Міністерство освіти і науки України
Національний університет «Запорізька політехніка»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до практичних занять з дисципліни

«ФІЗИКА ДІЕЛЕКТРИКІВ»

для студентів спеціальностей
G5 «Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та радіотехніка», G6 «Інформаційно-вимірювальні технології»
денної й заочної форм навчання

2026

Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни «Фізика діелектриків» для студентів спеціальностей G5 «Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та радіотехніка», G6 «Інформаційно-вимірювальні технології» денної й заочної форм навчання / Укл.: Г.В. Сніжной, А.В. Коротун. – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2026. – 28 с.

Укладачі: Геннадій СНІЖНОЙ, проф., д-р техн. наук
Андрій КОРОТУН, доц., канд. фіз.-матем. наук

Рецензент: Валентин ПОГОСОВ, проф., д-р фіз.-матем. наук

Відповідальний за випуск: Андрій КОРОТУН, доц., канд. фіз.-матем. наук, зав. кафедри ІБіН

Затверджено
на засіданні кафедри
«Інформаційна безпека та
наноелектроніка»

Протокол № 4
від « 04» «лютого» 2026 р.

Рекомендовано до видання
НМК ФІБЕК
Протокол № 6
від «04» «березня» 2026 р.

ЗМІСТ

С.
1 Види діелектриків 4
1.1 Теоретичні відомості 4
1.2 Приклад розв'язування задач 4
1.3 Завдання для самостійного розв'язування 5
2 Поляризація діелектриків 6
2.1 Теоретичні відомості 6
2.2 Приклад розв'язування задач 9
2.3 Завдання для самостійного розв'язування 9
3 Зв'язані заряди. Електричне поле в діелектриках 11
3.1 Теоретичні відомості 11
3.2 Приклад розв'язування задач 13
3.3 Завдання для самостійного розв'язування 14
4 Електричне зміщення 15
4.1 Теоретичні відомості 15
4.2 Приклад розв'язування задач 16
4.3 Завдання для самостійного розв'язування 16
5 Умови на межі поділу двох діелектричних середовищ 18
5.1 Теоретичні відомості 18
5.2 Приклад розв'язування задач 21
5.3 Завдання для самостійного розв'язування 22
Перелік джерел посилання 23
Додаток А Тести для контролю 24
Додаток Б Питання до самостійної роботи 27

1 ВИДИ ДІЕЛЕКТРИКІВ

1.1 Теоретичні відомості

Діелектриками називаються речовини, які в звичайних умовах практично не проводять електричний струм, їх питомий опір в рази більше, ніж у металів. Згідно з уявленнями класичної фізики, в діелектриках, на відміну від провідників, немає вільних носіїв заряду, які могли б під дією електричного поля створювати струм провідності [1].

До діелектриків відносяться всі гази; деякі рідини (дистильована вода, масла, бензол); тверді тіла (скло, фарфор, слюда). Терміни «діелектрик» і «діелектрична постійна» були введені в науку в 1837 р. М. Фарадеем. Діелектрики, як і будь-які речовини, складаються з атомів і молекул. В цілому молекули нейтральні, проте, вони взаємодіють з електричним полем. Наприклад, у випадку, коли симетрія молекули відмінна від сферичної, її можна представити у вигляді *електричного диполя*. *Електричний дипольний момент молекули* $\mathbf{p}_i = q\mathbf{L}$, де q − сумарний заряд ядер або електронів; $\mathbf{L}$ − вектор, що представляє собою плече еквівалентного диполя. Молекули, що володіють електричним дипольним моментом, називають полярними. Полярним діелектриком є вода; такі речовини: CO; N_2O; S_2O; NH; HCl також мають у своєму складі полярні молекули. В об'ємі речовини дипольні моменти молекул розподілені за різними напрямками хаотичним чином, так що їх сума дорівнює нулю $\left(\sum \mathbf{p}_i = 0\right)$. Молекули, у яких положення еквівалентного позитивного і еквівалентного негативного заряду збігаються і, отже, дипольний момент кожної молекули дорівнює нулю $\left(\mathbf{p}_i = 0\right)$, називають *неполярними*. Такі речовини, як H_2, N_2, O_2, CO_2 складаються з неполярних молекул. Якщо діелектрик внести в електричне поле, то це поле і сам діелектрик зазнають суттєвих змін [2-4].

1.2 Приклад розв'язування задач

До обкладок плоского конденсатора, відстань між якими $d = 1\,\text{см}$, прикладена різниця потенціалів $\Delta\varphi = 2\,\text{кВ}$. Конденсатор заповнюється діелектриком з сприйнятливістю $\chi = 0,080$. Визначити поляризованность діелектрика. Розв’язок*: п*оляризованность ізотропних діелектри-

ків пов'язана з напруженістю поля співвідношенням $\mathbf{P} = \chi\varepsilon_0\mathbf{E}$. Напруженість поля всередині конденсатора $E = \frac{\Delta\varphi}{d}$, отже $p = \frac{\chi\varepsilon_0\Delta\varphi}{d}$; $p \approx 0{,}14$ мкКл/м^2.

1.3 Завдання для самостійного розв'язування

1. Яка фізична властивість лежить в основі поділу речовин на діелектрики і провідники.

2. Що спільного і в чому відмінність діелектриків з полярними і неполярними молекулами.

3. При якій напруженості електричного поля в діелектрику $(\varepsilon = 3)$ поляризованность p досягне значення $0{,}2$ мкКл/м^2 ?

Відповідь: оскільки $p = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E$, то $E = \frac{p}{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)}$; $E \approx 11$ МВ/м.

4. У зовнішньому електричного поля з напруженістю $E = 40$ МВ/м знаходиться рідкий азот. Поляризованность рідкого азоту дорівнює. Визначити діелектричну проникність рідкого азоту.

Відповідь: $\varepsilon = \frac{p}{\varepsilon_0 E + 1}$; $\varepsilon \approx 1{,}31$.

2 ПОЛЯРИЗАЦІЯ ДІЕЛЕКТРИКІВ

2.1 Теоретичні відомості

Діелектрик, поміщений в зовнішнє електричне поле, поляризується під дією цього поля. Поляризацією діелектрика називається процес придбання ним відмінного від нуля макроскопічного дипольного моменту. Ступінь поляризації діелектрика характеризується векторною величиною, яка називається поляризованість або вектором поляризації **P** [1, 5-6]. Поляризованность визначається як електричний момент одиниці об'єму діелектрика

$$\mathbf{P} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{N}\mathbf{p}_i , \qquad (2.1)$$

де N − число молекул в об'ємі ΔV .

Поляризованность **P** часто називають поляризацією, розуміючи під цим кількісну міру цього процесу. В діелектриках розрізняють такі типи поляризації: електронну, орієнтаційну і граткову (для йонних кристалів).

Електронний тип поляризації характерний для діелектриків з неполярними молекулами. У зовнішньому електричному полі (рис. 2.1) позитивні заряди всередині молекули зміщуються у напрямку поля, а негативні в протилежному напрямку, в результаті чого молекули набувають дипольний момент, спрямований уздовж зовнішнього поля.

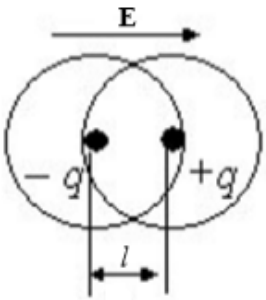

Рисунок 2.1 – Зміщення зарядів всередині молекули у зовнішньому електричному полі

Індукований дипольний момент молекули пропорційний напруженості зовнішнього електричного поля:

$$\mathbf{p}_i = \alpha\varepsilon_0\mathbf{E}, \tag{2.2}$$

де α – поляризованість молекули.

Значення поляризованности в цьому випадку дорівнює

$$\mathbf{P} = n\mathbf{p}_i, \tag{2.3}$$

де n – концентрація молекул $n = \dfrac{N}{\Delta V}$;

$\mathbf{p}_i$ – індукований дипольний момент молекули, який однаковий для всіх молекул і напрямок якого збігається з напрямком зовнішнього поля.

Орієнтаційний тип поляризації характерний для полярних діелектриків. Під час відсутності зовнішнього електричного поля молекулярні диполі орієнтовані випадковим чином, так що макроскопічний електричний момент діелектрика дорівнює нулю.Якщо помістити такий діелектрик у зовнішнє електричне поле, то на молекулу–диполь буде діяти момент сил (рис. 2.2), який прагне орієнтувати її дипольний момент в напрямку напруженості поля. Однак повної орієнтації не відбувається, оскільки тепловий рух прагне зруйнувати дію зовнішнього електричного поля.

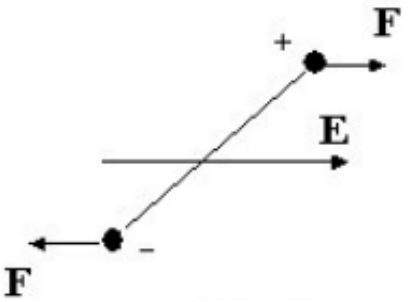

Рисунок 2.2 – Вплив моменту сил на молекулу–диполь

Така поляризація називається орієнтаційною. Поляризованность в цьому випадку дорівнює

$$\mathbf{P} = n\langle\mathbf{p}\rangle, \tag{2.4}$$

де $\langle \mathbf{p} \rangle$ – середнє значення складової дипольного моменту молекули в напрямку зовнішнього поля.

Гратковий тип поляризації характерний для йонних кристалів. В йонних кристалах (NaCl і т.д.) за відсутності зовнішнього поля дипольний момент кожної елементарної комірки дорівнює нулю (рис. 2.3, *а*), під впливом зовнішнього електричного поля позитивні і негативні йони зміщуються в протилежні сторони (рис. 2.3, *б*) . Кожна комірка кристала стає диполем, кристал поляризується. Така поляризація називається гратковою. Поляризованість і в цьому випадку можна визначити як

$$\mathbf{P} = n\mathbf{p}_i , \tag{2.5}$$

де $\mathbf{p}_i$ – значення дипольного моменту елементарної комірки,

n – число осередків в одиниці об'єму.

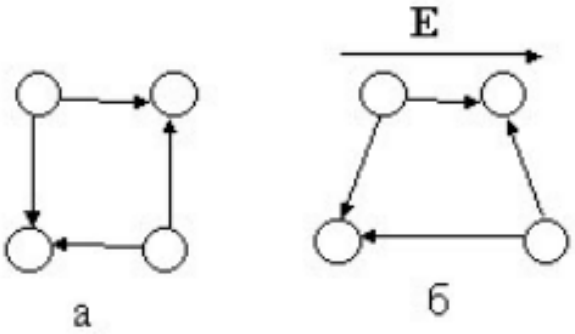

Рисунок 2.2 – Гратка йонного кристала за відсутності зовнішнього поля (*а*) та під дією зовнішнього електричного поля (*б*)

Поляризованность ізотропних діелектриків будь–якого типу пов'язана з напруженістю поля співвідношенням

$$\mathbf{P} = \chi\varepsilon_0\mathbf{E} , \tag{2.6}$$

де χ – діелектрична сприйнятливість діелектрика.

2.2 Приклад розв'язування задач

Діелектрична проникність газоподібного гелію при температурі $T = 273$ К і тиску $P = 89$ кПа дорівнює 1.000074. Визначте електричний дипольний момент p_e атома гелію в однорідному електричного поля з напруженістю $E = 40$ МВ/м.

Розв'язок

Поляризованість гелію в однорідному електричного поля визначається як $p = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E$. З іншого боку при однорідної поляризації $p = p_e n_0$, де n_0 – концентрація атомів гелію. З рівняння визначальний тиск газу $P = n_0 k_B T$, де k_B – постійна Больцмана, виражаємо концентрацію $n_0 = \dfrac{P}{k_B T}$. Об'єднуючи співвідношення, отримуємо $p_e = \dfrac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)Ek_B T}{P}$; $p_e = 2{,}5 \cdot 10^{-37}$ Кл/м^2.

2.3 Завдання для самостійного розв'язування

1. Яка фізична величина служить кількісною мірою поляризації діелектриків.
2. У чому відмінність поляризації діелектриків з полярними і неполярними молекулами.
3. Як пов'язана поляризованность з напруженістю поля в діелектрику.
4. У якому випадку поляризованность можна назвати однорідною.
5. Поляризованность протяжної діелектричної пластини з матеріалу з проникністю ε змінюється відповідно до функції $\mathbf{p}(x) = \mathbf{p}_0\left(1 - \dfrac{x^2}{d^2}\right)$, де $\mathbf{p}_0$ – вектор, перпендикулярний до пластини, x – відстань від середини пластини, а d – її напівтовщина. Визначити напруженість $\mathbf{E}_x$ всередині пластини.

Відповідь: $\mathbf{p}(x)=\varepsilon_0(\varepsilon-1)\mathbf{E}(x)=\mathbf{p}_0\left(1-\frac{x^2}{d^2}\right)$, звідки $\mathbf{E}(x)=\frac{\mathbf{p}_0\left(1-\frac{x^2}{d^2}\right)}{\varepsilon_0(\varepsilon-1)}$.

6. Діелектрична куля з матеріалу з проникністю має радіус R і поляризований так, що його поляризованість змінюється тільки в радіальному напрямку відповідно до функції $\mathbf{p}=\alpha r$, де $[\alpha]=\text{Кл}/\text{м}^3$ – позитивна стала, r – радіальна вісь. Визначити напруженість $\mathbf{E}(r)$ електричного поля всередині кулі.

Відповідь: напруженість поля всередині кулі, тобто при $|\mathbf{r}|<R$, $E(\mathbf{r})=\left[\frac{\alpha}{\varepsilon_0(\varepsilon-1)}\right]\mathbf{r}$.

7. Існують діелектрики (найбільш представницький з них клас сегнетоелектриків: сегнетова сіль, титанат барію, та ін. [9]), для яких характерна нелінійна залежність поляризованості p від напруженості E поляризуючого поля. Наведить типову залежність електричної індукції від напруженості $D=f(E)$.

Чи є для таких діелектриків діелектричні сприйнятливість χ і проникність ε величинами постійними? Чи можуть бути їх значення табульованими? Враховуючи, що це нелінійні діелектрики, усвідомити для себе можливість здійснення конденсаторів змінної ємності (*варикапів*). У варикапов електроємність змінюється зміною різниці потенціалів на електродах.

3 ЗВ'ЯЗАНІ ЗАРЯДИ. ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ В ДІЕЛЕКТРИКАХ

3.1 Теоретичні відомості

Зв'язані заряди. В результаті процесу поляризації в обсязі (або на поверхні) діелектрика виникають нескомпенсовані заряди, які називаються *поляризаційними*, або *зв'язаними*. Частинки, що володіють цими зарядами, входять до складу молекул і під дією зовнішнього електричного поля зміщуються зі своїх положень рівноваги, не покидаючи молекули, до складу якої вони входять [1, 7-8]. Зв'язані заряди характеризують поверхневою густиною (σ).

Виділимо в поляризованому діелектрику похилу призму з основою S і ребром L, паралельним вектору поляризації $\mathbf{P}$ (рис. 3.1). В результаті поляризації на одній з основ призми з'являться негативні заряди з поверхневою густиною $-\sigma$, а на другий позитивні заряди з густиною $+\sigma$.

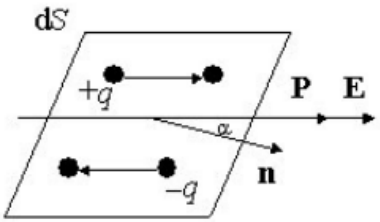

Рисунок 3.1 – Поляризація діелектрика

З макроскопічної точки зору, розглянутий об'єм еквівалентний диполю, утвореному зарядами $-\sigma S$ і $+\sigma S$, які відстоять один від одного на відстань L, тоді електричний момент призми дорівнює

$$p = \sigma' SL . \qquad (3.1)$$

З іншого боку, електричний момент одиниці об'єму дорівнює

$$p = PSL\cos\alpha , \qquad (3.2)$$

де α – кут, між напрямком нормалі до основи призми і вектором $\mathbf{P}$.

Добуток $SL\cos\alpha$ є об'єм призми.

Прирівнявши один до одного обидва вирази для електричного моменту, отримуємо, що поверхнева густина зв'язаних зарядів дорівнює нормальній складовій вектора поляризації:

$$\sigma' = P\cos\alpha = P_n = \mathbf{P_n}, \tag{3.3}$$

де $\mathbf{P_n}$ – одиничний вектор нормалі до поверхні діелектрика

Якщо вектор поляризації $\mathbf{P}$ різний у різних точках об'єму діелектрика, то в діелектрику виникають об'ємні поляризаційні заряди, об'ємна густина яких

$$\rho' = -div\mathbf{P}. \tag{3.4}$$

Електричне поле в діелектрику. Розглянемо плоский однорідний діелектричний шар, розташований між двома різнойменно зарядженими площинами (рис. 3.2). Нехай напруженість електричного поля, яке створюється цими площинами в вакуумі, дорівнює

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}, \tag{3.5}$$

де σ – поверхнева густина зарядів на пластинах (ці заряди називають вільними).

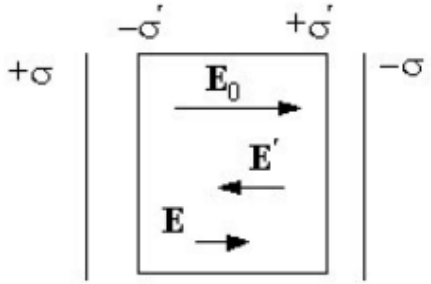

Рисунок 3.2 – Плоский однорідний діелектричний шар між двома різнойменно зарядженими площинами

Під дією поля діелектрик поляризується, і на його гранях з'являються поляризаційні або зв'язані заряди. Ці заряди створюють у діелектрику електричне поле E', яке спрямоване проти зовнішнього по-

ля E_0:

$$E' = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}, \tag{3.6}$$

де σ' – поверхнева густина зв'язаних зарядів.

Результуюче поле всередині діелектрика .

$$E = E_0 - E' = \frac{\sigma - \sigma'}{\varepsilon_0}. \tag{3.7}$$

Поверхнева густина зв'язаних зарядів σ' менше густини σ вільних зарядів, і не все поле E_0 компенсується полем діелектрика: частина ліній напруженості проходить крізь діелектрик, інша частина обривається на зв'язаних зарядах (рис. 3.3). Поза діелектрика $\mathbf{E} = \mathbf{E_0}$. Отже, в результаті поляризації поле всередині діелектрика виявляється слабкіше, ніж зовнішнє $E = \frac{\sigma - \chi\varepsilon_0 E}{\varepsilon_0}$. Тоді

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(1 + \chi) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{E_0}{\varepsilon}, \tag{3.8}$$

де $1 + \chi = \varepsilon$ – діелектрична проникність середовища.

З формули видно, що діелектрична проникність показує, у скільки разів напруженість поля в вакуумі більше напруженості поля в діелектрику. Для вакууму ε=1, для діелектриків $\varepsilon > 1$.

3.2 Приклад розв'язування задач

Між двома паралельними металевими площинами, що знаходяться на відстані $d = 5$ см одна від іншої прикладена і підтримується незмінною різницю потенціалів $\Delta\varphi = 200$ В. У простір між ними вводиться пластина діелектрика ($\varepsilon = 7$, $d = 5$ см). Визначте густину зв'язаних зарядів на поверхні пластини.

Розв’язок

Вважаємо, що поле між площинами однорідне. Тоді, поверхнева густина зв'язаних зарядів дорівнює нормальній складовій вектора по-

ляризації $\sigma' = P_n$ і $\sigma' = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) E$; $\sigma' = \dfrac{\varepsilon_0 (\varepsilon - 1) \Delta\varphi}{d}$;

$\sigma' = 2{,}12 \cdot 10^{-7}$ Кл/м^2 .

3.3 Завдання для самостійного розв'язування

1. Чому заряди мають різні назви: зв'язані, вільні заряди, сторонні, поляризаційні.

2. Який фізичний зміст має діелектрична проникність середовища. Чи може величина діелектричної проникності бути менше 1.

3. Чому дорівнює поверхнева і об'ємна густина поляризаційних зарядів.

4. Визначити поверхневу густину σ' зв'язаних зарядів на поверхні діелектрика ($\varepsilon = 2{,}6$) товщиною $d = 1$ мм, що заповнює весь простір між пластинами плоского конденсатора, зарядженого до $\Delta\varphi = 1$ кВ, при відключеному джерелі.

Відповідь: $\sigma' = \dfrac{\varepsilon_0 (\varepsilon - 1) \Delta\varphi}{\varepsilon d}$; $\sigma' = 5{,}6 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2 .

5. Металевій кулі радіуса R_1 наданий заряд Q. Поверхня кулі рівномірно покрита шаром діелектрика з матеріалу з проникністю ε з внутрішнім R_1 і зовнішнім R_2 радіусами. Обчислити поверхневі заряди, наведені на внутрішній Q' і зовнішній Q'' поверхнях діелектрика.

Відповідь: $Q' = -\dfrac{Q(\varepsilon - 1)}{\varepsilon}$; $Q'' = +\dfrac{Q(\varepsilon - 1)}{\varepsilon}$.

6. Сторонні заряди рівномірно розподілені з об'ємною густиною $\rho > 0$ по кулі радіуса R з однорідного ізотропного діелектрика з проникністю ε. Визначити поверхневу густину σ' зв'язаних зарядів на поверхні кулі.

Відповідь: $\sigma' = \dfrac{-\varepsilon_0 (\varepsilon - 1) \rho 4\pi R^3}{12\pi\varepsilon_0 \varepsilon R^2} = -\dfrac{\rho(\varepsilon - 1) R}{3\varepsilon}$.

4 ЕЛЕКТРИЧНЕ ЗМІЩЕННЯ

4.1 Теоретичні відомості

Електричне поле в діелектричному середовищі створюється як вільними, так і зв'язаними зарядами, так що вектор напруженості $\mathbf{E}$, що характеризує результуюче поле в діелектрику [1]:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{зв} + \mathbf{E}_{віл}. \tag{4.1}$$

Якщо позначити об'ємну густину вільних зарядів ρ, а зв'язаних зарядів ρ', то присутність зв'язаних зарядів відіб'ється в теоремі Гаусса наступним чином:

$$div\,\mathbf{E} = \frac{\rho + \rho'}{\varepsilon_0} \tag{4.2}$$

в диференціальній формі, або в інтегральній формі

$$\oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V (\rho + \rho')\, dV\,. \tag{4.3}$$

Або

$$div(\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) = \rho\,, \tag{4.4}$$

звідки для вектора електричного зміщення (індукції) знаходимо

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}\,. \tag{4.5}$$

Останній вираз показує, що вектор електричної індукції враховує поляризованість середовища. Повертаючись до відповідних формулювань теореми Гаусса

$$div\,\mathbf{D} = \rho\,; \qquad \oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = \int_V \rho dV\,. \tag{4.6}$$

можна бачити, що вектор електричного зміщення характеризує *джерела електричного поля*, т. е. *вільні заряди*, на яких цей вектор починається і закінчується.

Так як $\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi \mathbf{E}$, то $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}$.

Напруженість електричного поля характеризує як вільні, так і зв'язані заряди, тому вектор напруженості терпить розриви на кордонах областей, де присутні зв'язані заряди, наприклад на межі розділу двох діелектриків з різними ε.

4.2 Приклад розв'язування задач

Діелектрик у зовнішньому електричного поля з напруженістю $\mathbf{E}_0$ поляризується, в результаті чого на його гранях індукуються зв'язані заряди з густиною $\pm\sigma'$. Зв'язані заряди взаємодіють з полем, і, оскільки вони належать структурним елементам діелектрика, діелектрик деформується. Це явище називається *електрострикція*. Оцінити відносну деформацію діелектрика.

Розв’язок

Густина зв'язаних зарядів $\sigma' = \dfrac{\varepsilon_0 (\varepsilon - 1) E_0}{\varepsilon}$, сила електрострикційного тиску на межі діелектрика $p = \sigma' E_0 = \dfrac{\varepsilon_0 (\varepsilon - 1) E_0^2}{\varepsilon}$. Відносне подовження діелектрика $\dfrac{\Delta d}{d} = \alpha p = \dfrac{\alpha \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) E_0^2}{\varepsilon}$, де α – модулю Юнга.

Отже, будь–який діелектрик у зовнішньому електричного поля розтягується. Істотно, що ефект деформації пропорційний E_0^2, тобто не залежить від напрямку E_0. Діелектрик, вміщений у зовнішнє електричного поля, що змінюється за гармонійним законом, буде деформуватися з *подвоєною* частотою (за умови, що час встановлення поляризації набагато менше періоду зміни зовнішнього електричного поля).

4.3 Завдання для самостійного розв’язування

1. Як визначається вектор електричного зміщення. Який його напрям.
2. В деякій точці изотропного діелектрика з проникністю змі-

щення має значення **D**. Чому дорівнює поляризованность **P** в цій точці.

3. Чому дорівнює потік вектора електричного зміщення через замкнуту поверхню в електричному полі.

4. У поверхні діелектрика ($\varepsilon_2 = 6$) напруженість електричного поля в повітрі $E_1 = 0,2$ кВ/см. Напрямок вектора напруженості електричного поля утворює з нормаллю до поверхні діелектрика кут $\alpha_1 = 40^\circ$. Визначте: а) α_2 – кут між нормаллю до поверхні діелектрика і напрямом E_2 в діелектрику; б) напруженість E_2 електричного поля в діелектрику; в) поверхневу густину зв'язаних зарядів σ'.

Відповідь: а) $tg\alpha_2 = \dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} tg\alpha_1$, $\alpha_2 \approx 79^\circ$;

б) $E_2 = \left(E_{2\tau}^2 + E_{2n}^2\right)^{1/2} = E_1 \left[\sin^2 \alpha_1 + \left(\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \right)^2 \cos^2 \alpha_1 \right]$;

$E_2 \approx 1,3 \cdot 10^4$ В/м;

в) $\sigma' = (\varepsilon_2 - 1)\varepsilon_0 E_{2n}$; $\sigma' \approx 1,1 \cdot 10^{-7}$ *Кл/м*^{2}.

5 УМОВИ НА МЕЖІ ПОДІЛУ ДВОХ ДІЕЛЕКТРИЧНИХ СЕРЕДОВИЩ

5.1 Теоретичні відомості

Розглянемо поведінку векторів **E** і **D** на межі розділу двох однорідних ізотропних діелектриків з проникностями ε_1 і ε_2 за відсутності на межі поділу середовищ вільних зарядів.

Граничні умови для нормальних складових векторів **E** *і* **D** слідують з теореми Гаусса. Виділимо поблизу межі розділу замкнуту поверхню у вигляді циліндра, твірна якого перпендикулярна до межі розділу, а основи знаходяться на рівній відстані від кордону (рис. 5.1).

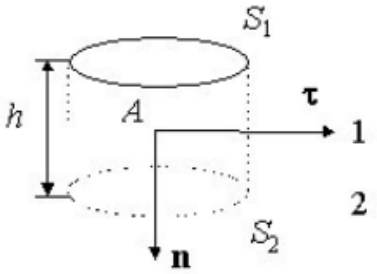

Рисунок 5.1 – Поверхня діелектрика у вигляді циліндра

Так як на межі розділу діелектриків немає вільних зарядів, то, відповідно до теореми Гаусса, потік вектора електричної індукції через дану поверхню

$$\oint_S \mathbf{D}d\mathbf{S} = \mathbf{0}\,. \tag{5.1}$$

Виділяючи потоки через основи і бічну поверхню циліндра

$$\oint_S \mathbf{D}d\mathbf{S} = D_{2n}S - D_{1n}S + \langle D_\tau \rangle S_{біч} = 0\,, \tag{5.2}$$

де $\langle D_\tau \rangle$ – значення D_τ дотичній складової усереднене по бічній поверхні $S_{біч}$.

Переходячи до ліміту $h \to 0$ (при цьому $S_{біч}$ також прагне до

нуля), отримуємо $D_{2n}S - D_{1n}S = 0$, або остаточно для нормальних складових вектора електричної індукції

$$D_{2n}S = D_{1n}S\,. \tag{5.3}$$

Для нормальних складових вектора напруженості поля отримаємо

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\,. \tag{5.4}$$

Отже, при переході через кордон розділу діелектричних середовищ нормальна складова вектора $\mathbf{E}(E_n)$ зазнає розриву, а нормальна складова вектора $\mathbf{D}(D_n)$ безперервна.

Граничні умови для дотичних складових векторів **E** *і* **D** слідують із співвідношення, що описує циркуляцію вектора напруженості електричного поля. Побудуємо поблизу кордону розділу прямокутний замкнутий контур довжини *l* і висотою *h* (рис. 5.2).

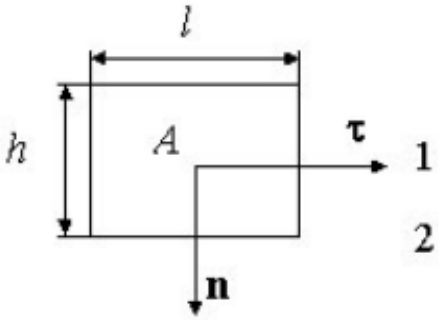

Рисунок 5.2 – Прямокутний замкнутий контур

Враховуючи, що для електростатичного поля

$$\oint_l \mathbf{E}d\mathbf{l} = 0\,, \tag{5.5}$$

і обходячи контур за годинниковою стрілкою, уявімо циркуляцію вектора **E** в наступному вигляді:

$$\oint_l \mathbf{E}d\mathbf{l} = E_{1\tau}l - E_{2\tau}l + \langle E_n \rangle h = 0\,, \qquad (5.6)$$

де $\langle E_n \rangle$ – середнє значення E_n на бічних сторонах прямокутника.

Переходячи до ліміту при $h \to 0$, отримаємо для дотичних складових $\mathbf{E}$

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}\,. \qquad (5.7)$$

Для дотичних складових вектора електричної індукції гранична умова має вигляд

$$\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\,. \qquad (5.8)$$

Отже, при переході через кордон розділу діелектричних середовищ дотична складова вектора $\mathbf{E}(E_\tau)$ *неперервна*, а дотична складова вектора $\mathbf{D}(D_\tau)$ зазнає розриву.

Переломлення ліній електричного поля. З граничних умов для відповідних складових векторів $\mathbf{E}$ і $\mathbf{D}$ випливає, що при переході через кордон розділу двох діелектричних середовищ лінії цих векторів переломлюються (рис. 5.3). Розкладемо вектори $\mathbf{E_1}$ і $\mathbf{E_2}$ біля кордону розділу на нормальні і тангенціальні складові і визначимо зв'язок між кутами α_1 і α_2 за умови $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$. Легко бачити, що як для напруженості поля, так і для індукції справедливий один і той же закон заломлення ліній напруженості та ліній зсуву

$$\frac{tg\alpha_2}{tg\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\,. \qquad (5.9)$$

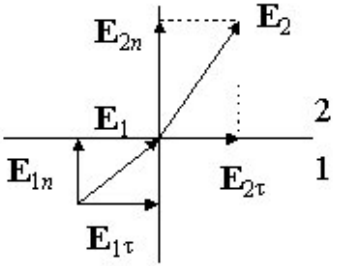

Рисунок 5.3 − Переломлення ліній електричного поля

При переході в середовище з меншим значенням α кут, утворений лініями напруженості (зсуву) з нормаллю, зменшується, отже, лінії розташовуються рідше. При переході в середовище з більшим значенням α − лінії векторів **E** і **D**, навпаки, згущуються і віддаляються від нормалі.

5.2 Приклад розв'язування задач

Простір між обкладками плоского конденсатора заповнено послідовно двома діелектричними шарами 1 і 2 з товщинами d_1, d_2 і проницаемостями $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, відповідно. До конденсатора прикладена і підтримується незмінною різницю потенціалів $\Delta\varphi$. Визначте: а) напруженість електричного поля в кожному шарі; б) різниця потенціалів на кожному шарі; в) густину σ' зв'язаних зарядів на межі розділу діелектричних шарів.

Розв’язок

а) Зауважимо, що тут напруженість електричного поля перпендикулярна до поверхонь плоских діелектричних шарів, тому $E_1 d_1 + E_2 d_2 = \Delta\varphi$. З умови для нормальних складових вектора напруженості поля отримаємо $\varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2$, звідки $E_2 = E_1 \dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$. Тоді маємо

$$\Delta\varphi = E_1\left(d_1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}d_2\right) \text{ або } \quad E_1 = \frac{\Delta\varphi}{d_1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}d_2}; \quad E_2 = \frac{\Delta\varphi\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}{d_1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}d_2}.$$

б) $\Delta\varphi_1 = E_1 d_1$, $\Delta\varphi_2 = E_2 d_2$.

в) Густині зв'язаних зарядів на поверхнях зіткнення пластин

$$\sigma_1' = \frac{(\varepsilon_1 - 1)\varepsilon_0\Delta\varphi}{d_1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}d_2}; \qquad \sigma_2' = \frac{-(\varepsilon_1 - 1)\varepsilon_0\Delta\varphi}{d_1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}d_2},$$ тому

$$\sigma' = \sigma_1' + \sigma_2' = \frac{\varepsilon_0\Delta\varphi(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}$$

5.3 Завдання для самостійного розв'язування

1. З якого співвідношення слідують граничні умови для дотичних складових векторів **E** і **D**.

2. З якого співвідношення слідують граничні умови для нормальних складових векторів **E** і **D**.

3. Як залежить кут, утворений лініями напруженості з нормаллю, від співвідношення діелектричних постійних середовищ.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Поплавко Ю. М. Фізика діелектриків : підручник за заг. ред. акад. НАН України Ю. І. Якименка. Київ : НТУУ «КПІ», 2015. 572 с.

2. Агарков К.В., Бочкова Т.М., Волнянский М.Д., Трубіцин М.П., Коптєв М.М. Монокристали активних діелектриків. Досвід вирощування : монографія. Дніпро : ТОВ «Акцент ПП». 2020, 132 с.

3. Bochkova T., Bondar D., Trubitsyn M., Volnianskii M. Optical and Electrical Phenomena Caused by the Lattice Defects in PbMoO4 Crystal // Nanooptics and Photonics, Nanochemistry and Nanobiotechnology, and Their Applications, 2021, Vol. 264. P. 11–29.

4. Osetsky A.Yu., Panchenko T.V., Volnianskii M.D., Trubitsyn M.P. Optical absorption of LiNaGe4O9:Mn crystal // Journal of Physics and Electronics. 2021. Vol. 29(1). P. 69–72.

5. Поплавко Ю. М. Електрофізика твердих тіл : навчальний посібник. Київ.: Інтернет-видавництво Національного технічного університету України, 2012. 756 с.

6. Прокопів В. В. Матеріали електронної техніки. Івано–Франківськ : Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, 2009. 288 с.

7. Панченко Т. В., Трубіцин М.П., Бочкова Т.М., Крузіна Т.В. Функціональні та інтелектуальні матеріали. Дніпропетровськ : ДНУ, 2014, 85 с.

8. Mukhachev A., Yelatontsev D, Kharytonova O. and H. Snizhnoi. Functional materials based on high–purity zirconium compounds for applications in alternative energy // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2024. Vol. 1348. 012024.

9. Лагута В. В., Трубіцин М. П. Радіоспектроскопія невпорядкованих сегнетоелектричних кристалів : монографія. Дніпро : Вид–во «Ліра». 2021. 152 с.

ДОДАТОК А
ТЕСТИ ДЛЯ КОНТРОЛЮ

1. Для слабих полів електричний момент m, який отримує атом, пов'язаний з напруженістю зовнішнього електричного поля E через коефіцієнт

а) Гука k ($\vec{m} = k\vec{E}$);

б) поляризовності α ($\vec{m} = \alpha \cdot \vec{E}$);

в) заряд q;

г) п'єзомодуля d ($\vec{m} = d \cdot \vec{E}$).

2. Вектор поляризації $\vec{P}$ можна представити у вигляді:

а) $\vec{P} = \frac{\vec{M}}{V}$, де $\vec{M}$ – електричний момент тіла, V – об'єм тіла;

б) $\vec{P} = d \cdot V$, де d – матриця п'єзомодуля, V – об'єм тіла;

в) $\vec{P} = \alpha \cdot \sin\beta$, де α – коефіцієнт поляризовності; β – кут між зовнішнім і внутрішнім електричними полями;

г) $\vec{P} = \varepsilon \cdot E$, де ε – діелектрична проникність; E – напруженість поля.

3. Орієнтаційна поляризація виникає

а) внаслідок коливань позитивних іонів

б) внаслідок орієнтації диполів

в) внаслідок орієнтації іонів

г) внаслідок орієнтації електродів

4. Оцінити поляризовність для електронної поляризації пружного зсуву для атома водню, якщо $r_0 = 10^{-8}$ см:

а) 10^{-30} см; б) 10^{-30} м;

в) 10^{-16} м; г) 10^{-24} см.

5. Поляризовність α пружної поляризації іонного зсуву описується виразом

а) $\alpha \approx V$; б) $\alpha \approx 1/V$;

в) $\alpha \approx V^3$; г) $\alpha \approx q^3$,

де V – об'єм молекули.

6. Поляризовність орієнтаційної поляризації описується рівнянням:

а) $\alpha_d = \frac{m_0^2}{|U_0|} \cdot \sin^2 \Theta$; б) $\alpha_d = \frac{m_0^2}{|U_0| \cdot \sin \Theta}$;

в) $\alpha_d = \frac{m_0^2}{|U_0|} \cdot \mathrm{tg}\Theta$; г) $\alpha_d = \frac{m_0^2}{|U_0|} \cdot \cos^2 \Theta$,

де m_0 – власний момент молекули;

U_0 – енергія молекули;

Θ – кут між внутрішнім і зовнішнім полями.

7. Поляризовність α_{dm} теплової дипольної поляризації (випадок слабого поля E) описується виразом:

а) $\alpha_{dm} = \frac{m_0^2}{3k_B T} E$; б) $\alpha_{dm} = \frac{2m_0^2}{3k_B T}$;

в) $\alpha_{dm} = m_0 P E$; г) $\alpha_{dm} = m_0 P / E$,

де m_0 – власний електричний момент;

k_B – стала Больцмана;

T – температура;

P – поляризація;

E – напруженість зовнішнього електричного поля.

8. Поляризовність α_{im} теплової іонної поляризації описується виразом:

а) $\alpha_{im} = \frac{q^2 \delta^2}{12 k_B T}$; б) $\alpha_{im} = 12 k_B T$;

в) $\alpha_{im} = \dfrac{12k_B T}{q\delta}$; г) $\alpha_{im} = \dfrac{q^2}{12k_B T}$,

де q – заряд іона;

k_B – стала Больцмана;

T – температурура; δ – відстань «перескоку».

9. Рівняння Клаузіуса–Мосотті має вигляд:

а) $\dfrac{\varepsilon - 1}{\varepsilon - 2} = \dfrac{4}{3}\dfrac{n}{\pi\alpha}$; б) $\dfrac{\varepsilon - 1}{\varepsilon - 2} = \dfrac{4}{3}\pi n\alpha$;

в) $\dfrac{\varepsilon - 1}{\varepsilon - 2} = \dfrac{4}{3}\pi n\alpha^2$; г) $\dfrac{\varepsilon - 1}{\varepsilon - 2} = \dfrac{4}{3}\pi P\alpha^2$,

де ε – діелектрична проникність;

n – число частинок (концентрація);

α – поляризовність.

10. Рівняння Клаузіуса–Мосотті для діелектрика з поляризацією пружного електронного зсуву має вигляд:

а) $\dfrac{\nu - 1}{\nu^2 + 2} = \dfrac{4}{3}\pi n\alpha_e$; б) $\dfrac{\nu - 1}{\nu^2 + 2} \cdot \varepsilon = \dfrac{4}{3}\pi n\alpha_e$;

в) $\dfrac{\nu - 1}{\nu^2 + 2} \cdot \dfrac{\varepsilon - 1}{\varepsilon - 2} = \dfrac{4}{3}\pi n\alpha_e$; г) $\dfrac{\nu - 1}{\nu^2 + 2} = \dfrac{4}{3}\pi nP\alpha_e$,

де ν – показник оптичного заломлення середовища;

α_e – поляризовність;

n – число частинок (концентрація).

ДОДАТОК Б
ПИТАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

1. Структура енергетичних зон (метал, н/провідник, діелектрик). Мікро– і макроскопічні параметри. Вектор поляризації. Діелектрична сприйнятливість. Поляризація. Вектор електричної індукції. Діелектрична проникність.

2. Механізми електропровідності діелектриків. Електронна поляризація пружного зсуву. Пружна поляризація іонного зсуву. Пружна дипольна поляризація. Теплова дипольна поляризація. Теплова іонна поляризація. Електронна теплова поляризація.

3. Статична динамічна модель поляризації. Динамічна модель пружних видів поляризації. Динамічні властивості теплових видів поляризації. Діюче поле. Рівняння Клаузіуса–Мосоті. Метод Лорентца. Молекулярна поляризація.

4. Поляризація газоподібних діелектриків (неполярні гази). Вплив температури на ε. Поляризація газоподібних діелектриків (полярні гази). Вплив температури на ε. Поляризація газоподібних діелектриків (неполярні гази). Вплив тиску на ε.

5. Поляризація газоподібних діелектриків (полярні гази). Вплив тиску на ε. Поляризація рідких діелектриків (неполярні, слабополярні). Вплив температури на ε. Поляризація рідких діелектриків (сильнополярні). Вплив температури на ε.

6. Теорія Онзагера. Теорія Кірквуда. Поляризація твердих діелектриків.

7. Молекулярні кристали. Поляризація твердих діелектриків. Іонні кристали.

8. Динамічна модель кристалів (іонних). Одномірний атомний кристал. Зони Бриллюена. Акустична мода. Динамічна модель кристалів (іонних). Двовимірний атомний кристал. Зони Бриллюена. Акустична й оптична моди.

9. Кристали з великий ε. Модель м'якого іона. Діелектричні втрати. Тангенс кута діелектричних втрат. Діелектрична проникність і втрати неоднорідних діелектриків.

10. Приклади розрахунків параметрів неоднорідних діелектриків (два паралельних шари, розподілені паралельні шари). Приклади роз-

рахунків параметрів неоднорідних діелектриків (два послідовних шари, розподілені послідовні шари). Приклади розрахунків параметрів неоднорідних діелектриків (Складний розподіл неоднорідностей).

11. Методи дослідження поляризаційного стану. Струми термостимульованої поляризації, деполяризації, провідності. Методи дослідження поляризаційного стану. Основні параметри: енергія активації, частотний фактор, кінетика захоплення й ін.

12. Дисперсія діелектричної проникності. Діелектричні спектри. Дисперсія діелектричної проникності. Розмитий релаксаційний спектр і розподіл релаксаторів по частотах. Діаграми Коул–Коула. Дисперсія діелектричної проникності. Розмитий резонансний спектр і розподіл осциляторів по частотах

13. Нормальний розподіл релаксаторів і дисперсійних осциляторів. Інжекція носіїв заряду в діелектрик і струми, обмежені просторовим зарядом (СОПЗ).

14. П’езоефект. Піроэфект. Залишкова поляризація. Електретний стан. Електретний мікрофон. Способи готування електретів. Спонтанна поляризація.

15. Сегнетоелектрик. Фазові переходи першого й другого роду. Сегнетоелектричні й антісегнетоелектричні фазові переходи. Термодинамічна теорія сегнетоелектрика. Сегнетоеластичні фазові переходи. Магнітні фазові переходи в діелектриках. Фазові переходи в рідких діелектриках.