

УДК 539.3

Антоненко Н.М.¹

¹ канд. фіз.-мат. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

ЗАСТОСУВАННЯ ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є ДО ЗАДАЧІ ТЕМОПРУЖНОСТІ ДЛЯ ШАРУ НА ЖОРСТКІЙ ПІВПЛОЩИНІ ЗА ВІДСУТНОСТІ ДОТИЧНИХ НАПРУЖЕНЬ НА ЙОГО МЕЖАХ

Розглядається термопружна деформація пружного однорідного та ізотропного шару, що лежить на абсолютно жорсткій півплощині. Шар характеризується товщиною h , коефіцієнтами Ламе λ та μ , коефіцієнтом теплопровідності k_T та приведеним коефіцієнтом теплового розширення $\alpha_T = \tilde{\alpha}_T (3\lambda + 2\mu)/(\lambda + 2\mu)$, де $\tilde{\alpha}_T$ – коефіцієнт теплового розширення матеріалу.

Крайові умови задачі:

$$\begin{aligned}\sigma_z(x, 0) &= \sigma(x), \quad \tau_{xz}(x, 0) = 0, \quad T(x, 0) = f(x), \\ w(x, h) &= 0, \quad \tau_{xz}(x, h) = 0, \quad T(x, h) = 0.\end{aligned}$$

Задача розв'язується за допомогою одномірного інтегрального перетворення Фур'є. Трансформанти компонент термонапружено-деформованого стану шару, які задовольняють заданим крайовим умовам подано у вигляді лінійної комбінації таких функцій:

$$\alpha = \bar{\sigma}(\xi, 0), \quad \beta = \frac{\mu p \bar{w}(\xi, 0)}{1 - v}, \quad \eta(\xi) = \bar{T}(\xi, 0), \quad p\varepsilon(\xi) = \frac{d\bar{T}}{dz}(\xi, 0),$$

де ξ – параметр інтегрального перетворення, $p = |\xi|$.

Наприклад, формула для знаходження трансформанти нормальних напружень в будь-якій точці шару має вигляд:

$$\begin{aligned} F \cdot \bar{\sigma}_z(\xi, z) = & [(\tilde{p} C + S) \operatorname{ch} pz - pz S \operatorname{sh} pz] \alpha + \\ & + [(-\tilde{p} pz C - pz S) \operatorname{ch} pz + (\tilde{p} C + (1 + \tilde{p} pz) S) \operatorname{sh} pz] \beta + \\ & + \alpha_T \mu [(\tilde{p} pz C + pz S) \operatorname{ch} pz + (-(1 + \tilde{p} pz) S - \tilde{p} C) \operatorname{sh} pz] \varepsilon, \end{aligned}$$

де $\tilde{p} = ph$, $S = \operatorname{sh} \tilde{p}$, $C = \operatorname{ch} \tilde{p}$, $F = S + \tilde{p} C$, $\varepsilon = -\operatorname{cth} \tilde{p} \eta$,

$$\beta = -\frac{\operatorname{ch} 2\tilde{p} - 1}{\operatorname{sh} 2\tilde{p} + 2\tilde{p}} \alpha - \frac{\alpha_T \mu (\tilde{p} \operatorname{sh} 2\tilde{p} + (1 - \tilde{p} \operatorname{cth} \tilde{p})(\operatorname{ch} 2\tilde{p} - 1))}{\operatorname{sh} 2\tilde{p} + 2\tilde{p}} \eta.$$

Застосувавши до трансформант напружень, переміщень та температури обернене перетворення Фур'є, отримуємо розв'язок поставленої задачі.