq m \leq 115) = \Phi(4,34) - \Phi(-0,23) = 0,4999 - (-0,0910) = 0,5909.$$

Відповідь: 1) $\approx 60,2\%$; 2) $\approx 59,1\%$.

9. Формула Пуассона. Підручник видано тиражем 10000 екземплярів. Ймовірність того, що екземпляр підручника зброшуровано неправильно, дорівнює 0,0001. Знайти ймовірність того, що тираж містить: 1) рівно п'ять бракованих книг (подія А); 2) не менше трьох бракованих книг (подія В); 3) хоча б одну браковану книгу (подія С).

Розв'язання.

$$n = 10000,$$

$$p = 0,0001.$$

Тоді

$$\lambda = n \cdot p = 10000 \cdot 0,0001 = 1.$$

За формулою Пуассона (1.15):

$$1) P(A) = P_{10000}(5) = \frac{1^5 \cdot e^{-1}}{5!} = \frac{1}{e \cdot 120} \approx 0,00307;$$

$$2) P(B) = P_{10000}(k \geq 3) = 1 - (P_{10000}(0) + P_{10000}(1) + P_{10000}(2)) = \\ = 1 - \left(\frac{1^0 \cdot e^{-1}}{0!} + \frac{1^1 \cdot e^{-1}}{1!} + \frac{1^2 \cdot e^{-1}}{2!} \right) = 1 - e^{-1} \cdot (1 + 1 + 0,5) \approx 0,0803;$$

$$3) P(C) = P_{10000}(k \geq 1) = 1 - P_{10000}(0) = 1 - \frac{1^0 \cdot e^{-1}}{0!} = 1 - e^{-1} \approx 0,6321.$$

Відповідь: 1) $\approx 0,31\%$; 2) $\approx 8\%$; 3) $\approx 63,2\%$.

4. Індивідуальні завдання

Варіант № 1

1. Команда космічної орбітальної станції складається із командира корабля, двох бортінженерів, одного спеціаліста з питань зв'язку та трьох біологів. У розпорядженні командування знаходиться 5 претендентів на посаду командира корабля, 18 інженерів, 12 спеціалістів з питань зв'язку та 8 біологів. Скільки різних команд космічної станції можна зібрати вказаним чином ?

2. Навмання взятий телефонний номер складається із 7 цифр. Знайти ймовірність того, що всі цифри номеру різні.

3. У коробці 15 новорічних прикрас, з них 5 мають форму зірочок. Знайти ймовірність того, що із 8 взятих навмання прикрас 3 будуть у вигляді зірочок.

4. Точка кинута в круг радіуса 5 см. Знайти ймовірність того, що вона потрапить всередину квадрату, вписаного в цей круг.

5. Стрілець веде вогонь по цілі, що віддаляється. Ймовірність влучити при першому пострілі 0,85 та зменшується на 0,1 при кожному наступному пострілі. Стрілець зробив три постріли. Знайти ймовірність того, що ціль: 1) уражена двома кулями; 2) не уражена жодною кулею; 3) уражена хоча б однією кулею.

6. Група із 15 студентів виконує контрольну роботу. Троє з них підготовленні відмінно, п'ятеро добре, ще п'ятеро посередньо та двоє погано. Ймовірність виконати роботу без помилок для студента, який підготовлений відмінно, складає 85%, для добре підготовленого студента – 70%, для підготовленого посередньо – 50% та для погано підготовленого – 20%. Викладач навмання вибирає роботу для перевірки. Знайти ймовірність того, що: 1) робота виконана без

помилки; 2) робота виконана студентом, який був добре підготовлений, за умови, що вона не містить помилок.

7. Ймовірність появи події A в кожному з 10 однакових дослідів дорівнює 35%. Знайти ймовірність того, що подія A відбудеться не менше 3 разів.

8. Ймовірність того, що людина, яка подає заяву про вступ до приймальної комісії університету, є громадянином іншої держави, дорівнює 20%. Знайти ймовірність того, що із 400 заяв отримано: 1) 85 заяв від іноземців; 2) від 75 до 90 заяв від іноземців.

9. На виробництві працює 500 співробітників. Знайти ймовірність того, що рівно 5 робітників народилися 1 березня. Ймовірність народження в певний день року вважати рівною ймовірною з будь-яким іншим днем. Всі роки вважати не високосними.

Варіант № 2

1. У танцювальній студії займаються 24 дівчинки та 16 хлопчиків. На конкурс необхідно відправити команду із п'яти пар учасників, якщо будь-яка дівчинка може стати в пару до кожного хлопчика. Скільки варіантів команди можна скласти ?

2. У коробці 7 білих та 5 чорних куль. Яка ймовірність того, що куля, навмання витягнута з цієї коробки, виявиться білою ?

3. У піраміді 14 гвинтівок, з яких – 11 з прицілом. Знайти ймовірність того, що серед взятих навмання 10 гвинтівок 8 будуть з прицілом.

4. Точку кинуто в круг радіуса 3 см. Знайти ймовірність того, що вона потрапить всередину правильного трикутника, вписаного в цей круг.

5. Для сигналізації про аварію встановлено три незалежно працюючих сигналізатори. Ймовірність того, що при аварії спрацює перший сигналізатор дорівнює 90%, другий – 80%, третій – 95%. Знайти ймовірність того, що при аварії: 1) спрацюють два сигналізатори; 2) жоден із сигналізаторів не спрацює; 3) спрацює хоча б один сигналізатор.

6. У команді чотири відмінних, десять добрих та шість посередніх стрільців. Ймовірність влучити в ціль при одному пострілі для відмінного стрільця складає 90%, для доброго – 75%, для посереднього – 50%. Знайти ймовірність того, що: 1) навмання

вибраний стрілець влучить в ціль; 2) в результаті пострілу ціль уражено. Яка ймовірність того, що стріляв добрий стрілець?

7. Ймовірність народження хлопчика 0,512. Знайти ймовірність того, що в родині із п'яти дітей не менше 3 дівчат.

8. Ймовірність того, що студент відвідає лекцію з філософії для кожного студента дорівнює 80%. В потоці 120 студентів. Знайти ймовірність того, що на певній лекції з філософії присутні: 1) 95 студентів; 2) від 86 до 106 студентів.

9. Ймовірність помилки в книзі 0,002. Знайти ймовірність того, що при перевірці 500 книжок виявиться 3 книги з помилками.

Варіант № 3

1. До складу футбольної команди входить чотири нападаючих, по три півзахисника та захисника, один голкіпер. У розпорядженні тренера 10 нападаючих, 7 захисників, 8 півзахисників та 4 голкіпера. Знайти кількість можливих складів футбольної команди, якщо порядок вибору гравців не є важливим.

2. Навмання вибрано двозначне число. Яка ймовірність того, що це число виявиться кратним п'яти ?

3. Ящик містить 62 придатні і 8 дефектних деталей. Складальник послідовно без перевірки дістає із ящика десять деталей. Яка ймовірність того, що серед взятих деталей дві будуть дефектні ?

4. У квадрат з вершинами в точках $(0;0)$, $(0;1)$, $(1;0)$, $(1;1)$ навмання кинута точка. Знайти ймовірність того, що координати цієї точки задовольняють нерівності $y \leq 2x$.

5. Чотири спортсмени ведуть вогонь по цілі. Ймовірність влучення в ціль для кожного спортсмена відповідно дорівнює 0,8, 0,85, 0,75, 0,9. Спортсмени роблять по одному пострілу. Знайти ймовірність того, що: 1) ціль уражена двома кулями; 2) жодного влучання; 3) ціль уражена хоча б однією кулею.

6. У супермаркет надходять овочі від чотирьох фермерських господарств. З господарства «Зоря» надходить 30% продукції, з «Веселки» – 25%, з «Сонечка» – 30%, з «Гаю» – 15%. Ймовірність того, що овочі надходить неушкодженим для «Зорі» складає 96%, для «Веселки» – 90%, для «Сонечка» – 94%, для «Гаю» – 98%. У супермаркеті було придбано овоч. Знайти ймовірність того, що: 1) цей овоч виявиться неушкодженим; 2) придбаний овоч виявився

пошкодженим. Яка ймовірність того, що він надійшов з господарства «Сонечко» ?

7. Монета підкидається 8 разів. Знайти ймовірність того, що герб випав не менше 3 разів.

8. Ймовірність того, що покупець знадобиться пальто п'ятдесятого розміру, дорівнює 20%. Знайти ймовірність того, що серед 100 покупців пальто п'ятдесятого розміру буде потрібно: 1) 25 особам; 2) від 10 до 30 особам.

9. Ймовірність появи події A в кожному з 900 незалежних дослідів дорівнює 1%. Знайти ймовірність того, що подія A з'явиться 6 разів.

Варіант № 4

1. Групу з 17 студентів потрібно розділити на три бригади, причому в першу бригаду повинні входити 5 осіб, до другої 7 осіб, решта – до третьої. Скількома способами можна виконати вказаний розподіл ?

2. Навмання взято чотиризначне число. Знайти ймовірність того, що всі цифри числа різні.

3. У коробці 20 олівців, з яких – 6 червоних. Навмання з коробки виймають 9 олівців. Яка ймовірність того, що серед відібраних олівців буде 4 червоних олівця ?

4. У правильний трикутник зі стороною a навмання кинута точка. Знайти ймовірність того, що вона потрапить всередину вписаного в цей трикутник кола.

5. У трьох коробках по 25 різнокольорових куль. В першій – 20 білих, в другій – 18 білих, в третій – 10 білих. З кожної коробки виймається по одній кулі. Знайти ймовірність того, що: 1) дві кулі білі; 2) жодної білої кулі; 3) хоча б одна біла куля.

6. На фабриці машина A виготовляє 40% всієї продукції, машина B – 30%, машина C – 30%. У середньому 9 з 1000 одиниць продукції, зроблених машиною A , виявляється браком, для машини B – брак 2 одиниці з 500, для машини C – брак 3 одиниці з 600. Знайти ймовірність того, що: 1) одиниця продукції, вибрана навмання, є якісною; 2) одиниця продукції, вибрана навмання, є бракованою. Яка ймовірність того, що вона виготовлена машиною C ?

7. Ймовірність народження дівчинки складає 0,488. Знайти ймовірність того, що в родині із шести дітей не менше 3 хлопчиків.

8. Зерно сходить з ймовірністю 0,85. Знайти ймовірність того, що з 500 висіяних зерен зійде: 1) 425 зерен; 2) від 425 до 450 зерен.

9. На факультеті навчається 500 студентів. Ймовірність того, що студент є сиротою, дорівнює 0,002. Знайти ймовірність того, що на факультеті навчається троє сиріт.

Варіант № 5

1. У профкомі працює 18 студентів. Скількома способами між членами профкому можна розподілити три різні грошові премії ?

2. Із цифр 1,2,3,4,5 вибирається одна, а із тих, що залишилися, друга. Знайти ймовірність того, що другий раз буде вибрана парна цифра.

3. У бібліотеці на полиці 12 книжок, з них – 9 одного автора. Знайти ймовірність того, що серед взятих навмання 8 книжок – 6 одного автора.

4. У квадрат з вершинами в точках $(0;0)$, $(0;1)$, $(1;0)$, $(1;1)$ навмання кинута точка. Знайти ймовірність того, що координати цієї точки задовольняють нерівності $y \leq x$.

5. У трьох карманах містяться 10-ти і 50-ти копійчні монети по 12 штук у кожному. В першому – дев'ять 10-ти копійчних монет, в другому – вісім, в третьому – сім. Із кожного карману навмання виймається монета та кладеться на стіл. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих монет: 1) дві 50-ти копійчні; 2) жодної 50-ти копійчної; 3) хоча б одна 50-ти копійчна.

6. Із 20 студентів, що прийшли на іспит, 6 підготовлені відмінно, 8 – добре, 4 – посередньо, 2 – погано. Загальна кількість екзаменаційних питань дорівнює 40. Студент, який підготовлений відмінно, знає відповіді на всі питання. Студент, що підготувався добре, знає відповіді на 35 питань. Студент, що підготувався посередньо, – на 25 питань, а той, що погано, – на 10 питань. Знайти ймовірність того, що: 1) навмання вибраний студент не склав іспит; 2) навмання вибраний студент склав іспит. Яка ймовірність того, що він із числа тих студентів, що підготовлені посередньо ?

7. Ймовірність влучання кулі у ціль при одному пострілі 40%. Зроблено 10 пострілів. Знайти ймовірність того, що в ціль попало не менше семи куль.

8. Ймовірність появи події A в кожному з 1500 незалежних дослідів дорівнює 40%. Знайти ймовірність того, що подія A з'явиться: 1) 570 разів; 2) від 570 до 660 разів.

9. Апаратура складається з 1000 мікроелементів. Ймовірність відмови кожного елемента протягом доби дорівнює 0,001 і не залежить від стану інших елементів. Знайти ймовірність відмови 2 елементів протягом доби.

Варіант № 6

1. У забігу брали участь 15 спортсменів. Скількома способами можна прогнозувати розподіл перших трьох місць, якщо відомо, що ці спортсмени завжди показують різні результати ?

2. Студент підготував 25 питань із 30, що входять до екзаменаційних білетів. Яка ймовірність того, що студент відповість на три послідовно заданих питання викладача ?

3. 27 деталей пофарбовано в три різні кольори (кожного кольору порівну). Знайти ймовірність того, що серед десяти навмання взятих деталей вісім будуть одного кольору.

4. У квадрат зі стороною 2 см навмання кинута точка. Знайти ймовірність того, що вона потрапить у вписане в цей квадрат коло.

5. Двоє стрільців зробили по одному пострілу по мішені. Відомо, що ймовірність влучення у мішень для одного із стрільців дорівнює 0,84, а для іншого – 0,75. Знайдіть ймовірність того, що: 1) обидва стрільці влучать у мішень; 2) жоден із стрільців не влучить у мішень; 3) хоча б один із стрільців влучить у мішень.

6. З першого верстата на зборку надходить 40% деталей, з другого – 30%, з третього – 20%, з четвертого – 10%. Серед деталей, виготовлених першим верстатом, 2% бракованих, другим – 1%, третім – 0,5%, четвертим – 0,2%. Знайти ймовірність того, що на зборку надійшла якісна деталь. На якому верстаті, в такому випадку, вона була зроблена ?

7. Ймовірність того, що покупець вибере мобільний телефон марки SAMSUNG дорівнює 20%. Знайти ймовірність того, що з 12 перших покупців мобільний телефон марки SAMSUNG придбають не менше 3 покупців.

8. Ймовірність виходу з ладу за час t одного конденсатора дорівнює 0,2. Знайти ймовірність того, що за час t із 100 незалежно працюючих

конденсаторів вийдуть з ладу: 1) 23 конденсатори; 2) від 14 до 28 конденсаторів.

9. У середньому дальтоніки становлять 1%. Яка ймовірність того, що серед 200 студентів знайдеться 4 дальтоніки.

Варіант № 7

1. У групі 12 дівчат та 18 хлопців. На цю групу виділено 5 запрошень на святковий захід. Скількома способами можна розподілити ці квитки, якщо 2 з них повинні одержати хлопці, а три – дівчата ?

2. На пошті є 15 замовлень, що треба відправити у межах країни, та 3 замовлення, що треба відправити на експорт (за кордон). Яка ймовірність того, що навімання взяте замовлення є замовленням на експорт ?

3. У коробці 10 куль, я яких – 7 білих. Яка ймовірність того, що серед шести взятих навімання куль чотири кулі будуть білими ?

4. Кола ω_1 та ω_2 є відповідно описаним та вписаним колами для правильного трикутника зі стороною 10 см. В колі ω_1 навімання вибирається точка. Знайти ймовірність того, що вона буде лежати в колі ω_2 .

5. Із трьох гармат зробили залп по цілі. Ймовірність влучення снаряду у ціль при одному пострілі для першої гармати становить 80%, для другої – 90%, для третьої – 85%. Знайти ймовірність того, що: 1) два снаряди влучать у ціль; 2) жодного ураження цілі; 3) хоча б один снаряд влучить у ціль.

6. На трьох дочок Ганну, Катерину, Оксану покладено обов'язок мити посуд. Старшій Ганні доводиться виконувати половину всієї роботи, а молодші ділять її порівну. Миючи посуд, Ганна може розбити тарілку з ймовірністю 2%, Катерина – 4%, Оксана – 5%. Знайти ймовірність того, що: 1) тарілка ціла; 2) батьки, не знаючи, хто мие посуд, почули брязкіт розбитої тарілки. Яка ймовірність, що ця прикрість сталася із Ганною ?

7. Ймовірність того, що відеокамера працює під час трансляції матчу, дорівнює 85%. На стадіоні встановлено 8 відеокамер. Знайти ймовірність того, що під час трансляції працює не менше 4 камер.

8. У середньому лівші (ті, у кого ліва рука є основною робочою) становлять 10%. Яка ймовірність того, що серед 200 студентів знайдуться: 1) 32 лівші; 2) від 25 до 36 лівші ?

9. Магазин одержав 1000 пляшок мінеральної води. Ймовірність того, що під час перевезення пляшка виявиться розбитою, дорівнює 0,003. Знайти ймовірність того, що магазин одержить розбитих 5 пляшок.

Варіант № 8

1. Студенти деякої групи повинні скласти вісім заліків протягом 14 днів та п'ять іспитів протягом наступних 12 днів. Скількома способами можна скласти розклад, якщо в один день можна складати лише один залік або один іспит ?

2. 33 літери української абетки написано на окремих картках. Навмання послідовно виймають шість карток і кладуть на стіл «в одну лінію». Знайти ймовірність того, що отримаємо слово СТУДІЯ.

3. Із коробки з 32 кулями, які пофарбовано порівну в 4 різні кольори, навмання беруть 10 куль. Знайти ймовірність того, що серед взятих куль шість будуть одного кольору.

4. У правильному трикутнику зі стороною 5 м навмання ставлять точку. Яка ймовірність того, що ця точка лежить зовні кола, вписаного в цей трикутник ?

5. Чотири студенти складають іспит з дисципліни «вища математика». Ймовірність скласти іспит для кожного зі студентів відповідно дорівнює 50%, 65%, 80%, 85%. Знайти ймовірність того, що з дисципліни «вища математика»: 1) тільки двоє студентів складуть іспит; 2) жоден із студентів не складе іспит; 3) хоча б один студент складе іспит.

6. 60% студентів університету – це мешканці Запоріжжя, 25% – це мешканці Запорізької області, 15% – це мешканці з інших регіонів України. За держзамовленням в університеті навчаються 73% студентів-мешканців Запоріжжя, 87% студентів-мешканців Запорізької області, 53% студентів-мешканців з інших регіонів. Знайти ймовірність того, що: 1) навмання вибраний студент навчається в університеті за контрактом; 2) навмання вибраний студент навчається в університеті за держзамовленням. Яка ймовірність того, що він не є мешканцем Запорізького регіону ?

7. ВТК перевіряє вироби на стандартність. Ймовірність того, що навмання взятий виріб є стандартним, дорівнює 90%. Знайти ймовірність того, що з відібраних для перевірки шести виробів буде не менше двох стандартних.

8. Зерно сходить з ймовірністю 0,8. Знайти ймовірність того, що з 500 висіяних зерен зійде: 1) 400 зерен; 2) від 385 до 415 зерен.

9. На підприємстві працює 730 співробітників. Знайти ймовірність того, що 5 співробітників народилися 1 травня. Ймовірність народження в певний день року вважати рівноймовірною з будь-яким іншим днем. Всі роки вважати не високосними.

Варіант № 9

1. Замок сейфа відкривається, якщо правильно набрано шифр, який складається із 6 цифр. Дехто намагається відкрити сейф, не знаючи правильної комбінації. Якою буде загальна кількість можливих комбінацій ?

2. Із п'яти комплектів ігрових карт, які містять по чотири карти різних мастей, навмання обирається по одній карті. Знайти ймовірність того, що будуть вибрані карти однієї масті ?

3. У піраміді 24 гвинтівки, з яких – 14 з прицілом. Знайти ймовірність того, що серед взятих навмання 12 гвинтівок 8 будуть з прицілом.

4. На відрізку $[0;1]$ навмання вибирають два числа. Знайти ймовірність того, що їх сума більше 0,9.

5. Студент шукає формулу в трьох довідниках. Ймовірність її знаходження в першому довіднику – 60%, в другому – 80%, в третьому – 75%. Знайти ймовірність того, що: 1) студент знайде формулу в двох довідниках; 2) студент не знайде формулу в жодному з довідників; 3) студент знайде формулу хоча б в одному довіднику.

6. Студент знає білет з ймовірністю 90%, студент не знає білет з ймовірністю 5%. В групі 30 студентів, з яких 20 студентів знають всі 30 білетів, 5 студентів – 15 білетів, 3 студентів – 10 білетів, 2 студентів – не готувались до іспиту. Викладач навмання викликає студента. Знайти ймовірність того, що: 1) студент склав іспит; 2) студент не склав іспит. Яка ймовірність того, що він з тієї групи студентів, що знають 15 білетів ?

7. Ймовірність виграшу по одному білету лотереї становить 10%. Яка ймовірність того, що купивши шість білетів, можна виграти не менше ніж по двом білетам ?

8. Ймовірність того, що студент відвідає лекцію з історії України дорівнює 75%. В потоці 200 чоловік. Знайти ймовірність того, що на лекції з історії України присутні: 1) 175 студентів; 2) від 135 до 160 студентів.

9. Радіоапаратура складається з 500 мікроелементів. Ймовірність відмови кожного елемента протягом доби дорівнює 0,001 і не залежить від стану інших елементів. Знайти ймовірність відмови 3 елементів.

Варіант № 10

1. Скільки різних п'ятизначних чисел можна скласти з цифр 5,7,8,9,0, якщо кожна цифра використовується в записі числа лише один раз?

2. Відомі чотири символи, які використовуються як кодові знаки при записі паролю. Знайти ймовірність розшифровки паролю, якщо його записано з п'яти знаків.

3. Із гральної колоди у 36 карт береться навмання 20 карт. Знайти ймовірність того, що серед них виявиться 8 «картинок» (до картинок відносяться карти валет, дама, король, туз).

4. Всередині правильного трикутника зі стороною 16 см навмання вибирають точку. Яка ймовірність того, що вона лежить зовні кола, вписаного в цей трикутник ?

5. Ймовірність звільнення трьох працівників протягом року дорівнює відповідно 15%, 12%, 7%. Знайти ймовірність того, що протягом року серед трьох працівників: 1) звільнять двох працівників; 2) жодного працівника не звільнять; 3) звільнять хоча б одного працівника.

6. У магазині побутової техніки є в наявності 50 холодильників марки Samsung, 100 – марки Indesit, 70 – марки Ardo, 30 – марки Gorenje. Ймовірність того, що під час гарантійного терміну холодильник вийде з ладу, відповідно дорівнює 2% для Samsung, 2,5% – для Indesit, 1,5% – для Ardo, 0,5% – для Gorenje. Покупець, який придбав в цьому магазині холодильник навмання, протягом гарантійного терміну звернувся в сервісний центр з приводу його

ремонту. До якої марки найімовірніше належить придбаний холодильник ?

7. В автопарку є 12 машин. Ймовірність виходу на лінію кожної з них дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що певного дня працюватиме на лінії не менше 9 машин.

8. Сто верстатів працюють незалежно один від одного. При цьому ймовірність безперебійної роботи кожного з них дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що впродовж зміни безперебійно працюватимуть: 1) 85 верстатів; 2) від 75 до 85 верстатів.

9. Магазин отримав 1000 косметичних наборів. Ймовірність того, що деякий набір виявиться неповної комплектації, дорівнює 0,004. Знайти ймовірність того, що неповна комплектація буде в 5 наборах.

Варіант № 11

1. До складу олімпійської збірної з легкої атлетики повинні входити 2 спринтери, 3 бігуни на середні дистанції, 5 марафонців. В національній збірній є 16 спринтерів, 12 бігунів на середні дистанції, 22 марафонця. Скількома способами можна зібрати олімпійську збірну ?

2. На п'яти картках написано цифри 1,2,3,4,5. Послідовно беруть навмання три картки та викладають на стіл одну за однієї. Знайти ймовірність того, що отримаємо число 245.

3. У партії із 15 деталей є 8 стандартних деталей. Знайти ймовірність того, що серед навмання взятих 7 деталей 5 будуть стандартними.

4. В рівнобічній трапеції, у якої основи відносяться як 2:1, навмання вибрали точку. Знайти ймовірність того, що ця точка лежить вище середньої лінії трапеції.

5. Є три пакунки з цукерками по 50 штук у кожному. В 1-му – 30, в 2-му – 25, в 3-му – 40 шоколадних цукерок. З кожного пакунку навмання виймається цукерка і кладеться на стіл. Знайти ймовірність того, що: 1) дві цукерки будуть шоколадними; 2) не буде жодної шоколадної цукерки, 3) хоча б одна цукерка буде шоколадною.

6. Для зварювання автомобілів поступили акумулятори трьома партіями по 500, 300 та 200 штук. Ймовірність того, що акумулятор працюватиме протягом часу T , дорівнює: 0,95 – для першої партії, 0,9 – для другої, 0,92 – для третьої. Знайти ймовірність того, що випадково вибраний акумулятор: 1) працюватиме протягом часу T ; 2)

не працюватиме протягом часу T . Яка ймовірність того, що він з другої партії ?

7. Ймовірність того, що відбудеться розмова по телефону при кожному виклику дорівнює 0,7. Знайти ймовірність того, що при 8 незалежних викликах відбудеться не менше 5 розмов по телефону.

8. Гайки для збирального цеху виготовляє станок-автомат. За допомогою експерименту було встановлено, що 10% продукції виявляється непридатною для вживання. Знайти ймовірність того, що придатними будуть: 1) 79 із 85 гайок; 2) від 85 до 99 з 155 гайок.

9. Підручник видано тиражем 5000 екземплярів. Ймовірність того, що екземпляр підручника зброшуровано неправильно, дорівнює 0,0003. Знайдіть ймовірність того, що тираж містить 5 бракованих книг.

Варіант № 12

1. Є семизначний телефонний номер. Абонент забув його, і, пам'ятаючи, що цифри в номері різні, набрав номер телефону навмання. Знайти кількість можливих варіантів набору номеру. Вважаємо, що нуль не може бути першою цифрою телефонного номеру.

2. Навмання вибрано натуральне число, яке менше 50. Яка ймовірність того, що це число виявиться дільником числа 120 ?

3. На складі у рівній кількості є гвинтівки з прицілом, гвинтівки без прицілу, автомати, карабіни. Загальна кількість одиниць зброї 40 штук. Навмання беруть 12 одиниць зброї. Знайти ймовірність того, що серед відібраної зброї вісім одиниць буде одного типу.

4. На відрітку $[0;1]$ навмання вибирають два числа. Знайти ймовірність того, що їх сума більше 0,3.

5. Екзаменаційний білет складається з трьох питань. Ймовірність того, що студент знає відповідь на перше питання, становить 90%, на друге питання – 80%, на третє питання – 75%. Знайти ймовірність того, що студент складе іспит, якщо він правильно відповість: 1) на два питання; 2) на всі питання; 3) хоч б на одне питання.

6. У випускному класі навчаються 30 учнів. Троє з них мають оцінки «відмінно», десятеро – «добре», п'ятнадцять – «задовільно», двоє – «незадовільно». Ймовірність того, що після закінчення школи учень вступить до закладу вищої освіти (ЗВО) для тих, хто навчається «відмінно», становить 90%, для тих, хто навчається «добре» – 75%,

для тих, хто навчається «задовільно» – 45%, для тих, хто навчається «незадовільно» – 10%. Знайти ймовірність того, що вибраний навмання учень цього класу: 1) вступив до ЗВО; 2) не вступив до ЗВО. Яка ймовірність того, що він був із тієї групи учнів, що навчалися «добре» ?

7. Гайки для збирального цеху виготовляє станок-автомат. За результатами експерименту встановлено, що 10% продукції є непридатною для вживання. Знайти ймовірність того, що із 12-ти відібраних гайок придатними будуть не менше двох.

8. Ймовірність народження хлопчика 0,512. Знайти ймовірність того, що серед 400 новонароджених дітей буде: 1) 200 хлопчиків; 2) від 180 до 210 хлопчиків.

9. Матриця фотоапарату містить 10^7 пікселів. Ймовірність того, що деякий піксель є пошкодженим, становить 0,00005%. Знайти ймовірність того, що у фотоапараті пошкоджено 4 пікселі.

Варіант № 13

1. Студенти деякої групи повинні скласти шість заліків протягом 10 днів та чотири іспити протягом наступних 8 днів. Скількома способами можна скласти розклад, якщо в один день можна складати лише один залік або один іспит ?

2. Навмання вибрали двозначне число. Яка ймовірність того, що це число виявиться простим числом ?

3. У бібліотеці на полиці стоять 22 книжки, з яких 15 – з теоретичної механіки. Знайти ймовірність того, що серед десяти книжок, навмання взятих з полиці, шість будуть з теоретичної механіки.

4. У квадрат з вершинами в точках $(0;0)$, $(0;1)$, $(1;0)$, $(1;1)$ навмання кинута точка. Знайти ймовірність того, що координати цієї точки задовольняють нерівності $y \geq 2x$.

5. Робітник обслуговує чотири верстати, які працюють незалежно один від одного. Ймовірності того, що під час зміни верстати потребують уваги робітника, відповідно дорівнюють 45%, 56%, 48%, 34%. Знайти ймовірність того, що: 1) під час зміни уваги робітника потребуватиме один верстат; 2) під час зміни жоден із верстатів не потребуватиме уваги робітника; 3) під час зміни уваги робітника потребуватиме хоча б один верстат.

6. У супермаркет надходять овочі від чотирьох фермерських господарств. З господарства «Зоря» надходить 30% продукції, з «Веселки» – 25%, з «Сонечка» – 30%, з «Гаю» – 15%. Ймовірність того, що овочі надходить неушкодженим для «Зорі» складає 86%, для «Веселки» – 80%, для «Сонечка» – 94%, для «Гаю» – 88%. У супермаркеті було придбано овоч. Знайти ймовірність того, що: 1) цей овоч виявиться неушкодженим; 2) придбаний овоч виявився пошкодженим. Яка ймовірність того, що він надійшов з господарства «Веселка» ?

7. Ймовірність появи події A в кожному з 10 однакових дослідів дорівнює 55%. Знайти ймовірність того, що подія A відбудеться не менше 4 разів.

8. Ймовірність того, що грошовий приймач автомату при опусканні однієї монети спрацює правильно, дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що при опусканні 400 монет правильно прийнято: 1) 375 монет; 2) від 350 до 380 монет.

9. Ймовірність появи події A в кожному з 1500 незалежних випробувань дорівнює 0,001. Знайдіть ймовірність того, що подія A з'явиться 4 рази.

Варіант № 14

1. До складу команди рейсового лайнеру входять капітан, перший та другий помічники (вони повинні бути офіцерами), боцман, кок та 18 матросів. Морська агенція має у своєму розпорядженні 12 офіцерів, 15 боцманів, 14 коків, 56 матросів. Скількома способами можна зібрати команду лайнера ?

2. Літери англійської абетки (їх 28) написані на різних картках. Навмання одна за одною вибираються п'ять карток та розкладаються на столі також одна за одною. Знайти ймовірність появи слова MAPLE.

3. У коробці є 24 цукерки, з яких – вісім з лікером. Знайти ймовірність того, що із десяти цукерок, взятих навмання, п'ять будуть з лікером.

4. У прямокутник зі сторонами 8 см та 10 см вписано трикутник. При цьому вершини трикутника є серединами двох більших сторін чотирикутника і однієї меншої. У прямокутник навмання кинута точка. Яка ймовірність того, що вона не потрапить у вказаний трикутник ?

5. У трьох коробках є по 50 різнокольорових куль. В першій коробці є 23 синіх кулі, в другій – 28 синіх куль, в третій – 40 синіх куль. З кожної коробки виймають по одній кулі. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих куль: 1) дві сині кулі; 2) жодної синьої кулі; 3) хоча б одна синя куля.

6. На трьох дочок Ганну, Катерину, Оксану покладено обов'язок мити посуд. Старшій Ганні доводиться виконувати половину всієї роботи, а молодші ділять її порівну. Миючи посуд, Ганна може розбити тарілку з ймовірністю 2%, Катерина – 4%, Оксана – 5%. Знайти ймовірність того, що: 1) тарілка ціла; 2) батьки, не знаючи, хто мие посуд, почули брязкіт розбитої тарілки. Яка ймовірність, що ця прикрість сталася із Катериною ?

7. Монета підкидається 10 разів. Знайти ймовірність того, що герб випав не менше 4 разів.

8. Ймовірність того, що покупець вибере мобільний телефон марки Samsung, дорівнює 20%. Знайти ймовірність того, що серед 400 покупців мобільний телефон марки Samsung виберуть: 1) 85 покупців; 2) від 75 до 100 покупців.

9. Ймовірність появи події A в кожному із 1000 незалежних дослідів дорівнює 1%. Знайти ймовірність того, що подія A з'явиться 5 разів.

Варіант № 15

1. До складу хокейної команди повинні входити 3 нападаючі, 2 захисники, 1 воротар. Тренуються є 12 нападаючих, 8 захисників, 3 воротарі. Скількома способами тренер може скласти команди для проведення чергового матчу?

2. Із колоди у 36 карт навмання витягнуто карту. Яка ймовірність того, що це «дев'ятка»?

3. Серед 20 телевізорів є 5 несправних. Навмання вибирають 8 телевізорів. Знайти ймовірність того, що серед них є 2 несправних телевізора.

4. У рівнобічній трапеції, у якої основи відносяться як 2:1, навмання вибрали точку. Знайти ймовірність того, що точка лежить нижче середньої лінії трапеції.

5. Чотири студенти складають залік з дисципліни «теоретична механіка». Ймовірність складання заліку для кожного із студентів відповідно дорівнює 40%, 45%, 50%, 65%. Знайти ймовірність того,

що залік з дисципліни «теоретична механіка»: 1) отримали 2 студенти; 2) жоден студент не отримав; 3) отримав хоча б один студент.

6. У магазин привозять продукцію з трьох складів. З першого привозять 20% товару, з другого – 30%, з третього – 50%. Відомо, що 10% товару з першого складу вищого сорту, з другого – 5% вищого сорту, з третього – 20% вищого сорту. Знайти ймовірність того, що товар, вибраний в магазині навмання: 1) вищого сорту;. 2) не вищого сорту. Яка ймовірність того, що його доставлено з другого складу ?

7. Серед деталей, виготовлених працівником деталей, 5% бракованих. Яка ймовірність того, що серед 10 деталей, взятих на перевірку, виявиться не менше трьох якісних.

8. Дослід полягає у підкиданні гральної кістки 600 разів. Знайти ймовірність того, що двійка випаде: 1) 120 разів; 2) від 90 до 115 разів.

9. Зі складу заводу у магазин доставлено 2000 моніторів. Ймовірність того, що монітор буде пошкоджено під час транспортування становить 0,001. Знайти ймовірність того, що у магазині виявиться чотири пошкоджених монітори.

Варіант № 16

1. Для занять фізичною культурою факультет має баскетбольну, волейбольну, футбольну секції, а також тренажерний зал. Відомо, що із 42 студентів першого курсу спеціальності «електричні апарати» до вказаних секцій треба розподілити по 12 студентів, а ті, що залишаться, будуть займатися у тренажерному залі. Скількома способами можна розподілити студентів у групи для занять фізичною культурою ?

2. У коробці 4 білих та 6 синіх куль. Із коробки виймають одну кулю і відкладають. Ця куля виявилася білою. Після цього із коробки дістають ще одну кулю. Яка ймовірність того, що ця куля також буде білою ?

3. Із гральної колоди у 36 карт беруть навмання 16 карт. Знайти ймовірність того, що серед них 9 однієї масті.

4. Кола ω_1 та ω_2 є відповідно описаними та вписаними колами для правильного трикутника із стороною 3 м. В колі ω_1 навмання вибирається точка. Знайти ймовірність того, що вона буде лежати в трикутнику, але за межами кола ω_2 .

5. Робітник обслуговує чотири верстати, які працюють незалежно один від одного. Ймовірності того, що під час зміни верстати потребують уваги робітника, відповідно дорівнюють 55%, 67%, 58%, 44%. Знайти ймовірність того, що: 1) під час зміни уваги робітника потребуватиме один верстат; 2) під час зміни жоден із верстатів не потребуватиме уваги робітника; 3) під час зміни уваги робітника потребуватиме хоча б один верстат.

6. З першого верстата на зборку надходить 40%, з другого – 30%, з третього – 20%, з четвертого – 10% деталей. Серед деталей, виготовлених на першому верстаті, 98% якісних, на другому – 99%, на третьому – 97%, на четвертому – 99,5%. Знайти ймовірність того, що: 1) на зборку надійшла якісна деталь; 2) на зборку надійшла бракована деталь. Яка ймовірність, що вона з третього верстата ?

7. Ймовірність того, що покупцеві потрібен мобільний телефон марки Nokia дорівнює 20%. Знайти ймовірність того, що із 10 перших покупців мобільний телефон марки Nokia потрібен не менше трьом покупцям.

8. Зерно сходить з ймовірністю 0,75. Знайти ймовірність того, що із 500 висіяних зерен не зійде: 1) 75 зерен; 2) від 56 до 83 зерен.

9. Серед 12000 військовослужбовців міста 6 мають прізвище Гончаренко. Знайти ймовірність того, що серед 4000 військовослужбовців деякої військової частини виявиться три військовослужбовця з таким прізвищем.

Варіант № 17

1. 20 учасників зборів акціонерів деякого підприємства претендують на пости голови, секретаря, скарбника та чотири інші рівнозначні члени правління. Скількома способами можна провести заміщення вказаних посад ?

2. Яка ймовірність того, що у навмання вибраному двозначному числі всі цифри будуть однаковими ?

3. У дитячому конструкторі 40 пластмасових пофарбованих деталей, з яких – 15 червоного кольору. Знайти ймовірність того, що із 20 навмання взятих деталей буде 8 червоних.

4. У прямокутник зі сторонами 8 см та 10 см вписано трикутник. При цьому вершини трикутника є серединами двох більших сторін чотирикутника і однієї меншої. У прямокутник навмання кинуто

точка. Яка ймовірність того, що вона потрапить у вказаний трикутник ?

5. Троє друзів домовилися зустрітися у певному місці у певний час. Ймовірність того, що 1-й із друзів прийде на зустріч дорівнює 85%, 2-й – 75%, 3-й – 95%. Знайти ймовірність того, що: 1) двоє друзів прийдуть на зустріч; 2) жоден із друзів не прийде; 3) хоча б один із друзів прийде.

6. Секретар повинен передати повідомлення. Ймовірність того, що повідомлення передано по e-mail дорівнює 25%, телефоном – 55%, по факсу – 20%. Ймовірності того, що повідомлення отримано, відповідно дорівнюють 0,8, 0,75, 0,7. Знайти ймовірність того, що: 1) повідомлення отримано; 2) повідомлення не отримано. Яка ймовірність, що воно було передано по факсу ?

7. Ймовірність того, що відеорекамера працює під час трансляції матчу, дорівнює 80%. На стадіоні встановлено 8 відеорекамер. Знайти ймовірність того, що під час трансляції працює не менше 4 камер.

8. Гайки для збирального цеху виготовляє станок-автомат. За результатами експерименту встановлено, що 10% продукції є непридатною для вживання. Знайти ймовірність того, що придатними будуть: 1) 83 із 95 гайок; 2) від 112 до 121 з 142 гайок.

9. Тираж підручника 10000 екземплярів. Ймовірність його неправильного зброшуровання дорівнює 0,0001. Знайти ймовірність того, що тираж містить 5 неправильно зброшурованих підручників.

Варіант № 18

1. До складу футбольної команди входить чотири нападаючих, по три півзахисника та захисника, один голкіпер. У розпорядженні тренера 18 нападаючих, 10 захисників, 12 півзахисників та 5 голкіперів. Знайти кількість можливих складів футбольної команди, якщо порядок вибору гравців не є важливим.

2. Навмання вибрано натуральне число, яке не перевищує 22. Яка ймовірність того, що воно є дільником числа 63 ?

3. У майстерні на ремонті знаходяться 20 ноутбуків, з яких – 8 потребують заміни акумулятора. Майстер навання бере п'ять ноутбуків. Знайти ймовірність того, що два з них потребують заміни акумулятора.

4. На відрізку $[0;1]$ навання вибирають два числа. Знайти ймовірність того, що їх сума більше 0,4.

5. Один стрілець із 150 пострілів влучає по мішені 50 разів, другий – 100, третій – 90. Стрільці роблять по одному пострілу. Знайти ймовірність того, що: 1) двоє стрільців влучають у мішень; 2) жоден із стрільців не влучить у мішень; 3) хоча б один із стрільців влучить у мішень.

6. У групі спортсменів 20 фігуристів, 15 бігунів на ковзанах, 25 сноубордистів. Ймовірність виконати норму майстра спорту на найближчих змаганнях для кожного фігуриста становить 87%, для бігуна – 82%, для сноубордиста – 75%. Знайти ймовірність того, що: 1) навання вибраний спортсмен виконає норму майстра спорту; 2) навання вибраний спортсмен не виконає норму майстра спорту. Яка ймовірність того, що це бігун ?

7. Ймовірність отримання вдалого результату при проведенні складного хімічного досліду дорівнює 65%. Проводиться 8 незалежних дослідів. Знайти ймовірність того, що вдалий результат з'явиться не менше ніж у трьох дослідах.

8. Ймовірність того, що навання взятий учень консерваторії має абсолютний слух дорівнює 80%. Знайти ймовірність того, що серед 400 учнів консерваторії: 1) 375 мають абсолютний слух; 2) від 350 до 370 учнів мають абсолютний слух.

9. Ймовірність того, що на сторінці книги може бути помилка дорівнює 0,002. Знайти ймовірність того, що у книзі із 1000 сторінок буде 4 сторінки з помилками.

Варіант № 19

1. Із цифр 2,3,4,5,6 записуються тризначні числа. Скільки таких чисел можна скласти, якщо повторення цифр не допускається ?

2. Навмання вибирається двозначне число. Знайти ймовірність того, що в записі цього числа є цифра 5.

3. Знайти ймовірність того, що на одній картці в лото «5 із 36» співпадають чотири з п'яти виграшних номерів.

4. У квадрат з вершинами в точках $(0;0)$, $(0;1)$, $(1;0)$, $(1;1)$ навання кинута точка. Знайти ймовірність того, що координати цієї точки задовольняють нерівності $y \geq x$.

5. Три студенти незалежно один від одного розв'язують задачу. Ймовірність правильно розв'язати задачу для першого студента 50%, для другого – 65%, для третього – 70%. Знайти ймовірність того, що:

1) задачу розв'яжуть двоє студентів; 2) жоден із студентів не розв'яже задачу; 3) хоча б один студент розв'яже задачу.

6. До приймальної комісії університету надійшло 350 заяв про вступ від абітурієнтів молодше 17 років, 450 заяв від абітурієнтів віком 17 років, 200 заяв від абітурієнтів старше 17 років. Відомо, що серед абітурієнтів, молодших 17 років, 65% дівчат, серед 17-ти річних 56% дівчат, серед старших за 17 років 45% дівчат. Навмання беруть заяву від абітурієнта. Знайти ймовірність того, що: 1) взята заява від юнака; 2) взята заява від дівчини. Яка ймовірність того, що їй вже виповнилось 17 років ?

7. Ймовірність того, що при одному вимірі деякої фізичної величини буде допущена помилка, що перевищує задану точність, дорівнює 0,2. Знайти ймовірність того, що при проведенні 10 вимірів помилка перевищить задану точність не менше ніж у 3 випадках.

8. При передачі повідомлення ймовірність неправильної передачі кожного знаку дорівнює 0,15. Яка ймовірність того, що при передачі 500 знаків правильно буде передано: 1) 475 знаків; 2) від 430 до 470 знаків.

9. Ймовірність виробництва бракованої деталі 0,005. Знайти ймовірність того, що в партії із 1000 деталей виявиться 6 бракованих деталей.

Варіант № 20

1. Групу із 20 студентів потрібно розділити на три групи, де до складу першої бригади повинні входити троє студентів, до другої – п'ятеро, до третьої – дванадцятеро. Скількома способами можна зробити цей розподіл ?

2. Літери англійської абетки (їх 28) написані на різних картках. Навмання одна за одною вибираються п'ять карток та розкладаються на столі також одна за одною. Знайти ймовірність появи слова BASIC.

3. У коробці є 20 олівців, з яких 5 синіх. Знайти ймовірність того, що з восьми взятих навмання олівців буде 4 синіх.

4. У рівнобічній трапеції, у якої основи відносяться як 2:5, навмання вибрали точку. Знайти ймовірність того, що точка лежить вище середньої лінії трапеції.

5. Ймовірності скласти чотири іспити екзаменаційної сесії для деякого студента складають відповідно 75%, 80%, 82%, 84%. Знайти

ймовірність того, що під час сесії студент: 1) складе два іспити; 2) не складе жодного з іспитів; 3) складе хоча б один іспит.

6. У магазині є три партії ламп по 50, 20, 30 штук в кожній відповідно. Ймовірність того, що лампа є справною, становить 0,8 для першої партії, для другої – 0,77, для третьої – 0,85. Знайти ймовірність того, що: 1) навмання взята лампа справна; 2) навмання взята лампа несправна. Яка ймовірність того, що вона з другої партії?

7. Виконується 8 незалежних пострілів по цілі. Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що число влучень буде не менше 6.

8. Ймовірність народження хлопчика 0,512. Знайти ймовірність того, що серед 200 новонароджених дітей буде: 1) 100 хлопчиків; 2) від 180 до 210 хлопчиків.

9. Ткаля обслуговує 2000 веретен. Ймовірність того, що нитка обірветься під час її зміни, для кожного веретена дорівнює 0,001. Знайти ймовірність того, що обірветься чотири нитки.

Варіант № 21

1. У профкомі працює 15 студентів. Скількома способами між членами профкому можна розподілити три різні грошові премії?

2. Із карточок з літерами Л, І, Р, Е, Т, М, О, К, В, А вибирають навмання у певному порядку чотири. Знайти ймовірність того, що отримаємо слово «МІРА».

3. У бібліотеці на полиці стоять 20 книжок, з яких 12 – з теорії ймовірностей. Знайти ймовірність того, що серед десяти книжок, навмання взятих з полиці, шість будуть з теорії ймовірностей.

4. У рівнобічній трапеції, у якої основи відносяться як 2:5, навмання вибрали точку. Знайти ймовірність того, що точка лежить нижче середньої лінії трапеції.

5. Ймовірність своєчасної сплати податків для 1-го підприємства дорівнює 0,85, для 2-го – 0,85, для 3-го – 0,9. Знайти ймовірність: 1) своєчасної сплати податків двома підприємствами; 2) жодне з підприємств своєчасно не сплачує податки; 3) своєчасної сплати податків хоча б одним підприємством.

6. Для зварювання автомобілів поступили акумулятори трьома партіями по 500, 300 та 200 штук. Ймовірність того, що акумулятор працюватиме протягом часу T , дорівнює: 0,98 – для першої партії, 0,96 – для другої, 0,9 – для третьої. Знайти ймовірність того, що

випадково вибраний акумулятор: 1) працюватиме протягом часу T ; 2) не працюватиме протягом часу T . Яка ймовірність того, що він з другої партії ?

7. Ймовірність виграшу по одному білету лотереї становить 15%. Яка ймовірність купивши шість білетів, виграти не менше ніж по двом білетам ?

8. Двісті верстатів працюють незалежно один від одного. При цьому ймовірність безперебійної роботи кожного з них дорівнює 0,85. Знайти ймовірність того, що впродовж зміни безперебійно працюватимуть: 1) 176 верстатів; 2) від 160 до 185 верстатів.

9. Ймовірність «збою» у роботі телефонної станції при кожному виклику дорівнює 0,007. Протягом доби поступило 1000 викликів. Знайти ймовірність того, що: протягом доби було 5 «збоїв».

Варіант № 22

1. У восьмому класі навчається 18 хлопчиків та 15 дівчат. Для участі у виставі вчитель відбирає 5 хлопчиків та 7 дівчат. Скількома способами можна це зробити ?

2. Набираючи PUK-код, абонент забув його останні три цифри і, пам'ятаючи, що вони різні, набрав їх навамання. Знайти ймовірність того, що PUK-код набрано вірно. Примітка: PUK-код складається з восьми цифр.

3. В коробці 30 куль, з яких – 10 прозорі. Знайти ймовірність того, що із восьми взятих навамання куль, 3 будуть прозорими.

4. У правильному трикутнику зі стороною 10 м навамання ставлять точку. Яка ймовірність того, що вона лежить зовні кола, вписаного в цей трикутник.

5. Ймовірність банкрутства трьох фірм протягом року дорівнює відповідно 15%, 20%, 12%. Знайти ймовірність того, що протягом року: 1) збанкрутують дві фірми; 2) жодна з фірм не збанкрутує; 3) хоча б одна з фірм збанкрутує.

6. На трьох верстатах випускають однотипні деталі. За зміну на першому верстаті виготовлено 3500 деталей, на другому – 5000, на третьому – 1500. Відомо, що перший верстат дає 0,1% браку, другий – 0,5%, третій – 1%. Для контролю взято деталь. Знайти ймовірність того, що: 1) деталь якісна; 2) деталь бракована. Яка ймовірність того, що вона на другому верстаті ?

7. Монета підкидається 9 разів. Знайти ймовірність того, що герб з'явиться не менше 3 разів.

8. Дослід полягає в киданні гральної кістки 450 разів. Знайти ймовірність того, що одиниця випаде: 1) 80 разів; 2) від 70 до 105 разів.

9. Ймовірність появи події A в кожному з 1000 незалежних дослідів дорівнює 0,2%. Знайти ймовірність того, що подія A з'явиться 5 разів.

Варіант № 23

1. У флориста є троянди: 20 червоних, 25 жовтих, 30 білих. Скільки різних варіантів святкового букету може скласти флорист, якщо до його складу повинні входити по три троянди різних кольорів ?

2. Навмання вибрано натуральне число, що не перевищує 30. Яка ймовірність того, що в записі цього числа присутня цифра 2 ?

3. У коробці 20 новорічних прикрас, з них 8 – фігурки янголят. Знайти ймовірність того, що із п'яти взятих навмання прикрас чотири – це фігурки янголят.

4. Точку кинуто в круг радіуса 6 см. Знайти ймовірність того, що вона потрапить всередину правильного трикутника, вписаного в цей круг.

5. Стрілець веде вогонь по цілі, що віддаляється. Ймовірність влучити при першому пострілі 0,8 та зменшується на 0,1 при кожному наступному пострілі. Стрілець зробив три постріли. Знайти ймовірність того, що ціль: 1) уражена двома кулями; 2) не уражена жодною кулею; 3) уражена хоча б однією кулею.

6. У групі спортсменів 20 лижників, 10 бігунів, 30 велосипедистів. Ймовірність виконати норму кандидата у майстри спорту на найближчих змаганнях для кожного лижника становить – 85%, для бігуна – 80%, для велосипедиста – 70%. Знайти ймовірність того, що: навмання вибраний спортсмен виконав норму; 2) навмання обраний спортсмен не виконав норму. Яка ймовірність того, що це бігун ?

7. Серед деталей, виготовлених працівником, 95% якісних. Яка ймовірність того, що серед відібраних навмання 10 деталей буде не менше чотирьох якісних ?

8. Гайки для збирального цеху виготовляє станок-автомат. За допомогою експерименту встановлено, що 10% продукції є

непридатною для вживання. Знайти ймовірність того, що придатними будуть: 1) 53 із 59 гайок; 2) від 98 до 116 з 138 гайок.

9. На факультеті навчається 600 студентів. Ймовірність того, що студент є сиротою, дорівнює 0,003. Знайти ймовірність того, що на факультеті навчається четверо сиріт.

Варіант № 24

1. Команда космічної орбітальної станції складається із командира корабля, двох бортінженерів, одного спеціаліста з питань зв'язку та трьох біологів. У розпорядженні командування знаходиться 6 претендентів на посаду командира корабля, 20 інженерів, 12 спеціалістів з питань зв'язку та 10 біологів. Скільки різних команд космічної станції можна зібрати вказаним чином ?

2. У коробці 15 червоних і 7 зелених куль. Із коробки виймають одну кулю і відкладають. Ця куля виявилася червоною. Після цього із коробки дістають ще одну кулю. Яка ймовірність того, що ця куля також буде червоною ?

3. У подарунковому пакеті 32 цукерки, з них – 12 шоколадних. Знайти ймовірність того, що із 10 взятих навмання цукерок 6 будуть шоколадними.

4. Кола ω_1 та ω_2 є відповідно описаним та вписаним колами для правильного трикутника зі стороною 20 см. В колі ω_1 навмання вибирається точка. Знайти ймовірність того, що вона буде лежати в колі ω_2 .

5. Ймовірність банкрутства трьох фірм протягом року дорівнює відповідно 13%, 18%, 10%. Знайти ймовірність того, що протягом року: 1) збанкрутують дві фірми; 2) жодна з фірм не збанкрутує; 3) хоча б одна з фірм збанкрутує.

6. У магазині побутової техніки є в наявності 50 пральних машин марки Samsung, 100 – марки Indesit, 70 – марки Ardo, 30 – марки Gorenje. Ймовірність того, що під час гарантійного терміну пральна машина вийде з ладу, відповідно дорівнює 2% для Samsung, 2,5% – для Indesit, 1,5% – для Ardo, 0,5% – для Gorenje. Покупець, який придбав в цьому магазині пральну машину навмання, протягом гарантійного терміну звернувся в сервісний центр з приводу її ремонту. До якої марки найімовірніше належить пральна машина ?

7. Ймовірність того, що при одному вимірі деякої фізичної величини буде допущена помилка, що перевищує задану точність, дорівнює 0,15. Знайти ймовірність того, що при проведенні 10 вимірів помилка перевищить задану точність не менше ніж у 3 випадках.

8. Ймовірність того, що грошовий приймач автомату при опусканні однієї монети спрацює правильно, дорівнює 0,9. Знайти ймовірність того, що при опусканні 400 монет правильно прийнято буде: 1) 375 монет; 2) від 340 до 370 монет.

9. Матриця фотоапарату містить 300000 пікселів. Ймовірність того, що деякий піксель є пошкодженим, становить 0,0001%. Знайти ймовірність того, що у фотоапараті пошкоджено 5 пікселів.

Варіант № 25

1. У святковому концерті беруть участь 6 вокалістів, 8 піаністів, 3 скрипалі. У музичній школі навчаються 30 вокалістів, 25 піаністів, 12 скрипалів. Скількома способами можна відібрати учасників для святкового концерту ?

2. Десять книжок навання розставлені на одній полиці. Знайти ймовірність того, що чотири певні книги поставлені поруч.

3. Є 20 пакетів із соком, з яких – 15 з вишневим соком, а інші – з гранатовим. Знайти ймовірність того, що із 10 навання взятих пакетів, 3 будуть з гранатовим соком.

4. Навмання вибираються числа x та y такі, що $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$. Знайти ймовірність того, що $y \geq x^2$.

5. Чотири студенти складають іспит з дисципліни «інформатика». Ймовірність скласти іспит для кожного зі студентів відповідно дорівнює 60%, 75%, 82%, 90%. Знайти ймовірність того, що з дисципліни «інформатика»: 1) тільки двоє студентів складуть іспит; 2) жоден із студентів не складе іспит; 3) хоча б один студент складе іспит.

6. 55% студентів університету – це мешканці Львова, 25% – це мешканці Львівської області, 20% – це мешканці з інших регіонів України. За держзамовленням в університеті навчаються 40% студентів-мешканців Львова, 70% студентів-мешканців Львівської області, 50% студентів-мешканців з інших регіонів. Знайти ймовірність того, що: 1) навання вибраний студент навчається в університеті за контрактом; 2) навання вибраний студент навчається

в університеті за держзамовленням. Яка ймовірність того, що він не є мешканцем Львівського регіону?

7. В автопарку є 14 машин. Ймовірність виходу на лінію кожної з них дорівнює 0,85. Знайти ймовірність того, що певного дня працюватиме на лінії не менше 5 машин.

8. Ймовірність народження дівчинки 0,485. Знайти ймовірність того, що серед 500 новонароджених малят буде: 1) 240 дівчинок; 2) від 180 до 210 хлопчиків.

9. У середньому дальтоніки становлять 1%. Яка ймовірність того, що серед 300 студентів знайдеться 5 дальтоніків.

ЛІТЕРАТУРА

1. Барковський В. В. Теорія ймовірностей та математична статистика : навчальний посібник / В. В. Барковський, Н. В. Барковська, О. К. Лопатін. – Київ : ЦУЛ, 2019. – 424 с.
2. Зеленський К. Х. Теорія ймовірностей і математична статистика : навчальний посібник для дистанційного навчання / К. Х. Зеленський, В. М. Макаренко. – Київ : Університет «Україна», 2007. – 202 с.
3. Кармелюк Г. І. Теорія ймовірностей та математична статистика : посібник з розв'язування задач / Г. І. Кармелюк. – Київ : ЦУЛ, 2020. – 576 с.
4. Килимник І. М. Практикум з елементів теорії ймовірностей : навчальний посібник / І. М. Килимник. – Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2024. – 256 с.
5. Огірко О. І. Теорія ймовірностей та математична статистика : навчальний посібник / О. І. Огірко, Н. В. Галайко. – Львів : ЛьвДУВС, 2017. – 292 с.
6. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / Р. К. Чорней, О. Ю. Дюженкова, О. Б. Жильцов, Г. М. Торбін, І. І. Юртін; за ред. Р. К. Чорнея. – Київ : МАУП, 2003. – 328 с
7. Руденко В. М. Математична статистика : навчальний посібник / В. М. Руденко. – Київ : ЦУЛ, 2019. – 304 с.
8. Сеньо П. С. Теорія ймовірностей та математична статистика : підручник / П. С. Сеньо. – 2-ге вид., перероб. і доп. – Київ : Знання, 2007. – 556 с.

Додаток А

Таблиця А1. – Значення функції $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

<i>x</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Таблиця А2. – Значення функції $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,01	0,0040	0,02	0,0080	0,03	0,0120
0,04	0,0160	0,05	0,0199	0,06	0,0239	0,07	0,0279
0,08	0,0319	0,09	0,0359	0,10	0,0398	0,11	0,0438
0,12	0,0478	0,13	0,0517	0,14	0,0557	0,15	0,0596
0,16	0,0636	0,17	0,0675	0,18	0,0714	0,19	0,0753
0,20	0,0793	0,21	0,0832	0,22	0,0871	0,23	0,0910
0,24	0,0948	0,25	0,0987	0,26	0,1026	0,27	0,1064
0,28	0,1103	0,29	0,1141	0,30	0,1179	0,31	0,1217
0,32	0,1255	0,33	0,1293	0,34	0,1331	0,35	0,1368
0,36	0,1406	0,37	0,1443	0,38	0,1480	0,39	0,1517
0,40	0,1554	0,41	0,1591	0,42	0,1628	0,43	0,1664
0,44	0,1700	0,45	0,1736	0,46	0,1772	0,47	0,1808
0,48	0,1844	0,49	0,1879	0,50	0,1915	0,51	0,1950
0,52	0,1985	0,53	0,2019	0,54	0,2054	0,55	0,2088
0,56	0,2123	0,57	0,2157	0,58	0,2190	0,59	0,2224
0,60	0,2257	0,61	0,2291	0,62	0,2324	0,63	0,2357
0,64	0,2389	0,65	0,2422	0,66	0,2454	0,67	0,2486

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,68	0,2517	0,69	0,2549	0,70	0,2580	0,71	0,2611
0,72	0,2642	0,73	0,2673	0,74	0,2703	0,75	0,2734
0,76	0,2764	0,77	0,2794	0,78	0,2823	0,79	0,2852
0,80	0,2881	0,81	0,2910	0,82	0,2939	0,83	0,2967
0,84	0,2995	0,85	0,3023	0,86	0,3051	0,87	0,3078
0,88	0,3106	0,89	0,3133	0,90	0,3159	0,91	0,3186
0,92	0,3212	0,93	0,3238	0,94	0,3264	0,95	0,3289
0,96	0,3315	0,97	0,3340	0,98	0,3365	0,99	0,3389
1,00	0,3413	1,01	0,3438	1,02	0,3461	1,03	0,3485
1,04	0,3508	1,05	0,3531	1,06	0,3554	1,07	0,3577
1,08	0,3599	1,09	0,3621	1,10	0,3643	1,11	0,3665
1,12	0,3686	1,13	0,3708	1,14	0,3729	1,15	0,3749
1,16	0,3770	1,17	0,3790	1,18	0,3810	1,19	0,3830
1,20	0,3849	1,21	0,3869	1,22	0,3883	1,23	0,3907
1,24	0,3925	1,25	0,3944	1,26	0,3962	1,27	0,3980
1,28	0,3997	1,29	0,4015	1,30	0,4032	1,31	0,4049
1,32	0,4066	1,33	0,4082	1,34	0,4099	1,35	0,4115
1,36	0,4131	1,37	0,4147	1,38	0,4162	1,39	0,4177
1,40	0,4192	1,41	0,4207	1,42	0,4222	1,43	0,4236
1,44	0,4251	1,45	0,4265	1,46	0,4279	1,47	0,4292
1,48	0,4306	1,49	0,4319	1,50	0,4332	1,51	0,4345
1,52	0,4357	1,53	0,4370	1,54	0,4382	1,55	0,4394
1,56	0,4406	1,57	0,4418	1,58	0,4429	1,59	0,4441
1,60	0,4452	1,61	0,4463	1,62	0,4474	1,63	0,4484
1,64	0,4495	1,65	0,4505	1,66	0,4515	1,67	0,4525
1,68	0,4535	1,69	0,4545	1,70	0,4554	1,71	0,4564
1,72	0,4573	1,73	0,4582	1,74	0,4591	1,75	0,4599
1,76	0,4608	1,77	0,4616	1,78	0,4625	1,79	0,4633
1,80	0,4641	1,81	0,4649	1,82	0,4656	1,83	0,4664
1,84	0,4671	1,85	0,4678	1,86	0,4686	1,87	0,4693
1,88	0,4699	1,89	0,4706	1,90	0,4713	1,91	0,4719
1,92	0,4726	1,93	0,4732	1,94	0,4738	1,95	0,4744
1,96	0,4750	1,97	0,4756	1,98	0,4761	1,99	0,4767
2,00	0,4772	2,02	0,4783	2,04	0,4793	2,06	0,4803
2,08	0,4812	2,10	0,4821	2,12	0,4830	2,14	0,4838
2,16	0,4846	2,18	0,4854	2,20	0,4861	2,22	0,4868
2,24	0,4875	2,26	0,4881	2,28	0,4887	2,30	0,4893
2,32	0,4898	2,34	0,4904	2,36	0,4909	2,38	0,4913
2,40	0,4918	2,42	0,4922	2,44	0,4927	2,46	0,4931
2,48	0,4934	2,50	0,4938	2,52	0,4941	2,54	0,4945
2,56	0,4948	2,58	0,4951	2,60	0,4953	2,62	0,4956
2,64	0,4959	2,66	0,4961	2,68	0,4963	2,70	0,4965

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
2,72	0,4967	2,74	0,4969	2,76	0,4971	2,78	0,4973
2,80	0,4974	2,82	0,4976	2,84	0,4977	2,86	0,4979
2,88	0,4980	2,90	0,4981	2,92	0,4982	2,94	0,4984
2,96	0,4985	2,98	0,4986	3,00	0,4987	3,20	0,4993
3,40	0,4997	3,60	0,4998	3,80	0,4999	4,00	0,49997
4,50	0,49998	5,00	0,499997		для $x > 5$		0,5