

УДК 621.3.01:519.876.5

Тиховод С. М.¹, Паталах Д.Г.²

¹ д-р. техн. наук, доц. НУ "Запорізька політехніка"

² асп. НУ "Запорізька політехніка"

РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ З РОЗКЛАДАННЯМ ПОХІДНОЇ ФУНКЦІЙ ЗА ПОЛІНОМАМИ ЧЕБИШОВА

Моделювання перехідних процесів в електричних колах в даний час виконують шляхом складання і розв'язання рівнянь стану на підставі законів Кірхгофа або шляхом використання готових програм, в яких рівняння стану складаються автоматично за заданою схемою кола. Перехідні процеси можуть бути досить тривалими, що призводить до значного часу розрахунку при використанні сучасних обчислювальних засобів. Обмеження методу дає похибка обчислення похідної розв'язку.

Мета даної роботи – розробка швидкодіючого методу розрахунку перехідних електромагнітних процесів, що використовує апроксимацію похідної розв'язку за поліномами Чебишова.

Для спрощення викладу розглянемо одноконтурне коло змінного струму, що містить резистивний (R), індуктивний (L) елементи, включені послідовно.

При підключенні в момент $t=t_0$ джерела змінної ЕРС $e(t)$ в колі відбувається перехідний процес, який описується рівнянням з постійними коефіцієнтами:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = e(t) . \quad (1)$$

У запропонованому методі задаймо рішення для похідної струму, як функцію від часу. Цю функцію від часу апроксимуємо рядом за поліномами Чебишова $N-1$ -го ступеня:

$$i'(x) \approx p(x) = c_0 T_0(x) + c_1 T_1(x) + c_2 T_2(x) + \dots c_{N-1} T_{N-1}(x) \quad (2)$$

Для апроксимуючого полінома (2) поставимо умову, що в точках t_k ділення інтервалу зміни аргументу значення похідної за часом струму збігаються з відповідними значеннями полінома:

$$i'(t_k) = p(t_k) \text{ для } k = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (3)$$

Якщо умову (3) записати для кожної точки t_k , то отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь. Віднімемо з усіх рівнянь системи перше рівняння і отримаємо скорочену систему, яка в матричній формі має вигляд:

$$\mathbf{I}' = \mathbf{D} \mathbf{C} + \mathbf{I}'_0 , \quad (4)$$

$$\text{де: } \mathbf{D} = \mathbf{D}_x - \mathbf{D} ; \quad \mathbf{D}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{T}(x_1) \\ \mathbf{T}(x_2) \\ \vdots \\ \mathbf{T}(x_{N-1}) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{T}(x_0) \\ \mathbf{T}(x_0) \\ \vdots \\ \mathbf{T}(x_0) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{I}'_x = \begin{bmatrix} i'(x_1) \\ i'(x_2) \\ \vdots \\ i'(x_{N-1}) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{I}'_0 = \begin{bmatrix} i'(x_0) \\ i'(x_0) \\ \vdots \\ i'(x_0) \end{bmatrix}.$$

Розв'язок для функції струму має вигляд:

$$i(x) = \int p(x) dx + d_1 = \int (c_0 T_0(x) + c_1 T_1(x) + c_2 T_2(x) + \dots c_{N-1} T_{N-1}(x)) dx + d_1 , \quad (5)$$

Інтеграли від поліномів Чебишова виражаються формулами:

$$\int T_1(x) dx = \frac{1}{4} T_2(x) + d \quad ; \quad \int T_k(x) dx = \frac{1}{2} \left[\frac{T_{k+1}(x)}{k+1} - \frac{T_{k-1}(x)}{k-1} \right] dx + d . \quad (6)$$

d – постійна інтегрування.

З урахуванням (6) вираз (5) представимо у вигляді:

$$i(x) = [T_1(x)]c_0 + \frac{1}{4}[T_2(x)]c_1 + \dots + \left[\frac{T_{k+1}(x)}{2(k+1)} - \frac{T_{k-1}(x)}{2(k-1)} \right] c_k + \dots + \left[\frac{T_N(x)}{2N} - \frac{T_{N-2}(x)}{2(N-2)} \right] c_{N-1} + d_1. \quad (7)$$

Введемо вектор-рядок всіх доданків (крім першого), що входять у вираз (7), як функцію від аргументу x :

$$S_x(x) = \left[\frac{1}{4}[T_2(x)] \dots \frac{T_{k+1}(x)}{2(k+1)} - \frac{T_{k-1}(x)}{2(k-1)} \dots \frac{T_N(x)}{2N} - \frac{T_{N-2}(x)}{2(N-2)} \right]. \quad (8)$$

З врахуванням (7-8) отримуємо:

$$i(x) = (S_x(x) - S_x(x_0) - (x - x_0) \cdot T_{x0}) \cdot C + (x - x_0) \cdot i_0' + i_0. \quad (9)$$

Для вузлових точок рівняння (9) має вигляд

$$I = (S - S_0 - \Delta \cdot T_{x0}) \cdot C + \Delta \cdot i_0' + i_0 = V \cdot C + \Delta \cdot i_0' + i_0 \quad (10)$$

Диференціальне рівняння стану для кола R - L - e має вигляд (1). Для вузлових точок із значенням аргументу часу t_m (відповідно x_m) $m = 1, 2, \dots, N-1$ відповідає наступне рівняння в матричній формі:

$$LI' + RI = e, \quad (11)$$

де e - вектор значень ЕРС в вузлових точках; I - вектор значень струму в вузлових точках; I' - вектор значень похідної струму в вузлових точках.

Підставимо вирази (4), (10) в (11) та перетворимо:

$$(L \cdot D + R \cdot V) \cdot C = e - R \cdot \Delta \cdot I_0' - R \cdot i_0 - L \cdot I_0'. \quad (12)$$

Отримали вираз другого закону Кірхгофа для зображень C .

Тоді при відомих початкових значеннях струму i_0 і похідною струму можна визначити значення струму у всіх довільних точках x на відрізку $[-1, 1]$ або відповідних точках t часового сегмента.

Інтерпретування рівняння (12). Нехай у вихідній вітці R - L - e протікає реальний струм $i(t)$. Вихідною вітці, відповідає вітка заміщення (рис. 2), в якій протікає деяке зображення C , реального струму $i(t)$. Зображення C - це вектор, що містить коефіцієнти розкладання струму $i(t)$ в ряд по ортогональних поліномах Чебишова.

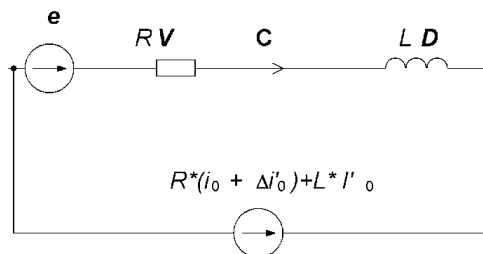


Рис. 2. Схема заміщення для зображень одноконтурного R - L - e кола

При цьому в вітці заміщення резистивний елемент R має опір R_V і послідовно з ним назустріч струму включається джерело постійної ЕРС величиною $R \cdot (\Delta \cdot I_0' + I_0)$ (див. рис. 2). Індуктивний елемент L має опір L_D , і послідовно з ним назустріч току включається джерело постійної ЕРС величиною $L I_0$.

Згідно з розробленою теорії складена комп'ютерна програма, розрахунок по якій з точністю до часток відсотка збігається з розрахунком, отриманим аналітично.

Висновки

1. Запропоновано методику побудови схем заміщення електричного кола, яка дозволяє безпосередньо обчислювати коефіцієнти поліноміальної апроксимації шуканих струмів в перехідних режимах.
2. Вектори поліноміальних коефіцієнтів задовольняють законам струмів і напруг Кірхгофа для схеми заміщення і є рішеннями системи алгебраїчних рівнянь.
3. Запропонована методика відрізняється тим, що в ній відсутня операція обчислення похідної рішення, що дозволяє значно підвищити точність розрахунків.