

УДК 631.316.022

Шаніна З.М.¹, Засовенко А.В.²

¹ канд. техн. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

² канд. техн. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС РУХУ ҐРУНТУ ПО ЛОВОВІЙ ПОВЕРХНІ ЗУБЧАТОГО РОБОЧОГО ОРґАНУ

Висока якість обробки ґрунту досягається внаслідок складної конфігурації поверхні зубчастого робочого органу, лобова поверхня якого виконана по логарифмічній спіралі виду $r_i = r_0 e^{\alpha \theta}$. Для визначення швидкості руху частинок ґрунту по лобовій поверхні скористаємося схемою (рис.1).

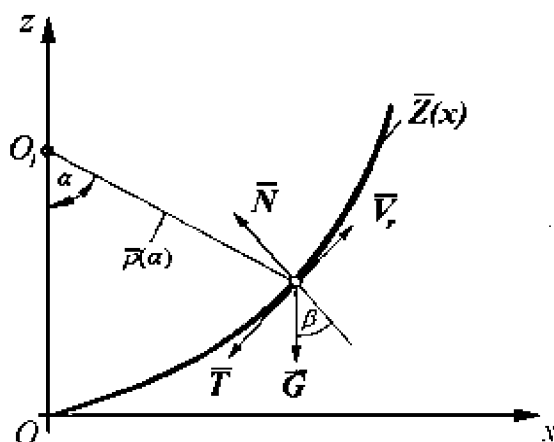


Рисунок 1 – Схема руху частинок ґрунту.

Рух елементів пласта ґрунту по лобовій поверхні можна вважати за рух матеріальних точок по шорсткій поверхні. Для визначення швидкості відносного руху ґрунту складаємо рівняння рівноваги у природній системі координат, застосувавши принцип Д'Аламбера.

$$m \frac{dV_r}{dt} = -T - G \sin(\alpha - \beta);$$

$$N = G \cos(\alpha - \beta) + \frac{mV_r^2}{\rho(\alpha)},$$

де $T = fN$ – сила тертя, N – гранична сила нормального тиску на поверхню, $\rho(\alpha)$ – радіус кривизни поверхні в довільний момент часу, коли частка ґрунту займає положення на логарифмічній спіралі в точці відповідної куту α .

Відносна швидкість руху пласта визначиться із рівняння

$$m \frac{dV_r}{dt} = - \left[mg \cos(\alpha - \beta) + \frac{mV_r^2}{\rho(\alpha)} \right] f - mg \sin(\alpha - \beta);$$

Якщо ввести заміну $dt = \frac{\rho(\alpha)d\alpha}{V_r}$ та позначити $V_r^2 = y$, тоді дане рівняння набуде вигляду

$$\frac{dy}{d\alpha} + 2yf = 2g\rho(\alpha)[f \cos(\alpha - \beta) + \sin(\alpha - \beta)].$$

Праву частину рівняння позначимо як $\Phi(\alpha)$ і отримаємо рівняння $\frac{dy}{d\alpha} + 2yf = \Phi(\alpha)$, яке є лінійним неоднорідним. Розв'язуємо його методом варіації довільної сталої.

$$y = Ce^{-2f\alpha}, \quad C = C(\alpha).$$

$$C = 2g \int \rho(\alpha) e^{2f\alpha} [f \cos(\alpha - \beta) + \sin(\alpha - \beta)] d\alpha,$$

де $\rho(\alpha) = ae^{k\alpha}$ – логарифмічна спіраль, $k = tg\varphi$ – кут внутрішнього тертя $\varphi = 45^\circ$.

Враховуючи початкові умови $C(0) = V_M^2$ (V_M – швидкість руху машини) після перетворення остаточно отримаємо

$$V_r = e^{-f\alpha} \sqrt{V_M^2 + A \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \left[B \cos\left(\beta - \frac{\alpha}{2}\right) + D \sin\left(\beta - \frac{\alpha}{2}\right) \right]},$$

$$A = 4ga \frac{fe^{k+2f}}{(k+2f)^2 + 1}; \quad B = \frac{k}{f} + 3; \quad D = (k + 2f - 1).$$

Отримана формула дозволяє провести аналіз залежності швидкості ковзання ґрунту по лобовій поверхні зубчастого робочого органу в різних його точках від швидкості руху машини та кута, який визначає траєкторію руху пласта ґрунту по логарифмічній спіралі.