

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

Факультет інформаційної безпеки та електронних комунікацій
(повне найменування факультету)

Кафедра інформаційних технологій електронних засобів
(повне найменування кафедри)

Пояснювальна записка

до дипломного проекту (роботи)

магістр

(ступінь вищої освіти)

на тему ДОСЛІДЖЕННЯ ТА РОЗРОБКА АЛГОРИТМІВ КЕРУВАННЯ
ПРОСТОРОВИМ РУХОМ КВАДРОКОПТЕРА
RESEARCH AND DEVELOPMENT OF ALGORITHMS FOR CONTROLLING
QUADCOPTER SPATIAL MOTION

Виконав: студент(ка) 2 курсу, групи БК-612м
Спеціальності 151 Автоматизація та
комп'ютерно-інтегровані технології
(код і найменування спеціальності)

Освітня програма (спеціалізація)
Автоматизація, мехатроніка та робототехніка

БОЙКО Е.О.

(ПРІЗВИЩЕ та ініціали)

Керівник ЄФИМЕНКО М.В.

(ПРІЗВИЩЕ та ініціали)

Рецензент Коротун А.В.

(ПРІЗВИЩЕ та ініціали)

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

Факультет інформаційної безпеки та електронних комунікацій
Кафедра інформаційних технологій електронних засобів
Ступінь вищої освіти магістр
Спеціальність 151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології
(код і найменування)
Освітня програма (спеціалізація) Автоматизація, мехатроніка та робототехніка
(назва освітньої програми (спеціалізації))

ЗАТВЕРДЖУЮ

В.о.завідувача кафедри ІТЕЗ, к.т.н, доц.
О.Ю. МАЛИЙ
“ ” 2024 року

З А В Д А Н Н Я

НА ДИПЛОМНИЙ ПРОЄКТ (РОБОТУ) СТУДЕНТА(КИ)

БОЙКО Едуард Олександрович

(ПРИЗВИЩЕ, ім'я, по батькові)

1. Тема проєкту (роботи) Дослідження та розробка алгоритмів керування просторовим рухом квадрокоптера
Research and development of algorithms for controlling quadcopter spatial motion

керівник проєкту (роботи) д.т.н., доц., ЄФИМЕНКО Микола Володимирович,
(науковий ступінь, вчене звання, ПРИЗВИЩЕ, ім'я, по батькові)

затверджені наказом закладу вищої освіти від “23” квітня 2024 року № 162

2. Строк подання студентом проєкту (роботи) 11 червня 2024 року

3. Вихідні дані до проєкту (роботи) Тензор інерції рами квадрокоптера, осьовий момент інерції ротора двигуна з гвинтом, маса квадрокоптера, відстань від осі валу двигуна до центру мас квадрокоптера

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити) Вступ, 1 Загальна характеристика квадрокоптера як безпілотного літального апарату, 2 Основні підходи до моделювання руху БПЛА, 3 Математична модель просторового руху квадрокоптера, 4 Синтез алгоритмів управління просторовим рухом квадрокоптера, Висновки, Додатки

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень) слайди презентації

6. Консультанти розділів проєкту (роботи)

Розділ	ПРИЗВИЩЕ, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	прийняв виконане завдання
Розділи 1-4	ЄФИМЕНКО М.В., доцент		
Нормоконтроль	ПОСПЕЄВА І. Є., ст.викладач		

7. Дата видачі завдання «12» лютого 2024 року.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів дипломного проєкту (роботи)	Строк виконання етапів проєкту (роботи)	Примітка
1	Вступ	1 тиждень	Завдання, ТЗ
2	Загальна характеристика квадрокоптера як безпілотного літального апарату	1 тиждень	Розділ 1
3	Математична модель просторового руху квадрокоптера	2 тиждень	Розділ 2
4	Синтез алгоритмів управління просторовим рухом квадрокоптера	3-4 тижні	Розділ 3
5	Тестування розроблених алгоритмів	5 тиждень	Розділ 4
6	Оформлення пояснювальної записки та відповідної документації	6-7 тиждень	Пояснювальна записка
7	Нормоконтроль та рецензування.	8 тиждень	
8	Захист дипломної роботи.	9 тиждень	

Студент(ка)

_____ Едуард БОЙКО
(підпис) (Ім'я ПРИЗВИЩЕ)

Керівник проєкту (роботи)

_____ Микола ЄФИМЕНКО
(підпис) (Ім'я ПРИЗВИЩЕ)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка до дипломної кваліфікаційної роботи магістра:
106 с., 3 табл., 11 рис., 20 джерел.

ДИНАМІЧНІ РІВНЯННЯ, КВАТЕРНІОН, ВЕКТОР КУТОВОЇ ШВИДКОСТІ, МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, ТЕНЗОР ІНЕРЦІЇ, ТЕРМІНАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ.

Об'єкт дослідження –система керування просторовим рухом квадрокоптера.

Предмет дослідження – алгоритми керування просторовим рухом квадрокоптера, які дозволяють реалізувати всі основні режими автономного польоту: режим стабілізації в якому літальний апарат автоматично підтримує нульовий крен, тангаж та стабілізує кут курсу; режим утримання заданого положення в якому апарат автоматично зависає над заданою точкою земної поверхні; режим автоматичного польоту за точками; режим автоматичного зльоту та посадки.

Мета роботи – розробка та дослідження алгоритмів керування просторовим рухом квадрокоптера які забезпечують всі основні режими польоту квадрокоптера.

В результаті було розроблено математичну модель квадрокоптера як об'єкта управління та алгоритми управління просторовим рухом квадрокоптера, а саме алгоритм визначення необхідного напрямку сили тяги гвинтів для переведення квадрокоптера з поточного положення в задане та алгоритми управління кутовим рухом квадрокоптера.

Основним призначенням роботи є створення і дослідження алгоритмів управління просторовим рухом квадрокоптера.

ABSTRACT

Explanatory note to the diploma qualifying work of the master: 106 pages, 3 tables, 11 figures, 20 sources.

DYNAMIC EQUATIONS, QUATERNION, ANGULAR VELOCITY VECTOR, MATHEMATICAL MODEL, INERTIA TENSOR, TERMINAL CONTROL.

The object of the research is the system of controlling the spatial movement of the quadcopter.

The subject of the study is the algorithms for controlling the spatial movement of the quadcopter, which allow you to implement all the main modes of autonomous flight: the stabilization mode in which the aircraft automatically maintains zero roll, pitch and stabilizes the course angle; mode of maintaining a given position in which the device automatically hovers over a given point on the earth's surface; mode of automatic flight by points; automatic take-off and landing mode.

The purpose of the work is the development and research of algorithms for controlling the spatial movement of a quadcopter that provide all the main flight modes of a quadcopter.

As a result, a mathematical model of the quadcopter as a control object was developed and, based on it, algorithms for controlling the spatial movement of the quadcopter, namely, an algorithm for determining the necessary direction of the thrust force of the propellers for transferring the quadcopter from the current position to a given one, and algorithms for controlling the angular movement of the quadcopter.

The main purpose of the work is the creation and research of algorithms for controlling the spatial movement of a quadcopter.

ЗМІСТ

Перелік скорочень та умовних познач.....	8
Вступ.....	9
1 Загальна характеристика квадрокоптера як безпілотного літального апарату	13
1.1 Історія виникнення квадрокоптера.....	13
1.2 Будова квадрокоптера.....	14
1.3 Принцип роботи квадрокоптеру.....	17
1.4 Основні технічні характеристики квадрокоптеру.....	19
1.5 Застосування квадрокоптерів.....	20
2 Основні підходи до моделювання руху бпла	23
2.1 Загальна характеристика моделі квадрокоптера як об'єкта керування	24
2.2 Основні підходи до тестування алгоритмів управління просторовим рухом БПЛА.....	32
2.3 Програмні засоби для симуляції.....	34
2.4 Імітаційне моделювання руху квадрокоптера.....	39
2.5 Вплив зовнішніх факторів на рух БПЛА	47
2.6 Валідація моделей.....	55
3 Математична модель просторового руху квадрокоптера	63
3.1 Умовні позначення і системи координат	63
3.2 Визначення взаємної орієнтації земної і пов'язаної систем координат	64
3.3 Рівняння руху центру мас квадрокоптера.....	65
3.4 Рівняння обертального руху квадрокоптера відносно центру мас	66
4 Синтез алгоритмів управління просторовим рухом квадрокоптера.....	71
4.1 Алгоритм визначення потрібної орієнтації сили тяги гвинтів, яка забезпечує переведення квадрокоптера з поточного положення в задане.....	71
4.2. Синтез управління кутовим рухом квадрокоптера, яке забезпечує збіг реального напрямку сили тяги гвинтів з розрахунковим	76
4.3 Алгоритм стабілізації кута нишпорення.	80
5. Тестування розроблених алгоритмів.....	84

5.1 Результати тестування	84
Висновки	88
Перелік джерел посилення	89
Додаток А.....	92
Додаток Б	96
Додаток В	99

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ ТА УМОВНИХ ПОЗНАК

БПЛА	– Безпілотний літальний апарат
ММК	– Математичні моделі квадрокоптерів
ДР	– Динамічні рівняння
ЛА	– Літальний апарат
АВ	– Аеродинамічні властивості
СМ	– Симуляційне моделювання
ІМ	– Імітаційне моделювання
ПР	– Порівняльний аналіз
ВПФ	– Вплив зовнішніх факторів
ВМ	– Валідація моделей
ROS	– Robot Operating System
SITL	– Software-In-The-Loop
PID	– Proportional-Integral-Derivative
SLAM	– Simultaneous Localization and Mapping
API	– Application Programming Interface
IDE	– Integrated Development Environment
VR	– Virtual Reality
AR	– Augmented Reality

ВСТУП

Актуальність дослідження. Задачі побудови алгоритмів керування просторовим рухом квадрокоптера нині дуже популярні, оскільки дозволяють експериментально відпрацьовувати широкий спектр підходів до вирішення різноманітних задач керування рухом літальних апаратів (ЛА) без значних фінансових витрат. Крім того, ці задачі актуальні внаслідок високого попиту подібних безпілотних літальних апаратів (БЛА) у різних галузях людської діяльності. Квадрокоптери активно використовуються для кадастрової аерофотозйомки, дозволяють здійснювати пошук людей та моніторинг пожеж у віддалених ділянках лісових зон, пошук та облік диких тварин, доставку вантажів на невеликі відстані, а також широко використовуються у військовій справі.

Основним напрямом при розробці подібних БПЛА є підвищення автономії польоту, що в свою чергу збільшує надійність апарату, забезпечує простоту у використанні, не вимагаючи високого рівня кваліфікації оператора, а також знижує загальні витрати на створення таких апаратів..

Для реалізації широкого спектру можливостей квадрокоптера до його складу входить система управління просторовим рухом.

Питання побудови алгоритмів керування просторовим рухом квадрокоптера розглянуті у цілому ряді робіт. У роботі Santos O., Romero H., Salazar S, Lozano R. [1] приводиться закон керування, побудований на основі функції Ляпунова. Для цього закону отримані достатні умови асимптотичної стійкості замкнутої системи і представлена конкретна методологія пошуку потрібної функції Ляпунова. У роботі Li T., Zhang Y., Gordon BW [2] обговорюється використання ковзного режиму керування, простого та надійного, але для якого потрібна адаптації логіки перемикачів до режимів польоту квадрокоптера. У роботі Gong X., Bai Y., Peng C., Zhao C., Tian Y. [3] запропоновано алгоритм відстеження траєкторії квадрокоптера на основі ПД регулятора та методу «backstepping» з коригуючим фільтром. У роботі Dierks

T, Jagannathan S. [4] пропонується нелінійний регулятор на основі нейронної мережі, у роботі Xian B., Diao C., Zhao B., Zhang Y. [5] приводиться новий нелінійний робастний алгоритм керування зі зворотним зв'язком по виходу на основі кватерніонів, в роботі Yi Z., Xiuxia Y., Hewei Z., Weiwei Z. [6] представлений онлайн-алгоритм планування траєкторії для запобігання зіткнення квадрокоптерів на основі кривої годографа Піфагора. Отримано асимптотично стійкий закон перетину збіжності. На основі отриманого адаптивного методу запропоновано алгоритм керування супроводом політа. У роботі Roberts A., Tayebi A. [7] розглядається адаптивний алгоритм відстеження положення для вертикального зльоту та посадки при обмежених зовнішніх збуреннях, у роботі Bouabdallah S. , Noth A., Siegwart R. [8] досліджуються питання побудови управління з використанням для синтезу законів управління апарату кватерніонів. З наведеного переліку видно, що задачі побудови алгоритмів управління просторовим рухом квадрокоптера дуже актуальні.

Мета роботи – розробити ефективні алгоритми управління просторовим рухом БПЛА, які дозволяють реалізувати всі основні режими автономного польоту: режим стабілізації в якому літальний апарат автоматично підтримує нульовий крен, тангаж та стабілізує кут курсу; режим утримання заданого положення в якому апарат автоматично зависає над заданою точкою земної поверхні; режим автоматичного польоту за точками; режим автоматичного зльоту та посадки.

Виходячи з мети роботи сформульовані наступні завдання:

1. Провести загальний огляд принципів побудови квадрокоптера як безпілотного літального апарату;
2. Отримати математичну модель просторового руху квадрокоптера;
3. На основі отриманої моделі провести синтез алгоритмів управління просторовим рухом квадрокоптера;
4. Для підтвердження працездатності провести тестування розроблених алгоритмів.

Методи дослідження. Сформульовані завдання зумовили застосування різних методів досліджень та форм представлення моделей.

Динамічна модель руху БПЛА представлена у вигляді системи звичайних диференціальних рівнянь Ейлера. Як координати кутового положення КА прийняті кватерніони.

При розробці математичної моделі використовувались закони класичної механіки.

При синтезі та аналізі стійкості алгоритмів управління використовувалися функції Ляпунова.

Для перевірки та підтвердження отриманих теоретичних результатів застосовувалися методи чисельного моделювання.

Достовірність отриманих результатів. Достовірність отриманих результатів підтверджена збігом результатів, отриманих аналітичними методами та методами чисельного моделювання

Практичне значення одержаних результатів. У дипломному проєкті розглянуто квадрокоптер як об'єкт управління, розглянуто механіку його польоту та запропоновано оригінальну методику синтезу алгоритмів управління просторовим рухом квадрокоптера. Методика складається з двох частин. У першій частині розглянуто метод побудови алгоритма переведення квадрокоптера з поточного положення в задане. При цьому був використаний підхід із [9] суть якого полягає в побудові аналітичного рішення крайової задачі для лінійної стаціонарної системи без обмежень на управління. Цей підхід дає добрі результати, коли на систему не діють збурення і немає похибок вимірів. Якщо є збурення і похибки вимірів то можлива значна помилка в рішенні крайової задачі. В запропонованому нижче методі рішення цієї задачі пропонується підхід, який у цьому випадку значно покращує точність рішення крайової задачі. У другій частині запропонована оригінальна методика побудови алгоритмів управління кутовим рухом квадрокоптера на базі динамічного рівняння для кватерніона [10]

Апробація роботи. За результатами роботи були подані тези на науково-практичну конференцію викладачів, науковців, молодих учених, аспірантів та студентів «Тиждень науки-2024».

1 ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА КВАДРОКОПТЕРА ЯК БЕЗПІЛОТНОГО ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ

1.1 Історія виникнення квадрокоптера

Історія виникнення квадрокоптера налічує десятиліття розвитку, починаючи з ідеї багатороторних літальних апаратів у 1920-х роках. З тих пір було зроблено значні кроки в розвитку технологій управління квадрокоптерами, що привело до їх широкого поширення та застосування в сучасному світі. Перші прототипи багатороторних апаратів були створені у 1920-х роках. У 1922 році Артур Янгер, німецький інженер, розробив модель гелікоптера з чотирма роторами (рис. 1.1).

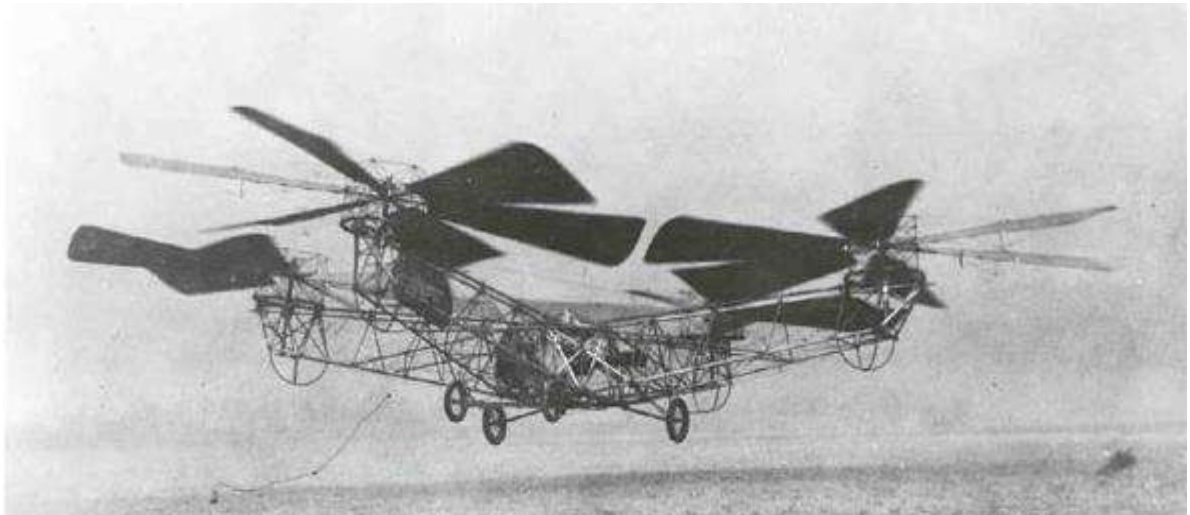


Рисунок 1.1 – Мультікоптер[11]

Проте, через обмежені можливості електроніки та керування, ці ранні прототипи не мали практичного застосування. Прогрес в розробці квадрокоптерів став помітним у 1990-х роках. У 1994 році французький інженер Мішель Арту розробив перший сучасний квадрокоптер під назвою "МікроКоптер". Цей прототип важив всього 450 грамів і мав великий потенціал для використання у військових та цивільних сферах. У 2000-х роках почали з'являтися перші комерційні моделі квадрокоптерів, доступні широкому загалу.

Компанії, такі як DJI Innovations, Parrot і Yuneec, стали лідерами у виробництві квадрокоптерів для аматорів та професіоналів. Вони пропонували моделі зі зручним керуванням, вбудованими камерами та розширеними функціями. Протягом останнього десятиліття квадрокоптери стали все більш популярними і доступними. Завдяки швидкому розвитку технологій в області батарей, безпроводового зв'язку, комп'ютерного зору і автоматичного керування, квадрокоптери отримали більшу маневреність, стабільність та функціональність.

Сьогодні квадрокоптери використовуються в багатьох сферах. У галузі фото- та відеозйомки вони дозволяють знімати панорамні фотографії, відео з висоти пташиного польоту та навіть створювати кіношедеври. У сільському господарстві вони використовуються для моніторингу полів, оцінки врожайності та розпилення добрив.

Квадрокоптери також знайшли застосування у міському плануванні, розробці карт, дослідженні зон стихійних лих та пошуку втрачених осіб. Історія розвитку квадрокоптерів є історією поступового вдосконалення технологій, здатних забезпечити стабільний та безпечний політ.

З кожним роком квадрокоптери стають більш надійними, легкими у керуванні та з більш високою продуктивністю. Завдяки цьому вони знаходять все більше застосувань у різних сферах нашого життя.

1.2 Будова квадрокоптера

Квадрокоптер — це багатороторний літальний апарат, який має чотири ротори, розташовані горизонтально, що забезпечують підйом, стабілізацію та керування. Він став дуже популярним у сучасному світі завдяки своїй маневреності та широкому спектру застосувань. Конструкція квадрокоптера може значно варіюватися в залежності від моделі та призначення, але в загальному розумінні вона складається з наступних

основних компонентів (рис 1.2).

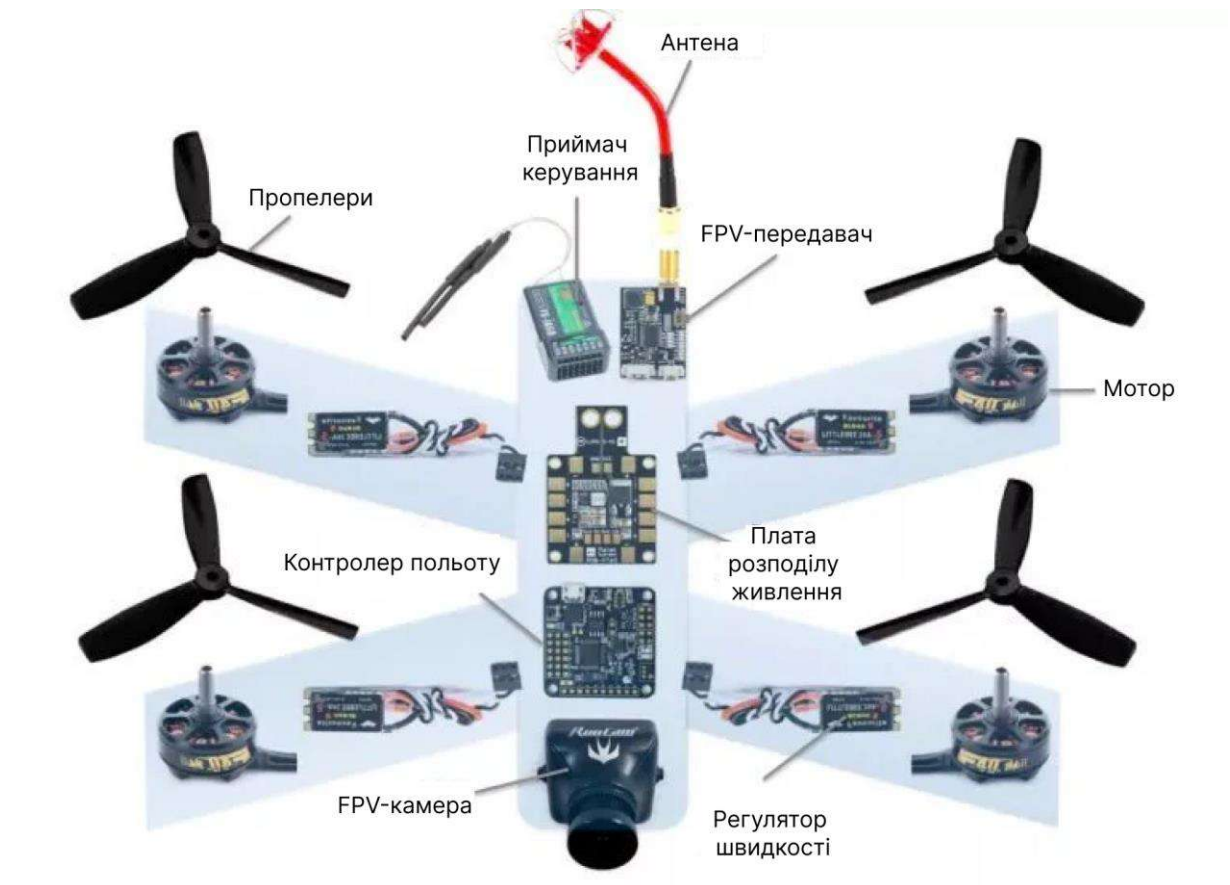


Рисунок 1.2 – Будова квадрокоптера[12]

Рама: рама квадрокоптера є його основним каркасом, на якому розташовуються всі інші компоненти. Рама може мати різні форми та матеріали, такі як вуглецеве волокно, алюміній або пластик, і призначена для забезпечення стійкості та міцності апарату.

Ротори: квадрокоптер має чотири ротори, які забезпечують йому підйом і рух у повітрі. Ротори можуть бути змонтовані безпосередньо на раму або прикріплені до крил або підвісу. Кожен ротор приводиться в рух за допомогою електродвигуна, який отримує сигнали з контролера польоту.

Електронні компоненти: квадрокоптер використовує різні електронні компоненти для керування польотом. Основним компонентом є контролер польоту (flight controller), який приймає сигнали з пульта керування або іншого джерела і відповідає за стабілізацію, регулювання обертів роторів та реалізацію команд польоту. Крім того, у квадрокоптері є електронні

швидкісні контролери (ESC), які відповідають за керування швидкістю обертання роторів.

Батарея: батарея є джерелом живлення для квадрокоптера. Зазвичай використовуються літій-полімерні (Li-Po) акумулятори, оскільки вони мають високу ємність та легкість. Батарея підключається до контролера польоту та живить як ротори, так і всі електронні компоненти.

Система управління просторовим рухом квадрокоптера: система забезпечує потрібну кутову орієнтацію під час польоту. Вона включає гіроскопи, які вимірюють кутову швидкість обертання апарату, та акселерометри, що вимірюють прискорення. Ці дані передаються до контролера польоту, який аналізує їх і видає відповідні команди двигунам для забезпечення потрібної орієнтації вектору сумарної тяги гвинтів.

Камера або сенсори: деякі квадрокоптери оснащені камерами або іншими сенсорами, які дозволяють здійснювати фото- та відеозйомку, а також виконувати додаткові функції, такі як розпізнавання об'єктів або вимірювання відстаней.

Комунікаційна система: деякі квадрокоптери можуть мати вбудовану комунікаційну систему, яка дозволяє передавати дані між квадрокоптером та пультом дистанційного керування або іншими пристроями. Це може включати бездротові технології, такі як Wi-Fi, Bluetooth або радіо.

Система безпеки: деякі квадрокоптери мають системи безпеки, такі як датчики перешкод, системи аварійного вимикання, автоматичне приземлення в разі втрати зв'язку або низького заряду акумулятора. Ці системи допомагають запобігати аваріям та захищати квадрокоптер від пошкоджень.

Варто зазначити, що існують багато різних моделей з різними функціями і додатковими компонентами. Кожен квадрокоптер може мати свої унікальні особливості та дизайн, пристосовані до конкретних потреб та застосувань.

1.3 Принцип роботи квадрокоптеру

БЛА можуть мати різні конструктивні конфігурації. Квадрокоптер представляє собою окремий випадок БЛА. Він є механічною системою (рис.1.3), що складається з чотирьох безколекторних двигунів постійного струму і несучого твердого тіла – рами квадрокоптера. При цьому ротори двигунів жорстко закріплені на рамі квадрокоптера [9].

Відмінною рисою цієї схеми є те, що осі OX і OZ перетинають центри двигунів.

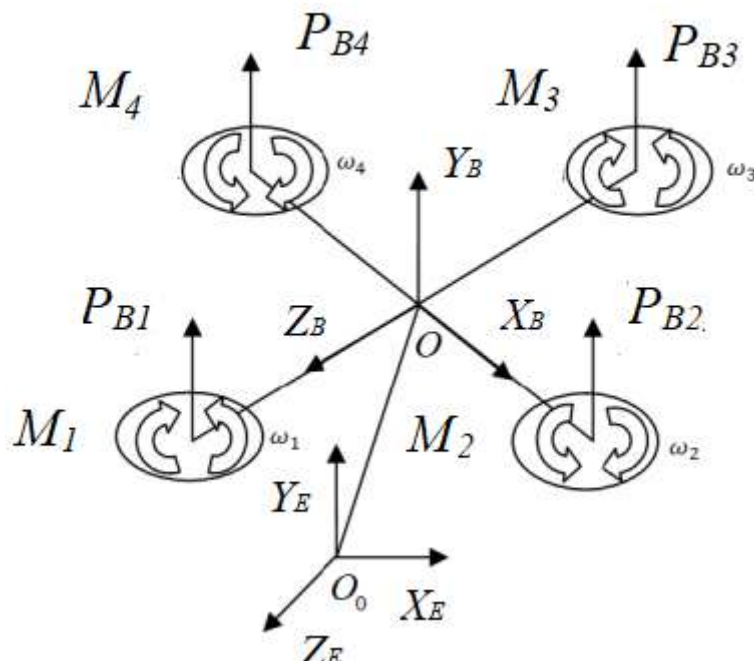


Рисунок 1.3 – Кінематична схема квадрокоптера[13]

На кінематичній схемі осі $OX_B Y_B Z_B$ утворюють пов'язану систему координат, яка жорстко пов'язана з квадрокоптером, осі $OX_E Y_E Z_E$ формують земну систему координат, в якій знаходиться спостерігач; $P_{B1}, P_{B2}, P_{B3}, P_{B4}$ - підйомні сили, що виникають за рахунок обертання відповідних гвинтів зі $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$; M_1, M_2, M_3, M_4 - реактивні моменти.

Управління рухом квадрокоптера здійснюється подачею керуючих напруг на двигуни, які обертають гвинти, в результаті чого з'являються кутові швидкості $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$, внаслідок чого формуються підйомні сили PB_1, PB_2, PB_3, PB_4 і, як наслідок, виникає результуюча сила та відповідні моменти, які обумовлені реактивним явищем, що виникає від обертання гвинтів [10].

Контролер польоту є мозком квадрокоптера. Він отримує сигнали від пульта дистанційного керування або з інших джерел, обробляє їх та відправляє команди до моторів. Для формування законів керування контролер використовує дані з датчиків, таких як гіроскопи та акселерометри, щоб визначити орієнтацію квадрокоптера у просторі і управляти швидкістю обертання моторів. Принцип роботи квадрокоптера полягає в формуванні різниці швидкостей обертання моторів та керуванні цими швидкостями, щоб змінювати напрямок руху та стабілізувати кутове положення квадрокоптера у повітрі. Наприклад, якщо бажано змінити напрямок наліво, збільшується швидкість обертання моторів, які знаходяться справа, тоді як швидкість обертання моторів, що знаходяться зліва, зменшується. Це створює різницю тяги, що призводить до похибки в бік ліворуч, і квадрокоптер рухається у бажаному напрямку. Крім того, за допомогою контролера польоту можна здійснювати різні маневри, такі як зміна висоти, повороти, горизонтальний рух тощо. Контролер польоту обробляє сигнали з пульта дистанційного керування або з інших джерел, враховуючи дані з датчиків, і формує відповідні команди до моторів для виконання певного руху. Датчики, такі як гіроскопи та акселерометри, вимірюють орієнтацію та прискорення квадрокоптера. Інформація, отримана від цих датчиків, використовується для кутової стабілізації квадрокоптера та компенсації зовнішніх впливів, таких як вітер або рух повітря.

1.4 Основні технічні характеристики квадрокоптеру

Технічні характеристики квадрокоптера включають цілий ряд параметрів, які визначають його можливості та продуктивність. Нижче представлено розгорнуту інформацію про основні технічні характеристики квадрокоптера.

Розмір та вага: розмір квадрокоптера визначається розмірами його рами та довжиною роторів. Вага квадрокоптера може варіюватися від кількох грамів до кілограмів, залежно від моделі та призначення. Малі квадрокоптери, такі як мікро-квадрокоптери, зазвичай мають розмір менше 10 см та вагу менше 100 грамів, тоді як професійні дрони можуть мати розміри від 20 см до кількох метрів та вагу в декілька кілограмів.

Дальність польоту: дальність польоту вказує на максимальну відстань, на яку квадрокоптер може віддалитися від пульта керування або оператора. Для більшості споживчих квадрокоптерів дальність польоту зазвичай становить від кількох сотень метрів до кількох кілометрів. Професійні моделі можуть мати значно більшу дальність польоту, до 10 кілометрів і більше.

Час польоту: час польоту визначає, як довго квадрокоптер може перебувати у повітрі на одній зарядці батареї. Він залежить від кількості та ємності батареї, а також від ефективності електроніки та моторів. Для більшості споживчих квадрокоптерів час польоту становить від 10 до 30 хвилин. Професійні моделі можуть мати тривалість польоту понад годину.

Максимальна швидкість: максимальна швидкість визначає, наскільки швидко квадрокоптер може рухатися у повітрі. Для споживчих моделей середня максимальна швидкість становить від 30 до 60 км/год, хоча існують і більш швидкі моделі з максимальною швидкістю понад 100 км/год. Професійні моделі можуть досягати ще вищих швидкостей, залежно від їх конструкції та застосування.

Камера для відеозйомки: багато квадрокоптерів мають вбудовану камеру або можливість кріплення камери для зйомки фотографій та відео з повітря. Роздільна здатність камери та можливості відеозйомки можуть значно варіюватися. Деякі моделі можуть знімати 4K відео з високою чіткістю, здатність до 360-градусного обертання та стабілізацію зображення.

Система навігації та стабілізації: багато квадрокоптерів оснащені системою GPS або іншими сенсорами, які допомагають утримувати квадрокоптер на місці, стабілізувати польот та дотримуватися заданої траєкторії. Система навігації також може забезпечувати функції автоматичного підлітання, посадки та навігації до певних точок.

Керування: квадрокоптери можуть бути керовані за допомогою пульта дистанційного керування або за допомогою мобільного пристрою через спеціальне програмне забезпечення. Деякі моделі підтримують також голосове керування та жести.

Кожен виробник може мати власні унікальні функції та специфікації для своїх моделей, що робить квадрокоптери різноманітними і придатними для використання в різних сферах.

1.5 Застосування квадрокоптерів

Квадрокоптери знайшли широке застосування у багатьох сферах завдяки своїй маневреності, стабільності та можливостям зйомки з висоти польоту. Вони стали незамінними інструментами для виконання різноманітних завдань у нашому сучасному світі. Нижче ми розглянемо деякі приклади застосування квадрокоптерів в різних галузях.

Фото- та відеозйомка: квадрокоптери стали незамінними засобами для зйомки з висоти пташиного польоту. Вони використовуються в кіноіндустрії для створення панорамних знімків та епічних кадрів, які раніше були недосяжними. Фотографи та відеографи використовують квадрокоптери для зйомки весіль, спортивних подій, природних пейзажів та інших подій з

висоти. Квадрокоптери дозволяють отримати унікальні ракурси та зображення з повітря, що створює неповторну атмосферу і збільшує можливості творчості фотографів та відеографів.

Картографія та землевпорядкування: квадрокоптери дозволяють проводити зйомку з повітря для створення детальних карт та моделей місцевості. Вони використовуються у галузі землевпорядкування для оцінки земельного розподілу, планування розташування будівель та інфраструктури. Квадрокоптери можуть вимірювати висоту, відстань та географічні координати, що робить їх незамінними інструментами для виконання геодезичних робіт та створення точних географічних карт.

Сільське господарство: у сільському господарстві квадрокоптери використовуються для моніторингу стану посівів та рослин, оцінки рівня вологості ґрунту, виявлення хвороб та шкідників. Вони дозволяють фермерам здійснювати ефективний контроль над врожайністю та планувати оптимальні методи обробки полів. Квадрокоптери також можуть використовуватись для розпилення добрив або препаратів захисту рослин на великих площах, що забезпечує економію часу та ресурсів фермерів(рис. 1.4).



Рисунок 1.4 – Використання квадрокоптера для поливу[14]

Рятувальні операції та пошуково-рятувальні роботи:

квадрокоптери використовуються в рятувальних операціях та пошуково-рятувальних роботах, де важко або небезпечно дістатися до місця події. Вони можуть бути обладнані камерами з тепловізорами, що допомагають знаходити людей у важкодоступних місцях або під завалами. Квадрокоптери також можуть доставляти медичне обладнання, ліки або розкладати радіоактивні датчики для виявлення небезпеки в районах аварій.

Доставка та логістика: квадрокоптери використовуються в деяких міських районах для швидкої доставки маленьких пакетів, їжі та товарів безпосередньо до місця призначення. Це особливо корисно в умовах заторів і перевантажень на дорогах. Квадрокоптери здатні швидко переміщуватися між пунктами доставки, забезпечуючи ефективну та швидку логістику.

З розвитком технологій та появою нових можливостей очікується, що їх застосування буде розширюватися в майбутньому. Квадрокоптери стають все більш надійними, ефективними та доступними, що дозволяє їх використання в різних галузях і під час виконання різних завдань.

2 ОСНОВНІ ПІДХОДИ ДО МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ БПЛА

Розробка математичних моделей для моделювання руху безпілотних літальних апаратів (БПЛА) є ключовою складовою процесу їхньої конструкції та оптимізації. Основні підходи до моделювання руху БПЛА охоплюють широкий спектр аспектів, від опису фізичних законів, що керують рухом, до розробки математичних алгоритмів імітації поведінки повітряного судна в різних умовах. Ключовим аспектом моделювання є розробка математичних моделей, які точно описують рух та поведінку апарата в різних ситуаціях. Ці моделі базуються на фізичних принципах, таких як закони Ньютона, принципи аеродинаміки та гідродинаміки.

Один з підходів - це моделювання динаміки квадрокоптерів, що включає опис руху в тривимірному просторі та врахування факторів, таких як гравітація, аеродинамічні сили, маса та інерція. Ці моделі дозволяють прогнозувати поведінку БПЛА в різних сценаріях та умовах. Також важливо використання симуляційних програмних засобів, які дозволяють віртуально моделювати рух БПЛА в реальному часі. Ці програми надають можливість вивчення різних аспектів поведінки апарату та оптимізації його параметрів без необхідності проведення реальних експериментів. Імітаційне моделювання руху квадрокоптера завжди використовується для дослідження різних сценаріїв польоту та врахування різних режимів роботи апарату. Цей підхід дозволяє аналізувати вплив різних факторів на поведінку БПЛА та вдосконалювати його системи керування та автономії. Потрібно також враховувати вплив зовнішніх факторів на рух БПЛА, таких як атмосферні умови та взаємодія з навколишнім середовищем. Це включає моделювання атмосферного тиску, вітру, температури та інших параметрів, які можуть впливати на рух та стійкість апарата.

Нарешті, валідація моделей є важливим етапом у розробці БПЛА. Цей процес включає порівняння результатів симуляційного моделювання з експериментальними даними та перевірку точності та достовірності

математичних моделей. Валідація дозволяє підтвердити, що розроблені моделі вірно відображають реальну поведінку БПЛА.

2.1 Загальна характеристика моделі квадрокоптера як об'єкта керування

Проектування системи керування квадрокоптера починають з розробки математично моделі квадрокоптера як об'єкта керування. Математична модель квадрокоптера включає наступні складові.

Кінематичні рівняння: для опису зміни у часі параметрів кутовою орієнтації квадрокоптера у просторі (кутів або кватерніону).

Рівняння руху центра мас квадрокоптера: для опису руху центра мас в залежності від сил, діючих на квадрокоптер.

Рівняння динаміки кутового руху: для опису зміни у часі кутової швидкості квадрокоптера в залежності від дії гіроскопичних та аеродинамічних моментів.

Закони керування: для керування квадрокоптером необхідна система керування, яка приймає вхідні сигнали, такі як команди пілота або автономні алгоритми, і генерує вихідні сигнали для моторів. Математична модель керування може включати ПІД-регулятори, адаптивні алгоритми або інші методи, що забезпечують стабільний та точний рух квадрокоптера.

Аеродинамічні характеристики: квадрокоптер має аеродинамічні властивості, що впливають на його рух і стабільність. В моделі можна врахувати коефіцієнти аеродинамічного опору та підйому, які залежать від геометрії пропелерів, їхньої обертової швидкості та кута атаки. Це дозволяє оцінити вплив аеродинаміки на рух квадрокоптера.

Електродинамічні характеристики: модель квадрокоптера може включати електродинамічні характеристики моторів та електронних регуляторів швидкості. Це включає моделі для керування швидкістю

обертання моторів, зв'язок між керуванням сигналами та швидкістю, а також електромагнітні взаємодії в системі.

Датчики та фільтрація даних: для реалістичного моделювання квадрокоптера можна включити моделі датчиків, таких як гіроскопи, акселерометри, магнітометри, барометри та GPS. Крім того, можна використовувати алгоритми фільтрації даних, такі як фільтр Калмана, для покращення точності вимірювань та оцінки стану квадрокоптера.

Енергетика: модель квадрокоптера може включати розрахунки енергетичного споживання та заряду акумуляторів. Це допомагає визначити автономний час польоту та вплив різних факторів на енергетичні потреби квадрокоптера.

Розробка точної математичної моделі квадрокоптера є складним завданням, яке вимагає врахування багатьох факторів, таких як аеродинамічні властивості, маса, геометрія та взаємодія між компонентами. Для досягнення точності моделювання можуть застосовуватися чисельні методи, симуляції та експерименти. Математична модель квадрокоптера є важливим кроком для розуміння його роботи, вдосконалення систем керування, планування місій та оптимізації його продуктивності. Точна модель дозволяє прогнозувати та аналізувати різні аспекти роботи квадрокоптера та допомагає в розробці нових технологій та додатків.

Основною серед різноманітних моделей квадрокоптера є динамічна модель, яка описує рух квадрокоптера в просторі з точки зору його положення, швидкості та прискорення. Ця модель зазвичай включає в себе координати та швидкість руху центру мас БПЛА та параметри орієнтації квадрокоптера в просторі. Звичайно, система динамічних рівнянь просторового руху квадрокоптера має досить складний вид через велику кількість параметрів, що враховуються. Розв'язання цих рівнянь дозволяє визначити траєкторію та орієнтацію квадрокоптера в просторі в залежності від параметрів квадрокоптера, умов навколишнього середовища та управління, що застосовується.

Основні параметри, що впливають на динаміку квадрокоптера, включають масу апарата, моменти інерції, потужність двигунів, геометричні характеристики квадрокоптера та умови навколишнього середовища, такі як атмосферний тиск та вітер.

Моделі руху в просторі є важливим інструментом для розуміння та аналізу поведінки БПЛА в різних умовах та сценаріях. Вони дозволяють інженерам та дослідникам розробляти та вдосконалювати системи керування та автономії апаратів, щоб забезпечити їхню безпеку та ефективність.

2.1.1 Моделі руху в просторі

Моделі руху в просторі є фундаментальними компонентами при моделюванні поведінки безпілотних літальних апаратів (БПЛА). Ці моделі дозволяють точно відтворити рух БПЛА в тривимірному просторі і враховувати всі важливі фізичні закони та параметри, що впливають на його рух.

Однією з ключових складових моделей руху в просторі є опис руху БПЛА у трьох вимірах: вперед-назад, ліворуч-праворуч та вгору-вниз. Це включає врахування переміщення, швидкості та прискорення в усіх трьох осях. Для цього використовуються математичні формули, що базуються на законах Ньютона. Для точного моделювання руху БПЛА також необхідно врахувати вплив зовнішніх факторів, таких як гравітація, вітрові умови, атмосферний тиск та інші. Ці фактори можуть значно впливати на рух та стійкість апарата, тому їх врахування у моделях дозволяє отримати більш точні результати.

Одна з основних складових моделей - це кінематична модель, яка описує рух квадрокоптера в просторі з точки зору його положення, швидкості та прискорення. Ця модель зазвичай включає в себе координати (наприклад, широту, довготу та висоту) та ейлерові кути, що представляють орієнтацію квадрокоптера в просторі.

Для більш точного відтворення поведінки квадрокоптера в моделі можуть використовуватися інші параметри, такі як маса, геометрія, характеристики моторів та аеродинамічні властивості. Деякі моделі можуть також враховувати зовнішні умови, такі як вітер, турбулентність або масу додаткового обладнання.

Крім того, моделі руху в просторі можуть включати опис орієнтації та обертання БПЛА навколо трьох осей: кочення (roll), тангаж (pitch) та рискання (yaw). Ці параметри є важливими для керування апаратом та підтримання його стійкості під час польоту. Для моделювання руху в просторі часто використовуються математичні техніки та алгоритми, такі як диференціальні рівняння, матричні операції та чисельні методи. Ці методи дозволяють точно відтворити різні аспекти руху БПЛА і врахувати складні взаємодії між різними параметрами.

Моделі руху в просторі є важливим інструментом для розуміння та аналізу поведінки БПЛА в різних умовах та сценаріях. Вони дозволяють інженерам та дослідникам розробляти та вдосконалювати системи керування та автономії апаратів, щоб забезпечити їхню безпеку та ефективність.

2.1.2 Динамічні рівняння квадрокоптера

Динамічні рівняння квадрокоптера є важливою складовою при моделюванні його руху та розвитку алгоритмів керування. Ці рівняння дозволяють описати фізичні закони, які керують рухом квадрокоптера, зокрема, розподіл сил та моментів, що діють на нього у просторі.

Основні параметри, що впливають на динаміку квадрокоптера, включають масу апарата, моменти інерції, потужність двигунів, геометричні характеристики квадрокоптера та умови навколишнього середовища, такі як атмосферний тиск та вітер. Звичайно, динамічні рівняння квадрокоптера можуть бути досить складними та об'ємними через велику кількість параметрів, що враховуються. Вони можуть бути представлені у вигляді

системи диференціальних рівнянь, які описують рух квадрокоптера у тривимірному просторі та його зв'язок з керуванням, ось деякі з них.

Рівняння руху: це рівняння описує рух центра мас квадрокоптера в просторі. Основні сили, що впливають на центр мас, включають тяжіння, тягу двигунів та опір повітря. Рівняння руху може бути представлене у вигляді системи диференціальних рівнянь Ньютона для кожної з трьох осей:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F_x,$$

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = F_y,$$

$$m \frac{d^2z}{dt^2} = F_z,$$

де m - маса квадрокоптера;

x, y, z - координати центра мас;

F_x, F_y, F_z - сили по відповідних осях.

Рівняння динаміки обертання: це рівняння описує обертальний рух квадрокоптера навколо своїх трьох осей. Воно враховує моменти, що діють на квадрокоптер від руху двигунів та інші зовнішні моменти, такі як момент сили від вітру. Рівняння динаміки обертання може бути записане у вигляді системи диференціальних рівнянь Ейлера:

$$I_x \frac{d\omega_x}{dt} = M_x,$$

$$I_y \frac{d\omega_y}{dt} = M_y,$$

$$I_z \frac{d\omega_z}{dt} = M_z,$$

де I_x, I_y, I_z - моменти інерції по відповідних осях;

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$ - кутові швидкості;

M_x, M_y, M_z - моменти по відповідних осях.

Розв'язання цих рівнянь дозволяє визначити траєкторію та орієнтацію квадрокоптера в просторі в залежності від параметрів квадрокоптера, умов навколишнього середовища та управління, що застосовується. Наприклад, регулюючи обертові моменти двигунів, можна змінити орієнтацію квадрокоптера або здійснити маневр. Такі рівняння є важливим інструментом у розробці керувальних алгоритмів та проектуванні автопілотів для безпілотних літальних апаратів.

Один з ключових аспектів динамічних рівнянь - це врахування взаємодії між його різними частинами, що включає маси, обертання та енергетичні взаємодії. Це важлива галузь досліджень, яка дозволяє розуміти, як квадрокоптер реагує на зовнішні впливи та управління.

Масові взаємодії: динамічні рівняння включають в себе розгляд масових характеристик квадрокоптера, таких як його маса та інерція. Маса визначається сумою мас окремих компонентів квадрокоптера, таких як рама, електроніка, двигуни, акумулятори та інше. Інерція, або момент інерції, враховується для оцінки опору тіла квадрокоптера на зміни його обертання навколо різних осей.

Обертальні взаємодії: динамічні рівняння також враховують обертання квадрокоптера навколо трьох осей - крену, тангажу та ролу. Ці рухи виникають від дії моментів, що діють на квадрокоптер внаслідок роботи його двигунів, а також від зовнішніх впливів, наприклад, вітру або руху повітря.

Енергетичні взаємодії: динамічні рівняння враховують енергетичні аспекти руху квадрокоптера, такі як кінетична та потенціальна енергія. Кінетична енергія пов'язана з рухом квадрокоптера, в той час як потенціальна енергія враховується відносно його положення в просторі. Ці енергетичні аспекти можуть використовуватися для розрахунку ефективності руху квадрокоптера та його систем.

Вивчення цих взаємодій у динамічних рівняннях допомагає інженерам та дослідникам краще зрозуміти рух квадрокоптера та розробляти більш

точні та ефективні системи керування та стабілізації. Наприклад, розуміння того, як маса та інерція впливають на рух квадрокоптера, дозволяє оптимізувати конструкцію та вибір компонентів для досягнення бажаних характеристик управління та маневреності.

Узагальнюючи, динамічні рівняння квадрокоптера є важливим інструментом у дослідженні та розвитку цих безпілотних літальних апаратів, дозволяючи інженерам та науковцям отримувати глибше розуміння їхньої динаміки та розвивати ефективні алгоритми керування.

2.1.3 Моделювання аеродинамічних властивостей

Моделювання аеродинамічних властивостей у контексті БПЛА охоплює широкий спектр аспектів, від визначення основних аеродинамічних коефіцієнтів до аналізу впливу різноманітних факторів на поведінку апарату в повітрі. Перш за все, моделі аеродинамічних властивостей БПЛА базуються на складних фізичних принципах та враховують такі параметри, як кут атаки, швидкість повітряного потоку, геометрія поверхонь крил і стабілізаторів. Для визначення аеродинамічних характеристик використовуються різні методи, включаючи теоретичні розрахунки, експериментальні дослідження та комп'ютерне моделювання.

У моделях аеродинаміки часто використовуються математичні рівняння, такі як рівняння Нав'є-Стокса або рівняння потенційного потоку, для опису повітряного потоку навколо апарату та взаємодії цього потоку з його поверхнями. Ці рівняння дозволяють передбачити рух повітря і визначити аеродинамічні сили, які діють на апарат у різних умовах польоту.

Попередні результати експериментальних досліджень аеродинамічних властивостей різних типів БПЛА використовуються для валідації математичних моделей та коригування їх параметрів. Експерименти можуть включати в себе тестування моделей в аеродинамічних тунелях, а також політні випробування на реальних апаратах. Моделювання аеродинамічних

властивостей також враховує вплив різних атмосферних умов, таких як температура, вологість та атмосферний тиск, на поведінку апарату в повітрі.

Ці умови можуть суттєво впливати на аеродинамічні характеристики і ефективність польоту.

Моделювання аеродинамічних властивостей для квадрокоптера зазвичай виконується за допомогою наступних кроків.

Визначення геометрії квадрокоптера: це включає в себе визначення форми та розмірів кожного з елементів квадрокоптера, таких як корпус, пропелери, крила, стабілізатори тощо. Геометричні параметри важливі для подальшого моделювання аеродинамічних властивостей.

Розрахунок аеродинамічних коефіцієнтів: використовуючи різні методи, такі як експериментальні вимірювання або комп'ютерне моделювання, визначаються аеродинамічні коефіцієнти, які описують підйомну силу, опір повітря, моменти інерції тощо. Ці коефіцієнти залежать від кута атаки, швидкості повітря та інших факторів.

Створення математичної моделі: на основі отриманих даних створюється математична модель, яка описує взаємодію квадрокоптера з повітрям. Ця модель може включати систему диференціальних рівнянь, яка описує рух та динаміку квадрокоптера в повітрі.

Комп'ютерне моделювання: за допомогою комп'ютерних програм та спеціалізованих пакетів для моделювання аеродинаміки, проводяться чисельні симуляції, що дозволяють врахувати вплив різних параметрів на поведінку квадрокоптера. В цьому процесі враховуються різноманітні умови, такі як різні швидкості повітря, кут атаки, висота польоту тощо.

Аналіз результатів: після завершення симуляцій проводиться аналіз отриманих результатів. Це дозволяє визначити оптимальні параметри конструкції квадрокоптера для певних умов польоту, а також з'ясувати вплив різних факторів на аеродинамічні характеристики.

Валідація моделі: отримані результати порівнюються з експериментальними даними, які можуть бути отримані шляхом аеродинамічних тестів.

Отже, моделювання аеродинамічних властивостей є важливим етапом в розробці та вдосконаленні безпілотних літальних апаратів, яке дозволяє передбачати та оптимізувати їх поведінку в повітрі з урахуванням різноманітних фізичних та атмосферних факторів.

2.2 Основні підходи до тестування алгоритмів управління просторовим рухом БПЛА

Основні підходи до тестування руху БПЛА включають широкий спектр питань, починаючи від математичного опису фізичних законів, яким підкоряється рух БПЛА, до розробки математичних алгоритмів імітації поведінки БПЛА в різних умовах. Ключовим аспектом тестування є розробка математичних моделей, які точно описують рух та поведінку апарата в різних ситуаціях. Ці моделі базуються на фізичних законах, таких як закони Ньютона, закони аеродинаміки та гідродинаміки.

Одним з основних підходів – є симуляційне моделювання просторового руху квадрокоптера .

Цей процес полягає в створенні віртуальної моделі апарата та його поведінки у різних умовах без необхідності використання реального обладнання. Симуляційне моделювання дає можливість інженерам вивчати різні аспекти польоту, враховуючи різноманітні фактори, такі як аеродинаміка, динаміка руху, вплив зовнішніх умов тощо.

Один з основних аспектів симуляційного моделювання БПЛА - використання комп'ютерних програмних засобів, які дозволяють створювати досить складні математичні моделі апаратів та емулювати їх рух у віртуальному середовищі. Це може бути важливою складовою для аналізу та вдосконалення дизайну, оцінки ефективності та виявлення можливих проблем, які можуть виникнути в процесі польоту.

Ще одним важливим аспектом симуляційного моделювання є можливість вивчення різних сценаріїв польоту та впливу різних факторів на поведінку апарата. Наприклад, інженери можуть визначити, як квадрокоптер реагує на зміни в атмосферних умовах, різні режими роботи пропелерів або різні режими керування.

Для досягнення успіху у симуляційному моделюванні важливо враховувати реалістичність та достовірність моделей. Це означає, що потрібно враховувати як можна більше факторів, які впливають на поведінку БПЛА, і забезпечити, щоб модель відображала реальні умови як найточніше. Також важливо постійно валідувати моделі, порівнюючи їх результати з експериментальними даним або реальними польотними випробуваннями.

Створення симуляційного моделювання у програмах може відрізнятися в залежності від обраного програмного забезпечення та його можливостей. Проте, загальний процес можна узагальнити наступним чином.

Вибір програмного забезпечення: перш ніж розпочати створення симуляційного моделювання, потрібно визначитися з програмним забезпеченням, яке найкраще підходить для вашої задачі. Наприклад, якщо потрібна велика гнучкість і можливості для роботи з різними аспектами моделювання, ви можете вибрати MATLAB/Simulink або ROS/Gazebo. Якщо робота йде над ігровим проектом або потрібна візуалізація, Unity або Unreal Engine можуть бути кращим варіантом.

Створення моделі: після вибору програмного забезпечення розпочинається створення моделі квадрокоптера. Це може включати в себе створення геометрії квадрокоптера, визначення його характеристик (таких як маса, розміри, аеродинамічні параметри), а також визначення його динаміки та керування.

Реалізація алгоритмів: після створення базової моделі потрібно реалізувати алгоритми керування та динаміки, які визначають поведінку квадрокоптера. Це може включати в себе розробку алгоритмів стабілізації, навігації, керування орієнтацією та інші.

Симуляція та тестування: після реалізації алгоритмів можна розпочати симуляцію та тестування моделі. Це включає в себе запуск симуляції з різними вхідними параметрами та умовами, щоб перевірити, як квадрокоптер реагує на різні сценарії.

Аналіз результатів: після завершення симуляції аналізуються результати, щоб зрозуміти, як модель поводить себе в різних умовах. Це дозволяє виявити потенційні проблеми або покращення, які можуть бути внесені до моделі.

Оптимізація та вдосконалення: на основі аналізу результатів проводиться оптимізація та вдосконалення моделі, вносячи необхідні зміни для покращення її точності та реалізму.

2.3 Програмні засоби для симуляції

Для симуляційного моделювання квадрокоптерів використовуються різноманітні програмні засоби та інструменти, які дозволяють інженерам створювати віртуальні моделі апаратів та емулювати їх поведінку у різних умовах. Ось деякі з найпоширеніших інструментів для симуляційного моделювання квадрокоптерів.

MATLAB/Simulink - це один з найпоширеніших програмних засобів для симуляції систем динаміки. Вони надають різноманітні блоки та бібліотеки, що дозволяють моделювати аеродинаміку, динаміку руху, керування і багато іншого.

ROS (Robot Operating System) - це відкрите програмне забезпечення, яке широко використовується в робототехніці, включаючи робототехніку повітряних суден. Він має ряд пакетів, які дозволяють моделювати квадрокоптери в симуляційних середовищах, таких як Gazebo.

Gazebo - це симулятор робототехніки, який часто використовується для моделювання різних типів БПЛА, включаючи квадрокоптери. Він надає

можливість створювати віртуальне середовище, де можна тестувати алгоритми керування, аеродинаміку та інші аспекти польоту.

Pixhawk SITL (Software-In-The-Loop) - це відкрите апаратне та програмне забезпечення для автопілотів. SITL - це інструмент, який дозволяє виконувати програмне забезпечення для автопілота на комп'ютері та моделювати поведінку апарата в різних симуляційних середовищах. Завдяки SITL розробники можуть експериментувати з різними алгоритмами управління, планування маршрутів та навігації, перевіряти їх ефективність та взаємодію в різних умовах. Також SITL є частиною екосистеми відкритих технологій для безпілотної авіації, що сприяє спільній розробці та інноваціям у цій галузі.

Unity або Unreal Engine - ці геймдев-платформи використовуються не лише для створення ігор, але і для симуляції різних систем, включаючи БПЛА. Вони надають широкі можливості для створення віртуальних середовищ і тестування алгоритмів керування.

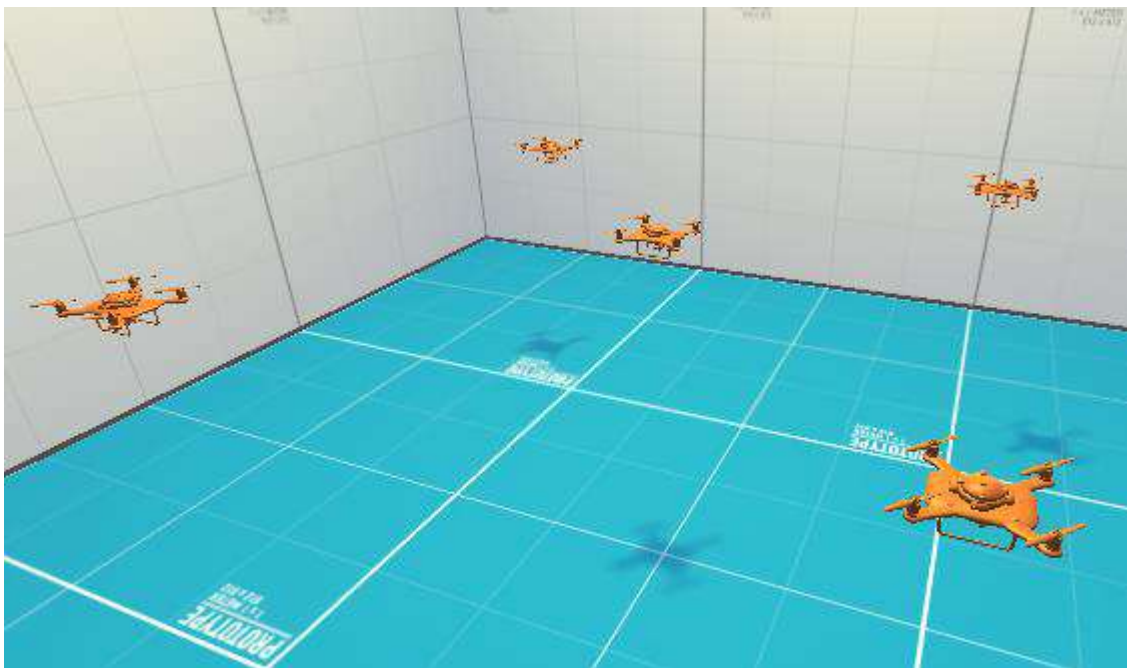


Рисунок 2.1 – Тестування дронів у середовищі симуляції Unity[15]

У таблиці 2.1 надається загальне уявлення про переваги та недоліки кожної з програм для симуляційного моделювання квадрокоптерів. Вибір

конкретної програми може залежати від специфічних потреб проекту, технічних вимог та навичок користувача.

Таблиця 2.1 – Переваги та недоліки програм

Програма	Переваги	Недоліки
MATLAB/Simulink	Широкі можливості для моделювання динаміки систем	Платна ліцензія
	Просте інтегрування з алгоритмами керування і симуляція аеродинаміки	Вимагає великої обчислювальної потужності
		Відсутність вбудованих 3D-середовищ для візуалізації
ROS (Robot Operating System)	Відкрите джерело, безкоштовна ліцензія	Вимагає додаткового часу на конфігурацію та налаштування
	Масштабована архітектура, підтримка різних типів роботів та сенсорів	Можливі проблеми з обробкою реального часу на великих проектах
Gazebo	Вбудована підтримка фізики	Вимагає великої обчислювальної потужності
	Велика кількість готових моделей роботів та об'єктів	Вимагає великої обчислювальної потужності
	Можливість інтеграції з ROS і MATLAB/Simulink	Можливі проблеми з реалізацією власних моделей
Pixhawk SITL (Software-In- The- Loop)	Вбудована підтримка в симуляційному середовищі моделювання квадрокоптерів	Менш розвинена функціональність порівняно з іншими програмами

Продовження таблиці 2.1

	Інтеграція з реальним обладнанням	Вимагає додаткового часу на налаштування
Unity або Unreal Engine	Велика кількість готових ресурсів для реалістичної візуалізації	Велика складність для новачків
	Можливість створення інтерактивних симуляцій	Необхідність вивчення складних інструментів та мов програмування

2.3.1 Важливі аспекти симуляційного моделювання в контексті безпілотних літальних апаратів

У контексті безпілотних літальних апаратів існує кілька ключових аспектів, які варто враховувати при проведенні симуляцій та аналізі їх результатів. Один з найважливіших полягає в аналізі реакції квадрокоптера на різні зовнішні впливи, такі як зміни швидкості вітру або навколишні умови польоту. Симуляційне моделювання дозволяє відтворити ці умови та оцінити, як квадрокоптер реагує на них. Наприклад, високі швидкості вітру можуть викликати нестабільність у польоті, тому аналіз реакції квадрокоптера на такі умови дозволяє вдосконалити алгоритми керування та стабілізації для забезпечення безпеки та надійності польоту.

Крім того, симуляційне моделювання може виявити нелінійні ефекти взаємодії пропелерів квадрокоптера, які можуть виникати при великих кутах атаки або в умовах високої аеродинамічної навантаженості. Це важливо для розуміння поведінки апарату у відповідь на різноманітні умови польоту та для оптимізації його динамічних характеристик.

Також важливим аспектом є визначення оптимальних параметрів керування та стабілізації БПЛА на основі аналізу симуляційних результатів.

Це може включати в себе оптимізацію кутів нахилу пропелерів, режимів роботи двигунів або параметрів ПІД-регуляторів для досягнення кращої стабільності та ефективності польоту. Важливим аспектом є розробка реалістичних сценаріїв та умов для симуляцій. Це дозволяє випробувати та оцінювати працездатність алгоритмів управління в різних ситуаціях, таких як аварійні ситуації, зміни погодних умов або взаємодія з іншими об'єктами у повітрі.

Ще однією важливою складовою є валідація та верифікація симуляційних моделей. Це означає перевірку того, наскільки добре віртуальна модель відображає реальну систему, а також перевірку правильності та точності результатів, отриманих під час симуляцій. Окрім цього, важливою задачею є забезпечення відповідності симуляційних результатів реальним даним. Це може включати в себе калібрування параметрів моделі або порівняння результатів симуляцій з даними, отриманими з реальних польотів.

Симуляційне моделювання вимагає систематичного та уважного підходу для досягнення надійних результатів. Під час створення симуляційного моделювання потрібно звертати увагу на наступні речі.

Фізична достовірність: модель повинна відображати реальні фізичні закономірності. Це означає, що параметри, такі як маса, розміри, аеродинамічні властивості, а також динаміка руху, повинні бути відтворені максимально точно.

Реалістичне середовище: у моделі повинно бути враховано різноманітні фактори, що можуть впливати на поведінку БПЛА, такі як атмосферні умови, топографія місцевості, вітрові потоки та інші.

Акуратність у введенні даних: дані, які використовуються для симуляційного моделювання, повинні бути точними та добре зв'язаними з реальними умовами. Навіть маленькі похибки у введенні даних можуть призвести до неточностей у результаті.

Тестування та верифікація: перед використанням моделі для аналізу потрібно переконатися у її вірності та надійності. Це може включати тестування моделі на основі експериментальних даних, порівняння результатів з аналітичними розрахунками та перевірку на відповідність фізичним законам.

Урахування нелінійностей та взаємодій: система може виявити нелінійну поведінку або взаємодію з різними елементами середовища. У моделюванні слід ураховувати ці аспекти для отримання більш реалістичних результатів.

Валідація результатів: після завершення симуляції важливо перевірити отримані результати на відповідність очікуваним. Це може включати порівняння симуляційних результатів з експериментальними даними або з результатами аналітичних розрахунків.

2.4 Імітаційне моделювання руху квадрокоптера

Імітаційне моделювання дозволяє вивчати рух БПА, визначати його характеристики та взаємодію з навколишнім середовищем. Воно базується на комп'ютерних програмах та алгоритмах, які відтворюють фізичні закони і характеристики реальних апаратів. Це дозволяє аналізувати реакцію квадрокоптера на різні фактори, такі як зовнішні умови, стратегії управління, а також реакцію на введені команди.

Одним із важливих аспектів імітаційного моделювання є створення реалістичних віртуальних середовищ, в яких здійснюється моделювання руху квадрокоптера. Це включає в себе відтворення атмосферних умов, ландшафту, топографії території, а також наявність об'єктів, які можуть впливати на польотний процес. Додатково, імітаційне моделювання дозволяє досліджувати різні сценарії польоту та виконання різних завдань за допомогою квадрокоптера. Це допомагає розробникам вдосконалювати

алгоритми автономного керування, реагування на аварійні ситуації та стратегії навігації.

Для створення імітаційних моделей квадрокоптерів часто використовуються різні програмні засоби та середовища. Ці засоби надають розробникам широкий спектр можливостей для створення складних моделей, враховуючи різні аспекти польоту, включаючи аеродинаміку, динаміку, управління та взаємодію з оточуючим середовищем. Після створення моделей вони піддаються ретельному аналізу та тестуванню в різних умовах. Це дозволяє визначити оптимальні стратегії управління, реакцію квадрокоптера на різні зовнішні фактори та визначити його можливості у різних сценаріях польоту.

Також важливим аспектом імітаційного моделювання є його використання для навчання та тренування операторів БПЛА, а також для розробки та тестування нових алгоритмів управління, що дозволяє покращити безпеку та ефективність використання безпілотних систем.

Структура імітаційного моделювання складається з наступних аспектів.

Аналіз предметної області: починаємо з аналізу предметної області. На цьому етапі визначаємо об'єкт дослідження (у нашому випадку, квадрокоптер), виділяємо всі компоненти середовища, у якому перебуває об'єкт, та аналізуємо вплив середовища та можливі стани об'єкта.

Побудова моделі предметної області: на наступному етапі формулюємо модель предметної області. Вже на цьому етапі об'єкт дослідження замінюється його образом – моделлю. У моделі описуються властивості об'єкта, які є важливими з погляду дослідника. Якщо будуємо структурну математичну модель, то в ній описуються структурні компоненти об'єкта, їх взаємозв'язки, типи вхідних впливів і вихідні сигнали.

Математичне формулювання задачі: на основі аналізу предметної області ми будуємо математичну модель. Ця модель існує у формі записів із використанням прийнятих математичних символів і відображає властивості

об'єкта – закони, яким він підпорядковується, зв'язки, які властиві його складовим частинам тощо.

Вибір методу досліджень: для дослідження записаної математичної моделі дослідник підбирає відповідний математичний апарат. Використовуючи вибрані теоретичні методи, можна отримати нові знання про об'єкт.

Математична модель: математичну модель можна будувати як на основі створеного формального опису процесу, так і прямо використовуючи модель предметної області. Математичні моделі, призначені для безпосереднього використання, називають імітаційними. Для їх застосування треба адаптувати модель для використання числових методів, наприклад, будувати дискретний аналог для неперервної моделі.

Імітаційне моделювання: цей етап включає в себе створення імітаційної моделі, яка дозволяє симулювати рух квадрокоптера. Імітаційна модель може бути реалізована на комп'ютері або в іншому обчислювальному середовищі. Для цього використовуються різні математичні методи, такі як чисельні методи, диференціальні рівняння, апроксимація та інші.

Числовий експеримент: після побудови імітаційної моделі проводять числовий експеримент. Це означає, що виконують обчислення для різних значень параметрів квадрокоптера (наприклад, маси, розмірів, кутів нахилу тощо) та аналізують результати. Це дозволяє визначити, як змінюється рух квадрокоптера при різних умовах.

Аналіз результатів: на останньому етапі аналізують отримані результати. Це може включати в себе порівняння з експериментальними даними, визначення областей стабільності та нестабільності руху, виявлення можливих проблем та вдосконалення моделі.

Загалом, імітаційне моделювання руху квадрокоптера дозволяє вивчати його поведінку без фізичного втручання та досліджувати різні сценарії руху.

2.4.1 Методи імітаційного моделювання

Існує кілька методів імітаційного моделювання, які дозволяють досліджувати поведінку об'єктів без фізичного втручання. Ось деякі з них.

Дискретні моделі: ці моделі описують об'єкт у вигляді послідовності станів, які змінюються відповідно до певних правил. Дискретні моделі використовуються для імітації систем, які можна розділити на окремі частини. Наприклад:

- автомати: дискретні автомати використовуються для моделювання систем з обмеженим набором можливих станів, вони можуть бути скінченними або нескінченними;
- черги: дискретні моделі черг використовуються для дослідження процесів, де об'єкти чекають на обслуговування;
- мережі: дискретні моделі мереж дозволяють аналізувати взаємодію між об'єктами в мережі.

Континуальні моделі: ці моделі описують об'єкт у вигляді диференціальних рівнянь або інтегральних рівнянь. Вони використовуються для імітації систем, які змінюються плавно в часі. Наприклад:

- рух тіла: диференціальні рівняння можуть описувати рух тіла під впливом сил та інших факторів;
- електричні кола: континуальні моделі використовуються для аналізу електричних колів, де змінні напруги та струму залежать від часу;
- гідродинаміка: інтегральні рівняння можуть описувати рух рідини чи газу.

Моделі на основі статистики: ці моделі використовують статистичні методи для імітації поведінки об'єктів. Наприклад, моделі Монте-Карло використовують випадкові числа для симуляції різних сценаріїв.

Агент-орієнтоване моделювання: у цих моделях об'єкти моделюються як агенти, які взаємодіють між собою. Агенти можуть мати власні правила поведінки та взаємодіяти з іншими агентами. Цей підхід

дозволяє досліджувати складні системи, де взаємодія між об'єктами грає ключову роль.

Моделі на основі графів: графи – це структури, які складаються з вузлів (або вершин) та ребер (або зв'язків). Вони використовуються для представлення взаємозв'язків між об'єктами. Ці моделі дозволяють досліджувати вплив змін в одному об'єкті на інші об'єкти в системі. Основні типи графів:

- **напрямлені графи (орієнтовані):** в них ребра мають напрямок;
- **ненапрямлені графи:** ребра не мають напрямку, вони використовуються для моделювання взаємодій без врахування напрямку;
- **зважені графи:** ребрам присвоюються числові значення (ваги), вони використовуються для моделювання ситуацій, де важливий не тільки факт зв'язку, але й його сила чи вартість;
- **графи з мітками:** вузли та ребра можуть мати додаткові мітки, що дозволяє додатково описувати взаємодії.

Ці методи можуть використовуватися окремо або в поєднанні для дослідження різних аспектів поведінки об'єктів. Обираючи метод для конкретної задачі потрібно враховувати ряд факторів, щоб досягти найкращих результатів. Ось деякі причини, чому важливо обирати правильний метод:

а) ефективність та продуктивність;

- 1) різні методи можуть мати різний рівень обчислювальної складності та вимог до ресурсів (пам'яті, часу, обчислювальної потужності);
- 2) вибір ефективного методу дозволяє досягти більш швидких та ефективних обчислень;

б) точність та надійність;

- 1) деякі методи можуть бути точнішими або менш схильними до помилок;

2) важливо вибрати метод, який найкраще відповідає вимогам задачі та допускає мінімальну кількість помилок;

в) специфіка задачі;

1) кожна задача має свої унікальні особливості;

2) вибір методу повинен враховувати специфіку задачі, її контекст та обмеження;

г) доступні дані та ресурси;

1) деякі методи можуть вимагати певних типів даних або обчислювальних ресурсів;

2) важливо враховувати наявність доступних даних та обмеження ресурсів при виборі методу;

д) зручність та розуміння;

1) вибір методу повинен бути зрозумілим для дослідника та легко імплементованим;

2) зручність використання та розуміння методу сприяють успішному виконанню задачі.

Узагалі, правильний вибір методу допомагає досягти бажаних результатів та ефективно вирішити завдання.

2.4.2 Застосування імітаційних технологій для вивчення різних сценаріїв польоту

Застосування імітаційних технологій для вивчення різних сценаріїв польоту є важливою складовою в авіаційній промисловості та дослідницькій сфері. Цей підхід дозволяє докладно проаналізувати та моделювати різні сценарії польотів, що можуть включати в себе різні маневри, реакцію на вітрові умови та інші фактори. Імітаційні технології дозволяють випробувати різні стратегії та реакції в умовах, які можуть бути небезпечними або складними для реального польоту. Наприклад, вони можуть

використовуватися для аналізу та тренування пілотів у випадках екстремальних погодних умов або аварійних ситуацій.

Крім того, імітаційні технології можуть бути корисними для проектування нових типів повітряних суден та розробки нових авіаційних систем. Вони дозволяють інженерам та дослідникам випробувати різні концепції та варіанти без необхідності будувати фізичні прототипи.

Одним із основних інструментів для виконання такого аналізу є комп'ютерні симулятори. Ці симулятори використовуються для створення віртуального середовища, де можна відтворити різні умови польоту. Вони базуються на реалістичних фізичних моделях літаків, атмосферних умов, терену та інших чинників, що впливають на політ. Для вивчення різних сценаріїв польоту та моделювання поведінки літаків у різних умовах використовуються різні технології, ось деякі з них.

Комп'ютерні симулятори: це програмне забезпечення, яке дозволяє створити віртуальне середовище для польотів. Вони базуються на реалістичних фізичних моделях літаків, атмосферних умов, терену та інших факторів. Пілоти можуть використовувати їх для тренування, а інженери - для аналізу та тестування нових концепцій.

Віртуальна реальність (VR): VR технології дозволяють пілотам інтерактивно взаємодіяти з віртуальним середовищем, що може бути відтворене в реальному масштабі. Це може полегшити тренування та дозволити пілотам експериментувати з різними сценаріями польотів у безпечних умовах.

Моделювання та симуляція аеродинаміки: ці технології дозволяють аналізувати взаємодію літака з повітрям у різних умовах, включаючи вітрові умови та маневри. Вони допомагають в розробці оптимальних аеродинамічних характеристик літаків та ефективних стратегій польоту.

Штучний інтелект (AI): AI може бути використаний для розробки автономних систем керування літаками або для створення ворожих симуляцій для тренування пілотів у віртуальних боях.

В контексті вивчення різних сценаріїв польоту, імітаційні технології можуть бути використані для:

а) симуляції польотів;

1) оператори можуть взаємодіяти з віртуальними середовищами, де вони можуть керувати літаками, дронами або іншими повітряними транспортними засобами;

2) це дозволяє навчитися керувати польотом, враховуючи різні умови та обставини;

б) аналізу безпеки;

1) імітаційні технології дозволяють вивчати різні сценарії аварій, виявляти проблеми та розробляти стратегії запобігання;

2) інженери можуть відтворювати ситуації, досліджувати їх наслідки та робити висновки;

в) тренуванню пілотів;

1) пілоти можуть вдосконалювати навички керування, реагування на непередбачувані ситуації та вирішення проблем;

2) імітаційні технології допомагають підготувати пілотів до реальних польотів.

Детальний аналіз та моделювання сценаріїв політів виконуються за допомогою спеціалізованих програмних засобів, які включають в себе різноманітні технології та методики. Ось кілька кроків, які можуть бути виконані для такого аналізу та моделювання.

Визначення параметрів та умов: перший крок полягає в тому, щоб чітко визначити параметри та умови, що впливають на сценарії політів. Це може включати в себе характеристики літака, вітрові умови, характеристики терену, метеорологічні умови та інші фактори.

Розробка математичних моделей: на основі визначених параметрів створюються математичні моделі, які описують поведінку літака в різних умовах. Ці моделі можуть бути базовані на фізичних принципах аеродинаміки, механіки та інших областях.

Використання комп'ютерних симуляторів: одним з найпоширеніших способів моделювання сценаріїв політів є використання комп'ютерних симуляторів. Ці програми використовують математичні моделі для створення віртуального середовища, де можна відтворити різні сценарії польотів та вивчати їх на практиці.

Аналіз результатів: після виконання симуляцій проводиться аналіз отриманих результатів. Це дозволяє зрозуміти, як літак поводить себе в різних умовах, і виявити можливі проблеми або обмеження.

Вдосконалення та оптимізація: на основі результатів аналізу можуть бути внесені зміни до параметрів моделі або стратегій польоту для покращення його ефективності, безпеки та ефективності.

Ці кроки можуть бути виконані як для аналізу реальних польотів, так і для вивчення сценаріїв віртуальних польотів у комп'ютерних симуляторах. Вони допомагають розуміти та вивчати різні аспекти польоту та розробляти стратегії для ефективного та безпечного польоту.

2.5 Вплив зовнішніх факторів на рух БПЛА

Зовнішні фактори можуть значно впливати на рух безпілотних літальних апаратів. Розглянемо декілька з них.

Атмосферні умови: погодні умови, такі як вітер, дощ, туман, хмарність та температура, можуть впливати на рух і поведінку БПЛА. Сильний вітер може відхиляти літальний апарат від заданого курсу, а туман або дощ можуть ускладнити навігацію та підтримку зв'язку.

Географічні особливості: місцеві особливості, такі як рельєф місцевості, наявність будівель, дерев, гір та інших перешкод, можуть впливати на рух БПЛА. Вони можуть призводити до перешкод у навігації, вимагати корекції курсу або уникнення деяких ділянок.

Електромагнітні перешкоди: електромагнітні сигнали від інших пристроїв або електромагнітні перешкоди, такі як електропроводка, можуть спотворювати сигнали управління або зв'язку з БПЛА, що може впливати на його рух та поведінку.

Трафік повітряного простору: у зоні дії повітряних портів або у великих міських районах може бути високий рівень повітряного трафіку. Це може вимагати виконання додаткових заходів безпеки та уникнення зіткнень з іншими літальними апаратами або повітряним транспортом.

Електронні перешкоди: наявність електронних перешкод, таких як перешкоди GPS або радіосигнали, може впливати на роботу навігаційних систем БПЛА, що може призводити до некоректної навігації та підвищеного ризику аварій.

Магнітні поля: магнітні поля можуть впливати на компаси та інші навігаційні прилади, що використовуються в БПЛА. Поганий калібрування компаса або сильне магнітне поле можуть призвести до неточностей у визначенні курсу та навігації.

Температура і вологість: екстремальні температури та висока вологість можуть впливати на роботу електронних компонентів БПЛА, таких як акумулятори, процесори та сенсори. Це може призвести до зниження продуктивності, скорочення тривалості польоту або навіть до виникнення несправностей.

Психологічні фактори: стан пілота або оператора також може впливати на безпеку та результативність польотів. Втома, стрес, відволікання та інші психологічні фактори можуть впливати на рішення та реакції під час польоту.

2.5.1 Врахування атмосферних умов

Атмосферні умови можуть суттєво впливати на поведінку квадрокоптерів і їх рух в повітрі. Розглянемо деякі аспекти, які можуть бути включені у цей розділ.

Властивості повітря: вивчення фізичних властивостей повітря на різних висотах, таких як густина, температура, тиск і вологість. Густина повітря визначається кількістю маси повітря, яка міститься в певному обсязі. Зазвичай, при збільшенні висоти густина повітря зменшується. Це може впливати на підйомну силу квадрокоптера: у тоншому повітрі підйомна сила менша, тому для підтримання польоту може знадобитися більше потужності.

Температура повітря також може змінюватися з висотою та впливати на поведінку квадрокоптера. З підвищенням температури повітря може зменшуватися густина, що також впливає на підйомну силу. Крім того, температурні різниці можуть призводити до утворення турбулентності, що впливає на стабільність польоту. Тиск повітря зазвичай зменшується з висотою. Це може мати вплив на роботу аеродинамічних поверхонь квадрокоптера та його стабільність у польоті. Наприклад, зменшення тиску може призводити до зниження підйомної сили, що вимагає компенсації з боку систем управління.

Вологість повітря також може впливати на польотні характеристики квадрокоптера. Висока вологість може змінювати густина повітря та впливати на стан аеродинамічних поверхонь. Вологе середовище також може мати вплив на електроніку квадрокоптера, особливо на радіо сигнали.

При певних умовах повітря може іонізуватися, що може впливати на роботу електронних пристроїв або систем управління квадрокоптером. Наявність забруднень у повітрі, таких як пил, дим або частки, може впливати на якість роботи датчиків або оптичних систем, що використовуються для навігації та управління.

Вплив на аеродинаміку: аналіз впливу атмосферних умов на аеродинаміку квадрокоптера, зокрема на підйомну силу та опір повітря. Атмосферні умови, такі як густина повітря, температура і тиск, безпосередньо впливають на створення підйомної сили квадрокоптером. Зміни у цих параметрах можуть змінювати ефективність підйомної сили, що впливає на здатність квадрокоптера підніматися у повітрі.

Аеродинамічний опір є силою, що протидіє русі квадрокоптера у повітрі. Він залежить від густини повітря, форми та конфігурації квадрокоптера. Зміни в атмосферних умовах можуть впливати на рівень опору повітря та швидкість руху квадрокоптера. Аеродинамічні умови також можуть впливати на стійкість та керованість квадрокоптера.

Зміни у підйомній силі або опорі повітря можуть призводити до змін у рухових характеристиках апарату та вимагати корекції з боку систем управління.

Певні атмосферні умови, такі як сильні вітри або турбулентність, можуть створювати непередбачувані аеродинамічні ефекти, які впливають на стійкість та керованість квадрокоптера. У таких умовах квадрокоптер може потребувати додаткових зусиль для підтримання стабільності.

Зміна висоти польоту може призводити до змін у густині повітря, тиску і температурі, що впливає на аеродинаміку квадрокоптера. Наприклад, на великій висоті повітря розріджується, що може знизити підйомну силу. Сильний вітер може впливати на аеродинаміку квадрокоптера, змінюючи напрямок руху та швидкість польоту.

Великі вітри можуть також створювати турбулентність, що ускладнює стабільність польоту. Великі зміни температури між днями та ночами можуть впливати на аеродинаміку квадрокоптера через зміни в густині повітря та інші параметри атмосфери.

Розуміння впливу атмосферних умов на аеродинаміку квадрокоптерів дозволяє розробляти ефективні аеродинамічні конструкції, а також

розробляти алгоритми управління, які компенсують зміни умов польоту для забезпечення стабільності та безпеки.

Алгоритми управління: розробка алгоритмів управління, які враховують зміни в атмосферних умовах для забезпечення стабільного та ефективного руху.

Алгоритми управління можуть включати системи автопілотування, які автоматично керують квадрокоптером на основі вхідних даних з датчиків та зовнішніх джерел. Вони можуть адаптуватися до змін в атмосферних умовах для підтримання заданої траєкторії або виконання місій.

У випадку зміни атмосферних умов, таких як сильний вітер або турбулентність, алгоритми управління можуть вживати заходів для корекції траєкторії польоту квадрокоптера. Це може включати автоматичне зміщення траєкторії для компенсації вітрових умов або використання адаптивних контролерів для стабілізації польоту.

Алгоритми управління можуть оптимізувати оберти двигунів квадрокоптера в залежності від змін в атмосферних умовах, таких як зміни в густині повітря або температурі. Це дозволяє забезпечити ефективний рух та збереження енергії. Алгоритми управління мають за мету забезпечити стабільну польотну поведінку квадрокоптера навіть у змінних атмосферних умовах. Вони можуть використовувати різні методи стабілізації, такі як PID-регулятори або адаптивні контролери, для управління рухом квадрокоптера та підтримки бажаної орієнтації.

Деякі алгоритми управління можуть бути адаптивними до змін в атмосферних умовах, шляхом автоматичного налаштування параметрів контролера або стратегій керування для оптимізації продуктивності та стабільності польоту. Ефективні алгоритми управління дозволяють зменшити витрати енергії на керування квадрокоптером, що може значно підвищити тривалість польоту та загальну продуктивність.

Важливими є алгоритми управління які можуть включати інтерфейси для взаємодії з оператором або користувачем, що дозволяє їм вказувати певні команди або задачі квадрокоптеру під час польоту.

Системи висотоутримування: системи висотоутримування є важливою складовою квадрокоптерів і дозволяють їм утримуватися на певній висоті над землею або іншою поверхнею без активного управління з боку пілота.

Багато квадрокоптерів використовують барометричні сенсори для вимірювання атмосферного тиску. Зміни в атмосферному тиску пов'язані зі змінами в висоті, тому ці сенсори дозволяють квадрокоптеру визначати своє положення у висотному напрямку. Деякі квадрокоптери можуть використовувати альтиметричні датчики для більш точного вимірювання висоти. Ці датчики можуть включати ультразвукові сенсори або лазерні дальномери для вимірювання відстані від квадрокоптера до поверхні.

Системи висотоутримування часто використовують PID-регулятори для автоматичного коригування обертів двигунів або кута нахилу лопастей для підтримки потрібної висоти. Ці регулятори враховують вхідні дані з барометричних сенсорів або альтиметричних датчиків і автоматично коригують параметри керування для стабілізації висоти.

Деякі системи висотоутримування можуть використовувати адаптивні алгоритми, які враховують зміни в атмосферних умовах для покращення точності і надійності висотоутримування. Системи висотоутримування інтегруються з системами стабілізації, які контролюють орієнтацію квадрокоптера. Це дозволяє підтримувати не тільки стабільну висоту, але й стабільну позицію квадрокоптера у просторі.

При розробці систем висотоутримування важливо враховувати масу квадрокоптера та навантаження, яке він несе. Це може впливати на точність та ефективність системи. Для забезпечення більш точного контролю над висотою, системи висотоутримування можуть інтегруватися з навігаційними

системами, такими як GPS або системи візуального спостереження, що дозволяє квадрокоптеру визначати своє місце у просторі.

Розробка математичних моделей атмосферних умов і їх впливу на рух квадрокоптера може допомогти в удосконаленні систем висототримання. Це може включати моделювання впливу температури, тиску та інших факторів на аеродинамічні характеристики квадрокоптера.

2.5.2 Ефекти взаємодії з навколишнім середовищем

Цей пункт охоплює вивчення впливу навколишнього середовища на рух безпілотних літальних апаратів. Навколишнє середовище може включати різноманітні фактори, такі як вітер, турбулентність, перешкоди та інші.

Врахування вітрових умов: сильні вітри можуть значно впливати на рух квадрокоптера, змінюючи його швидкість та напрямок. Розробка алгоритмів управління, що враховують вітрові умови, дозволяє квадрокоптерам ефективно компенсувати ці впливи і підтримувати задану траєкторію польоту.

Розробка алгоритмів управління, які автоматично компенсують вплив вітрових умов, дозволяє квадрокоптерам підтримувати стабільний та прогнозований політ. Ці алгоритми можуть включати автоматичне коригування швидкості, кута нахилу або траєкторії для компенсації сили та напрямку вітру.

Квадрокоптери можуть бути обладнані датчиками вітру, які вимірюють швидкість та напрямок вітру в навколишньому середовищі. Ці дані використовуються для оцінки впливу вітрових умов на політ та для внесення корекцій у стратегію управління. Використання прогностичних моделей вітру дозволяє передбачити зміни вітрових умов на майбутнє та планувати стратегії управління заздалегідь для оптимальної реакції на ці зміни.

Деякі системи управління можуть бути адаптивними до змін вітрових умов, шляхом автоматичного налаштування параметрів контролера для оптимальної реакції на зміни вітрових умов. У разі надзвичайно сильних вітрових умов може бути використана стратегія обмеження польоту, коли квадрокоптер автоматично обмежує свою максимальну швидкість або висоту для забезпечення безпеки.

Сприйняття перешкод: розробка алгоритмів для виявлення та уникнення перешкод у навколишньому середовищі. Під час польоту квадрокоптер повинен виявляти та уникати перешкод у навколишньому середовищі, таких як дерева, будівлі чи інші об'єкти.

Розробка алгоритмів для виявлення перешкод та планування безпечного маршруту дозволяє забезпечити безпеку польоту в умовах обмеженого простору. Квадрокоптери можуть бути обладнані камерами та іншими сенсорами, які дозволяють їм сприймати навколишнє середовище візуально.

Алгоритми обробки зображень можуть використовуватися для виявлення перешкод, таких як дерева або стовпи, на шляху квадрокоптера. Квадрокоптери також можуть бути обладнані лідарами (лазерними дальномерами) або радарми для вимірювання відстані до навколишніх об'єктів. Ці дані використовуються для виявлення перешкод та планування безпечного маршруту.

Ультразвукові сенсори можуть бути використані для виявлення об'єктів у найближчій окрузі квадрокоптера. Вони можуть бути корисними для уникнення стикання з невеликими перешкодами, такими як гілки дерев або стіни будівель. На основі отриманих даних про перешкоди розробляються алгоритми планування безпечного маршруту. Ці алгоритми визначають оптимальний шлях польоту, який уникає перешкод та забезпечує безпеку польоту.

Адаптація до змін умов: розробка алгоритмів адаптації, які дозволяють квадрокоптеру ефективно пристосовуватися до змін у

навколишньому середовищі. Навколишнє середовище може швидко змінюватися, наприклад, через зміну погодних умов або виявлення неочікуваних перешкод. Розробка алгоритмів адаптації дозволяє квадрокоптерам ефективно реагувати на ці зміни та підтримувати безпеку польоту.

Квадрокоптери можуть бути обладнані різними сенсорами, які збирають дані про навколишнє середовище та стан самого апарата. Ці дані використовуються для аналізу поточних умов та корекції параметрів управління для оптимальної реакції на зміни.

Розробка математичних моделей, які можуть прогнозувати зміни умов на підставі історичних даних та поточних спостережень, дозволяє планувати дії квадрокоптера в майбутньому заздалегідь. У разі виявлення змін умов або перешкод під час польоту, квадрокоптер може автоматично коригувати свій маршрут або параметри польоту для уникнення небезпеки та забезпечення безпеки польоту.

Також методи машинного навчання можуть бути використані для навчання квадрокоптерів адаптуватися до нових умов на основі досвіду польоту та навчальних даних.

2.6 Валідація моделей

Валідація моделей - це процес перевірки, тестування та оцінки точності та ефективності математичних моделей на основі реальних даних або експериментів. Це важлива складова роботи над розробкою моделей, оскільки вона дозволяє перевірити, наскільки добре модель відображає реальність та відтворює поведінку системи, яку вона моделює. Основні аспекти валідації моделей включають наступне можуть бути такими.

Порівняння з емпіричними даними: модель повинна бути перевірена на відповідність до емпіричних даних, які були зібрані в реальних умовах. Це може включати порівняння прогнозів моделі з спостереженнями

або експериментальними даними. Модель розробляється та виконується для генерації прогнозів або результатів на основі вхідних даних або параметрів. Результати, отримані з моделі, порівнюються з емпіричними даними. Це може включати порівняння числових значень, графіків чи інших параметрів. Оцінюється ступінь відповідності між результатами моделі та емпіричними даними. Це може бути виконано за допомогою статистичних метрик, таких як середня квадратична помилка, коефіцієнт кореляції, або за допомогою візуального аналізу графіків. У випадку, якщо результати моделі суттєво відрізняються від емпіричних даних, модель може бути відкоригована або уточнена для поліпшення її точності та відповідності до даних.

Перевірка узгодженості з фізичними принципами: модель повинна бути узгодженою з відомими фізичними принципами та законами. В першу чергу важливо визначити фізичні закони і принципи, які повинна враховувати модель. Це може включати, наприклад, закони збереження енергії, закони Ньютона для руху, закони термодинаміки та інші фундаментальні принципи. Модель повинна бути побудована з урахуванням відомих фізичних законів. Наприклад, у рухомій системі модель може використовувати рівняння Ньютона для опису руху об'єктів під дією сил. Модель повинна бути консервативною, що означає, що загальна енергія системи має залишатися сталою з часом. Це важливо для перевірки правильності моделі з фізичного точки зору. Вона має правильно відтворювати динамічні та статичні характеристики системи, що моделюється. Наприклад, у динамічних системах модель повинна правильно передбачати зміну стану системи з часом. Деякі фізичні системи можуть бути досить складними та включати нелінійні ефекти та взаємодії. Модель повинна враховувати ці аспекти та відтворювати їх у своїх розрахунках. Нарешті, модель повинна бути перевірена порівняно з експериментальними даними або іншими відомими даними з фізичних спостережень. Це дозволяє оцінити, наскільки добре модель відтворює реальність.

Перевірка на різних наборах даних: модель повинна бути протестована на різних наборах даних, які охоплюють різні умови та сценарії. Для ефективної валідації моделі важливо використовувати різноманітні набори даних. Це допомагає визначити стійкість моделі та її загальну здатність до узагальнення. Зазвичай дані розділяються на тренувальний та тестовий набори. Тренувальний набір використовується для навчання моделі, тоді як тестовий набір використовується для перевірки її точності та узагальнювання. Одним з етапів перевірки моделі є використання зовнішніх наборів даних, які не використовувалися під час тренування моделі. Це дозволяє перевірити, наскільки добре модель узагальнюється на нові дані. Для деяких моделей можуть бути важливими спеціальні випробування на конкретних типах даних або відомих випадках використання. Наприклад, для моделей в області медицини можуть бути проведені випробування на клінічних даних.

Калібрування параметрів моделі: це процес налаштування значень параметрів моделі таким чином, щоб вона краще відповідала емпіричним даним або спостереженням. Цей процес важливий для забезпечення точності та надійності моделі, особливо якщо деякі параметри моделі не можуть бути точно виміряні або встановлені на підставі фізичних принципів. Ось декілька ключових кроків у процесі калібрування параметрів моделі.

Визначення параметрів, які потребують калібрування: перший крок - це визначення параметрів моделі, які потребують калібрування. Це можуть бути параметри, які впливають на результати моделювання, але значення яких не відомі або не можуть бути точно визначені з емпіричних даних.

Вибір методу калібрування: існує кілька методів калібрування параметрів моделі, включаючи методи оптимізації, статистичні методи та експертні оцінки. Вибір методу залежить від характеристик моделі та доступних даних.

Збір даних для калібрування: для успішного калібрування потрібні емпіричні дані або спостереження, на основі яких можна буде оцінити

результати моделювання. Ці дані можуть бути зібрані з експериментів, спостережень або літературних джерел.

Виконання калібрування: наступний крок - це виконання процесу калібрування, який може включати автоматичні або ручні методи. Наприклад, метод оптимізації може бути використаний для пошуку оптимальних значень параметрів, що мінімізують відмінність між результатами моделі та емпіричними даними.

Оцінка результатів калібрування: після виконання калібрування необхідно оцінити результати та визначити, наскільки добре модель відповідає емпіричним даним після налаштування параметрів. Це може включати порівняння прогнозів моделі з новими емпіричними даними або перевірку точності моделі на тестовому наборі даних.

Узагальнення результатів: одержані значення параметрів можуть бути використані для подальшого моделювання або аналізу. Однак важливо також розуміти обмеження та невизначеність цих значень і проводити додаткові тести для підтвердження їхньої правильності.

Перевірка унікальних властивостей моделі: перевірка унікальних властивостей моделі важлива для забезпечення її коректності та відповідності специфічним вимогам або характеристикам, які вона має відтворювати. Це може включати перевірку таких аспектів, як особливі характеристики моделі, унікальні взаємозв'язки між параметрами або інші специфічні властивості. Ось декілька ключових кроків у процесі перевірки унікальних властивостей моделі.

Визначення унікальних властивостей: перший крок - це визначення унікальних або специфічних характеристик, які повинна мати модель. Це може бути щось таке, що виділяє цю модель серед інших, наприклад, особливий алгоритм, структура або здатність розв'язувати певні типи проблем.

Перевірка відповідності специфікаціям: перевірка, чи відповідає модель визначеним специфікаціям або вимогам, пов'язаним з унікальними

властивостями. Це може включати аналіз документації, розробленої для моделі, або специфікацій, які були надані розробниками.

Експерименти та тестування: виконання експериментів або тестів, спрямованих на перевірку та підтвердження унікальних властивостей моделі. Це може включати проведення випробувань на різних наборах даних або в різних умовах для перевірки, чи відтворюються ці властивості в реальних сценаріях.

Порівняння з альтернативами: порівняння унікальних властивостей моделі з альтернативними підходами або методами. Це може допомогти визначити, наскільки ефективно модель відповідає унікальним вимогам або чи існують кращі альтернативи.

Документування результатів: після завершення процесу перевірки важливо документувати результати та висновки, щоб інші користувачі могли зрозуміти, які унікальні властивості має модель та як вони були перевірені.

2.6.1 Порівняння результатів симуляційного моделювання з експериментальними даними

Порівняння результатів симуляційного моделювання з експериментальними даними - це процес оцінки та валідації моделі за допомогою фактичних даних, отриманих в ході експериментів або спостережень у реальних умовах. Цей пункт визначається важливим для перевірки точності та достовірності моделі, а також для перевірки її здатності відтворювати реальні процеси або явища.

Перш ніж порівнювати результати симуляційного моделювання з експериментальними даними, необхідно вибрати відповідні дані для порівняння. Це можуть бути дані з реальних експериментів, спостереження або даних з літературних джерел. Після отримання результатів симуляційного моделювання необхідно порівняти їх з експериментальними

даними. Це може включати порівняння числових значень, графіків чи інших характеристик.

Під час порівняння важливо враховувати будь-які відхилення між результатами моделювання та експериментальними даними. Це дозволяє визначити точність моделі та ідентифікувати можливі недоліки або області для поліпшення. Після порівняння важливо проаналізувати будь-які відмінності між результатами симуляції та експериментальними даними. Це може допомогти виявити причини відхилень та визначити можливі шляхи поліпшення моделі.

Якщо результати симуляції добре узгоджуються з експериментальними даними, це може служити підтвердженням достовірності та правильності моделі. Однак, якщо виявляються значні розбіжності між результатами симуляції та експериментальними даними, потрібно докладніше проаналізувати ці розбіжності. Це може включати оцінку можливих причин, таких як неправильно враховані фізичні ефекти, недостатня точність вхідних даних або неврахування деяких факторів. На основі цього аналізу можуть бути внесені відповідні корекції до математичної моделі. Це потребує внесення додаткових або покращених фізичних моделей, корекцію параметрів моделі або зміну вхідних даних. Після внесення змін потрібно повторити симуляцію та порівняти результати з експериментом ще раз, щоб переконатися, що виправлення були успішними. На основі результатів порівняння може бути необхідно внести корективи в математичну модель, щоб підвищити її точність та достовірність.

Важливо документувати результати порівняння, виявлені відмінності та будь-які внесені зміни до моделі. Це допоможе забезпечити прозорість та повторюваність дослідження.

Порівняння результатів симуляційного моделювання з експериментальними даними дозволяє оцінити достовірність та точність моделі та ідентифікувати можливі шляхи для поліпшення.

2.6.2 Перевірка точності та достовірності математичних моделей

Цей процес допомагає переконатися, що модель відтворює реальні процеси або явища з високою точністю та надійністю. Перш ніж використовувати математичну модель для прогнозування або аналізу, її необхідно перевірити за допомогою експериментальних даних. Це може включати порівняння результатів моделювання з реальними спостереженнями або даними, отриманими з експериментів.

Під час перевірки точності моделі може бути необхідно внести корективи у параметри моделі так, щоб підвищити її точність. Цей процес відомий як калібрування параметрів. Для переконання в достовірності моделі важливо перевіряти її на різних наборах даних. Це дозволяє визначити, наскільки добре модель відтворює реальні процеси в різних умовах.

Інший спосіб перевірки точності та достовірності моделі - порівняння її з альтернативними моделями або підходами. Якщо модель демонструє кращу точність або надійність порівняно з іншими варіантами, це може свідчити про її ефективність. Під час перевірки моделі важливо виявляти викиди або аномалії, які можуть виникати під час її застосування. Це може вказувати на недоліки в моделі або неврахування деяких факторів.

Також потрібно провести перевірку на адекватність моделі. А саме перевірити відповідність моделі її призначенню та цілям дослідження, оцінити наявність всіх істотних параметрів та відсутності несуттєвих. Перевірити правильність визначення обмежень на значення параметрів та функціональних зв'язків між ними.

Перевірка точності та достовірності математичних моделей у контексті роботи з квадрокоптерами може включати кілька етапів.

Збір експериментальних даних: перший крок - це здійснення політів з квадрокоптером та збір даних про його рух. Ці дані можуть бути зібрані за допомогою датчиків, таких як акселерометри, гіроскопи та компаси, або ж за допомогою системи GPS.

Створення математичної моделі: наступний крок - це розробка математичної моделі квадрокоптера. Ця модель може включати рівняння, які описують фізичні закономірності руху квадрокоптера, такі як рух у трьох вимірах, аеродинаміка, маса, реакція на керування тощо.

Моделювання та порівняння з експериментальними даними: далі проводиться моделювання руху квадрокоптера за допомогою математичної моделі, а потім порівнюються результати моделювання з експериментальними даними. Якщо результати моделювання відповідають експериментальним даним з прийнятною точністю, це може свідчити про те, що модель є достатньо точною для використання у реальних умовах.

Аналіз чутливості: для перевірки стійкості моделі проводиться аналіз її чутливості до змін параметрів. Це допомагає визначити, наскільки модель реагує на зміни у вхідних параметрах, таких як маса квадрокоптера, аеродинамічні властивості тощо.

Коригування моделі: у разі виявлення розбіжностей між результатами моделювання та експериментальними даними або у випадку нестійкості моделі до змін параметрів, модель може бути скоригована та перевірена знову.

Цей цикл перевірки може бути повторений кілька разів, доки не буде досягнута задовільна точність та достовірність моделі.

Всі результати та висновки, отримані під час перевірки точності та достовірності моделі, повинні бути детально задокументовані. Це допомагає забезпечити прозорість та повторюваність дослідження.

3 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОСТОРОВОГО РУХУ КВАДРОКОПТЕРА

3.1 Умовні позначення і системи координат

Земна система координат E . Початок цієї системи координат збігається з центром мас літального апарату в початковий момент руху, вісь Y_E співпадає з напрямком місцевої вертикалі у цій точці, вісь X_E направлена по лінії заданого курсу польоту, вісь Z_E доповнює систему координат до правої. Враховуючи малі тривалості часових інтервалів автономного польоту квадрокоптера, обертанням Землі можна зневажити і земну систему координат у першому наближенні будемо вважати інерційною (нерухомою).

Пов'язана система координат B . Пов'язана система координат (ПСК) жорстко пов'язана з ЛА. Початок ПСК збігається з центром мас квадрокоптера

Осі цієї системи координат збігаються з головними центральними осями інерції квадрокоптера, так як у цьому випадку суттєво покращуються динамічні характеристики управління і спрощуються рівняння обертального руху КА.

Умовні позначення які використовувалися під час підрахунків:

Λ_{AS} - кватерніон переходу від системи координат A до системи координат S ;

λ_{AS}^0 - скалярна частина кватерніону переходу від системи A до системи S ;

$\vec{\lambda}_{AS}$ - Векторна частина кватерніону переходу від системи A до системи S ;

$\vec{r}_A$ - Вектор $\vec{r}$, заданий проекціями на осі системи A ;

$\vec{\omega}_A^{AS}$ - Вектор кутової швидкості обертання системи A відносно системи S , заданий проекціями на осі системи A ;

J – тензор інерції квадрокоптера;

J_r – тензор інерції ротора двигуна з гвинтом;

ω_i – кутова швидкість гвинта, $i = 1, 2, 3, 4$;

3.2 Визначення взаємної орієнтації земної і пов'язаної систем координат

Рух центру мас апарата будемо розглядати відносно земної системи координат E , кутовий рух – відносно пов'язаної системи B . Положення системи координат B відносно системи координат E будемо визначати кватерніоном Λ_{EB} . Нехай кутова орієнтація системи B відносно системи E задається трьома поворотами: перший поворот виконується навколо осі X_E на кут φ , другий поворот навколо осі Z' на кут ϑ , третій поворот навколо осі Y_B на кут ψ (рис. 3.1).

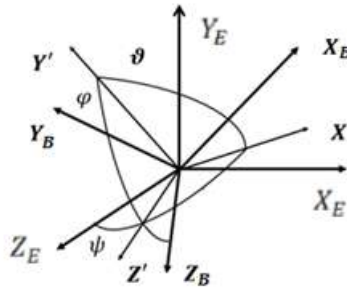


Рисунок 3.1 – Кутова орієнтація системи B відносно системи E

При цьому кватерніон Λ_{EB} матиме вигляд

$$\Lambda_{EB} = \lambda_0^{EB} + \vec{\lambda}_{EB}, \quad (3.1)$$

де

$$\lambda_0^{EB} = \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\varphi}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\vartheta}{2} \sin \frac{\varphi}{2}, \quad (3.2)$$

скалярна частина кватерніона, а

$$\vec{\lambda}_{EB} = \begin{pmatrix} \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\varphi}{2} + \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\vartheta}{2} \sin \frac{\varphi}{2} \\ \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\varphi}{2} + \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\vartheta}{2} \sin \frac{\varphi}{2} \\ \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\varphi}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\vartheta}{2} \sin \frac{\varphi}{2} \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

векторна частина.

3.3 Рівняння руху центру мас квадрокоптера

Згідно з другим законом Ньютона система рівнянь руху центру мас квадрокоптера в земній системі координат має вигляд

$$m\ddot{\vec{r}}_E = \vec{F}_E, \quad (3.4)$$

У рівнянні (3.4) $\vec{r}_E$ - вектор, що визначає положення центру мас квадрокоптера у земній системі координат, а вектор $\vec{F}_E$ - Сума всіх сил, що діють на квадрокоптер . Вважатимемо, що на квадрокоптер діють тільки сили тяги $\vec{P}_i$ аеродинамічних гвинтів ($i=1,2,3,4$) і сила земного тяжіння

$$\vec{G}_E = mg \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

де $g = 9.81 \text{ М/с}^2$ – прискорення сили тяжіння на поверхні Землі. Тоді

$$\vec{F}_E = \vec{P}_{1E} + \vec{P}_{2E} + \vec{P}_{3E} + \vec{P}_{4E} + \vec{G}_E \quad (3.6)$$

Напрямок сили $\vec{P}_i$ збігається з позитивним напрямом осі Y_B пов'язаної системи координат

$$\vec{P}_{iB} = p_i \vec{n}_B. \quad (3.7)$$

У виразі (3.7) $\vec{n}_B$ орт осі OY_B пов'язаної системи координат, а p_i модулі сил $\vec{P}_i$. При цьому орт $\vec{n}_B$ і модулі сил $\vec{P}_i$ визначаються виразами

$$\vec{n}_B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.8)$$

$$|\vec{P}_i| = p_i = k_p \omega_i^2, \quad k_p = \alpha \rho D^4, \quad (3.9)$$

де

D – діаметр гвинта,

$\rho = 1,225 \text{ кг/м}^3$ – щільність повітря, яка відповідає щільності

сухого повітря при 15°C та тиску 101330 Па ,

α – Коефіцієнт підйомної сили, який для квадрокоптерів

знаходиться зазвичай в межах від 0,2 до 1,3.

Спроектувавши рівняння (3.7) на осі базису E отримаємо

$$\vec{P}_{iE} = p_i \vec{n}_E. \quad (3.10)$$

де

$$\vec{n}_E = \begin{pmatrix} -\sin \vartheta \cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \sin \psi \\ \cos \vartheta \cos \varphi \\ -\sin \psi \sin \vartheta \cos \varphi + \sin \varphi \cos \psi \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Остаточно маємо наступне рівняння руху центру мас квадрокоптера

$$m \ddot{\vec{r}}_E = (p_1 + p_2 + p_3 + p_4) \vec{n}_E + \vec{G}_E. \quad (3.12)$$

3.4 Рівняння обертального руху квадрокоптера відносно центру мас

Для отримання рівняння обертального руху квадрокоптера відносно центру мас розглянемо рівняння для кінетичного моменту L системи “*несуче тіло+ротори*”. У проєкціях на осі ПСК для вектора $\vec{L}$ справедливо такий вираз

$$\vec{L}_B = J \vec{\omega}_B^{BE} + J_r \vec{n}_B (\omega_1 + \omega_3 - \omega_2 - \omega_4). \quad (3.13)$$

Відповідно до теореми про зміну кінетичного моменту [10], зміна вектора $\vec{L}$ у часі описується рівнянням

$$\dot{\vec{L}}_B = -\vec{\omega}_B^{BE} \times \vec{L}_B + \vec{M}_B. \quad (3.14)$$

де $\vec{M}_B$ – момент зовнішніх сил, заданий проекціями на осі базису B .

Момент $\vec{M}_B$ являє собою суму моментів $\vec{M}_i$, створюваних силами тяг $\vec{P}_{iB}$ винтів. Знайдемо ці моменти. З рис. 3.2

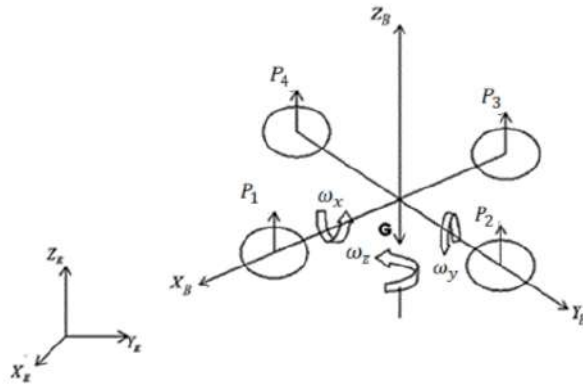


Рисунок 3.2 – Моменти сил у просторі

маємо

$$\vec{M}_B = \ell \begin{pmatrix} p_3 - p_1 \\ 0 \\ p_2 - p_4 \end{pmatrix} = k_p l \begin{pmatrix} \omega_3^2 - \omega_1^2 \\ 0 \\ \omega_2^2 - \omega_4^2 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

У виразі (3.15) ℓ – Відстань від осі обертання валу двигуна до центру мас квадрокоптера;

Розглянемо рівняння (3.14). Запишемо його так

$$J \dot{\vec{\omega}}_B^{BE} + J_r \vec{n}_B (\dot{\omega}_1 + \dot{\omega}_3 - \dot{\omega}_2 - \dot{\omega}_4) = \vec{M}_{\text{гир}} + \vec{M}_B. \quad (3.16)$$

де $\vec{M}_{\text{гир}}$ гіроскопічний момент, викликаний обертанням несучого тіла та роторів

$$\vec{M}_{\text{гир}} = -\vec{\omega}_B^{BE} \times \vec{L}_B = -\omega_B^{BE} \times (J \vec{\omega}_B^{BE} + J_r n_B (\omega_1 + \omega_3 - \omega_2 - \omega_4)). \quad (3.17)$$

Для кінетичного моменту h_i i -го ротора справедливо вираз

$$\vec{h}_{iB} = J_r[\omega_B^{BE} + \vec{n}_B\omega_i]. \quad (3.18)$$

При цьому, згідно з рівнянням (3.14), маємо

$$J_r[\dot{\vec{\omega}}_B^{BE} + \vec{n}_B\dot{\omega}_i] + \vec{\omega}_B^{BE} \times [J_r(\vec{\omega}_B^{BE} + \vec{n}_B\omega_i)] = \vec{n}_B\mu_i, \quad (3.19)$$

У виразі (19) - μ_i реактивний момент на валу i -го ротора [16]

$$\mu_i = \beta\rho D^5\omega_i^2 = k_m\omega_i^2, \quad k_m = \frac{\beta\rho D^5}{k_p}. \quad (3.20)$$

Наявність моменту μ_i в рівнянні (3.20) відображає той факт, що при обертанні гвинта за рахунок опору повітря виникає момент, що перешкоджає цьому обертанню. На подолання цього моменту потрібен такий самий крутний момент на валу двигуна протилежного напрямку. У співвідношенні (3.18)

β – коефіцієнт потужності гвинта. Зі співвідношення (3.18) маємо

$$J_r\vec{n}_B\dot{\omega}_i = \vec{n}_B\mu_i - J_r\dot{\vec{\omega}}_B^{BE} - \vec{\omega}_B^{BE} \times [J_r(\vec{\omega}_B^{BE} + \vec{n}_B\omega_i)]. \quad (3.21)$$

Помноживши скалярно співвідношення (3.21) на вектор $\vec{n}_B$, отримаємо

$$\vec{n}_B^T J_r \vec{n}_B \dot{\omega}_i = \mu_i - \vec{n}_B^T J_r \dot{\vec{\omega}}_B^{BE}. \quad (3.22)$$

Звідки, враховуючи, що $\vec{n}_B^T J_r \vec{n}_B = J_r$, сліде

$$\dot{\omega}_i = \frac{\mu_i}{J_r} - \vec{n}_B^T \dot{\vec{\omega}}_B^{BE} \quad (3.23)$$

Підставивши вираз (3.23) в рівняння (3.14) і зробивши необхідні перетворення, отримаємо

$$J\dot{\vec{\omega}}_B^{BE} = \vec{n}_B(\mu_1 + \mu_3 - \mu_2 - \mu_4) + \vec{M}_{\text{гир}} + \vec{M}_B$$

і з урахуванням (3.18)

$$J\dot{\vec{\omega}}_B^{BE} = \vec{M}_{\text{гир}} + \vec{n}_B k_m (\omega_1^2 + \omega_3^2 - \omega_2^2 - \omega_4^2) + \vec{M}_B. \quad (3.24)$$

Введемо на розгляд матрицю F

$$F = \begin{pmatrix} -k_p \ell & 0 & k_p \ell & 0 \\ k_m & -k_m & k_m & -k_m \\ 0 & k_p \ell & 0 & -k_p \ell \end{pmatrix}. \quad (3.25)$$

З урахуванням виразу (3.25) рівняння (3.24) набуде вигляду

$$J \dot{\vec{\omega}}_B^{BE} = \vec{M}_{\text{гир}} + F \begin{pmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{pmatrix}. \quad (3.26)$$

Для повного опису просторового руху квадрокоптера необхідне рівняння, що описує кутову орієнтацію квадрокоптера у просторі. При використанні для опису орієнтації кватерніона це рівняння має вигляд [10]

$$2\dot{\Lambda}_{EB} = \Lambda_{EB} \circ \omega_B^{BE}. \quad (3.27)$$

де $\circ$ - операція кватерніонного множення, а ω_B^{BE} - кватерніонне відображення вектора кутової швидкості $\vec{\omega}_B^{BE}$. Виконавши операцію кватерніонного множення, отримаємо

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_{EB}^0 &= -\vec{\omega}_B^{BE^T} \vec{\lambda}_{EB} \\ \dot{\vec{\lambda}}_{EB} &= \lambda_{EB}^0 \vec{\omega}_B^{BE} + \vec{\lambda}_{EB} \times \vec{\omega}_B^{BE} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Таким чином, просторовий рух квадрокоптера описується наступною системою диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} m \ddot{\vec{r}}_E &= k_p (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \vec{n}_E + \vec{G}_E \\ J \dot{\vec{\omega}}_B^{BE} &= \vec{M}_{\text{гир}} + \vec{M}_u \\ \dot{\lambda}_{EB}^0 &= -\vec{\omega}_B^{BE^T} \vec{\lambda}_{EB} \\ \dot{\vec{\lambda}}_{EB} &= \lambda_{EB}^0 \vec{\omega}_B^{BE} + \vec{\lambda}_{EB} \times \vec{\omega}_B^{BE} \end{aligned} \quad (3.29)$$

де

$$\vec{M}_u = F \begin{pmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{pmatrix}. \tag{3.30}$$

4 СИНТЕЗ АЛГОРИТМІВ УПРАВЛІННЯ ПРОСТОРОВИМ РУХОМ КВАДРОКОПТЕРА

Нижче описані алгоритми управління просторовим рухом квадрокоптера будувалися у припущенні, що на борту квадрокоптера є інформація про вектор $\vec{r}_E$, вектор кутової швидкості $\vec{\omega}_B^{BE}$ та орієнтації пов'язаної системи координат B відносно земної системи E у вигляді кватерніону Λ_{EB} . При цьому алгоритмічне забезпечення управління складається трьох частин:

- алгоритму розрахунку необхідної орієнтації сил тяги гвинтів у базисі E , яка забезпечує переведення квадрокоптера з поточного положення в задане.
- алгоритму розрахунку обертового моменту, який забезпечує збіг реального напрямку сили тяги з розрахунковим.
- алгоритму розрахунку обертового моменту, що забезпечує стабілізацію кута нишпорення.

4.1 Алгоритм визначення потрібної орієнтації сили тяги гвинтів, яка забезпечує переведення квадрокоптера з поточного положення в задане.

Відповідно до (3.4) рівняння руху квадрокоптера відносно земної системи координат має вигляд

$$m\ddot{\vec{r}}_E = \vec{P}_E + \vec{G}_E.$$

Введемо наступні змінні $x_1 = \vec{r}_E$, $x_2 = \dot{\vec{r}}_E$, $x_3 = \ddot{\vec{r}}_E$ і управління $u = \ddot{\vec{r}}_E$.

Тоді рівняння руху квадрокоптера в нових змінних можна представити в наступному вигляді

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3, \\ \dot{x}_3 &= u\end{aligned}\tag{4.1}$$

або в матрично-векторному вигляді

$$\dot{x} = Ax + B_u u,\tag{4.2}$$

де

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_3 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_u = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\tag{4.3}$$

Для системи (4.2) розглянемо таку задачу термінального управління: *знайти управління u , яке переводить систему (4.2) з поточного стану $x(t_0)$ в момент часу t_0 в заданий стан $x(t_1)$ в момент часу t_1 і забезпечує мінімум функціоналу $V(u) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \|u\|^2 dt$. Моменти часу t_0 та t_1 задані.*

Розв'язання поставленої задачі. Вважатимемо, що для системи (4.2) задані граничні умови у вигляді

$$x_1(t_0) = \vec{r}_E(t_0), \quad \dot{x}_2(t_0) = \dot{\vec{r}}_E(t_0), \quad \ddot{x}_3(t_0) = \ddot{\vec{r}}_E(t_0),\tag{4.5}$$

$$x_1(t_1) = \vec{r}_E(t_1), \quad \dot{x}_2(t_1) = \dot{\vec{r}}_E(t_1), \quad \ddot{x}_3(t_1) = 0.\tag{4.6}$$

Скористаємося принципом максимуму [17]. Для цієї задачі гамільтоніан має вигляд

$$H = \frac{1}{2} \|u\|^2 + \mu^T (Ax + B_u u).\tag{4.7}$$

У виразі (4.7) $\mu = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{pmatrix}$ – пов'язана змінна, де μ_1, μ_2, μ_3 – тривимірні

вектори. Необхідні умови оптимальності мають вигляд

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\dot{\mu} = A^T \mu\tag{4.8}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mu} = \dot{x} = Ax + B_u u \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = u + B_u^T \mu = 0. \quad (4.10)$$

Із виразу (4.10) маємо

$$u = -B_u^T \mu. \quad (4.11)$$

Підставивши (4.11) в систему (4.8-4.9) одержуємо рівняння двоточної крайової задачі у вигляді розширеної системи

$$\dot{Y} = QY + \begin{bmatrix} B_u \\ 0 \end{bmatrix} \vec{G}_E, \quad Y(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ \mu(t) \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} A & B_u B_u^T \\ 0 & -A^T \end{bmatrix}. \quad (4.12)$$

Рішення системи (4.12) має вигляд

$$x(t) = \Phi_{11}(t, t_0)x(t_0) + \Phi_{12}(t, t_0)\mu(t_0) + \quad (4.13)$$

$$\mu(t) = \Phi_{22}(t, t_0)\mu(t_0), \quad (4.14)$$

де $\Phi(t_0, t) = \begin{pmatrix} \Phi_{11}(t, t_0) & \Phi_{12}(t, t_0) \\ 0 & \Phi_{22}(t, t_0) \end{pmatrix}$ - Перехідна матриця розширеної

системи. При цьому матриці Φ_{11} , Φ_{12} , Φ_{22} , визначаються виразами (4.13-4.14)

$$\Phi_{11}(t, t_0) = \begin{bmatrix} I_3 & (t - t_0)I_3 & \frac{(t-t_0)^2}{2}I_3 \\ 0 & I_3 & (t - t_0)I_3 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

$$\Phi_{12}(t, t_0) = \begin{bmatrix} -\frac{(t-t_0)^5}{120}I_3 & \frac{(t-t_0)^4}{24}I_3 & -\frac{(t-t_0)^3}{6}I_3 \\ -\frac{(t-t_0)^4}{24}I_3 & \frac{(t-t_0)^3}{6}I_3 & -\frac{(t-t_0)^2}{2}I_3 \\ -\frac{(t-t_0)^3}{6}I_3 & \frac{(t-t_0)^2}{2}I_3 & (t - t_0)I_3 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$\Phi_{22}(t, t_0) = \begin{bmatrix} I_3 & 0 & 0 \\ -(t - t_0)I_3 & I_3 & 0 \\ \frac{(t-t_0)^2}{2}I_3 & -(t - t_0)I_3 & I_3 \end{bmatrix}, \quad (4.17)$$

а початкове значення вектора $\mu(t)$ знаходиться за формулою (4.18)

$$\mu(t_0) = \Phi_{12}(t_1, t_0)^{-1}(x(t_1) - \Phi_{11}(t_1, t_0)x(t_0)). \quad (4.18)$$

Розрахункові значення управління u^* , траєкторії $r_E^*(t)$, швидкості $\dot{r}_E^*(t)$ та прискорення $\ddot{r}_E^*(t)$ переведення квадрокоптера з поточного положення в задане можна знайти наступним чином

$$u^* = -B_u^T \mu = -\mu_3, \quad (4.19)$$

$$\vec{r}_E^*(t) = x_1(t), \quad (4.20)$$

$$\dot{\vec{r}}_E^*(t) = x_2(t), \quad (4.21)$$

$$\ddot{\vec{r}}_E^*(t) = x_3(t). \quad (4.22)$$

Відповідно до рівняння (3.4) введемо позначення

$$\vec{F}_E^*(t) = m\ddot{\vec{r}}_E^*(t) \quad (4.23)$$

Сила $\vec{F}_E^*(t)$ є розрахунковою сумарною силою, яка діє на квадрокоптер. Реальна сумарна сила $\vec{F}_E(t)$ за рахунок наявності збурюючих сил відрізнятиметься від розрахункової. Різниця сил призведе до того, що квадрокоптер буде рухатися деякою траєкторією $\vec{r}_E(t)$ відмінною від розрахункової траєкторії $\vec{r}_E^*(t)$. Для усунення цього явища необхідно через тягу гвинтів додати стабілізуючу складову у вигляді зворотного зв'язку за станом. Для знаходження цієї складової розглянемо рівняння помилки управління

$$e = \vec{r}_E(t) - \vec{r}_E^*(t). \quad (4.24)$$

Для його знаходження відніmemo від рівняння (3.4) рівняння (4.23). Отримаємо

$$m\ddot{e}(t) = m(\ddot{\vec{r}}_E(t) - \ddot{\vec{r}}_E^*(t)) = \vec{F}_E(t) - \vec{F}_E^*(t) = \Delta\vec{F} \quad (4.25)$$

Із виразу (4.25) маємо

$$\vec{F}_E = \vec{F}_E^* + \Delta\vec{F}. \quad (4.26)$$

Виберемо $\Delta \vec{F}$ наступним чином

$$\Delta \vec{F} = -m(K_1 e + K_2 \dot{e}). \quad (4.27)$$

де

$$K_1 = \text{diag}(k_{1i}), K_2 = \text{diag}(k_{2i}), \quad i = 1, 2, 3. \quad (4.28)$$

При такому виборі ΔF рівняння (4.25) прийме вид

$$\ddot{e}(t) = -(K_1 e + K_2 \dot{e}). \quad (4.29)$$

Згідно з теоремою Гурвіца про асимптотичну стійкість лінійної системи рівняння (4.29) при $k_{1i} > 0, k_{2i} > 0$ є асимптотично стійким і вектор стану квадрокоптера буде прагнути до розрахункового. При цьому необхідний напрямок сили $\vec{P}_E(t)$ у базисі E визначатиметься виразом

$$\vec{n}_E^*(t) = \frac{\vec{P}_E(t)}{\|\vec{P}_E(t)\|} = \frac{\vec{F}_E(t) - \vec{G}_E}{\|\vec{F}_E(t) - \vec{G}_E\|} \quad (4.30)$$

Порівнюючи (4.30) з (3.11), отримаємо рівняння для визначення потрібних кутів розвороту по тангажу ϑ та крену φ :

$$\vec{n}_E^*(t) = \frac{\vec{P}_E(t)}{\|\vec{P}_E(t)\|} = \begin{pmatrix} -\sin \vartheta^* \\ \cos \vartheta^* \cos \varphi^* \\ \cos \vartheta^* \sin \varphi^* \end{pmatrix}, \quad (4.31)$$

З (4.31) маємо

$$\vartheta^*(t) = -\arcsin(n_{1E}^*(t)), \quad (4.32)$$

$$\varphi^*(t) = \arctg\left(\frac{n_{3E}^*(t)}{n_{2E}^*(t)}\right). \quad (4.33)$$

Відповідно до (4.6) $\ddot{r}_E^*(t_1) = 0$. Тоді згідно з виразом (3.6) маємо

$$\vec{P}_E(t_1) = -\vec{G}_E$$

$$\vec{n}_E^*(t)(t_1) = \frac{\vec{P}_E(t_1)}{\|\vec{P}_E(t_1)\|} = \frac{-\vec{G}_E(t_1)}{\|\vec{G}_E(t_1)\|} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.34)$$

Таким чином, наприкінці маневру необхідний напрям сумарної сили тяги гвинтів збігається з напрямком місцевої вертикалі. При цьому

$$\varphi^*(t_1) = 0, \quad (4.35)$$

$$\vartheta^*(t_1) = 0. \quad (4.36)$$

а програмний кут нищпорення $\psi^*(t_1)$ є вільним параметром, який вибирається виходячи з вимог до кута нищпорення апарату.

4.2. Синтез управління кутовим рухом квадрокоптера, яке забезпечує збіг реального напрямку сили тяги гвинтів з розрахунковим

Позначимо через n_B^* кватерніонне відображення вектора $\vec{n}_B^*$. Очевидно, що у цьому разі $scal(n_B^*) = 0$, а $vect(n_B^*) = \vec{n}_B^*$. Так як кватерніон n_B^* є нормованим кватерніоном, то для нього справедливе кватерніонне рівняння [18]

$$\ddot{n}_B^* = U_n - \|\dot{n}_B^*\|^2 n_B^*. \quad (4.37)$$

де U_n – довільний кватерніон з нульовою скалярною частиною, задаючи який можна формувати необхідний характер зміни проекцій вектора $\vec{n}_B^*$ на осі пов'язаної системи координат. Кватерніон U_n можна трактувати як кватерніон управління, а рівняння (4.37) як динамічне рівняння руху вектора відносно пов'язаної системи координат у кватерніонній формі, де компонентами вектора стану є кватерніон n_B^* та його похідна $\dot{n}_B^*$. При цьому кватерніон U_n повинен задовольняти обмеженню

$$scal(\tilde{n}_B^* \circ U_n) = 0, \quad (4.38)$$

де $\sim$ - позначення спряжного кватерніона. З (4.38) маємо

$$\vec{n}_B^{*T} \vec{u}_n = 0. \quad (4.39)$$

У виразі (4.39) $\vec{u}_n$ – векторна частина кватерніона U_n . Запишемо рівняння (4.37) у векторному вигляді

$$\ddot{\vec{n}}_B^* = \vec{u}_n - \|\dot{\vec{n}}_B^*\|^2 \vec{n}_B^*. \quad (4.40)$$

Представимо керування $\vec{u}_n$ наступним чином

$$\vec{u}_n = -\vec{n}_B^* \times \vec{n}_B^* \times \vec{\tau}. \quad (4.41)$$

При такому виборі $\vec{u}_n$ співвідношення (4.39) буде виконуватися для любого $\vec{\tau}$. З урахуванням (4.41) рівняння (4.40) можна записати як

$$\ddot{\vec{n}}_B^* = -\vec{n}_B^* \times \vec{n}_B^* \times \vec{\tau} - \|\dot{\vec{n}}_B^*\|^2 \vec{n}_B^* \quad (4.42)$$

Розкладемо ліву частину рівняння (4.42) на дві складові: перпендикулярну $\vec{n}_B^*$ та паралельну $\vec{n}_B^*$

$$-\vec{n}_B^* \times \vec{n}_B^* \times \ddot{\vec{n}}_B^* + \vec{n}_B^* \vec{n}_B^{*T} \ddot{\vec{n}}_B^* = -\vec{n}_B^* \times \vec{n}_B^* \times \vec{\tau} - \|\dot{\vec{n}}_B^*\|^2 \vec{n}_B^*. \quad (4.43)$$

Перетворення (4.43) з урахуванням (4.39,4.40) дасть

$$-\vec{n}_B^* \times \vec{n}_B^* \times (\ddot{\vec{n}}_B^* - \vec{\tau}) = -(\vec{n}_B^{*T} \ddot{\vec{n}}_B^* + \|\dot{\vec{n}}_B^*\|^2) \vec{n}_B^* = (-\|\dot{\vec{n}}_B^*\|^2 + \|\dot{\vec{n}}_B^*\|^2) \vec{n}_B^* = 0 \quad (4.44)$$

Зі співвідношення (4.44) випливає

$$\ddot{\vec{n}}_B^* = \vec{\tau} + \alpha \vec{n}_B^*, \quad (4.45)$$

де α – довільний параметр. Оскільки α – довільний параметр, то при розв'язанні різних задач управління рухом вектора $\vec{n}_B^*$ його можна покласти рівним нулю ($\alpha=0$). У цьому випадку динамічна модель для синтезу управління $\vec{\tau}$ набуває дуже простого вигляду

$$\ddot{\vec{n}}_B^* = \vec{\tau}. \quad (4.46)$$

Це рівняння є лінійним рівнянням із постійними коефіцієнтами і має дуже простий вигляд, що дозволяє застосувати добре розвинені методи теорії лінійних систем із постійними коефіцієнтами.

Управління $\vec{u}_n$ є віртуальне, реальним управлінням є керуючий момент M_u . Тому при використанні рівняння (4.46) для вирішення задачі управління орієнтацією квадрокоптера необхідно знати залежність обертального момента M_u від елементів вектора управління $\vec{u}_n$. Знайдемо цю залежність. Для похідної за часом від вектора $\vec{n}_B^*$ справедливе рівняння [19]

$$\dot{\vec{n}}_B^* = -\vec{\omega}_B^{BE} \times \vec{n}_B^* + \dot{\vec{n}}_B^*, \quad (4.47)$$

де

$$\dot{\vec{n}}_B^* = \tilde{\Lambda}_{EB} \circ \dot{\vec{n}}_E^* \circ \Lambda_{EB}. \quad (4.48)$$

Продиференціювавши (4.47), отримаємо

$$\ddot{\vec{n}}_B^* = -\dot{\vec{\omega}}_B^{BE} \times \vec{n}_B^* + p, \quad (4.49)$$

$$p = -\vec{\omega}_B^{BE} \times \left(\dot{\vec{n}}_B^* + \dot{\vec{n}}_B^* \right) + \ddot{\vec{n}}_B^*, \quad (4.50)$$

$$\ddot{\vec{n}}_B^* = \tilde{\Lambda}_{EB} \circ \ddot{\vec{n}}_E^* \circ \Lambda_{EB}. \quad (4.51)$$

Для знаходження залежності вектора M_u від вектора $\vec{u}_n$ розглянемо вектор

$$\chi = \dot{\vec{\omega}}_B^{BE} - \vec{n}_B^* \times p. \quad (4.52)$$

Визначимо вектор M_u таким чином:

$$M_u = -M_{\text{гир}} - J(\vec{n}_B^* \times (\vec{u}_n - p)). \quad (4.53)$$

Підставивши співвідношення (4.53) до другого рівняння системи (3.29), отримаємо

$$J\dot{\vec{\omega}}_B^{BE} = -J\vec{n}_B^* \times (\vec{u}_n - p), \quad (4.54)$$

або

$$\dot{\vec{\omega}}_B^{BE} = -\vec{n}_B^* \times (\vec{u}_n - p). \quad (4.55)$$

З урахуванням (4.55) рівняння (4.52) набуде вигляду

$$x = \dot{\vec{\omega}}_B^{BE} - \vec{n}_B^* \times p = -\vec{n}_B^* \times \vec{u}_n. \quad (4.56)$$

Зі співвідношення (4.56) маємо

$$\vec{u}_n = \vec{n}_B^* \times x = -\vec{n}_B^* \times \vec{n}_B^* \times \vec{u}_n = \vec{u}_n. \quad (4.57)$$

Таким чином, при M_u , що визначається виразом (4.53) після підстановки (4.53) у (4.56) і знаходження $\vec{u}_n$, отримуємо тотожність, отже, ця формула і є шукана залежність реального управління M_u від віртуального управління $\vec{u}_n$.

Для того, щоб реальний напрямок сили тяги гвинтів збігався з розрахунковим, необхідно знайти управління $\vec{u}_n$, що забезпечує асимптотичну стійкість положенню рівноваги.

$$\vec{n}_B^* = \vec{n}_B. \quad (4.58)$$

Для цього скористаємось рівнянням руху вектора n_B^* у вигляді (4.46).

В результаті отримаємо

$$\ddot{\vec{n}}_B^* = \vec{\tau}. \quad (4.59)$$

Введемо на розгляд помилку управління

$$e = \vec{n}_B^* - \vec{n}_B. \quad (4.60)$$

Враховуючи, що n_B – постійний вектор, для помилки справедливе рівняння

$$\ddot{e}_B = \vec{\tau} \quad (4.61)$$

Очевидно, що закон управління

$$\vec{\tau} = -K_1 e - K_2 \dot{\vec{n}}_B^*, \quad (4.62)$$

асимптотичну стійкість положенню рівноваги $e = 0, \dot{e} = 0$. При цьому управління $\vec{u}$ буде визначатися співвідношенням (4.41), а реальний управляючий момент M_u співвідношенням (4.53). Для розрахунку моменту

M_u треба знати вектора $\dot{\vec{n}}_B^*$ і $\ddot{\vec{n}}_B^*$. Є два способи знаходження цих змінних: аналітичний і чисельний. Аналітичний дуже громіздкий, тому в цьому випадку, враховуючи, що $\vec{n}_B^*$ гладка функція часу, простіше робити це чисельно.

4.3 Алгоритм стабілізації кута нишпорення.

Алгоритми, описані в розділах 4.1 і 4.2, забезпечують збіг напрямку фактичної сили тяги гвинтів з розрахунковою. При цьому наприкінці маневру напрям сумарної сили тяги гвинтів збігається з напрямком місцевої вертикалі. Так як алгоритм із розділу 4.2 представляє собою алгоритм одновісної орієнтації (забезпечує збіг осі Y_B з розрахунковим напрямком) то квадрокоптер може обертатися навколо місцевої вертикалі (осі Y_B ПСК) з довільною кутовою швидкістю. Це специфіка всіх алгоритмів одновісної орієнтації. У зв'язку з чим потрібний алгоритм стабілізації кута нишпорення.

Для побудови цього алгоритму розглянемо кватерніон Λ_{EB} . Згідно з [10] для нього справедливе рівняння

$$\ddot{\Lambda}_{EB} = U_{\Lambda} - \|\dot{\Lambda}_{EB}\|^2 \Lambda_{EB}. \quad (4.63)$$

де U_{Λ} – довільний кватерніон, задаючи який можна формувати потрібний кутовий рух пов'язаної системи координат відносно Земної. При цьому кватерніон U_{Λ} повинен задовольняти обмеженню

$$skal(\tilde{\Lambda}_{EB} \circ U_{\Lambda}) = 0, \quad (4.64)$$

а фактичний керуючий момент визначається залежністю

$$M_u = 2Jvect(\tilde{\Lambda}_{EB} \circ U_{\Lambda}) + \vec{\omega}_B^{BE} \times J\vec{\omega}_B^{BE}. \quad (4.65)$$

Так як U_{Λ} – довільний кватерніон, то покладемо, що його скалярна частина u_{Λ}^0 дорівнює нулю:

$$u_{\Lambda}^0 = 0. \quad (4.66)$$

В цьому випадку формула (4.65) з урахуванням співвідношення (4.64) прийме вигляд

$$M_u = -2J(\vec{\lambda}_{EB} \times \vec{u}_{\Lambda}) + \vec{\omega}_B^{BE} \times J\vec{\omega}_B^{BE}. \quad (4.67)$$

де $\vec{u}_{\Lambda}$ – векторна частина кватерніона U_{Λ} . Кватерніон Λ_{EB} є нормованим кватерніоном і у нього незалежними є тільки три координати, четверта координата визначається із умови $\|\Lambda_{EB}\| = 1$. Виберемо в якості незалежних координат його векторну частину $\vec{\lambda}_{EB}$ і розглянемо рівняння, яке описує її зміну у часі

$$\ddot{\vec{\lambda}}_{EB} = \vec{u}_{\Lambda} - \left(\dot{\lambda}_{EB}^0 + \dot{\vec{\lambda}}_{EB}^T \vec{\lambda}_{EB} \right) \vec{\lambda}_{EB} \quad (4.68)$$

Знайдемо управління $\vec{u}_{\Lambda}$, що забезпечує асимптотичну стійкість рішенню рівняння (4.68). Це нелінійне рівняння, тому для знаходження управління $\vec{u}_{\Lambda}$ скористаємося теоремою Ляпунова про стійкість за лінійним наближенням [20], згідно з якою, якщо керування $\vec{u}_{\Lambda}$ вибрано таким чином, що система (4.69)

$$\ddot{\vec{\lambda}}_{EB} = \vec{u}_{\Lambda} \quad (4.69)$$

асимптотично стійка, а нелінійна складова правої частини системи (4.69) задовольняє умові

$$\lim_{p \rightarrow 0} \left(\frac{\dot{\lambda}_{EB}^0 + \dot{\vec{\lambda}}_{EB}^T \vec{\lambda}_{EB}}{p} \|\vec{\lambda}_{EB}\| \right) = 0, \quad (4.70)$$

де

$$p = \sqrt{\|\vec{\lambda}_{EB}\|^2 + \|\dot{\vec{\lambda}}_{EB}\|^2}. \quad (4.71)$$

то нелінійна система (4.69) асимптотично стійка. Знайдемо значення виразу (4.70).

Згідно з рисунком 4.1 маємо

$$\|\vec{\lambda}_{EB}\| = p \cos \varphi, \quad \|\dot{\vec{\lambda}}_{EB}\| = p \sin \varphi. \quad (4.72)$$

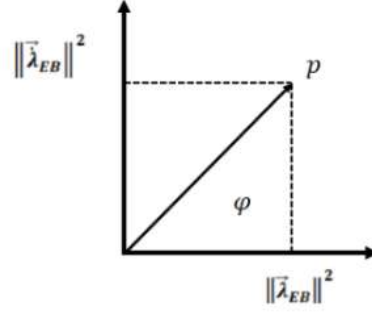


Рис.4.1

Підставляючи вирази (4.72) в (4.70), отримаємо

$$\lim_{p \rightarrow 0} \left(\frac{\dot{\lambda}_{EB}^{02} + p^2 \sin^2 \varphi}{p} p \cos \varphi \right) =$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} \left((\dot{\lambda}_{EB}^{02} + p^2 \sin^2 \varphi) \cos \varphi \right) = \dot{\lambda}_{EB}^{02} \cos \varphi = \frac{(\vec{\lambda}_{EB}^T \vec{\lambda}_{EB})^2}{(\lambda_{EB}^0)^2} \cos \varphi. \quad (4.73)$$

Використовуючи очевидні рівності

$$\lim_{p \rightarrow 0} \|\vec{\lambda}_{EB}\| = 0, \quad \lim_{p \rightarrow 0} \|\dot{\vec{\lambda}}_{EB}\| = 0, \quad \lim_{p \rightarrow 0} \|\lambda_{EB}^0\| = 1 \quad (4.74)$$

отримаємо

$$\dot{\lambda}_{EB}^2 \cos \varphi = 0, \quad (4.75)$$

звідки випливає, що умова $\lim_{p \rightarrow 0} \left(\frac{\dot{\lambda}_{EB}^0 + \vec{\lambda}_{EB}^T \dot{\vec{\lambda}}_{EB}}{p} \|\vec{\lambda}_{EB}\| \right) = 0$ виконується.

Визначемо закон управління $\vec{u}_\Lambda$ наступним чином

$$\vec{u}_\Lambda = -k_1 \vec{\lambda}_{EB} - k_2 \dot{\vec{\lambda}}_{EB}, \quad k_1 > 0, k_2 > 0 \quad (4.76)$$

де $\dot{\vec{\lambda}}_{EB} = \lambda_{EB}^0 \vec{\omega}_B^{BE} + \vec{\lambda}_{EB} \times \vec{\omega}_B^{BE}$. Тоді рівняння (4.69) можна записати у

наступному виді

$$\ddot{\vec{\lambda}}_{EB} = -k_1 \dot{\vec{\lambda}}_{EB} - k_2 \ddot{\vec{\lambda}}_{EB}. \quad (4.77)$$

При $k_1 > 0$, $k_2 > 0$ рівняння (4.77) буде асимптотично стійким, що тягне за собою асимптотичну стійкість положення рівноваги

$$\vec{\lambda}_{EB}^T = (0 \ 0 \ 0), \quad \dot{\vec{\lambda}}_{EB}^T = (0 \ 0 \ 0), \quad (4.78)$$

нелінійної системи (4.68) і як наслідок асимптотичну стійкість положення рівноваги

$$\Lambda_{EB} = 1, \quad \dot{\Lambda}_{EB} = 0, \quad (4.79)$$

тобто стабілізацію пов'язаної системи координат відносно земної.

5. ТЕСТУВАННЯ РОЗРОБЛЕНИХ АЛГОРИТМІВ

Для розробки було обрано MATLAB/Simulink тому, що він надає широкий набір інструментів для моделювання різних систем, включаючи системи керування БПЛА. Він має графічний інтерфейс, який спрощує розробку складних моделей. Легко інтегрується з MATLAB, що дозволяє використовувати багато функцій та інструментів для аналізу даних, обробки сигналів, роботи з масивами даних та іншого. Широко використовується у наукових дослідженнях, в тому числі у галузі авіаційної та автоматичної систем.

5.1 Результати тестування

Для аналізу якісних особливостей розроблених алгоритмів управління просторовим рухом квадрокоптера було проведено чисельне моделювання їх роботи. Математична модель квадрокоптера, зібрана у середовищі Simulink Matlab мала наступний вигляд (рис. 5.1)

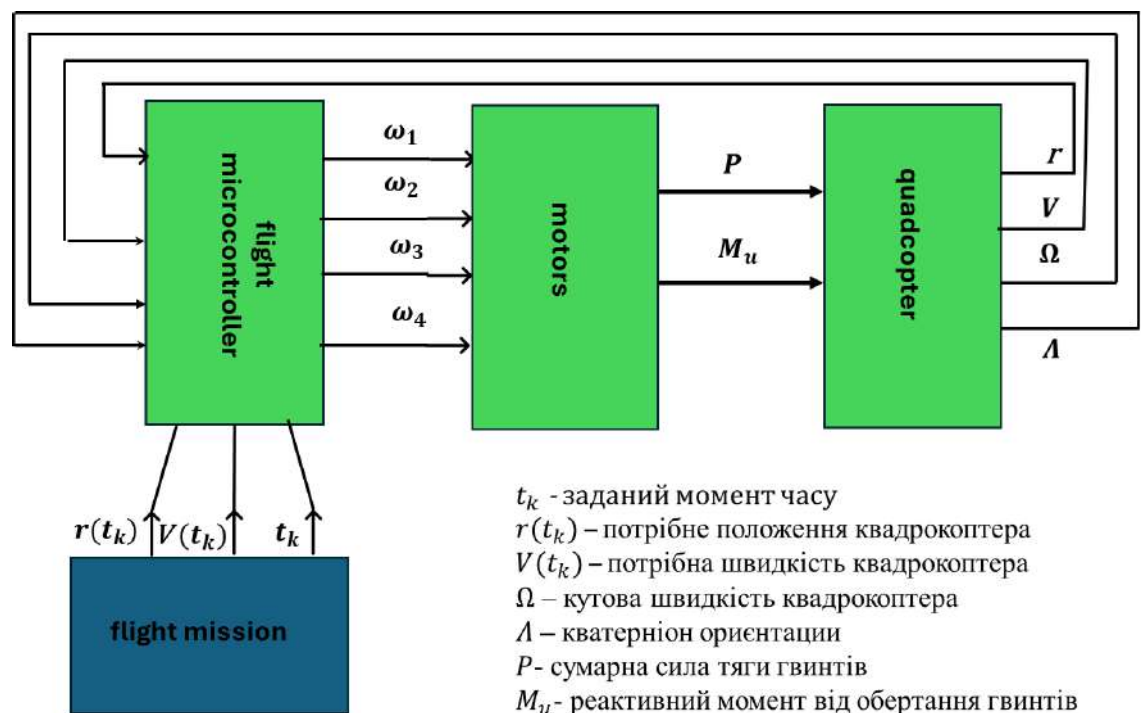


Рисунок 5.1 – Математична модель квадрокоптера у середовищі Simulink Matlab

Моделювання проводилося в припущенні, що на борту квадрокоптера є інформація про положення і швидкість його центра мас, кутову швидкість та

орієнтацію пов'язаної системи координат відносно земної. Параметри моделі, на якій було проведено моделювання роботи алгоритмів, приведені в таблиці 5.1.

Таблиця 5.1

Найменування параметра моделі	Позначення	Значення	Одиниця виміру
Тензор інерції рами квадрокоптера	J	$\begin{pmatrix} 4.9e-3 & 0 & 0 \\ 0 & 4.9e-3 & 0 \\ 0 & 0 & 8.8e-3 \end{pmatrix}$	$kg \cdot m^2$
Осьовий момент інерції ротора двигуна з гвинтом	I_r	$3.4e-3$	$kg \cdot m^2$
Прискорення сили тяжіння	g	9.81	$\frac{m}{s^2}$
Маса квадрокоптера	m	0.468	kg
Коефіцієнт пропорційності	k_p	$2.9e-5$	
Коефіцієнт пропорційності	k_m	$1.1e-6$	
Відстань від осі обертання валу двигуна до центру мас квадрокоптера	l	0.225	m

Моделювався переліт з точки старту в задану точку і зависання над нею. При цьому час початку маневру t_0 , час закінчення маневру t_1 , та граничні умови були наступні (таблиця 5.2):

Таблиця 5.2

Найменування параметра	Позначення	Значення	Одиниця виміру
Початковий час	t_0	0	s
Кінцевий час маневру	t_1	200	s
Координати центру мас в момент t_0	$\vec{r}_E(t_0) = \begin{pmatrix} x(t_0) \\ y(t_0) \\ z(t_0) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	m
Координати центру мас в момент t_1	$\vec{r}_E(t_1) = \begin{pmatrix} x(t_1) \\ y(t_1) \\ z(t_1) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1000 \\ 300 \\ -4000 \end{pmatrix}$	m
Швидкість центру мас в момент t_0	$\vec{r}_E(t_0) = \begin{pmatrix} V_x(t_0) \\ V_y(t_0) \\ V_z(t_0) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\frac{m}{s}$
Швидкість центру мас в момент t_1	$\vec{r}_E(t_1) = \begin{pmatrix} V_x(t_1) \\ V_y(t_1) \\ V_z(t_1) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\frac{m}{s}$
Кут крену в момент t_0	$\varphi(t_0)$	10	deg
Кут нищпорення в момент t_0	$\psi(t_0)$	-10	deg
Кут тангажа в момент t_0	$\vartheta(t_0)$	5	deg
Кутова швидкість ПСК відносно базиса E в момент t_0	$\vec{\omega}_B^{BE}(t_0)$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{s}$

На рисунку 5.2 приведені графіки зміни у часі параметрів руху центру мас квадрокоптера, на рисунку 5.3 - графіки зміни у часі параметрів кутового руху. Із графіків видно що квадрокоптер перелетів з точки старту в задану

точку за 200 с. і завис над нею. На 200 с включився алгоритм стабілізації кута нишпорення і апарат стабілізувався відносно земної системи координат. Отримані результати підтверджують працездатність запропонованих алгоритмів управління просторовим рухом квадрокоптера.

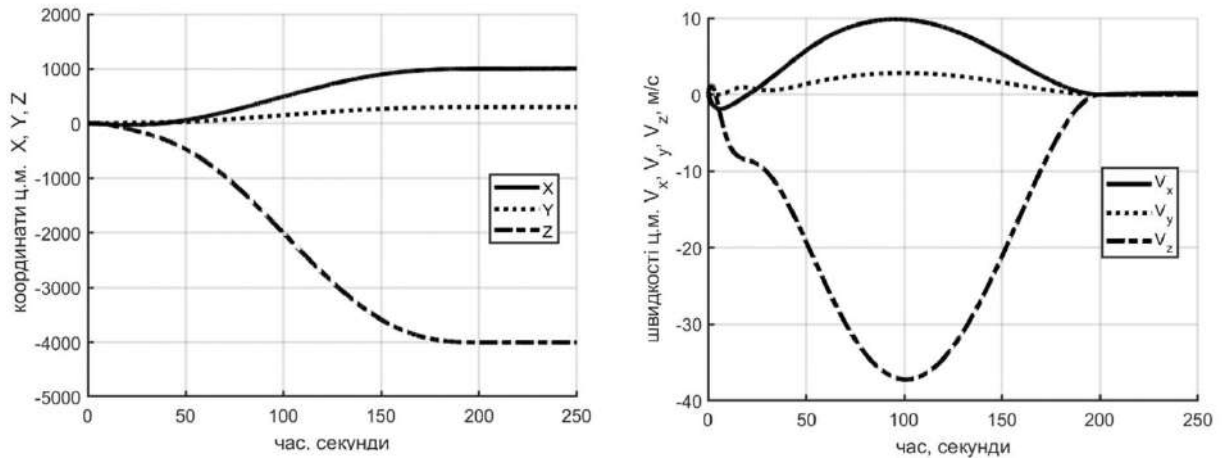


Рисунок 5.2 – Параметри руху центра мас квадрокоптера

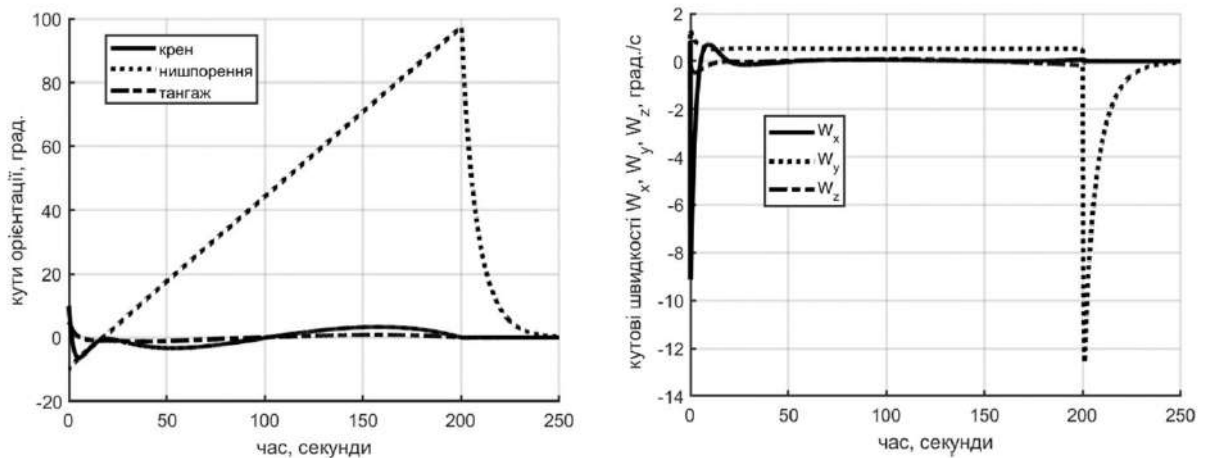


Рисунок 5.3 – Параметри кутового руху квадрокоптера відносно центру мас

ВИСНОВКИ

Розроблено математичну модель квадрокоптера як об'єкта управління. На основі отриманої моделі отримані алгоритми управління просторовим рухом квадрокоптера а саме алгоритм визначення необхідного напрямку сили тяги гвинтів для переведення квадрокоптера з поточного положення в задане та алгоритми управління кутовим рухом квадрокоптера, які забезпечують збіг реального напрямку сили тяги гвинтів з розрахунковим та стабілізацію кута нишпорення. Розрахунковий напрям сили тяги гвинтів $\vec{n}_B^*$ за рахунок наявності збурюючих сил може відрізняється від реального напрямку $\vec{n}_B$. Для усунення цього явища у відомий аналітичний алгоритм рішення двоточної крайової задачі [9] додано стабілізуючу складову у вигляді зворотного зв'язку за станом. Це значно покращало точність наведення квадрокоптера у задане положення. На основі динамічного рівняння для кватерніона [10] запропоновано оригінальні алгоритми управління кутовим рухом квадрокоптера, які забезпечують збіг реального напрямку сили тяги гвинтів з розрахунковим і стабілізацію ПСК відносно земної системи координат.

Розроблені алгоритми дозволяють реалізувати всі основні режими автономного польоту: режим стабілізації в якому літальний апарат автоматично підтримує нульовий крен, тангаж та стабілізує кут курсу; режим утримання заданого положення в якому апарат автоматично зависає над заданою точкою земної поверхні; режим автоматичного польоту за точками; режим автоматичного зльоту та посадки. Результати моделювання показали працездатність розроблених алгоритму та можливість їх реалізації.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Santos O., Romero H., Salazar S., Lozano R. Real-time Stabilization of Quadrotor UAV: Безлімітний Optimal і Suboptimal Control. *Journal of Intelligent and Robotic Systems* , 2013, vol. 70, iss . 1-4, pp. 79-91. DOI: [10.1007/s10846-012-9711-8](https://doi.org/10.1007/s10846-012-9711-8)
2. Li T., Zhang Y., Gordon BW Passive і активний nonlinear fault tolerant control of quadrotor unmanned aerial vehicle базується на керуючій системі контролю техніки. *Journal of Systems and Control Engineering* , 2013, vol. 227, pp. 12-23. DOI: [10.1177/0959651812455293](https://doi.org/10.1177/0959651812455293)
3. Gong X., Bai Y., Peng C., Zhao C., Tian Y. Trajectory керування керуванням quad-rotor UAV базується на команді фільтрованого backstepping. *2012 Third International Conference on Intelligent Control and Information Processing (ICICIP)*. IEEE Publ., 2012, pp. 179-184. DOI: [10.1109/ICICIP.2012.6391413](https://doi.org/10.1109/ICICIP.2012.6391413)
4. Dierks T, Jagannathan S. Output backback control of quadrotor UAV використовуючи neural net works. *IEEE Transactions on Neural Networks* , 2010, vol. 21, no. 1, pp. 50-66. DOI: [10.1109/TNN.2009.2034145](https://doi.org/10.1109/TNN.2009.2034145)
5. Xian B., Diao C., Zhao B., Zhang Y. Nonlinear robust output backback tracking control quadrotor UAV using quaternion representation. *Nonlinear Dynamics* , 2015, vol. 79, iss . 4, pp. 2735-2752. DOI: [10.1007/s11071-014-1843-x](https://doi.org/10.1007/s11071-014-1843-x)
6. Yi Z., Xiuxia Y., Hewei Z., Weiwei Z. Проведення контролю за UAV trajectory. *2014 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference (CGNCC)*. IEEE Publ., 2014, pp. 1889–1894. DOI: [10.1109/CGNCC.2014.7007469](https://doi.org/10.1109/CGNCC.2014.7007469)
7. Roberts A., Tayebi A. Adaptive Position Tracking of VTOL UAVs. *IEEE Transactions on Robotics* , 2011, vol. 27, no. 1, pp. 129-142. DOI: [10.1109/TRO.2010.2092870](https://doi.org/10.1109/TRO.2010.2092870)

8. Bouabdallah S., Noth A., Siegwart R. PID vs LQ control techniques applied to indoor micro quadrotor. Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Sendai , Japan, 2004, pp . 2451-2456.
9. О.К. Новіков, Синтез оптимальных управлений на основе аналитического решения линейной стационарной двухточечной краевой задачи *Радіоелектроніка Інформатика Управління*. 2006. № 2. С. 133–156.
10. N. Yefymenko , R. Kudermetov , Quaternion models of a rigid body rotation motion and its application for spacecraft attitude control , *Acta Astronautica* , 194 (2022) 76-82 .
11. Мультикоптер [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://uk.wikipedia.org/wiki/Мультикоптер>
12. Створення найдоступнішого 5-дюймового дрона FPV на 2024 рік [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://rcdrone.top/uk/blogs/статті/>
13. Кінематична схема квадрокоптера [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://ptsj.ru/articles/604/604.pdf>
14. How Drone Technology Can Be Leveraged in Agriculture [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://medium.com/remote-sensing-in-agriculture/how-drone-technology-can-be-leveraged-in-agriculture-54b687c6dc45>
15. Drone performing square formation in the Unity simulation environment [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://www.researchgate.net/figure/Drone-performing-square-formation-in-the-Unity-simulation-environment_fig7_353065211
16. Обухівський А. _ Д. _ Аеродинаміка повітряного гвинта : навч. посібник / А . Д. _ Обухівський . - Новосибірськ : Вид - во НДТУ , 2009. - 80 с .
17. J. Wittenburg, Dynamics of Systems of Rigid Bodies, Vieweg+Teubner Verlag. doi:10.1007/978-3-322-90942-8.

18. Сейдж Е. П., Уайт Ч. С., Ш. Оптимальное управление системами: Пер. с англ. / За ред. Б. Р. Левина. - М.: Радио і зв'язок, 1982. - 392 с., Іл. - (Друге вид.: США, 1977).
19. Howard D. Curtis, Orbital Mechanics for Students, Butterworth-Heinemann is an imprint of Elsevier
20. N. Rouche, P. Habets, M. Laloy, Stability Theory by Liapunov's Direct Method, Springer. doi:10.1007/978-1-4684-9362-7.

ДОДАТОК А

ЕЛЕМЕНТИ АЛГЕБРИ КВАТЕРНІОНІВ ТА ЇХ ВИКОРИСТАННЯ В ТЕОРІЇ КІНЦЕВОГО ПОВОРОТУ

Кватерніон – гіперкомплексне число такого вигляду:

$$A = \lambda_0 \cdot 1 + \lambda_1 \cdot \bar{i}_1 + \lambda_2 \cdot \bar{i}_2 + \lambda_3 \cdot \bar{i}_3.$$

де $i_j, j=1,2,3$ – уявні одиниці, для яких справедливі співвідношення

$$i_1^2 = i_2^2 = i_3^2 = i_1 i_2 i_3 = -1,$$

$$i_1 i_2 = -i_2 i_1 = i_3,$$

$$i_2 i_3 = -i_3 i_2 = i_1,$$

$$i_3 i_1 = -i_1 i_3 = i_2.$$

Елемент λ_0 називають **скалярною** частиною, елементи $\lambda_j, j=\overline{1,3}$ об'єднують в тривимірний вектор $\bar{\lambda}$ і називають векторною частиною кватерніона. Таким чином можна записати

$$A = \lambda_0 + \bar{\lambda}.$$

Два кватерніони A та $M = \mu_0 + \bar{\mu}$ **рівні**, якщо рівні їх елементи $\lambda_j = \mu_j, j=\overline{0,3}$.

Сумою кватерніонів A та M називається кватерніон, елементами якого є величини $\lambda_j + \mu_j, j=\overline{0,3}$.

При **множенні кватерніона на скаляр** відбувається множення на це число всіх його елементів.

Додавання кватерніонів і множення кватерніона на скаляр підпорядковуються правилам елементарної алгебри.

Добуток двох кватерніонів A та M (кватерніоний добуток) – кватерніон $N = A \circ M = v_0 + \bar{v}$, елементи якого визначаються виразами

$$v_0 = \lambda_0 \cdot \mu_0 - (\bar{\lambda}, \bar{\mu}),$$

$$\bar{v} = \lambda_0 \cdot \bar{\mu} + \mu_0 \cdot \bar{\lambda} + (\bar{\lambda} \times \bar{\mu}),$$

де $(\bar{\lambda}, \bar{\mu})$ і $(\bar{\lambda} \times \bar{\mu})$ – відповідно скалярний і векторний добуток,

$\circ$ – знак кватерніонного добутку.

Множення кватерніонів має асоціативні і дистрибутивні по відношенню до складання властивості:

$$(A \circ M) \circ N = A \circ (M \circ N),$$

$$A \circ (M + N) = A \circ M + A \circ N.$$

Множення кватерніонів некомутативне.

Спряжений кватерніон до A – кватерніон, який визначається виразом

$$\tilde{A} = \lambda_0 - \bar{\lambda}.$$

Нормою кватерніона A називається добуток

$$\|A\| = A \circ \tilde{A},$$

і обчислюється як

$$\|A\| = \lambda_0^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2.$$

Норма добутку двох кватерніонів дорівнює добутку норм співмножників. Кватерніон є **нормованим**, якщо його норма дорівнює 1.

Обернений нормований кватерніон A^{-1} збігається з **спряженим** $\tilde{A}$, при цьому

$$A \circ A^{-1} = A^{-1} \circ A = 1.$$

В теорії кінцевого повороту твердого тіла кватерніону можна приписати наступний сенс. Нехай I – інерційний базис і E – базис з тим же початком, але пов'язаний з твердим тілом і бере участь з ним в обертанні. Відповідно до теореми Ейлера введені базиси в кожен момент часу можна поєднати одним поворотом навколо нерухомої осі Ейлера $\bar{e} = \text{col}(e_1, e_2, e_3)$ на кут θ . Кватерніон $A = \cos \frac{\theta}{2} + \sin \frac{\theta}{2} \cdot \bar{e}$, векторна частина якого утворена проєкціями осі Ейлера на осі базису, що перетворюється, називається **власним**, а його компоненти – **параметрами Родріга-Гамільтона**.

Операцію повороту і зворотного повороту символічно можна записати у вигляді

$$I \xrightarrow{A} E, \quad I \xleftarrow{A} E.$$

Для власних кватерніонів існує формула **складання поворотів**

$$N = A \circ M,$$

в якій A – кватерніон повороту $I \xrightarrow{A} E_1$,

M – кватерніон повороту $E_1 \xrightarrow{M} E_2$,

N – результуючий кватерніон, відповідний перетворенню $I \xrightarrow{N} E_2$.

Введемо **формулу перетворення вектора** $\bar{r}$ з одного базису до іншого. Нехай A – кватерніон, що задає поворот деякого базису I до базису E .

Тривимірний вектор можна представити у вигляді кватерніона з нульовою скалярною частиною. Тоді кватерніон $R = 0 + \bar{r}$ в проекціях на повернений базис задається виразом

$$R_E = \tilde{A} \circ R_I \circ A,$$

або, розкриваючи кватерніонний добуток,

$$\bar{r}_E = (2\lambda_0^2 - 1) \cdot \bar{r}_I + 2\lambda_0 \cdot (\bar{\lambda} \times \bar{r}_I) + 2(\bar{\lambda}, \bar{r}_I) \cdot \bar{\lambda}.$$

Обернене перетворення має вигляд

$$R_I = A \circ R_E \circ \tilde{A},$$

або, відповідно,

$$\bar{r}_I = (2\lambda_0^2 - 1) \cdot \bar{r}_E - 2\lambda_0 \cdot (\bar{\lambda} \times \bar{r}_E) + 2(\bar{\lambda}, \bar{r}_E) \cdot \bar{\lambda}.$$

І, нарешті, наведемо **кінематичне рівняння обертання** твердого тіла в параметрах Родріга-Гамільтона.

У кватерніонній формі

$$\dot{A} = \frac{1}{2} A \circ \bar{\omega}_E,$$

або, розписавши його покомпонентно,

$$\dot{\lambda}_0 = -\frac{1}{2}(\lambda_1\omega_1 + \lambda_2\omega_2 + \lambda_3\omega_3),$$

$$\dot{\lambda}_1 = \frac{1}{2}(\lambda_0\omega_1 + \lambda_2\omega_3 - \lambda_3\omega_2),$$

$$\dot{\lambda}_2 = \frac{1}{2}(\lambda_0\omega_2 + \lambda_3\omega_1 - \lambda_1\omega_3),$$

$$\dot{\lambda}_3 = \frac{1}{2}(\lambda_0\omega_3 + \lambda_1\omega_2 - \lambda_2\omega_1).$$

Тут $\bar{\omega}_E = \text{col}(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ – вектор кутової швидкості в проекціях на пов'язані з твердим тілом осі. При використанні тривимірного вектора як співмножника в кватерніоному добутку вектор формально представляється у вигляді кватерніона з нульовою скалярною часу.

ДОДАТОК Б

СЕКЦІЯ «ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ЕЛЕКТРОННИХ ЗАСОБІВ»

УДК 681.865.8

Єфименко.М.¹, Бойко.Е.²¹ д-р техн. наук, проф. каф. ІТЕЗ НУ «Запорізька політехніка»² студ. гр. РТ-612м НУ «Запорізька політехніка»

УПРАВЛІННЯ ТРАЄКТОРІЄЮ ПОЛЬОТУ КВАДРОКОПТЕРА

Отримано математичну модель квадрокоптера як об'єкта управління.

Модель має наступний вигляд

$$m\ddot{r}_E = F_E, F_E = P_E + G_E$$

$$P_E = k_p(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2)n_E \quad n_E = \tilde{\Lambda}_{BE} \circ n_B \circ \Lambda_{BE}$$

$$n_B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad G_E = mg \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$J\dot{\omega}_B^{BE} = -\omega_B^{BE} \times J\omega_B^{BE} + M_u \quad 2\dot{\Lambda}_{EB} = \Lambda_{EB} \circ \omega_B^{BE},$$

$$M_u = \begin{pmatrix} \omega_{Bz}^{BE} \\ 0 \\ -\omega_{Bx}^{BE} \end{pmatrix} (\omega_1 + \omega_3 - \omega_2 - \omega_4) + R \begin{pmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{pmatrix},$$

$$R = \begin{pmatrix} k_p \ell & 0 & -k_p \ell & 0 \\ -k_m & k_m & -k_m & k_m \\ 0 & k_p \ell & 0 & -k_p \ell \end{pmatrix}.$$

В моделі E – земна система координат, B – жорстко зв'язана з ЛА система координат, Λ_{EB} – кватерніон переходу від земного базису E до зв'язаного базису B , r_E – вектор r , що задає положення центру мас

квадрокоптера проекціями на осі базису E ; ω_B^{BE} – вектор кутової швидкості обертання базису B відносно базису E , заданий проекціями на осі базису B ; J – тензор інерції рами квадрокоптера; $\circ$ – символ кватерніонного множення; $\sim$ – позначення сполученого кватерніону; m – маса квадрокоптера; ω_i , $i=1,2,3,4$ – кутові швидкості обертання повітряних гвинтів, l , k_m – задані постійні коефіцієнти, $g=9.81 \text{ м/с}^2$ – прискорення сили тяжіння на Землі.

На основі розробленої моделі отримані алгоритми управління просторовим рухом квадрокоптера а саме алгоритм визначення необхідного напрямку сили тяги гвинтів для переведення квадрокоптера з поточного положення в задане та алгоритми управління кутовим рухом квадрокоптера, які забезпечують збіг реального напрямку сили тяги гвинтів з розрахунковим та стабілізацію кута нишпорення. Розрахунковий напрям сили тяги гвинтів $\vec{n}_B^*$ за рахунок наявності збурюючих сил може відрізняється від реального напрямку $\vec{n}_B$. Для усунення цього явища у відомий аналітичний алгоритм рішення двоточної крайової задачі [1] додано стабілізуючу складову у вигляді зворотного зв'язку за станом. Це значно покращало точність наведення квадрокоптера у задане положення. На основі динамічного рівняння для кватерніона [2] запропоновано оригінальні алгоритми управління кутовим рухом квадрокоптера, які забезпечують збіг реального напрямку сили тяги гвинтів з розрахунковим і стабілізацію з відносно земної системи координат. Розроблені алгоритми дозволяють реалізувати всі основні режими автономного польоту: режим стабілізації в якому літальний апарат автоматично підтримує нульовий крен, тангаж та стабілізує кут курсу; режим утримання заданого положення в якому апарат автоматично зависає над заданою точкою земної поверхні; режим автоматичного польоту за точками; режим автоматичного зльоту та посадки. Результати моделювання показали працездатність розроблених алгоритму та можливість їх реалізації.

1. О.К. Новіков, Синтез оптимальных управлений на основе аналитического решения линейной стационарной двухточечной краевой задачи *Радіоелектроніка Інформатика Управління*. 2006. № 2. С. 133–156.

2. N. Yefymenko , R. Kudermetov , Quaternion models of a rigid body rotation motion and їх application for spacecraft attitude control , *Acta Astronautica* , 194 (2022) 76-82

ДОДАТОК В СЛАЙДИ ПРЕЗЕНТАЦІЇ

Національний Університет
«Запорізька Політехніка»
Кафедра інформаційних технологій електронних засобів

Магістерська дипломна робота
на тему:
**ДОСЛІДЖЕННЯ ТА РОЗРОБКА АЛГОРИТМІВ КЕРУВАННЯ
ПРОСТОРОВИМ РУХОМ КВАДРОКОПТЕРА**

Виконав
студент групи БК - 612м

Едуард БОЙКО

Керівник
д.т.н., доцент

Микола ЄФИМЕНКО

Рисунок В.1 - Титульний лист

Мета роботи

- ❖ **Мета роботи** – розробка та дослідження алгоритмів керування просторовим рухом квадрокоптера які забезпечують всі основні режими польоту квадрокоптера.
- ❖ **Об'єкт дослідження** – система керування просторовим рухом квадрокоптера.
- ❖ **Предмет дослідження** – алгоритми керування просторовим рухом квадрокоптера, які дозволяють реалізувати всі основні режими автономного польоту: режим стабілізації в якому літальний апарат автоматично підтримує нульовий крен, тангаж та стабілізує кут курсу; режим утримання заданого положення в якому апарат автоматично зависає над заданою точкою земної поверхні; режим автоматичного польоту за точками; режим автоматичного зльоту та посадки.

Рисунок В.2 – Мета роботи

Задачі роботи

1. Провести загальний огляд принципів побудови квадрокоптера як безпілотного літального апарату;
2. Отримати математичну модель просторового руху квадрокоптера;
3. На основі отриманої моделі провести синтез алгоритмів управління просторовим рухом квадрокоптера;
4. Для підтвердження працездатності провести тестування розроблених алгоритмів.

Рисунок В.3 – Задачі роботи

Актуальність дослідження

Задачі побудови алгоритмів керування просторовим рухом квадрокоптера нині дуже популярні, оскільки дозволяють експериментально відпрацьовувати широкий спектр підходів до вирішення різноманітних задач керування рухом літальних апаратів (ЛА) без значних фінансових витрат.

Крім того, ці задачі актуальні внаслідок високого попиту подібних безпілотних літальних апаратів (БЛА) у різних галузях людської діяльності. Квадрокоптери активно використовуються для кадастрової аерофотозйомки, дозволяють здійснювати пошук людей та моніторинг пожеж у віддалених ділянках лісових зон, пошук та облік диких тварин, доставку вантажів на невеликі відстані, а також широко використовуються у військовій справі.

Рисунок В.4 – Актуальність дослідження

Будова квадрокоптера

Квадрокоптер — це багатороторний літальний апарат, який має чотири ротори, розташовані горизонтально, що забезпечують підйом, стабілізацію та керування. Він став дуже популярним у сучасному світі завдяки своїй маневреності, стабільності та широкому спектру застосувань.

Складається з таких основних компонентів:

- Рама квадрокоптера
- Ротори
- Електронні компоненти
- Батарея
- Комунікаційна система
- Система безпеки
- Камера або сенсори
- Система стабілізації



Рисунок В.5 - Будова квадрокоптера

Кінематична схема квадрокоптера

Квадрокоптер представляє собою окремий випадок БЛА. Він є механічною системою (рис.1), що складається з чотирьох безколекторних двигунів постійного струму і несучого твердого тіла – рами квадрокоптера.

Відмінною рисою цієї схеми є те, що осі OX і OZ перетинають центри двигунів. На кінематичній схемі осі $OXYBZB$ утворюють пов'язану систему координат, яка жорстко пов'язана з квадрокоптером, осі $OXYEZE$ формують земну систему координат, в якій знаходиться спостерігач; $PB1, PB2, PB3, PB4$ - підйомні сили, що виникають за рахунок обертання відповідних гвинтів зі $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$; $M1, M2, M3, M4$ - реактивні моменти.

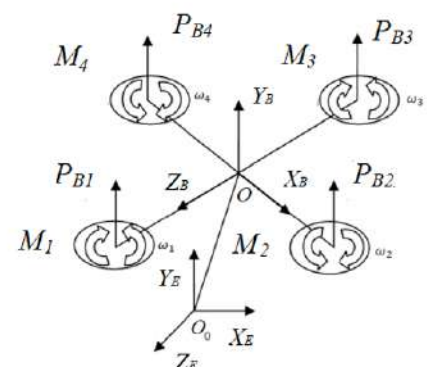


Рисунок 1 – Кінематична схема квадрокоптера

Рисунок В.6 - Кінематична схема квадрокоптера

Принцип роботи квадрокоптера

Принцип роботи квадрокоптера полягає в формуванні різниці швидкостей обертання моторів та керуванні цими швидкостями, щоб змінювати напрямок руху та стабілізувати кутове положення квадрокоптера у повітрі.

Управління рухом квадрокоптера здійснюється подачею керуючих напруг на двигуни, які обертають гвинти, в результаті чого з'являються кутові швидкості ω_{1-4} , внаслідок чого формуються підйомні сили P_{B1-4} і, як наслідок, виникає результуюча сила та відповідні моменти, які обумовлені реактивним явищем, що виникає від обертання гвинтів.

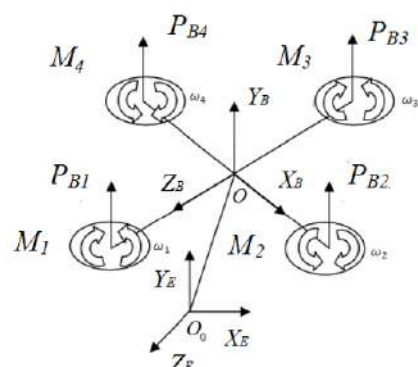


Рисунок 1 – Кінематична схема квадрокоптера

Рисунок В.7 - Принцип роботи квадрокоптера

Застосування квадрокоптерів

Квадрокоптери знайшли широке застосування у багатьох сферах завдяки своїй маневреності, стабільності та можливостям зйомки з висоти польоту.

Деякі приклади застосування квадрокоптерів в різних галузях:

- Фото та відеозйомка
- Картографія та землевпорядкування
- Сільське господарство
- Рятувальні операції та пошуково-рятувальні роботи
- Доставка та логістика
- Пошук та облік диких тварин
- Військова справа



Рисунок 2 – Використання квадрокоптера для поливу

Рисунок В.8 - Застосування квадрокоптерів

Модель просторового руху квадрокоптера

На основі розробленої моделі отримані алгоритми управління просторовим рухом квадрокоптера. Алгоритми будувалися у припущенні, що на борту квадрокоптера є інформація про положення його центра мас (вектор $\vec{r}_E$), вектор кутової швидкості $\vec{\omega}_B^{BE}$ та орієнтації пов'язаної системи координат B відносно земної системи E у вигляді кватерніону Λ_{EB} .

$$\begin{aligned}
 m\ddot{\vec{r}}_E &= k_p(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2)\vec{n}_E + \vec{G}_E \\
 J\dot{\vec{\omega}}_B^{BE} &= \vec{M}_{\text{гир}} + \vec{M}_u \\
 \dot{\Lambda}_{EB}^0 &= -\vec{\omega}_B^{BE T} \Lambda_{EB} \\
 \dot{\Lambda}_{EB} &= \Lambda_{EB}^0 \vec{\omega}_B^{BE} + \vec{\Lambda}_{EB} \times \vec{\omega}_B^{BE} \\
 \vec{M}_u &= F \begin{pmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{pmatrix} \\
 \vec{G}_E &= mg \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 F &= \begin{pmatrix} k_p \ell & 0 & -k_p \ell & 0 \\ -k_m & k_m & -k_m & k_m \\ 0 & k_p \ell & 0 & -k_p \ell \end{pmatrix} \\
 \vec{M}_{\text{гир}} &= -\vec{\omega}_B^{BE} \times \vec{L}_B = -\vec{\omega}_B^{BE} \times (J\vec{\omega}_B^{BE} + J_r n_B(\omega_1 + \omega_3 - \omega_2 - \omega_4))
 \end{aligned}$$

Рисунок 3 – Модель просторового руху квадрокоптера

Рисунок В.9 - Модель просторового руху квадрокоптера

Складові алгоритмічного забезпечення управління

Алгоритмічне забезпечення складається з трьох частин:

- Алгоритму розрахунку необхідної орієнтації сил тяги гвинтів у базисі E , яка забезпечує переведення квадрокоптера з поточного положення в задане.
- Алгоритму розрахунку обертального моменту M_u , який забезпечує збіг реального напрямку сили тяги з розрахунковим при переведенні квадрокоптера з поточного положення в задане.
- Алгоритму розрахунку обертального моменту M_u , що забезпечує стабілізацію кута нищпорення при зависанні квадрокоптера над заданою точкою.

Рисунок В.10 - Складові алгоритмічного забезпечення управління

Алгоритм розрахунку необхідної орієнтації сил тяги гвинтів

1. **Визначення цільового положення:**
 - Перший крок полягає у встановленні координат цільового положення квадрокоптера. Це може бути точка у просторі, до якої квадрокоптер повинен прибути.
2. **Визначення розрахункової сили тяги гвинтів $\vec{F}_E^*$:**
 - Розраховується необхідна сила тяги гвинтів $\vec{F}_E^*$, яка забезпечить переміщення квадрокоптера до цільового положення.
 - Розрахунок базується на вирішенні лінійної стаціонарної двоточкової крайової задачі, що дозволяє визначити силу, необхідну для досягнення цільової позиції.
3. **Додавання стабілізуючої складової:**
 - Через наявність збурень та невизначеностей у середовищі, реальний напрям сили тяги гвинтів може відрізнятись від розрахункового.
 - Для корекції цього використовується стабілізуюча складова $\Delta \vec{F} = -m(K_1 \vec{e} + K_2 \dot{\vec{e}})$
4. **Корекція сили тяги гвинтів:**
 - Додаючи стабілізуючу складову до розрахункової сили тяги, отримуємо реальну силу тяги гвинтів $\vec{F}_E = \vec{F}_E^* + \Delta \vec{F}$
5. **Розрахунок необхідної орієнтації сил тяги гвинтів $\vec{n}_B$:**
 - Після визначення реальної сили тяги, необхідно розрахувати напрямок цієї сили, щоб забезпечити правильну орієнтацію квадрокоптера.
 - Напрямок $\vec{n}_E^*$ обчислюється як: $\vec{n}_E^*(t) = \frac{\vec{F}_E(t)}{\|\vec{F}_E(t)\|} = \frac{\vec{F}_E(t) - \vec{G}_E}{\|\vec{F}_E(t) - \vec{G}_E\|}$

Рисунок В.11 - Алгоритм розрахунку необхідної орієнтації сил тяги гвинтів

Алгоритми розрахунку обертового моменту M_u

Для забезпечення збігу реального напрямку сили тяги з розрахунковим	Для забезпечення стабілізації кута нишпорення
$M_u = -M_{гир} - J(\dot{\vec{n}}_B^* \times (\vec{u}_n - p))$ $\vec{u}_n = -\dot{\vec{n}}_B^* \times \vec{n}_B^* \times \vec{\tau} \quad (8)$ $\vec{\tau} = -K_1 \vec{e} - K_2 \dot{\vec{n}}_B^*, \quad (9)$ $p = -\vec{\omega}_B^{BE} \times (\dot{\vec{n}}_B^* + \ddot{\vec{n}}_B^*) + \ddot{\vec{n}}_B^*. \quad (10)$	$M_u = -2J(\dot{\vec{\lambda}}_{EB} \times \vec{u}_A) + \vec{\omega}_B^{BE} \times J\vec{\omega}_B^{BE}$ $\vec{u}_A = -k_1 \dot{\vec{\lambda}}_{EB} - k_2 \ddot{\vec{\lambda}}_{EB}, \quad (12)$ $\dot{\vec{\lambda}}_{EB} = \dot{\vec{\lambda}}_{EB}^0 \vec{\omega}_B^{BE} + \dot{\vec{\lambda}}_{EB} \times \vec{\omega}_B^{BE}. \quad (13)$
1. Обчислення розрахункового напрямку сили тяги $\vec{n}_B^*$. 2. Визначення допоміжних змінних $\vec{u}_n$ та p за формулами (8), (9) та (10). 3. Розрахунок обертового моменту M_u за основним рівнянням. 4. Чисельне знаходження похідних $\dot{\vec{n}}_B^*$ і $\ddot{\vec{n}}_B^*$ для точного визначення моменту.	1. Розрахунок <u>вектора</u> кута нишпорення $\dot{\vec{\lambda}}_{EB}$. 2. Обчислення похідної <u>вектора</u> кута нишпорення $\dot{\vec{\lambda}}_{EB}$ за формулою (13). 3. Визначення допоміжної змінної $\vec{u}_A$ для стабілізації кута нишпорення за формулою (12). 4. Обчислити обертовий момент, який буде застосовано для стабілізації кута нишпорення, за основним рівнянням.

Рисунок В.12 - Алгоритми розрахунку обертового моменту M_u

Результати моделювання

Моделювання проводилося в припущенні, що на борту квадрокоптера є інформація про положення і швидкість його центра мас, кутову швидкість та орієнтацію пов'язаної системи координат відносно земної. Моделювався переліт з точки старту в задану точку і зависання над нею. Із графіків видно що квадрокоптер перелетів з точки старту в задану точку за 200 с. і завис над нею. На 200 с включився алгоритм стабілізації кута нишпорення і апарат стабілізувався відносно земної системи координат. Отримані результати підтверджують працездатність запропонованих алгоритмів управління просторовим рухом квадрокоптера.

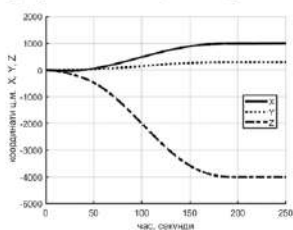


Рисунок 4 – Параметри руху центра мас квадрокоптера

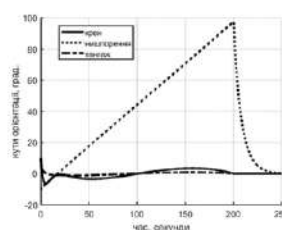
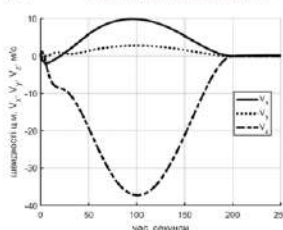


Рисунок 5 - Параметри кутового руху квадрокоптера

Рисунок В.13 - Результати моделювання

Висновки

Розроблено математичну модель квадрокоптера як об'єкта управління. На основі отриманої моделі отримані алгоритми управління просторовим рухом квадрокоптера, а саме алгоритм визначення необхідного напрямку сили тяги гвинтів для переведення квадрокоптера з поточного положення в задане та алгоритми управління кутовим рухом квадрокоптера, які забезпечують збіг реального напрямку сили тяги гвинтів з розрахунковим та стабілізацію кута нишпорення. На основі динамічного рівняння для кватерніона запропоновано оригінальні алгоритми управління кутовим рухом квадрокоптера, які забезпечують збіг реального напрямку сили тяги гвинтів з розрахунковим і стабілізацію ПСК відносно земної системи координат.

Розроблені алгоритми дозволяють реалізувати всі основні режими автономного польоту: режим стабілізації в якому літальний апарат автоматично підтримує нульовий крен, тангаж та стабілізує кут курсу; режим утримання заданого положення в якому апарат автоматично зависає над заданою точкою земної поверхні; режим автоматичного польоту за точками; режим автоматичного зльоту та посадки. Результати моделювання показали працездатність розроблених алгоритму та можливість їх реалізації.

Рисунок В.14 – Висновки

Дякую за увагу!

Рисунок В.15 - Дякую за увагу!