

УДК 537.87+517.98

Сніжко Н.В.

канд. фіз.-мат. наук, доц. ЗНТУ

## ОЦІНКА ЗГАСАННЯ КОЛИВАНЬ МЕТОДОМ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ

Питання оцінки згасання та інших параметрів експериментально вимірюваних коливань є актуальним у зв'язку з подальшим розвитком технологій високоточної механічної обробки [1]. Стандартна процедура полягає в знаходженні обвідної та обчисленні модуля відповідного аналітичного сигналу [3]. Його формування може бути здійснено, наприклад, функцією `hilbert()` пакету розширення `Signal Processing Toolbox` середовища `MATLAB` [2]. В роботі розглядається заснований на методі найменших квадратів спрощений алгоритм обробки цифрового сигналу, не пов'язаний з арифметикою комплексних чисел і дискретизацією інтегральних перетворень.

Нехай обвідну  $A(t) = x_0 e^{-\beta t}$  задано семплами максимумів  $(t_m, x_m)$ . Побудуємо лінеаризацію, поклавши  $y = \ln A$ ,  $a = \ln x_0$ ,  $b = \beta \tau$  ( $\tau$  – період дискретизації). Застосування методу найменших квадратів призводить до системи ( $M$  – кількість точок)

$$\begin{pmatrix} M & -\sum \frac{t_m}{\tau} \\ \sum \frac{t_m}{\tau} & -\sum \left(\frac{t_m}{\tau}\right)^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum y_m \\ \sum y_m \cdot \frac{t_m}{\tau} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

і оцінку згасання побудовано.

В роботі здійснено порівняння знайденого розв'язку з оцінкою згасання, отриманою за стандартною процедурою. При розгляданні 33 різних циклів згасання отримано дві незалежні вибірки з генеральних сукупностей випадкових величин  $b$  і  $b'$  (розв'язки системи (1) і результати застосування стандартної процедури відповідно). Перевірено статистичну гіпотезу про рівність генеральних середніх з використанням статистики Стьюдента

$$T = \frac{|\bar{X} - \bar{Y}|}{\sqrt{(n-1)s_x^2 + (m-1)s_y^2}} \cdot \sqrt{\frac{mn(m+n-2)}{m+n}}$$

при конкуруючій гіпотезі «середні не є рівними» (прийнято двобічну критичну область). Тут  $m = n = 33$  – об'єми вибірок. Попередньо перевірено гіпотезу про рівність дисперсій  $s_x^2$ ,  $s_y^2$  за допомогою критерію Фішера-

Снедекора. При цьому вигляд статистичного розподілу вибірок не встановлено. Втім, статистика Стюдента цього і не потребує.

Отримано спостережуване значення статистики  $T = 1,182$  (при критичному значенні  $T^* = 2$ , рівень значущості  $\alpha = 0,05$ ). Гіпотеза про рівність генеральних середніх на цьому рівні значущості не спростовується. Отже, з надійністю 0,95 можна стверджувати, що розв'язки системи (1) та оцінки, отримувані за стандартною процедурою, є однаковими.

**Висновки.** В роботі запропоновано спосіб оцінки коефіцієнту згасання на прикладі аналізу деякого цифрового сигналу. Спосіб ґрунтується на методі найменших квадратів. Результат застосування цього способу виявляється таким самим, як і при використанні спеціалізованих функцій цифрової обробки середовища MATLAB. Але запропонований спосіб, на відміну від цих функцій, не пов'язаний з арифметикою комплексних чисел і з цифровими аналогами інтегральних перетворень. Це дозволяє розглядати запропонований спосіб як зручну альтернативу функцій цифрової обробки.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Altintas Y. Manufacturing automation : metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design / Yusuf Altintas. – Cambridge : Cambridge University Press, 2012. – 382 p.
2. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов / А.Б. Сергиенко. – СПб. : Питер, 2003. – 604 с.
3. Преобразование Гильберта. Аналитический сигнал. [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://dsplib.ru/content/hilbert/hilbert.html>.