

УДК 004.056.53

Воскобойник В.О.¹, Ковальов І.Є.²

¹ канд. техн. наук, доцент НУ «Запорізька політехніка»

² студ. гр. РТ-819 НУ «Запорізька політехніка»

ЗАСТОСУВАННЯ МАРКІВСЬКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОЦІНКИ НАДІЙНОСТІ ІС

Функціонування інформаційних систем (ІС) і їх складових частин можна представити як сукупність процесів переходу з одного стану в інший під впливом будь-яких причин. З погляду надійності відновлюваних ІС їх стан у кожний момент часу характеризується тим, які з елементів працездатні, а які відновлюються. Якщо кожній можливій множині працездатних (непрацездатних) елементів поставити у відповідність множину станів об'єкта, то відмови й відновлення елементів будуть відображатися переходом об'єкта з одного стану в інший.

Нехай, приміром, об'єкт складається із двох елементів. Тоді він може перебувати в одному із чотирьох станів: $n = 2^k = 2^2 = 4$. Множина можливих станів об'єкта: $S = \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$: S_1 – обоє елемента працездатні; S_2 – непрацездатний тільки перший елемент; S_3 – непрацездатний тільки другий елемент; S_4 – непрацездатні обоє елемента.

Повна множина станів досліджуваної системи може бути дискретною, або безперервною (безупинно заповнювати один або кілька інтервалів числової осі).

Надалі будемо розглядати системи з дискретним простором станів. Послідовність станів такої системи й сам процес переходів з одного стану в інший називається *ланцюгом*.

Залежно від часу перебування системи в кожному стані розрізняють процеси з безперервним часом і процеси з дискретним часом. У процесах з безперервним часом перехід системи з одного стану в інший здійснюється в будь-який момент часу. У другому випадку час перебування системи в кожному стані – фіксований так, що моменти переходів розміщуються на тимчасовій осі через рівні проміжки.

На даний час найбільш вивчені ланцюги, що володіють марківськими властивостями. Імовірності переходів позначаються символами $P_{ij}(t)$, а процес P_{ij} переходів називається Марківським ланцюгом або ланцюгом Маркова.

Марківська властивість пов'язана з відсутністю післядії. Це означає, що поведінка системи в майбутньому залежить тільки від її стану в даний момент часу, і не залежить від того яким образом вона прийшла в цей стан. Марківські процеси дозволяють описати послідовності відмов-відновлень у системах за допомогою графа станів.

Найбільше часто для розрахунків надійності застосовується метод марківських ланцюгів з безперервним часом, заснований на системі диференціальних рівнянь, яка в матричній формі може бути записана як: $dP(t)/dt = P(t)$, де $P(t) = P_0$ – початкові умови; $dP(t)/dt = [dP_1(t)/dt \ dP_2(t)/dt \ \dots \ dP_n(t)/dt]$, а Λ -матриця інтенсивності переходів (матриця коефіцієнта при ймовірностях станів):

$$\Lambda = \begin{vmatrix} -\sum_{i=1}^n \lambda_{1i} & \lambda_{12} & \lambda_{13} & \dots & \lambda_{1n} \\ \lambda_{21} & -\sum_{i=1}^n \lambda_{2i} & \lambda_{23} & \dots & \lambda_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \lambda_{n1} & \lambda_{n2} & \lambda_{n3} & \dots & -\sum_{i=1}^n \lambda_{ni} \end{vmatrix}$$

$$\lambda_{ij} = -\sum_{j=1, j \neq i}^n \lambda_{ij}$$

де λ_{ij} – інтенсивності переходу системи з i -го стану в j -е; P_j – імовірність того, що система перебуває в j -м стані.

При оцінці надійності складних резервованих і відновлюваних систем метод марківських ланцюгів приводить до складних рішень через велику кількість станів. У випадку однотипних підсистем працюючих в однакових умовах, для зменшення числа станів використовують, як правило, метод укрупнення. Стани з однаковою кількістю підсистем поєднуються. Тоді розмірність рівнянь зменшується.

Пропонується наступна методика оцінки надійності резервованих відновлюваних систем з використанням методу марківських ланцюгів: аналізується склад пристроїв ІС й складається структурна схема надійності, за схемою будується граф, у якому враховуються всі можливі стани; усі вершини графа в результаті аналізу структурної схеми розділяються на дві підмножини: вершини, які відповідають працездатному стану системи й вершини, які відповідають непрацездатного стану системи; за допомогою графа станів складається система диференціальних рівнянь (використовується правило Колмогорова); вибираються початкові умови розв'язку завдання; визначаються ймовірності знаходження системи в працездатному стані в довільний момент часу; визначається ймовірність безвідмовної роботи системи; в разі потреби - визначаються й інші показники.