

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
Національний університет «Запорізька політехніка»

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

до лабораторних робіт з дисципліни  
**«Методи пошуку та прийняття рішень»**

для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти  
спеціальності F7 Комп'ютерна інженерія  
усіх форм навчання

Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни «Методи пошуку та прийняття рішень» для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти спеціальності F7 Комп'ютерна інженерія усіх форм навчання / Укл.: Р.К. Кудерметов, О.В. Польська – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2025. — 53 с.

Укладачі: Р. К. Кудерметов, доцент, к.т.н.  
О. В. Польська, ст. викладач

Рецензент: М. Ю. Тягунова, доцент, к.т.н.

Відповідальний  
за випуск: О. В. Польська, ст. викладач

Затверджено:  
на засіданні кафедри  
«Комп'ютерні системи та мережі»  
Протокол №1 від 05 серпня 2025 р.

Рекомендовано до видання:  
НМК факультету КНТ  
Протокол №1 від 11 вересня 2025 р.

## Зміст

<b>1</b>	<b>Розв’язання задачі оптимального розподілу ресурсів</b>	<b>5</b>
1.1	Теоретичні відомості . . . . .	5
1.1.1	Загальна постановка задачі . . . . .	6
1.1.2	Математична постановка задачі . . . . .	6
1.1.3	Розв’язання задачі в середовищі Scilab . . . . .	7
1.1.4	Розв’язання задачі ЛП в пакеті Excel . . . . .	10
1.2	Практичне завдання . . . . .	13
1.3	Контрольні питання . . . . .	17
1.4	Зміст звіту . . . . .	17
<b>2</b>	<b>Розв’язання транспортної задачі</b>	<b>18</b>
2.1	Теоретичні відомості і приклад задачі . . . . .	18
2.2	Приклад розв’язання задачі в середовищі MS Excel . . . . .	22
2.3	Практичне завдання . . . . .	25
2.4	Контрольні питання . . . . .	28
2.5	Зміст звіту . . . . .	28
<b>3</b>	<b>Розв’язання багатокрітеріальних задач методом МАІ</b>	<b>29</b>
3.1	Загальні теоретичні відомості . . . . .	29
3.2	Приклад розв’язання задачі методом МАІ . . . . .	32
3.3	Завдання до лабораторної роботи . . . . .	37
3.4	Контрольні питання . . . . .	37
3.5	Зміст звіту . . . . .	38
<b>4</b>	<b>Розв’язання багатокрітеріальних задач методом МАІ у середовищі Super Decisions</b>	<b>39</b>
4.1	Загальні відомості . . . . .	39
4.2	Створення проекту та розв’язання задачі . . . . .	40
4.2.1	Постановка задачі . . . . .	40
4.2.2	Розробка моделі . . . . .	40
4.2.3	Визначення пріоритетів (ваг) критеріїв . . . . .	43
4.2.4	Перевірка узгодженості суджень . . . . .	44
4.2.5	Визначення локальних пріоритетів альтернатив . . . . .	46

4.2.6	Визначення загальних пріоритетів (синтез) . . .	48
4.2.7	Аналіз чутливості . . . . .	49
4.2.8	Остаточний вибір . . . . .	51
4.3	Завдання до лабораторної роботи . . . . .	51
4.4	Контрольні питання . . . . .	52
4.5	Зміст звіту . . . . .	52
<b>Перелік джерел посилання</b>		<b>53</b>

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 1

### Розв'язання задачі оптимального розподілу ресурсів

**Мета роботи** – оволодіння методами комп'ютерного розв'язання задач дослідження операцій та теорії прийняття рішень на прикладі розв'язання задачі оптимального асортименту випуску продукції та задачі вибору кращого варіанту в умовах визначеності.

#### 1.1 Теоретичні відомості

Припустимо, що підприємство випускає кілька видів продукції. Позначимо кількість продукції  $i$ -го виду через  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Зазвичай виробництво продукції обмежене наявними на підприємстві ресурсами – сировиною, людськими ресурсами, попитом на дану продукцію. Для простого випадку, коли підприємство випускає тільки два види продукції і використовує при цьому три види ресурсів, ці обмеження визначають наступні нерівності:

$$A_{11}x_1 + A_{12}x_2 \leq A_1; \quad (1.1)$$

$$A_{21}x_1 + A_{22}x_2 \leq A_2; \quad (1.2)$$

$$A_{31}x_1 + A_{32}x_2 \leq A_3; \quad (1.3)$$

$$x_1, x_2 \geq 0, \quad (1.4)$$

де  $A_{ij}$  – витрати ресурсу  $A_j$  на виготовлення однієї одиниці продукції виду  $x_i$ ; формула (1.4) задає умову невід'ємності кількості продукції, що випускається.

Виникає питання: яку кількість продукції кожного виду необхідно виробляти підприємству, щоб дохід від реалізації продукції був максимальним. Таке питання породжує функцію цілі (*цільову функцію*)

$$F(x) = C_1x_1 + C_2x_2 \rightarrow \max, \quad (1.5)$$

де  $C_i$  – дохід від продажу одиниці продукції  $x_i$ .

Задача, що розглядається, є типовою задачею оптимізації виробничої програми підприємства [1–3]. В якості критеріїв оптимальності в таких задачах можуть бути також використані: прибуток, собівартість, номенклатура продукції, що виробляється, витрати робочого часу і таке інше. Розглянемо приклад розв’язання такої задачі в Scilab та в Excel. В середовищі Scilab наведена графічна інтерпретація прикладу задачі для більш глибокого уявлення.

### 1.1.1 Загальна постановка задачі

Підприємство виробляє меблі: стільці і столи. На виготовлення одного стільця необхідно затратити:

- 0,03 од. деревини (наприклад, м<sup>3</sup>);
- 0,03 од. лаку (наприклад, кг);
- 4 од. робочого часу (наприклад, людино-годин).

На виготовлення одного столу необхідно затратити:

- 0,1 од. деревини;
- 0,65 од. лаку;
- 6 од. робочого часу.

Підприємство має тижневий запас ресурсів:

- 1,2 од. деревини;
- 5,0 од. лаку;
- 130 од. робочого часу.

Відомо, що дохід підприємства від продажу стільців становить 800 грошових одиниць (грош. од.), а від продажу столів – 1500 грош. од.

Необхідно визначити кількість стільців і столів, виготовлення яких принесе максимальний прибуток підприємству від їх продажу.

### 1.1.2 Математична постановка задачі

Позначивши кількість стільців через  $x_1$ , кількість столів – через  $x_2$  та, використовуючи уведені вище позначення та формули (1.1) – (1.5), математичну постановку задачі запишемо у вигляді задачі лінійного програмування:

$$0.03x_1 + 0.1x_2 \leq 1.2; \quad (1.6)$$

$$0.03x_1 + 0.65x_2 \leq 5; \quad (1.7)$$

$$4x_1 + 6x_2 \leq 130; \quad (1.8)$$

$$x_1, x_2 \geq 0; \quad (1.9)$$

$$F(x) = 800x_1 + 1500x_2 \rightarrow \max. \quad (1.10)$$

### 1.1.3 Розв'язання задачі в середовищі Scilab

Графічну інтерпретацію задачі лінійного програмування (ЛП) виконаємо в середовищі Scilab. Для цього кожен нерівність (1.6)–(1.9) перетворимо в рівняння і позначимо змінну  $x_1$  через  $x$  а змінну  $x_2$  через  $y$ . Таке представлення є зручним для інтерпретації даної задачі в графічному вигляді на площині  $xOy$ , де позначки по осі абсцис графіка будуть позначати кількість стільців, а по осі ординат – кількість столів. Рівняння графіків прямих матимуть вигляд:

$$y = (1.2 - 0.03x)/0.1; \quad (1.11)$$

$$y = (5 - 0.03x)/0.65; \quad (1.12)$$

$$y = (130 - 4x)/6; \quad (1.13)$$

$$x = 0, y = 0. \quad (1.14)$$

Код для побудови вказаних прямих на графіку в середовищі Scilab наведено у лист. 1.1.

---

#### Лістинг 1.1 Код для побудови графіків прямих

---

```

1  z=40; //кінцеве значення x
2  h=1.0; //крок зміни x
3  x=0:h:z;
4  A11=0.03; A12=0.1; A1=1.2;
5  A21=0.03; A22=0.65;A2=5;
6  A3=130; A31=4; A32=6;
7  C1=800; C2=1500;
8  y1=(A1-A11*x)/A12;
9  y2=(A2-A21*x)/A22;
10 y3=(A3-A31*x)/A32;
11 plot(x,y1,'-r',x,y2,'-og',x,y3,'-^b');
12 //налаштування графіка
13 a=gca();
```

```

14 a.font_size=4;
15 a.x_label.font_size=4; //розмір шрифту назви осі x
16 xlabel('стіл'ьці');
17 a.y_label.font_size=4; //розмір шрифту назви осі y
18 ylabel('столи');
19 n1=40; n2=30; //розмір графічного вікна
20 a.data_bounds = [0;n1;0;n2] ;
21 legend(['дерев.'; 'лак'; 'робота'],1);
22 xgrid();

```

Результати побудови графіків в середовищі Scilab показані на рис. 1.1. Прямі, що відповідають рівнянням (1.11)–(1.13)), та умова невід’ємності продукції, що випускається, утворюють *область допустимих рішень*. Ця область являє багатокутник, позначений точкою початку координат і літерами ABCD. Це означає, що будь-які пари значень  $x$  та  $y$  (стіл'ьці та столи), що потрапляють в область багатокутника – *припустимі*.

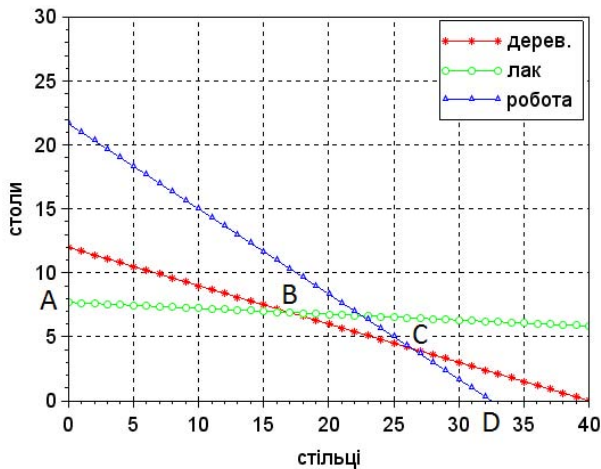


Рисунок 1.1 – Результати побудови графіків в середовищі Scilab

Наступне завдання після побудови графіків – визначити таку пару значень  $x$  і  $y$ , при якій цільова функція (1.10) буде мати максимальне значення. Відомо, що цільова функція приймає екстремальне значення в одній з кутових точок багатокутника припу-

стимих розв'язків. Для визначення цієї точки на графіку будується вектор-градієнт цільової функції та пряма, що є перпендикуляром до цього вектору. Будемо переміщати цю пряму від точки початку координат вздовж вектору-градієнту до її перетину з останньою вершиною багатокутника області припустимих рішень. Для нашого випадку це точка  $C$ . Ця точка утворена перетином прямих, що відповідають рівнянням (1.11) та (1.13).

Для обчислення пари значень  $x$  і  $y$ , як координат точки  $C$ , розв'яжемо систему з рівнянь (1.11) та (1.13) за допомогою функції Scilab `linsolve(A,k)`. Ця функція розв'язує систему алгебраїчних рівнянь виду  $Ax - k = 0$ . Для нашого випадку матриця  $A$  та вектор  $k$  будуть мати вигляд:

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{31} & A_{32} \end{pmatrix}; \quad k = \begin{pmatrix} -A_1 \\ -A_3 \end{pmatrix}, \quad (1.15)$$

де  $A_{11} = 0.03$ ;  $A_{12} = 0.1$ ;  $A_{31} = 4$ ;  $A_{32} = 6$ ;  $A_1 = 1.2$ ;  $A_3 = 130$ .

Для отримання графічного розв'язку нашої задачі додайте фрагмент коду із ліст. 1.2 до ліст. 1.1 (після рядка 11) та запустіть код на виконання. Результат роботи нашої програми див. рис. 1.2. Перпендикуляр до вектора-градієнта побудований з метою перевірки правильності графічної інтерпретації розв'язку.

---

### Лістинг 1.2 Фрагмент коду для розв'язку задачі

---

```

1  A=[A11, A12; A31, A32];
2  k=[-A1;-A3];
3  [x]=linsolve(A,k);
4  printf("Стільці=%d Столи=%d\n",x(1),x(2));
5  f=C1*x(1)+C2*x(2); //цільова функція
6  printf("Прибуток від їх продажу =%.3f\n",f);
7  kp=0.02; // коефіцієнт пропорційності
8  plot([0 C1*kp],[0 C2*kp],'g','LineWidth',2);
9  a=f/C1; b=f/C2;
10 plot([a 0],[0 b]('--k','LineWidth',2);

```

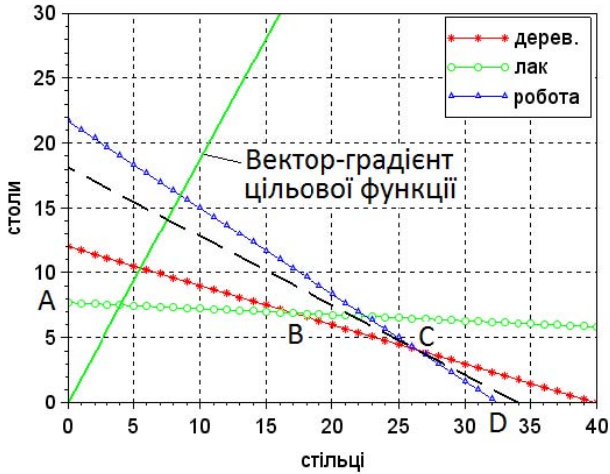


Рисунок 1.2 – Графічна інтерпретація задачі ЛП

### 1.1.4 Розв'язання задачі ЛП в пакеті Excel

Задачі лінійного програмування простої та середньої складності (число невідомих змінних не більше 200) можна вирішувати за допомогою відомого пакета MS Excel. Для цього використовують надбудову Excel Solver (Пошук розв'язання), що призначена для розв'язку задач лінійного програмування та моделювання і оптимізації різних бізнес- та інженерних задач.

Для використання надбудови «Пошук розв'язання» виконайте наступне:

- в Excel 2010 і пізніших версіях виберіть *Файл* → *Параметри*. У програмі Excel 2007 натисніть кнопку *Microsoft Office*, а потім виберіть пункт *Параметри Excel*;
- виберіть пункт *Надбудови*, а потім у полі *Керування* виберіть пункт *Надбудови Excel* та натисніть кнопку *Перейти*;
- у полі *Наявні надбудови* встановіть прапорець для надбудови *Пошук розв'язання* та натисніть кнопку *ОК*;
- коли ви завантажите надбудову «Пошук розв'язання», на

вкладці *Дані* в групі *Аналіз* з'явиться команда *Розв'язувач*.

Після цього можна розв'язувати задачі лінійного програмування. Розв'яжемо розглянуту вище задачу про випуск продукції. Задачу оформимо у вигляді таблиці (див. рис. 1.3)

	A	B	C	D	E	F
1	Вид ресурсів	Тижневий запас ресурсів	Витрати	Остача	Витрати ресурсів на 1 (один) виріб	
2					Стільці	Столи
3	Деревина	1,2			0,03	0,10
4	Лак	5			0,03	0,65
5	Трудомісткість	130			4	6
6	Прибуток від реалізації однієї одиниці виробу				800	1500
7						
8					x1	x2
9	Кількість виробів, що випускаються					
10	Прибуток від реалізації кожного виду виробу					
11	Сумарний прибуток					

Рисунок 1.3 – Оформлення задачі у вигляді таблиці Excel

Підготуємо таблицю до пошуку розв'язку та заповнимо поля формулами (див. рис. 1.4).

Вид ресурсів	Тижневий запас ресурсів	Витрати	Остача	Витрати ресурсів на 1 (один) виріб	
				Стільці	Столи
Деревина	1,2	$E3*\$E\$9+F3*\$F\$9$	B3-C3	0,03	0,10
Лак	5	$E4*\$E\$9+F4*\$F\$9$	B4-C4	0,03	0,65
Трудомісткість	130	$E5*\$E\$9+F5*\$F\$9$	B5-C5	4	6
Прибуток від реалізації однієї одиниці виробу				800	1500
				x1	x2
Кількість виробів, що випускаються					
Прибуток від реалізації кожного виду виробу				$E6*E9$	$F6*F9$
Сумарний прибуток				$E6*E9+F6*F9$	

Рисунок 1.4 – Заповнення таблиці формулами (крок 1)

У клітинку F11 введіть формулу цільової функції  $=E6*E9+F6*F9$ . У клітинку C3 введіть формулу для обмеження деревини  $=E3*E9+F3*F9$ . Замініть відносні посилання цієї формули на абсолютні (вручну або за допомогою клавіші F4) для того, щоб формула набула наступного вигляду  $=E3*\$E\$9+F3*\$F\$9$ . Скопіюйте останню фор-

мулу в клітинки C4 та C5 за допомогою автозаповнення. У клітинку D3 введіть формулу =B3-C3 та скопіюйте її за допомогою автозаповнення у клітинки D4 та D5. У клітинки E10 та E11 можна за необхідністю записати формули для обчислення прибутку від реалізації кожного виду продукції.

Після заповнення необхідними формулами таблиця набуде наступного вигляду (див. рис. 1.5)

F11      fx      =E6*E9+F6*F9						
	A	B	C	D	E	F
1	Вид ресурсів	Тижневий запас ресурсів	Витрати	Остача	Витрати ресурсів на 1 (один) виріб	
2					Стільці	Столи
3	Деревина	1,2	0	1,2	0,03	0,10
4	Лак	5	0	5	0,03	0,65
5	Трудомісткість	130	0	130	4	6
6	Прибуток від реалізації однієї одиниці виробу				800	1500
7						
8					x1	x2
9	Кількість виробів, що випускаються					
10	Прибуток від реалізації кожного виду виробу				0	0
11	Сумарний прибуток					0

Рисунок 1.5 – Заповнення таблиці формулами (крок 2)

Тепер наша таблиця готова для пошуку розв'язку. На вкладці *Дані* в групі *Аналіз* натисніть команду *Розв'язувач*. У вікні, що відкривається заповніть поле «*Оптимізувати цільову функцію*» обравши клітинку \$F\$11 та встановіть значення перемикача «*До:*» у значення «*Макс.*» Поле «*Змінюючи клітинки змінних*» заповніть діапазоном \$E\$9:\$F\$9.

За допомогою опції «*Додати*» заповніть поле «*Підлягає обмеженням*». У вікні, що відкрилось, у полі «*Посилання на клітинку*» введіть обмеження за витратами ресурсів (посилання на діапазон клітинок \$C\$3:\$C\$5), а у полі «*Обмеження*» посилання на запаси, що маємо (діапазон клітинок \$B\$3:\$B\$5), потім клацніть на зв'язок між клітинками та оберіть оператор <=. Щоб прийняти обмеження та додати ще одне, натисніть кнопку «*Додати*».

Використовуючи опцію «Додати» додаємо також умову невід'ємності розв'язку та за необхідністю вимогу цілочисельності результату. Для нашої задачі у полі «Обмеження» повинні бути наступні записи:

$$C3:C5 \leq B3:B5$$

$$E9:F9 = \text{ціле число}$$

$$E9:F9 \geq 0$$

Натисніть кнопку «Розв'язати» та у вікні, що відкриється, виберіть елемент «Зберегти розв'язання розв'язувача». Якщо розв'язок буде знайдено, то таблиця набуде вигляду такого, що зображений на рис. 1.6.

Вид ресурсів	Тижневий запас ресурсів	Витрати	Остача	Витрати ресурсів на 1 (один) виріб	
				Стільці	Столи
Деревина	1,2	1,17072	0,02928	0,03	0,10
Лак	5	3,38	1,62	0,03	0,65
Трудомісткість	130	128	2	4	6
Прибуток від реалізації однієї одиниці виробу				800	1500
				x1	x2
Кількість виробів, що випускаються				26	4
Прибуток від реалізації кожного виду виробу				20800	6000
Сумарний прибуток					26800

Рисунок 1.6 – Розв'язання задачі в пакеті Excel

## 1.2 Практичне завдання

1. Виконайте в середовищі Scilab та в пакеті Excel контрольний приклад розв'язання задачі визначення оптимального асортименту випуску продукції;

2. Розв'яжіть задачу для самостійного вирішення за варіантом, для чого побудуйте математичну модель та підготуйте дані для обробки в середовищі Scilab та в пакеті Excel. Порівняйте отримані результати.

**Варіант 1.** Для виготовлення двох видів продукції використовується три види сировини. При виробництві одиниці продукції першого виду витрачається 13 кг сировини першого виду, 4 кг сировини другого виду і 3 кг сировини третього виду. При виробництві одиниці продукції другого виду витрачається 2 кг сировини першого виду, 4 кг сировини другого виду і 14 кг сировини третього виду. Запаси сировини першого виду становлять 260 кг, другого – 124 кг, третього – 280 кг. Прибуток від реалізації одиниці продукції першого виду становить 12 грош. од., прибуток від реалізації одиниці продукції другого виду становить 10 грош. од.

Максимізувати прибуток від реалізації продукції.

**Варіант 2.** Підприємство може виробляти продукцію двома способами. Місячний запас ресурсів та їх денна витрата наведені в табл. 1.1.

Таблиця 1.1 – Ресурси та їх витрати

Виробничі ресурси	Денна витрата ресурсу		Місячний запас
	першим способом	другим способом	
Сировина	1	2	40
Обладнання	1	1	30
Електроенергія	2	1	55

При першому способі виробництва підприємство випускає в день 50 виробів, при другому способі – 40 виробів.

Скільки днів в місяці підприємство має працювати кожним із способів, щоб при наявних ресурсах забезпечити максимальний випуск продукції?

**Варіант 3.** Підприємство має в запасі три види сировини: цемент – 18 т, щебінь – 120 т, арматура – 27 т. З цієї сировини виготовляється два види плит, умовно позначимо ці види П1 і П2. На виготовлення однієї плити виду П1 необхідно 3 т цементу і 25 т щебеню, а для виготовлення однієї плити типу П2 – 1 т цементу, 3 т щебеню і 3 т арматури. Прибуток від реалізації плити П1 – 3000 тис. грош. од., а плити П2 – 2000 тис. грош. од.

Скласти план випуску плит, при якому прибуток від реалізації буде максимальний.

**Варіант 4.** Основними інгредієнтами цукерок типу карамель є цукор і патока (або сироп), інколи додають фруктове пюре. Для виготовлення однієї тонни карамелі виду А потрібно 0,7 т цукру і 0,34 т патоки, для карамелі виду В – 0,5 т цукру, 0,35 т патоки та 0,16 т фруктового пюре. Запаси цукру 810 т, патоки – 650 т, фруктового пюре – 140 т. Прибуток від реалізації однієї тонни карамелі виду А – 90 тис. грош. од., виду В – 95 тис. грош. од.

Знайти план виробництва карамелі, що забезпечує максимальний прибуток від її реалізації.

**Варіант 5.** Підприємство випускає два види морозива: вершкове і шоколадне. Для виготовлення 1 кг вершкового морозива необхідно 0,8 кг молока і 0,4 кг наповнювача, а для виготовлення 1 кг шоколадного морозива необхідно 0,5 кг молока і 0,8 кг наповнювача. Добові запаси підприємства складають 840 кг молока і 750 кг наповнювача. Попит на шоколадне морозиво становить не більше 650 кг на добу, а попит на вершкове морозиво – не більше 180 кг ніж на вершкове. Вершкове морозиво продається за ціною 160 грош. од. за 1 кг, а шоколадне – за ціною 140 грош. од. за 1 кг.

Визначити, яку кількість морозива кожного виду необхідно виробляти, щоб дохід від продажу був максимальним.

**Варіант 6.** Підприємство виготовляє трансформатори двох видів: А і В. На виготовлення одного трансформатора типу А необхідно затратити 3 кг заліза і 5 кг дроту, а на виготовлення одного трансформатора типу В – 4 кг заліза і 3 кг дроту. Підприємство має місячний ресурс: заліза – 380 кг, дроту – 450 кг. Прибуток від реалізації одного трансформатора типу А – 400 грош. од., а трансформатора типу В – 300 грош. од.

Скласти план виготовлення трансформаторів, при якому дохід від реалізації трансформаторів максимальний.

**Варіант 7.** Власні кошти банку в сумі з депозитами складають 50 млн грн. Ці кошти банк може розмістити в кредити за ставкою 16% річних і в державні цінні папери за ставкою 12% річних. При цьому не менше 35% всіх коштів необхідно розмістити в кредитах, а цінні папери повинні становити не менше 30% коштів, розміщених в кредитах і цінних паперах.

Визначити таке розміщення коштів в кредити і цінні папери, при якому прибуток банку буде максимальним.

**Варіант 8.** Для виготовлення двох видів виробів А і В використовується токарне, фрезерне, зварювальне та шліфувальне обладнання. Витрати часу на обробку одного виробу кожного виду для кожного з типів обладнання, загальний фонд робочого часу кожного типу обладнання, вказані в табл. 1.2. Прибуток від реалізації виробу виду А – 10 грош. од., виду В – 14 грош. од.

Визначити, скільки виробів і якого виду слід виготовити підприємству, щоб прибуток від їх реалізації був максимальним.

Таблиця 1.2 – Ресурси та їх витрати

Тип обладнання	Витрати часу на обробку виробу		Загальний фонд робочого часу
	вид А	вид В	
Фрезерне	2	4	120
Токарне	1	8	280
Зварювальне	7	4	240
Шліфувальне	4	6	360

**Варіант 9.** Для відгодовування великої рогатої худоби у фермерському господарстві необхідно розробити добовий кормовий раціон, що містить відповідно до зоотехнічних норм не менше 12,5 кг кормових одиниць, 1400 г перетравного протеїну і 12 кг сухої речовини. Господарство має два види корму – силос і комбікорм, вартість яких 0,75 грн і 5 грн за кілограм, відповідно. В одному кілограмі силосу міститься 0,18 кг кормових одиниць, 13 г перетравного протеїну і 0,26 кг сухої речовини. В одному кілограмі комбікорму міститься 0,9 кг кормових одиниць, 112 г перетравного протеїну і 0,87 кг сухої речовини.

Необхідно скласти кормовий раціон, що задовольняє вимогам з поживності таким чином, щоб сумарна вартість була мінімальною.

**Варіант 10.** Транспортному підприємству необхідно придбати не більше 20 вантажівок вантажопідйомністю 3 т і не більше 15 вантажівок вантажопідйомністю 5 т. Підприємство має на придбання вантажівок 2 176 800 грн. Вартість трьохтонних вантажівок 70 240 грн, п'ятитонних – 88 900 грн.

Необхідно придбати вантажівки кожного виду в такій кількості, щоб їх загальна вантажопідйомність була максимальною.

### 1.3 Контрольні питання

1. Дайте визначення поняттю організаційна система. Наведіть приклади.
2. Що таке дослідження операцій?
3. Назвіть типові задачі дослідження операцій та методи, якими їх розв'язують.
4. Дайте визначення поняттю прийняття рішень. Назвіть елементи прийняття рішень.
5. Дайте визначення поняттям: оптимальне рішення, стратегія, альтернатива.
6. Хто може приймати рішення з точки зору теорії прийняття рішень. Наведіть приклади.
7. Запишіть вирази для цільової функції та системи обмежень для задачі лінійного програмування.
8. Порівняйте та поясніть результати розв'язку задачі за варіантом у середовищі Scilab та у пакеті MS Excel.

### 1.4 Зміст звіту

1. Титульний лист, оформлений відповідно до вимог.
2. Мета роботи.
3. Загальна та математична постановки задачі за варіантом.
4. Розв'язок задачі за варіантом у середовищі Scilab з необхідними лістингами.
5. Розв'язок задачі за варіантом в пакеті MS Excel з необхідними розрахунками (фрагменти таблиці).
6. Відповіді на контрольні питання.
7. Висновки за результатами досліджень.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 2

### Розв'язання транспортної задачі

**Мета роботи** – навчитися розуміти та розв'язувати задачу ЛП транспортного типу.

#### 2.1 Теоретичні відомості і приклад задачі

Метод мінімальної вартості (також відомий як метод мінімального елемента) використовують для знаходження *початково-ого опорного плану* перевезення. В порівнянні з методом «північно-західного» кута результатом цього методу є початковий опорний план, що більш наближений до оптимального [2, 3].

Ідея методу полягає в наступному: на кожному кроці з числа незаповнених клітинок транспортної таблиці обираємо клітинку з мінімальним значенням вартості, заповнюємо її та виключаємо з подальшого розгляду стовпчик або рядок, в якому знаходиться ця клітинка, в залежності від того, чи задоволені відповідні потреби, чи вичерпані відповідні запаси.

Розглянемо приклад. Нехай є транспортна задача, в якій постачальники  $A_1$ ,  $A_2$  та  $A_3$  постачають однорідну продукцію споживачам  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$ ,  $B_4$  та  $B_5$ . Представимо задачу у вигляді *транспортної таблиці* (рис. 2.1a).

В транспортній таблиці, в стовпці  $a_i$  вказані запаси продукції у постачальників. Комірки рядку  $b_j$  містять значення потреб споживачів.

В даному прикладі транспортна задача *збалансована*, тобто сумарна кількість запасів продукції дорівнює сумарній кількості потреб споживачів.

В кожній клітинці (комірці) таблиці у верхньому правому куті вказана вартість перевезення. Наприклад, в клітинці  $(A_2, B_3)$  цифра 6 відповідає умовній вартості (або відстані) перевезення одиниці виробленої продукції від постачальника  $A_2$  споживачу  $B_3$ .

Стовпець  $a_i^*$  і  $b_j^*$  даної таблиці необов'язкові, вони введені для зручності контролю розподілу продукції в плані перевезення.

В комірках стовпця  $a_i^*$  будемо зазначати кількість продукції, що залишилася у постачальника (яку ще не вивезли), а в комірці рядка  $b_j^*$  будемо записувати кількість продукції, яку вже отримав споживач.

Розглянемо декілька кроків методу мінімального елемента. Знайдемо «найдешевше» перевезення. Зрозуміло, що це комірка  $(A_3, B_2)$ . Занесемо в цю комірку таку кількість (40 од.) продукції, що перевозиться, щоб максимально задовольнити запит споживача (див. рис. 2.1b).

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$a_i^*$	$a_i$
$A_1$	5	12	4	6	3	180	180
$A_2$	2	9	6	5	7	60	60
$A_3$	6	1	8	9	4	80	80
$b_j^*$	0	0	0	0	0		
$b_j$	120	40	60	80	20		

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$a_i^*$	$a_i$
$A_1$	5	12	4	6	3	180	180
$A_2$	2	9	6	5	7	60	60
$A_3$	6	40	8	9	4	40	80
$b_j^*$	0	40	0	0	0		
$b_j$	120	40	60	80	20		

(a) Транспортна таблиця

(b) Дії з коміркою  $(A_3, B_2)$ 

Рисунок 2.1 – Транспортна таблиця

В результаті такої дії, в комірці  $a_3^*$  кількість продукції зменшиться на 40 од. У даному випадку споживач повністю задоволений, тому стовпець  $B_3$  можна виключити з подальшого розгляду.

Знайдемо наступне «найдешевше» перевезення. Це комірка  $(A_2, B_1)$ . До неї занесемо максимальну кількість продукції (див. рис. 2.2a).

В даному випадку таке значення повністю відповідає запасу постачальника  $A_2$ , тому другий рядок можна виключити з подальшого розгляду.

Продовжуючи аналогічно цей процес розподілу продукції між перевезеннями (див. рис. 2.2b–2.2f), отримаємо *початковий опорний план* перевезень.

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$a_i^*$	$a_i$
$A_1$	5	12	4	6	3	160	180
$A_2$	2	9	6	5	7	0	60
$A_3$	6	1	8	9	4	40	80
$b_j^*$	60	40	0	0	20		
$b_j$	120	40	60	80	20		

(a) Дії з коміркою ( $A_2, B_1$ )

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$a_i^*$	$a_i$
$A_1$	5	12	4	6	3	20	160
$A_2$	2	9	6	5	7	0	60
$A_3$	6	1	8	9	4	40	80
$b_j^*$	60	40	0	0	20		
$b_j$	120	40	60	80	20		

(b) Дії з коміркою ( $A_1, B_5$ )

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$a_i^*$	$a_i$
$A_1$	5	12	60	4	6	20	100
$A_2$	2	9	6	5	7	0	60
$A_3$	6	1	8	9	4	40	80
$b_j^*$	60	40	60	0	20		
$b_j$	120	40	60	80	20		

(c) Дії з коміркою ( $A_1, B_3$ )

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$a_i^*$	$a_i$
$A_1$	5	12	60	4	6	20	40
$A_2$	2	9	6	5	7	0	60
$A_3$	6	1	8	9	4	40	80
$b_j^*$	120	40	60	0	20		
$b_j$	120	40	60	80	20		

(d) Дії з коміркою ( $A_1, B_1$ )

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$a_i^*$	$a_i$
$A_1$	60	12	60	40	20	0	180
$A_2$	60	9	6	5	7	0	60
$A_3$	6	40	8	9	4	40	80
$b_j^*$	120	40	60	40	20		
$b_j$	120	40	60	80	20		

(e) Дії з коміркою ( $A_1, B_4$ )

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$a_i^*$	$a_i$
$A_1$	60	12	60	40	20	0	180
$A_2$	60	9	6	5	7	0	60
$A_3$	6	40	8	9	4	0	80
$b_j^*$	120	40	60	80	20		
$b_j$	120	40	60	80	20		

(f) Дії з коміркою ( $A_3, B_4$ )

Рисунок 2.2 – Отримання початкового опорного плану перевезень

Будь-який опорний план іноді називають *базисом*. Заповнені комірки транспортної таблиці називають *базисними*. Число базисних змінних транспортної задачі дорівнює  $m + n - 1$ , де  $m$  – число постачальників,  $n$  – число споживачів. Незаповнені комірки транспортної таблиці називаються *вільними*. Число вільних комірок транспортної таблиці дорівнює числу вільних змінних транспортної задачі. Число вільних змінних транспортної задачі дорівнює  $(m-1)(n-1)$ . Таке число можна використовувати для контролю при роботі з транспортною таблицею.

Отже, ми отримали початковий опорний план перевезення (див. рис. 2.2f). Відповідно до цього плану загальна вартість перевезення дорівнює

$$60 \cdot 5 + 60 \cdot 4 + 40 \cdot 6 + 20 \cdot 3 + 60 \cdot 2 + 40 \cdot 1 + 40 \cdot 9 = 1360.$$

Цей план необов'язково буде оптимальним.

Спробуємо знайти краще рішення. Для цього в початковому опорному плані необхідно знайти усі вільні комірки, починаючи з яких можна створити такий *цикл*, в якому тільки одна комірка (перша) є вільною, а інші – базисні. Тобто такий цикл, в якому переміщуючи між комірками продукцію, що перевозиться, можна зменшити загальну вартість перевезення.

В таких циклах позначаємо знаком «+» комірки, куди перекидаємо частину продукції, що перевозиться, а знаком «-» – комірки, з яких беремо цю частину. Якщо обчислити алгебраїчну суму вартості перевезення з урахуванням цих знаків (яка називається *ціною циклу*), і отримане значення буде від'ємним, то перекидання продукції між цими комірками зменшить загальну вартість перевезення.

В результаті отримуємо черговий покращений опорний план, який дозволить зменшити загальну вартість перевезення. Цей процес поліпшень триває до того часу, поки у плані не залишиться циклів з від'ємною ціною. У такому разі одержаний опорний план буде оптимальним. Для нашого прикладу знаходимо такий цикл (стрілки на рис. 2.2f)

$$(A_3B_4) \rightarrow (A_3B_1) \rightarrow (A_1B_1) \rightarrow (A_1B_4).$$

Він має від'ємну ціну  $-9 + 6 - 5 + 6 = -22$ . Перекинемо продукцію в цьому циклі, не порушуючи баланс. В результаті отримаємо оптимальний план перевезень (див. рис. 2.3), вартість перевезення згідно з яким дорівнює

$$20 \cdot 5 + 60 \cdot 4 + 80 \cdot 6 + 20 \cdot 3 + 60 \cdot 2 + 40 \cdot 6 + 40 \cdot 1 = 1280.$$

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$a_i^*$	$a_i$
$A_1$	5 20	12	4 60	6 80	3 20	0	180
$A_2$	2 60	9	6	5	7	0	60
$A_3$	6 40	1 40	8	9	4	0	80
$b_j^*$	120	40	60	80	20		
$b_j$	120	40	60	80	20		

Рисунок 2.3 – Оптимальний план перевезень

Зазначимо, що транспортна задача, як і інші задачі лінійного програмування, може мати кілька рішень. Це залежить від застосованого методу розв'язання або від послідовності вибору циклів з від'ємною ціною в методах «північно-західного кута» та мінімального елемента. Так, наприклад, при розв'язанні даного прикладу у середовищі MS Excel, опорний план відрізнятиметься від плану (рис. 2.3) Однак, він також буде оптимальним, із загальною вартістю перевезення, що дорівнює 1280.

## 2.2 Приклад розв'язання задачі в середовищі MS Excel

В MS Excel створимо таблицю та занесемо до неї вихідні дані транспортної задачі (рис. 2.4):

- вартість перевезень, комірки C4:G6;
- кількість продукції у кожного постачальника, комірки H4:H6;
- попит на продукцію по кожному споживачу, комірки C7:G7.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								<i>Вартість перевезень</i>
3		Постачальники	Споживачі					Кількість продукції
4			B1	B2	B3	B4	B5	
5		A1	5	12	4	6	3	180
6		A2	2	9	6	5	7	60
7		A3	6	1	8	9	4	80
8		Попит	120	40	60	80	20	

Рисунок 2.4 – Вихідні дані транспортної задачі

Підготуємо таблицю для пошуку розв'язку задачі (рис. 2.5):

- виділимо область для розв'язку задачі, комірки C9:H11;
- будемо підраховувати суми одиниць продукції, що буде перевезена від відповідних постачальників, комірки H9:H11. Для цього у комірку H9 запишемо формулу підрахунку суми значень по комірках C9:G9, у H10 суму по C10:G10, у H11 суму по C11:G11;
- підрахуємо суми одиниць продукції, яку отримають відповідні споживачі, комірки C13:G13. Для цього у комірку C13 запишемо формулу підрахунку суми значень по комірках C9:C11 та таке ж зробимо у D13, E13, F13 та G13, по відповідних стовпцях;
- організуємо обчислення вартості кожного перевезення, комірки C15:G17. Для цього в комірку C15 напишемо формулу у вигляді  $=C4*C9$  та скопіюємо її в комірки діапазону C15:G17;
- організуємо обчислення загальної вартості перевезень, тобто цільової функції, комірка C19. Для цього в комірку C19 напишемо формулу  $SUM(C15:G17)$ .

Для пошуку розв'язку задачі використаємо надбудову Excel Solver (Пошук розв'язання). Виконаємо команду Data→Solver, в результаті чого відкриється вікно Solver Parameters, у якому зробимо наступне (рис. 2.6):

- у полі Set Target Cell встановимо координати комірки цільової функції, тобто  $\$C\$19$ ;
- для пошуку мінімуму цільової функції позначимо Min;
- у поле By Changing Cells запишемо діапазон  $\$C\$9:\$G\$11$ ;
- у поле Subject to the Constraint введемо обмеження за допомогою кнопки Add.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2			Споживачі					Кількість продукції
3	Постачальники	B1	B2	B3	B4	B5		
4	A1	5	12	4	6	3	180	
5	A2	2	9	6	5	7	60	
6	A3	6	1	8	9	4	80	
7	Попит	120	40	60	80	20		
8								
9							0	
10		X=					0	
11							0	
12								
13			0	0	0	0	0	
14								
15			0	0	0	0	0	
16		C*X=	0	0	0	0	0	
17			0	0	0	0	0	
18								
19		F=	0					

Рисунок 2.5 – Таблиця для пошуку розв'язку задачі

Для нашої задачі обмеження будуть наступними:

- значення плану перевезення мають бути невід'ємними, тобто запишемо  $C9:G11 \geq 0$ ;
- сума одиниць продукції, що буде перевезена від постачальників, повинна дорівнювати сумі одиниць продукції, що є в наявності у постачальника,  $H9:H11 = H4:H6$ ;
- сума одиниць продукції, що отримають споживачі, дорівнює потребам кожного споживача,  $C13:G13 = C7:G7$ ;
- за необхідності можна запровадити обмеження, що вимагає, щоб значення плану перевезень (кількість одиниць продукції) були цілими числами,  $C9:G11 = \text{integer}$ .

Після введення даних у вікні Solver Parameters натискаємо кнопку Solve. Якщо все виконано вірно, то в комірках C9:H11 отримаємо оптимальний план перевезень, а в комірці C19 – значення цільової функції (рис. 2.7).

Зазначимо, що тут показано лише приклад організації розв'язання задачі. Розташування комірок, їх адреси, способи введення даних і формул користувач може вибрати на власний розсуд.

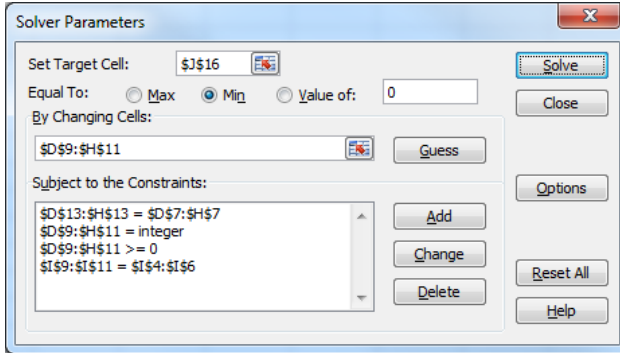


Рисунок 2.6 – Приклад вікна Solver parameters

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
1											
2											
3		Постачальники		Споживачі					Кількість продукції		
4		A1		B1	B2	B3	B4	B5		180	
5		A2		2	9	6	5	7		60	
6		A3		6	1	8	9	4		80	
7		Попит		120	40	60	80	20			
8											
9				28	0	60	80	12		180	
10		X=		60	0	0	0	0		60	
11				32	40	0	0	8		80	
12											
13				120	40	60	80	20			
14											
15				140	0	240	480	36			
16		C*X=		120	0	0	0	0	F=	1280	
17				192	40	0	0	32			

Рисунок 2.7 – Розв'язок транспортної задачі в MS Excel

## 2.3 Практичне завдання

Виконайте приклад розв'язання транспортної задачі за п.п. 2.1–2.2, після чого розв'яжіть задачу за варіантом засобами MS Excel. Загальне формулювання задачі: продукція певного типу виробляється в населених пунктах A1, A2, A3, а споживається – в пунктах B1, B2, B3, B4, B5. Кожен варіант (рис. 2.8–2.9) містить такі дані: наявна кількість продукції, попит споживачів та вартість перевезення одиниці продукції.

№ варіанту	Завдання						
	Постачальники	Споживачі					Кількість продукції
B1		B2	B3	B4	B5		
1	A1	5	4	5	6	3	110
	A2	9	6	4	7	8	150
	A3	7	4	8	5	1	160
	Попит	120	90	50	100	60	
2	A1	2	4	5	7	3	280
	A2	5	6	3	7	8	160
	A3	9	4	3	5	12	170
	Попит	60	150	160	80	160	
3	A1	2	4	7	3	9	220
	A2	6	8	1	5	7	160
	A3	5	12	9	4	6	180
	Попит	120	80	160	110	90	
4	A1	7	10	4	6	4	180
	A2	2	8	6	5	3	60
	A3	6	11	8	7	4	150
	Попит	120	50	60	100	60	
5	A1	4	5	6	11	3	180
	A2	3	7	9	5	5	350
	A3	7	3	4	1	8	20
	Попит	110	90	120	80	150	

Рисунок 2.8 – Розв'язок транспортної задачі в MS Excel

№ варіанту	Завдання						
	Постачальники	Споживачі					Кількість продукції
B1		B2	B3	B4	B5		
6	A1	7	12	4	6	5	280
	A2	1	5	6	5	3	160
	A3	6	13	8	7	4	170
	Попит	90	140	60	110	210	
7	A1	1	4	7	3	9	90
	A2	6	8	2	5	7	150
	A3	3	12	9	4	6	140
	Попит	120	70	50	100	40	
8	A1	9	4	5	5	3	180
	A2	5	6	11	4	8	160
	A3	2	4	3	5	2	70
	Попит	60	50	60	80	160	
9	A1	9	4	5	5	3	220
	A2	5	6	11	4	8	160
	A3	2	4	3	5	7	80
	Попит	120	80	60	100	100	
10	A1	5	12	4	6	3	80
	A2	2	9	6	5	7	160
	A3	6	1	8	9	4	150
	Попит	120	50	60	100	60	

Рисунок 2.9 – Розв’язок транспортної задачі в MS Excel

## 2.4 Контрольні питання

1. Сформулюйте економічний зміст транспортної задачі за критерієм вартості.
2. Запишіть математичну постановку транспортної задачі.
3. Що таке план перевезень? Який план перевезень називають допустимим, який оптимальним?
4. Яку транспортну задачу називають закритою (відкритою)?
5. Що таке початковий опорний план та оптимальний план?
6. Як будується транспортна таблиця? Що в ній є рядками, а що стовпцями? Які комірки називають базисними, які вільними?
7. Що таке цикл у транспортній таблиці? Що таке ціна циклу?
8. Назвіть методи розв'язування транспортних задач.
9. Опишіть алгоритм розв'язку транспортної задачі методом «північно-західного кута».
10. Опишіть алгоритм розв'язку транспортної задачі методом «мінімального елемента».
11. Назвіть інші задачі, які зводяться до задачі транспортного типу.

## 2.5 Зміст звіту

1. Титульний лист, оформлений відповідно до вимог.
2. Мета роботи.
3. Постановка транспортної задачі.
4. Результати розв'язку задачі у середовищі MS Excel у вигляді рисунку.
5. Відповіді на контрольні питання.
6. Висновки за результатами досліджень.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 3

### Розв'язання багатокритеріальних задач методом МАІ

**Мета роботи** – навчитися на практиці застосовувати Метод Аналітичної Ієрархії для прийняття рішень при багатьох критеріях.

#### 3.1 Загальні теоретичні відомості

Метод Аналітичної Ієрархії (МАІ), відомий як Analytic Hierarchy Process (АНР), запропонував американський математик Т. Сааті у 1972 р. В даний час цей метод широко використовується на практиці для прийняття рішень і моделювання організаційних задач в маркетингу, соціології, політиці, медицині, в тому числі великими компаніями, такими як General Motors, Lockheed, Ford Motor Company, Ferrari, General Electric тощо. Застосування методу МАІ для багатокритеріальних задач прийняття рішень можна представити у вигляді виконання нижчевикладених етапів [4, 5].

Етап 1. Структурування проблеми у вигляді ієрархії, яка містить принаймні три рівні: вершина ієрархії – це мета прийняття рішення; середній рівень – це техніко-економічні параметри (критерії), які пов'язують мету з альтернативами; нижній рівень – це набір альтернатив.

Етап 2. Встановлення важливості критеріїв. На цьому етапі ОПР визначає пріоритети між усіма, розглянутими критеріями, наприклад, наскільки вартість системи важливіше її продуктивності та надійності.

Етап 3. Побудова матриць парних порівнянь альтернатив та їх нормалізація за кожним з обраних критеріїв.

Етап 4. Підрахунок глобального пріоритету (рангу) кожної з альтернатив. Альтернатива з найвищим пріоритетом є першим кандидатом для остаточного прийняття рішення ОПР. Для порівняння критеріїв автор методу МАІ запропонував вербальну шкалу важливості, що наведена в табл. 3.1.

Таблиця 3.1 – Шкала Т. Сааті

Вербальне/словесне судження	Числове значення
Надзвичайна важливість	9
	8
Дуже сильна важливість	7
	6
Сильна важливість	5
	4
Помірна важливість	3
	2
Однакова важливість	1
8, 6, 4, 2 – проміжні значення, коли необхідний компроміс	

### Формалізація обчислень.

Позначимо матрицю парних порівнянь наступним чином:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

В цій матриці елементи  $a_{ij}$  це судження про перевагу (важливість) критерію  $i$  відносно критерію  $j$ .

Щоб всі елементи матриці відповідали одній шкалі значень, від 0 до 1, матрицю  $A$  необхідно *нормалізувати*. Існує багато способів нормалізації наборів даних (за сумою, за максимальним значенням, геометрична тощо). Розглянемо найпростішу нормалізацію за сумою. Для цього кожен елемент кожного стовпця розділимо на суму елементів цього стовпця. В результаті отримаємо нормалізовану матрицю, яку позначимо  $R$ :

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & r_{nn} \end{pmatrix}, \text{ де } r_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{i=1}^n a_{ij}}. \quad (3.2)$$

Середні значення кожного рядка цієї матриці позначимо як  $w_i$ , а вектор з цих елементів через  $W$ . Середнє значення  $w_i$  насправді є пріоритетом або вагою  $i$ -го критерію.

Матриця парних порівнянь складається на основі суджень про перевагу (важливість) критеріїв, тому може бути непослідовною з тих чи інших причин у міркуваннях ОПР. Наприклад, ОПР може помилитися стверджуючи, що критерій  $C_1$  важливіший за критерій  $C_2$  у 2 рази, критерій  $C_2$  важливіший за критерій  $C_3$  також у 2 рази і при цьому помилково вважаючи, що критерій  $C_1$  важливіший за критерій  $C_3$  у 5 разів. Хоча за логікою критерій  $C_1$  повинен бути важливішим за критерій  $C_3$  у 4 рази. Тут непослідовність ЛПР полягає у порушенні якості *транзитивності*. Для зменшення подібної непослідовності суджень виконується перевірка матриці парних порівнянь на узгодженість (сумісність), яка називається *консистентністю*. У разі виявлення неконсистентності матриці парних порівнянь ОПР чи експерту пропонується переглянути уподобання, можливо з використанням додаткової інформації про критерії. Перевірка на консистентність необхідна тільки для того, щоб переконатися в несуперечності суджень ОПР чи експертів, та/або за необхідності перегляду цих суджень.

Консистентність можна назвати ступенем несуперечності суджень. Існує точний алгоритм обчислення консистентності матриць та багато наближених методів, що використовуються у практичних обчисленнях. Розглянемо спрощений алгоритм перевірки консистентності матриці попарних порівнянь критеріїв.

Крок 1. Помножити матрицю попарних порівнянь на вектор ваги критеріїв:

$$B = A \times W. \quad (3.3)$$

Крок 2. Кожен елемент отриманого вектору розділити на вагу відповідного значення критерію та обчислити суму результатів ділення:

$$s = \sum_{i=1}^n \frac{b_i}{w_i}. \quad (3.4)$$

Крок 3. Суму (3.4) розділити на розмірність матриці попарних порівнянь (число критеріїв). В результаті отримуємо наближене значення консистентності, яке прийнято позначати як  $\lambda_{\max}$ :

$$\lambda_{\max} = \frac{s}{n}. \quad (3.5)$$

Крок 4. Обчислити *індекс консистентності* (Consistency Index):

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}. \quad (3.6)$$

Крок 5. Обчислити *коефіцієнт консистентності* (Consistency Ratio):

$$CR = \frac{CI}{RI}. \quad (3.7)$$

де  $RI$  – індекс консистентності матриць, елементами яких є згенеровані довільні значення.

У табл. 3.2 наведено значення  $RI$  для матриць різної розмірності, отримані Т. Сааті. Матриця попарних порівнянь вважається консистентною, якщо  $CR \leq 1$ .

Таблиця 3.2 – Індеси  $RI$  (матриці різної розмірності)

$n$	3	4	5	6	7	8	9	10
$RI$	0.58	0.9	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49

### 3.2 Приклад розв'язання задачі методом МАІ

Розглянемо приклад розв'язання задачі методом МАІ та виконаємо всі етапи процесу прийняття рішень цим методом. Для обчислень будемо використовувати застосунок MS Excel, який досить зручний для методу МАІ, де виконуються прості матричні обчислення, що представлені таблицями.

Етап 1. Структурування проблеми у вигляді ієрархії. Мета особи що приймає рішення (ОПР) – вибрати для покупки модель ноутбука (laptop) для задач середньої складності (для навчання). Вибір повинен базуватися на деяких критеріях, які є характеристиками цього товару. Будемо враховувати наступні характеристики: серія процесора (Processor), об'єм оперативної пам'яті (RAM Capacity), ємність жорсткого диску (HDD Capacity), діагональ екрану (Screen Size), виробник (Brand) та колір (Color). Припустимо, що ОПР зацікавився деякими моделями ноутбуків і обрав чотири моделі (альтернативи). Задачу прийняття рішення можна представити у вигляді ієрархії (див. рис. 3.1): мета – критерії – альтернативи (Goal – Criteria – Alternatives).

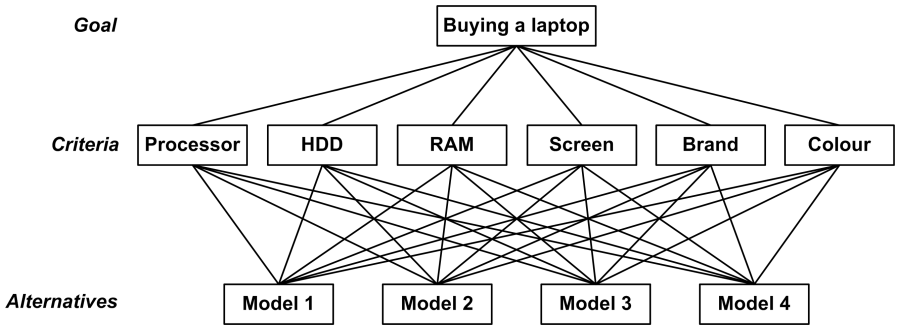


Рисунок 3.1 – Структурування проблеми у вигляді ієрархії

Етап 2. Встановлення важливості критеріїв. Розглянемо ієрархію (див. рис. 3.1). Бачимо, що кожна альтернатива вибору залежить від властивих цій альтернативі характеристик, які ми називатимемо *критеріями*.

Важливість критеріїв, у свою чергу, залежить від мети. Наприклад, використання ноутбука для комп'ютерних ігор потребує потужного процесору, дискретної графічної відеокарти, великого та якісного екрану; для мобільного користування важлива вага ноутбука; для математичних розрахунків важлива розрядність процесора; для роботи з базами даних – велика ємність накопичувача тощо.

У нашому прикладі ноутбук буде використовувати для навчання здобувач вищої освіти, який є ОПП, і який повинен зрозуміти, яка саме модель йому підходить. Для цього ОПП може порадитися з колегами свого кола, та/або, якщо є можливість, з експертами, проаналізувати пропозиції спеціалізованих магазинів, прочитати відгуки або рекомендації в Інтернеті.

Як нам уже відомо для нашого прикладу, ОПП у результаті роздумів та наявної інформації вирішила вибрати ноутбук із чотирьох моделей. Характеристики (критерії) обраних моделей наведені в табл. 3.3.

Таблиця 3.3 – Характеристики (критерії) ноутбуків

Models	Processor	HDD	RAM	Screen	Brand	Color
Model 1	Core I3	512 GB	4 GB	14.0"	HP	Black
Model 2	Core I5	1 TB	4 GB	15.6"	Acer	Black
Model 3	Core I7	2 TB	16 GB	17.3"	Asus	Silver
Model 4	Core I5	1 TB	8 GB	15.6"	HP	Silver

Етап 3. Побудова матриць парних порівнянь альтернатив та їх нормалізація за кожним з обраних критеріїв.

На основі опитування більше 100 користувачів та власних переваг ОПП склала таблицю парного порівняння критеріїв (див. табл. 3.4) з використанням шкали Т. Сааті (див. табл. 3.1). Нормалізована матриця парних порівнянь подана у табл. 3.5.

Таблиця 3.4 – Матриця парних порівнянь критеріїв

	Processor	HDD	RAM	Screen	Brand	Color
Processor	1	5	3	2	7	9
HDD	1/5	1	1/3	1/3	2	5
RAM	1/3	3	1	2	3	9
Screen	1/2	3	1/2	1	3	7
Brand	1/7	1/2	1/3	1/3	1	5
Color	1/9	1/5	1/9	1/7	1/5	1

Таблиця 3.5 – Нормалізована матриця

	Processor	HDD	RAM	Screen	Brand	Color	W
Processor	0.437	0.394	0.568	0.344	0.432	0.250	0.404
HDD	0.087	0.079	0.064	0.057	0.123	0.139	0.092
RAM	0.146	0.236	0.189	0.344	0.185	0.250	0.225
Screen	0.219	0.236	0.095	0.172	0.185	0.194	0.184
Brand	0.062	0.039	0.063	0.057	0.062	0.139	0.070
Color	0.049	0.016	0.021	0.025	0.012	0.028	0.025

Перевіримо консистентність матриці парних порівнянь критеріїв (табл. 3.5). За формулою (3.5) маємо:

$$B = (2.622989, 0.574668, 1.438168, 1.159392, 0.435315, 0.153575)^T;$$

Обчислення за формулами (3.4)–(3.7) при  $RI = 1.24$  (табл. 3.2) мають наступні результати:

$$\lambda_{\max} = 6.297703; \quad CI = 0.059541; \quad CR = 0.048017.$$

Отримане значення  $CR$  менше за 0.1, що свідчить про консистентність нашої матриці парних порівнянь (несуперечності суджень ОПР).

Етап 4. Підрахунок глобального пріоритету (рангу) кожної з альтернатив. Альтернатива з найвищим пріоритетом є першим кандидатом для остаточного прийняття рішення ОПР.

На цьому етапі отримуються локальні пріоритети кожної альтернативи кожного критерію. Для цього складаються матриці парних порівнянь, приклад однієї з них наведено в табл. 3.6.

Таблиця 3.6 – Порівняння за критерієм Processor

	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4
Model 1	1	1/3	1/7	1/3
Model 2	3	1	1/5	1
Model 3	7	5	1	5
Model 4	3	1	1/5	1

У даному прикладі поставлено умовні (тільки для демонстрації виду таблиці) значення переваг (суджень) альтернатив за критерієм Processor.

Для задачі, яку ми розв'язуємо, потрібно було б скласти шість матриць парних порівнянь (критерії Processor, HDD, RAM, Screen, Brand, Color) і перевірити їх на консистентність. Але ми скористаємось «об'єктивними» даними про переваги покупців відносно названих критеріїв, які отримала ОПР після проведених маркетингових досліджень на основі реальних покупок. Частка покупців ноутбуків (%), які віддали перевагу відповідним критеріям моделей подано у табл. 3.7. Оскільки ці дані є реальними (тобто об'єктивними), то ОПР вирішила їх використати для прийняття рішення щодо вибору моделі ноутбуку. Зазначимо, що в такому випадку немає необхідності проводити перевірку матриць на консистентність.

Таблиця 3.7 – Частка покупців ноутбуків (%)

	Processor	HDD	RAM	Screen	Brand	Color
Model 1	22.7	11.5	25.0	22.7	34.6	12.5
Model 2	31.8	34.6	25.0	31.8	19.3	12.5
Model 3	13.7	19.3	15.0	13.7	11.5	37.5
Model 4	31.8	34.6	35.0	31.8	34.6	37.5

З табл. 3.7 можна зробити наступні висновки, наприклад:

- процесору Core I3 віддали перевагу 22,7% покупців; Core I5 – 63,6%; Core I7 – 13,7%;
- за критерієм Processor моделі Model 2 і Model 4 мають однакову перевагу у покупців, а за критерієм RAM Model 4 краще, ніж Model 2.

Отже, на основі табл. 3.7 можна скласти шість матриць парних порівнянь моделей для визначення локального пріоритету кожної з них. Усі ці матриці будуть мати коефіцієнт консистентності такий, що дорівнює нулю.

Глобальні пріоритети альтернатив у цій задачі можна отримати шляхом множення матриці з табл. 3.7 на вектор ваги (стовпець  $W$  з табл. 3.5):

$$Q = \begin{pmatrix} 22.7 & 11.5 & 25 & 22.7 & 34.6 & 12.5 \\ 31.8 & 34.6 & 25 & 31.8 & 19.3 & 12.5 \\ 13.7 & 19.3 & 15 & 13.7 & 11.5 & 37.5 \\ 31.8 & 34.6 & 35 & 31.8 & 34.6 & 37.5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0.404 \\ 0.092 \\ 0.225 \\ 0.184 \\ 0.07 \\ 0.025 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22.76 \\ 29.17 \\ 14.95 \\ 33.12 \end{pmatrix}.$$

Таким чином, на підставі власних уподобань ОНР (табл. 3.4) та об'єктивних даних (табл. 3.7), вона може прийняти рішення з урахуванням ранжування альтернатив (табл. 3.8).

Таблиця 3.8 – Ранжування альтернатив

Альтернатива	Пріоритет	Ранг
<b>Model 4</b>	33.1	1
<b>Model 2</b>	29.2	2
<b>Model 1</b>	22.8	3
<b>Model 3</b>	14.9	4

### 3.3 Завдання до лабораторної роботи

1. Реалізувати приклад багатокритеріальної задачі вибору ноутбука у середовищі MS Excel або Scilab або з використанням будь-якої мови програмування (C/C++, Java, Python).
2. Розширити цю задачу введенням ще двох критеріїв: вартості та ваги. Знайти оптимальний розв'язок.
3. Розширити це завдання запровадженням ще однієї моделі ноутбука. Знайти оптимальний розв'язок.

### 3.4 Контрольні питання

1. Чим вирізняються ролі ОНР та експерта у задачі прийняття рішення?
2. Що таке критерій у задачах прийняття рішень?

3. У чому суть ієрархії методу МАІ?
4. Скільки шарів ієрархії може мати багатокритеріальна задача ухвалення рішення?
5. Навіщо необхідно виконувати нормалізацію значень критеріїв? Перелічіть кілька способів нормалізації.
6. Які причини неконсистентності матриці парних порівнянь можуть бути?
7. Які значення коефіцієнта консистентності матриці парних порівнянь допустимі для ухвалення рішення?
8. Чим відрізняються локальні пріоритети від глобальних пріоритетів альтернатив?

### **3.5 Зміст звіту**

1. Титульний лист, оформлений відповідно до вимог.
2. Мета роботи.
3. Фрагменти програмного коду, розроблені самостійно.
4. Результати розв'язків задачі згідно завдання п.3.3.
5. Відповіді на контрольні питання.
6. Висновки за результатами досліджень.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 4

### Розв’язання багатокрітеріальних задач методом МАІ у середовищі Super Decisions

**Мета роботи** – удосконалити навички прийняття рішень МАІ, освоїти інструментальний пакет Super Decisions.

#### 4.1 Загальні відомості

Super Decisions v3 – остання версія програмного пакету, розробленого Creative Decisions Foundation для аналізу, синтезу та обґрунтування складних рішень на основі методології аналітичного ієрархічного процесу (АНР). Для професійного використання пакету Super Decisions рекомендується ознайомитись з усією документацією Super Decisions v3, доступною на веб-сайті <https://www.superdecisions.com/>. Зазначимо, що Decisions Foundation було засновано 1996 року Томасом Л. Сааті, професором Університету Пітсбурга, Пенсільванія, США.

Пакет Super Decisions є вільно розповсюджуваним, його можна завантажити із зазначеного вище сайту, виконавши реєстрацію. Інструкцію з реєстрації також наведено на сайті. Ми будемо використовувати останню версію 3.2.

Ми розглянемо лише найпростіші можливості пакету Super Decisions, який також може використовуватись не тільки для МАІ. Бажаючи глибше вивчити пакет та використовувати його у професійній діяльності можуть ознайомитися з документацією Super Decisions v3, доступною на веб-сайті Super Decisions.

Для ілюстрації ми будемо використовувати приклад МАІ, що став вже класичним: покупка автомобіля. Наша покупка буде ґрунтуватися на чотирьох критеріях: ціна, комфорт, естетика та безпека. Альтернативами в цьому прикладі будуть три автомобілі: Car1, Car2 та Car3 [6].

## 4.2 Створення проекту та розв'язання задачі

### 4.2.1 Постановка задачі

Для ухвалення рішення з використанням Super Decisions необхідно виконати:

1. Розробити модель рішення. Модель має складатися з ієрархії мети, критеріїв та альтернатив.

2. Визначити пріоритети критеріїв: критерії попарно порівнюються з урахуванням мети для отримання їх ваг. Потім перевірити несуперечність суджень, тобто переглянути рішення для досягнення розумного рівня узгодженості з погляду пропорційності та транзитивності.

3. Визначити пріоритети альтернатив за кожним критерієм, аналогічний попередньому кроку, тобто попарно порівняти альтернативи за кожним критерієм і перевірити узгодженість суджень.

4. Синтезувати модель: усі отримані альтернативні пріоритети об'єднуються у вигляді виваженої суми, щоб врахувати вагу кожного критерію та встановити спільні пріоритети альтернатив. Альтернатива з найвищим загальним пріоритетом є найкращим вибором.

5. Провести аналіз чутливості: дослідити, як зміни ваги критеріїв можуть вплинути на результат. Це потрібно для розуміння обґрунтування отриманих результатів.

6. На підставі результатів синтезу та аналізу чутливості прийняти остаточне рішення.

### 4.2.2 Розробка моделі

Після запуску програми Super Decisions відкриється вікно, що містить інформаційну панель і порожню панель, в якій створюватиметься модель процесу прийняття рішення. Натисніть **[+]** вгорі ліворуч. З'явиться повідомлення **Creating new cluster** (створити новий кластер). Кожен рівень ієрархії у термінології пакету Super Decisions називається *кластером*. Відредагуйте ім'я першого кластера, наприклад Goal (мета), та натисніть **Add more** (додати ще).

Повторіть ці дії для створення всіх кластерів. У нашому випадку це Goal, Criteria, Alternatives. Після створення останнього кластера (Alternatives) виконайте **Save**.

Наступний крок – створення у кожному кластері елементів, які називаються *вузлами* (nodes). Для створення вузла в кластері Goal виберіть цей кластер і натисніть **Add Node** в нижній частині кластера. З'явиться повідомлення **Please set the values for the new node in cluster GOAL** (встановіть значення для нових вузлів). У діалоговому вікні назвіть вузол Buying a Car. Подібні дії виконайте для кожного вузла в кожному кластері за допомогою команди **Add more** для створення кожного наступного вузла. Після створення всіх вузлів, у нашому випадку вузол Car3 в кластері Alternatives, збережіть результат редагування (рис. 4.1).

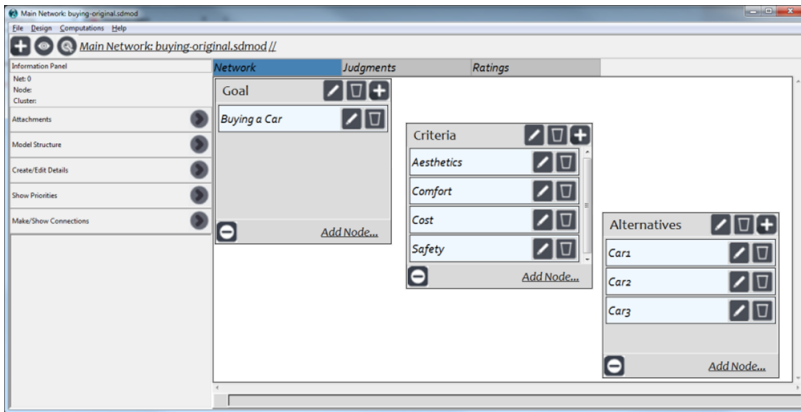


Рисунок 4.1 – Створення кластерів ієрархії та вузлів кластерів

Наступний крок – це конструювання моделі – створення зв'язків між вузлами. Виберіть курсором вузол Buying a Car та опцію **make/show connections** (створити/показати з'єднання) в інформаційній панелі (ліворуч) і у вікні діалогу, що з'явиться, за допомогою курсору позначте кожен вузол кластера Criteria (cost, comfort, aesthetics і safety). В результаті з'явиться зображення стрілки між кластерами Goal та Criteria. Аналогічні дії виконайте для вузлів

кластера Criteria, створивши з'єднання між кожним вузлом кластера Criteria та всіма вузлами кластера Alternatives (рис. 4.2).

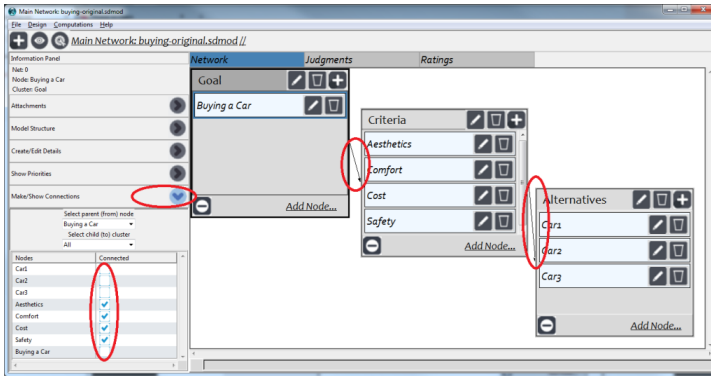


Рисунок 4.2 – Створення зв'язків між вузлами ієрархії

Після створення всіх з'єднань можна закрити поточний діалог, натиснувши знову опцію **make/show connections**. Важливо переконаватися, що з'єднання створені, для цього потрібно натиснути кнопку виконані із зображенням інструменту (...) і вибрати вузол, що перевіряється, вузли пов'язані з ним забарвляються червоним кольором (рис. 4.3).

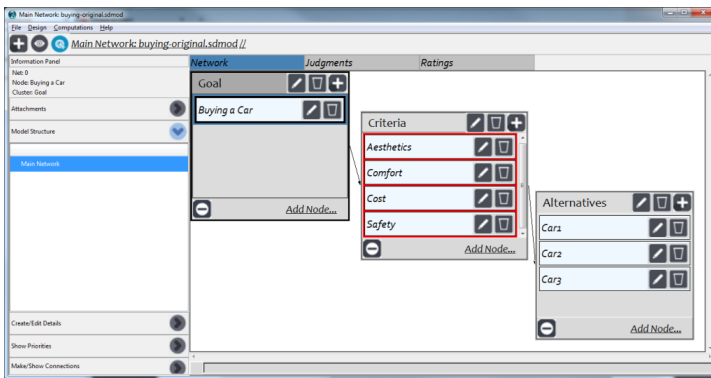


Рисунок 4.3 – Демонстрація наявності зв'язків

### 4.2.3 Визначення пріоритетів (ваг) критеріїв

На цьому етапі процесу ухвалення рішення необхідно отримати відносні пріоритети для критеріїв та ваги критеріїв. Виберіть вузол *Buying a car* у кластері *Goal*. Відкрийте вкладку **Judgments** (судження), з'явиться вікно з трьома панелями (рис. 4.4).

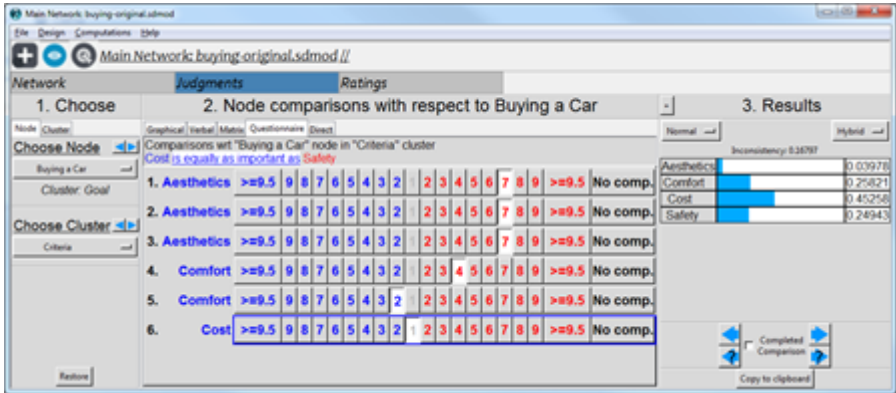


Рисунок 4.4 – Встановлення суджень у режимі анкетування

Ліва панель показує, що вузол *Buying a car* є опорною точкою для парного порівняння вузлів у кластері *Criteria*. У середній панелі вікна можна виконати парне порівняння критеріїв в режимі анкети (questionnaire mode). Так четвертий рядок анкети показує, що щодо *Buying a Car*, ціна є важливішою за критерій *Comfort* з інтенсивністю “від помірного до сильного”, тому що інтенсивність 4 обрана на стороні *Cost* (червоним). Бачимо, що критерій *Comfort* з інтенсивністю “дуже сильно” важливіший за критерій *Aesthetics* (цифра 7 у першому рядку анкети на стороні *Comfort* (червоним), а співвідношення важливості критеріїв ціна-безпека (*Cost-Safety*) обрана однакова. Отже, в режимі анкети можна встановити відносну важливість кожної пари критеріїв (шість пар). У пакеті можна виконати парне порівняння у графічному, матричному та вербальному вигляді (вкладки **Graphical**, **Matrix**, **Verbal** відповідно). Спробуйте змінювати відносні важливості критеріїв.

#### 4.2.4 Перевірка узгодженості суджень

Розрахунок коефіцієнта узгодженості (CR) виконується автоматично і відображається як inconsistency (неузгодженість) на правій панелі вікна. Якщо значення неузгодженості більше загального максимального значення 0,1, нам необхідно скоригувати наші судження, щоб бути більш послідовними і отримати нижчий CR.

Виберіть вкладку **Matrix**. Цей режим порівняння можна також використовувати для введення числових значень інтенсивності. На цій вкладці (рис. 4.5) стрілка вліво означає, що критерій, вказаний зліва рядка матриці, важливіший за критерій, вказаний у стовпці. Крім того, колір стрілки та цифри синій, якщо критерій рядка важливіший, червоний – якщо критерій стовпця важливіший. Напрямок рядка можна змінити подвійним кліком на значку стрілки. Чисельні значення інтенсивності можна змінити у клітках із цифрами. Такий матричний режим є важливим для аналізу неузгодженості (некосистентності).

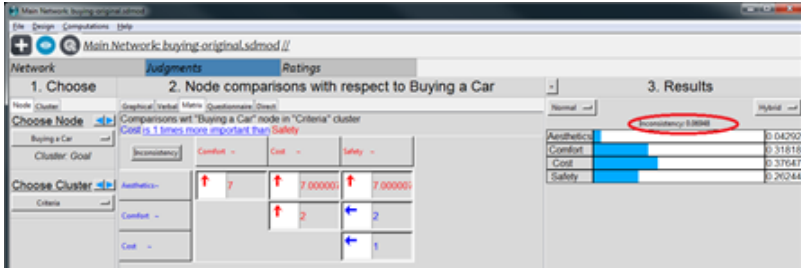


Рисунок 4.5 – Вікно режиму **Matrix**

Щоб отримати звіти про неконсистентність, на цьому екрані можна натиснути кнопку **Inconsistency** і відкриється меню із двома опціями: **Inconsistency of current** та **Inconsistency Report**. Перша опція показує рівень неузгодженості викликаного судження (тобто в комірці, у якій зараз перебуває курсор). Друга опція надає звіт про загальну неузгодженість (рис. 4.6) для наявної матриці порівняння, який показує внесок кожного та всіх суджень, що розглядаються в матриці, у загальну неузгодженість.

Rank	Row	Col	Current Val	Best Val	Old Inconsist	New Inconsist	% Improvement
1.	Comfort	Safety	4.000000	2.219883	0.307098	0.039560	87.12 %
2.	Comfort	Cost	4.000000	1.977852	0.307098	0.110196	64.12 %
3.	Cost	Safety	1.000000	3.709972	0.307098	0.193965	36.84 %
4.	Aesthetics	Safety	7.000007	4.251050	0.307098	0.277437	9.66 %
5.	Aesthetics	Cost	7.000007	15.631025	0.307098	0.297684	3.06 %
6.	Aesthetics	Comfort	5.000000	9.803577	0.307098	0.307101	-0.00 %

Рисунок 4.6 – Звіт про неузгодженість (неконсистентність)

У звіті про неузгодженість (рис. 4.6) перераховані усі порівняння з погляду ступеня їхнього впливу на загальну неузгодженість. Починаючи з найбільш суперечливого порівняння (Comfort-Safety), що займає 1-е місце (ліворуч, стовпець **Rank**)), потім у порядку зменшення важливості до найменш непослідовного порівняння (Aesthetics-Comfort).

Розглянемо перший рядок звіту (Comfort-Safety). Поточне значення інтенсивності дорівнює чотирьом, а синій колір показує, що рядок Comfort важливіший за стовпчик Safety. Стовпець звіту **Best Val** вказує, яке значення потрібно для ідеально узгодженої матриці ( $CR = 0$ ), у цьому прикладі – це значення дорівнює 1.796568. Однак червоний шрифт для цього значення вказує на те, що нам потрібно інвертувати наші уподобання, тобто зробити стовпець Safety важливішим за рядок Comfort.

У першому рядку стовця **Old Inconsist** показано поточну невідповідність, а в стовпці **New Inconsist** – значення, яке буде, якщо ми внесемо запропоновані зміни, тобто встановимо в матриці значення 1.796568 і змінимо напрямки стрілки. При цьому в стовпці **% improvement** зазначено на скільки відсотків поліпшиться поточна відповідність (консистентність). Аналогічно інтерпретуються решта рядків звіту про невідповідність.

Зазначимо, що слідувати запропонованим змінам означає, що ми досягнемо ідеальної відповідності матриці парних порівнянь з точки зору математики. Це може суперечити нашим переконанням щодо пріоритетів критеріїв. (принцип: користувач хоче не оптимальності, а задоволення). Тому можна спробувати досягти кращої

відповідності матриці, змінюючи лише інтенсивності, не змінюючи напрями пріоритетів. Наприклад, якщо зменшити інтенсивність у комірці Comfort–Safety з чотирьох до двох, поточна невідповідність зменшиться з 1.796568 до 0.07, тобто стане трохи нижчою від порогового значення 0.1. Зверніть увагу, що рядок Comfort–Safety переміститься у звіті, тобто ранг невідповідності зміниться.

При внесенні змін до матриці порівняння обчислюється нове значення неконсистентності, це видно з правої панелі вікон всіх режимів порівнянь (див. рис. 4.4–4.5). Якщо досягнемо рівня невідповідності меншого і рівного 0.1, можна вважати, що наші судження стали досить послідовними з погляду аналізу МАІ.

#### 4.2.5 Визначення локальних пріоритетів альтернатив

Наступним кроком буде визначення відносних пріоритетів (перевар) альтернатив щодо кожного критерію, тобто естетики, вартості, комфорту та безпеки. Так як ці пріоритети дійсні лише щодо кожного конкретного критерію, вони називають *локальними пріоритетами*.

Перейдіть до вікна **Network**. Виберіть вузол критерію Cost (зверніть увагу, що вузол Cost виділено синьою рамкою) та перейдіть у вікно **Judgments**. Виберіть один із режимів порівняння (графічний, вербальний, матричний або анкетний). Для нашого прикладу ми введемо свої міркування в анкетному режимі (questionnaire, рис. 4.7).



Рисунок 4.7 – Визначення пріоритетів за критерієм Cost

Аналогічно введіть свої міркування за рештою критеріїв, приклади показані на рис. 4.8, 4.9 та 4.10. Зверніть увагу, що узгодженість матриць (консистентність) в результаті введення ваших суджень має бути не більше 0.1.

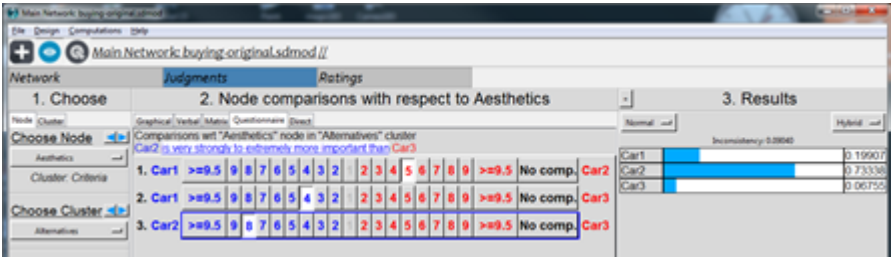


Рисунок 4.8 – Визначення пріоритетів за критерієм Aesthetics



Рисунок 4.9 – Визначення пріоритетів за критерієм Safety



Рисунок 4.10 – Визначення пріоритетів за критерієм Comfort

## 4.2.6 Визначення загальних пріоритетів (синтез)

Наступним кроком є процес загального синтезу, в результаті якого ми отримуємо спільні пріоритети альтернатив з урахуванням рівнів важливості, які ми надали критеріям. Синтез виконуємо із головного вікна всієї моделі: меню **Computations**, опція **Synthesize** (рис. 4.11). У вікні результату синтезу (рис. 4.12), у стовпці **Normals** побачимо пріоритети альтернатив.

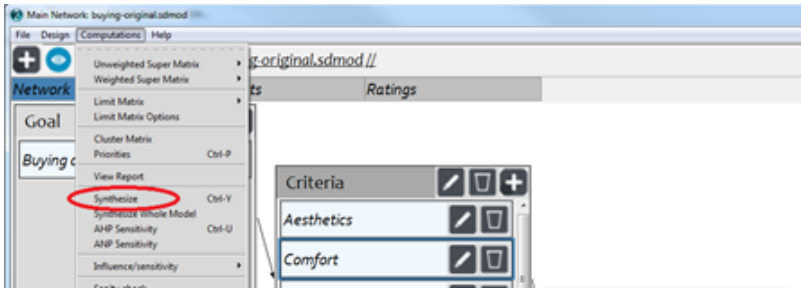


Рисунок 4.11 – Вибір опції Synthesize

New synthesis for: Main Network: buying-original.sdmod

Here are the overall synthesized priorities for the alternatives. You synthesized from the network Main Network: buying-original.sdmod

Name	Graphic	Ideals	Normals	Raw
Car1	<div style="width: 10%; background-color: blue;"></div>	0.118154	0.089896	0.044948
Car2	<div style="width: 100%; background-color: blue;"></div>	1.000000	0.760837	0.380419
Car3	<div style="width: 20%; background-color: blue;"></div>	0.196187	0.149266	0.074633

Okay Copy Values

Рисунок 4.12 – Вікно результату синтезу

Стовпець **Normals** на рис. 4.12 показує загальні пріоритети, також звані остаточними перевагами, стандартизованої форми. Згідно з цією колонкою, Car2 має перевагу 76%. Стовпець **Ideals** виходить шляхом поділу кожного значення в стовпці **Normals** на найвище значення цього стовпця (0.760837 у цьому прикладі). Отже, найвищий пріоритет має значення 1 або 100%.

За допомогою опції **Priorities** меню **Computations** можемо побачити загальні пріоритети разом із вагою критеріїв (рис. 4.13).

Icon	Name	Normalized by Cluster	Limiting
No Icon	Car1	0.08990	0.044948
No Icon	Car2	0.76084	0.380419
No Icon	Car3	0.14927	0.074633
No Icon	Aesthetics	0.04292	0.021460
No Icon	Comfort	0.31818	0.159088
No Icon	Cost	0.37647	0.188233
No Icon	Safety	0.26244	0.131219
No Icon	Buying a Car	0.00000	0.000000

Рисунок 4.13 – Вікно опції **Priorities**

#### 4.2.7 Аналіз чутливості

Остаточні пріоритети альтернатив залежать від ваги критеріїв. Корисно виконати аналіз “що, якщо”, щоб побачити, як змінилися б остаточні результати, якби ваги критеріїв були іншими. Для цього здійсніть аналіз чутливості. Цей аналіз виконується, щоб з’ясувати, наскільки чутливими є результати щодо важливості, яку ми отримали для різних критеріїв. Хоча існують різні способи виконання аналізу чутливості за допомогою Super Decisions v3, тут показаний найпростіший і практичніший спосіб його виконання.

У поданні моделі **Network** виберіть вузол мети Buying a Car, а потім на вкладці **Judgment** виберіть режим **Direct**. Зверніть увагу, що у вікні (рис. 4.14) ваги критеріїв відповідають пріоритетам похідних критеріїв. Назвемо це уявлення вихідним сценарієм аналізу. Режим **Direct** дозволяє безпосередньо змінювати значення пріоритетів.

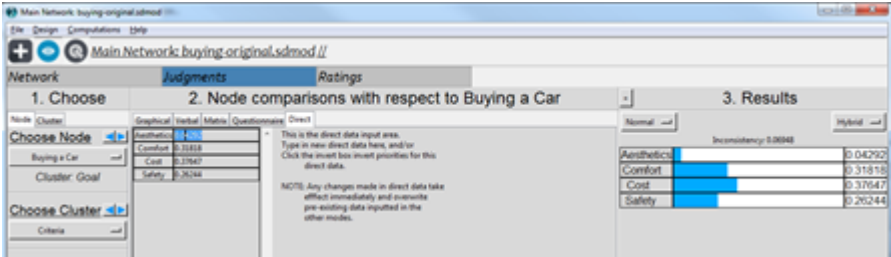


Рисунок 4.14 – Вікно режиму **Direct**

З'ясуємо, чи буде Car2 найкращим вибором, якби всі критерії мали однакову вагу. Спочатку збережемо вихідний сценарій у файлі, назвавши його, наприклад original\_scenario (меню **File**→**Save As**). Ще раз збережемо вихідний сценарій, але під іншим ім'ям файлу, наприклад, sensitivity\_scenario\_1.

Далі у вікні **Direct** введіть значення 0.25 для кожної ваги критеріїв (рис. 4.15). Перейдіть до меню **Computations**→**Priorities** (рис. 4.16).

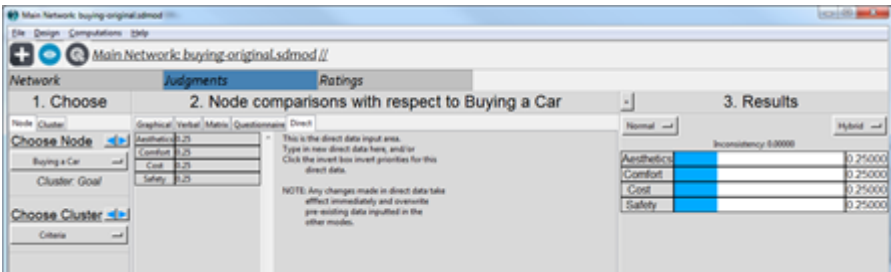


Рисунок 4.15 – Пряме встановлення ваг критеріїв

Icon	Name	Normalized by Cluster	Limiting
No Icon	Car1	0.11316	0.056580
No Icon	Car2	0.75630	0.378148
No Icon	Car3	0.13054	0.065272
No Icon	Aesthetics	0.25000	0.125000
No Icon	Comfort	0.25000	0.125000
No Icon	Cost	0.25000	0.125000
No Icon	Safety	0.25000	0.125000
No Icon	Buying a Car	0.00000	0.000000

Рисунок 4.16 – Вікно пріоритетів із новими (0.25) пріоритетами

Як видно з рис. 4.16, якщо всі критерії однаково важливі, нашим найкращим вибором, як і раніше, залишається Car2, тоді як дві інші альтернативи все ще сильно відстають. Ми можемо проаналізувати різні можливі сценарії, щоб зрозуміти, у яких випадках Car2 не буде найкращим вибором.

#### 4.2.8 Остаточний вибір

Тепер на основі результатів синтезу та інформації, отриманої в результаті аналізу чутливості, необхідно ухвалити остаточне рішення. Як правило, найкращою альтернативою є та, яка має найвищий пріоритет. ОПР може вибрати цю альтернативу і водночас може обґрунтувати причину вибору, а також пояснити, що сталося б, якби вага критеріїв змінилася.

#### 4.3 Завдання до лабораторної роботи

1. Реалізувати приклад багатокритеріальної задачі вибору автомобілю у середовищі Super Decisions.
2. Розширити цю задачу введенням ще двох критеріїв щодо

технічних характеристик автомобілю: типу коробки передач, типу пального тощо. Знайти оптимальний розв'язок.

3. Розширити це завдання запровадженням ще однієї моделі автомобіля. Знайти оптимальний розв'язок.

#### **4.4 Контрольні питання**

1. Назвіть основні кроки зі створення моделі рішень у середовищі Super Decisions.

2. Що саме називають кластером у середовищі Super Decisions. Наведіть приклад.

3. Призначення і можливості звіту про невідповідність (неконсистентність), який можна отримати у середовищі Super Decisions.

4. Назвіть режими порівняння альтернатив, які надає середовище Super Decisions.

5. Яка роль аналізу чутливості в ухваленні остаточного рішення.

#### **4.5 Зміст звіту**

1. Титульний лист, оформлений відповідно до вимог.

2. Мета роботи.

3. Миттєві зображення екрану та пояснення кроків виконання вашого проекту.

4. Відповіді на контрольні питання.

5. Висновки за результатами дослідження.

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Розен В.П., Кулаковський Л.Я., Босак А.В. Інтелектуальні системи прийняття рішень: практикум. – Київ, КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 81 с.
2. Taha H.A. Operations Research: An Introduction, 11th Edition. Pearson, 2022.
3. Hillier F. and Lieberman G. Introduction to Operations Research, 11th Edition. McGraw-Hill Higher Education, 2019.
4. Катренко А.В., Пасічник В.В. Прийняття рішень: теорія та практика: підручник. – Львів : «Новий Світ-2000», 2023. – 447 с.
5. Brunnelli M. Introduction to the analytic hierarchy process. Cham: Springer, 2015.
6. Mu E., Pereyra-Rojas M. Practical Decision Making using Super Decisions v3. Cham: Springer, 2018.