

УДК 519

Кружнова С.Ю.¹, Фурсина А.Д.²

¹ старш. преп. ЗНТУ

² канд. техн. наук, доцент ЗНТУ

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НЕЛИНЕЙНОЙ МЕХАНИКИ МЕТОДОМ НЬЮТОНА-КАНТОРОВИЧА

Для исследования дифференциальных уравнений с большой нелинейностью существует немного методов, и одним из них является метод Ньютона. Но метод Ньютона не получил распространения в нелинейной механике. Однако, Л.В. Канторовичем [1] этот метод был развит для общих функциональных уравнений.

Также Л.В. Канторович доказал ряд теорем, устанавливающих область существования решения на основе принципа мажорант.

Согласно модифицированному методу Ньютона – Канторовича, решение уравнения $P(x) = 0$ определяется итерационным процессом $x_{n+1} = x_n - \Pi_{x_0} P(x_n)$, где Π_{x_0} - оператор, обратный производной $P'(x)$.

При решении линейного уравнения, служащего для определения итерационных поправок обычно возникают затруднения.

Если рассматривать стационарный периодический процесс и в нулевом приближении метода положить тригонометрическую функцию, то уравнение для итерационных поправок получается линейным с периодическими коэффициентами. Оно может быть сведено к уравнениям Матье или Хилла.

Тогда итерационную поправку можно определить в функциях Матье дробного индекса, или приближенно методом итераций Пикара.

Также предлагается методика исследования на периодичность.

$$\text{Для уравнения } P(x) = x'' + k^2 x + \mu f(x, \dot{x}, t) = 0, \quad (1)$$

где $P(x)$ - оператор, переводящий одно K – пространство в другое, ставится задача определения периодических решений при начальных условиях

$$x(0) = \varphi_1, \quad \dot{x}(0) = \varphi_2 \quad (2)$$

И, поскольку, определяем решение периодическое, накладываются граничные условия

$$x(0) = x(T), \quad \dot{x}(0) = \dot{x}(T) \quad (3)$$

Ставится задача отбора начальных условий, соответствующих периодическим решениям, предполагая условия (2) неопределенными. Эта задача эквивалентна установлению такого соотношения между параметрами решения a, ψ, ω , которое отвечает периодическим итерационным поправкам, что близко к задаче на собственные значения.

Решение такой задачи приводит к приближенным условиям периодичности

$$\int_0^{2\pi} y \cdot ce_\nu(u, q) du = 0, \quad \int_0^{2\pi} y \cdot se_\nu(u, q) du = 0,$$

где $y = P(x_n)$ - значения оператора $P(x)$ в соответствующих точках решения, ν, q - функции параметров a, ω и μ .

Метод также можно связать с исследованием на устойчивость. Метод применим и к уравнению с квадратичной нелинейностью. Для уравнения Дуффинга получено мажорантное уравнение, дающее возможность исследовать область существования решения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ, 4-е изд. испр. – СПб.: Невский Диалект, БХВ – Петербург, 2004. – 816 с.

2. Канторович Л.В. Избранные труды. Математико-экономические работы – Новосибирск.: Наука, 2011. – 760 с.

3. Колмогоров А.Н., Фомин С.П. Элементы теории функций и функционального анализа – М.: Наука, 1972. – 496 с.

4. Ортега Дж., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными – М.: Наука, 1975. – 558 с.