СЕКЦІЯ «НАНОЕЛЕКТРОНІКА ТА ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНІ ТЕХНОЛОГІЇ»

УДК 519.3

Нагорна Н.М.[1]

[1] старш. викл. НУ «Запорізька політехніка»

ВИКОРИСТАННЯ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ СИСТЕМИ MATLAB ДЛЯ АНАЛІЗУ МІКРОСИСТЕМ НА МІКРОРІВНІ

Математичними моделями об'єктів моделювання на макрорівні є диференціальні рівняння в частинних похідних або інтегральні рівняння, що описують поля фізичних величин.

Для розв'язання вказаних рівнянь використовуються методи, які ґрунтуються на дискретизації незалежних змінних – їх представленні кінцевою множиною значень у вибраних вузлових точках досліджуваного простору.

Найпоширенішим таким методом є метод скінченних елементів, який оснований на апроксимації шуканого вектора фазових змінних. Апроксимація виконується у межах малих за розміром скінченних елементів. Базисні (апроксимуючі) функції для них однотипні.

У систему Matlab входить пакет PDE Toolbox, призначений для розв'язання диференціальних рівнянь у частинних похідних та систем з вказаними рівняннями. У PDE Toolbox використовуються найпростіші тривузлові скінченні елементи.

У доповіді розглядається лінійне диференціальне рівняння в частинних похідних другого порядку у плоскій обмеженій області Ω наступного вигляду:

$$-\nabla \cdot (c\nabla u) + b \cdot \nabla u + au = f, \quad x \in \Omega, \tag{1}$$

де c, a, f – задані скалярні достатньо гладкі функції змінної $x = (x_1, x_2) \in \Omega$, причому $c(x) > 0$ у області Ω; $b = (b_1, b_2)$ – задана достатньо гладка вектор-функція; $u = u(x)$ – функція, яка підлягає визначенню.

Для прикладу приведений лістинг програми, в якій методом скінченних елементів з використанням функцій з пакету PDE Toolbox розв'язується наступна крайова задача у крузі Ω одиничного радіуса з центром на початку координат:

$$-\Delta u(x) = 1, \;\; x \in \Omega, \quad u(x) = 0 \text{ на межі круга.} \tag{2}$$

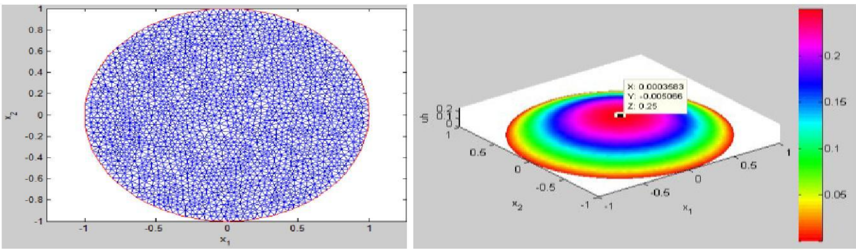
Рівняння (2) відповідає рівнянню (1) при $c \equiv 1$; $a \equiv 0$; $b \equiv 0$; $f \equiv 1$; $u_D = 0$ – задана функція на межі області Ω.

Оскільки рівняння, що розглядається, розв'язується аналітично, то у програмі визначаються похибки для кожного скінченного елемента, які допущені при чисельному розв'язанні рівняння (рис. 2).

Лістинг програми:

```
g='circleg' ;
bc='circleb1';
c=1; a=0; b=0; f =1;
[p, e, t]= initmesh(g , 'Hmax',  0.05) ;
% e x a c t s o l u t i o n u =
−(x_1^2+x_2^2 - 1)/4
u= - (p (1, :).^2+(p ( 2, :).^2)-1)/4;
uh=assempde ( bc , p , e , t , c , a , f ) ;
figure ;
pdemesh ( p, e, t ), axis equal
xlabel ('x_1') , ylabel('x_2')
figure ;
pdesurf (p , t , uh), axis equal
colormap ('hsv')
xlabel ('x_1') , ylabel('x_2') ,
zlabel('uh')
figure ;
pdesurf (p , t , u'-uh), axis equal
colormap ('hsv')
xlabel ('x_1') , ylabel('x_2') ,
zlabel('Error')
```

На рисунку 1 приведені результати роботи програми.



а б

Рисунок 1 – Результати роботи програми

а – область Ω, яка розбита на 3199 скінченних елементів трикутної форми;
б – графік визначеної вектор-функції u.

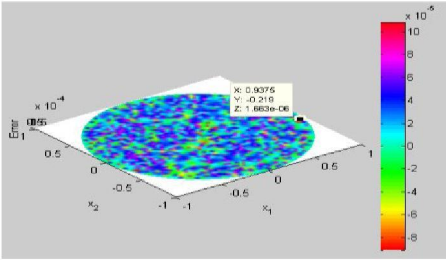


Рисунок 2 – Похибки розв’язку рівняння (2) методом скінченних елементів

Похибки методу скінченних елементів виникають внаслідок апроксимації розшукуваних функцій наближеними виразами. Тому методичні похибки залежать як від якісної відповідності апроксимуючих функцій розшукуваному розв’язку, так і від розмірів скінченних елементів. Максимальна похибка наближеного рішення за програмою не перевищила 10^{-5}.