

УДК 539.3

Антоненко Н.М.¹, Шишкін І.Р.², Дубінін Я.П.²

¹ канд. фіз.-мат. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

² студ. гр. Е-412а НУ «Запорізька політехніка»

ОСЕСИМЕТРИЧНА СТАЦІОНАРНА ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ ДВОШАРОВОЇ ПЛИТИ З ТЕПЛОІЗОЛЬОВАНОЮ НИЖНЬОЮ МЕЖЕЮ

Розглянемо двошарову плиту, що складається з двох шарів. Шари плити нумеруватимемо зверху донизу. В кожному шарі введемо локальну циліндричну систему координат $O_i \rho z_i$, $i = 1, 2$ з початком на верхніх межах шарів (рис. 1).

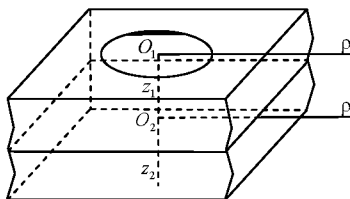


Рисунок 1 – Двошарова плита.

На верхній межі плити задано закон розподілу температури, а нижня межа теплоізолювана:

$$T_1(\rho, 0) = f(\rho), \quad \frac{\partial T}{\partial z}(\rho, h_2) = 0.$$

На межі шарів виконуються умови ідеального теплового контакту:

$$T_2(\rho, 0) = T_1(\rho, h_1), \quad k_{T2} \frac{\partial T_2}{\partial z}(\rho, 0) = k_{T1} \frac{\partial T_1}{\partial z}(\rho, h_1).$$

У просторі трансформант Ханкеля температуру в точках окремого шару можна подати у вигляді:

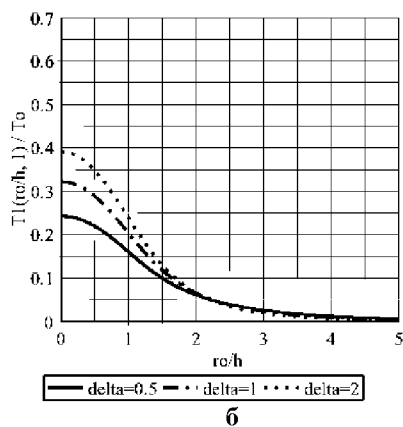
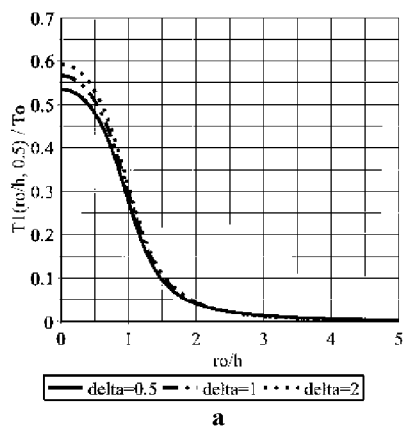
$$\bar{T}_i(\rho, z) = \text{ch } \rho z \eta_i + \text{sh } \rho z \varepsilon_i,$$

де $\eta_i = \bar{T}_i(\rho, 0)$, $\varepsilon_i = \frac{1}{\rho} \frac{d\bar{T}_i}{dz}(\rho, 0)$ – допоміжні функції шару.

Записавши межові умови задачі та умови на стику шарів у просторі трансформант Ханкеля, отримаємо систему відносно $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\rho)$, $\eta_2 = \eta_2(\rho)$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\rho)$. Знайдені з неї допоміжні функції підставляємо у вирази для трансформант температури та застосовуємо до них обернене перетворення Ханкеля.

Чисельні результати виконано для двошарової плити, що складається з шарів однакової товщини $h_1 = h_2 = h$ при $T(\rho, 0) = \begin{cases} T_0, & \rho \leq h, \\ 0, & \rho > h. \end{cases}$ На рис. 2 наведе-

дено графіки, які ілюструють вплив коефіцієнтів теплопровідності шарів на розподіл температури на глибині $h/2$ в точках верхнього шару плити (рис. 2а) та в точках спільної межі шарів (рис. 2б).



а – середина верхнього шару; б – нижня межа верхнього шару.
Рисунок 2 – Розподіли температури в точках
верхнього шару двопарової плити.