

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний університет "Запорізька політехніка"

Факультет інформаційної безпеки та електронних комунікацій  
(повне найменування факультету)

Кафедра радіотехніки та телекомунікацій  
(повне найменування кафедри)

## Пояснювальна записка

до дипломного проєкту (роботи)  
магістра  
\_\_\_\_\_

(ступінь вищої освіти)

на тему МОДЕЛЬ РАДІОКАНАЛУ З РОЗШИРЕННЯМ СПЕКТРУ

Виконав(ла): студент(ка) 2м курсу, групи БК-912м

Спеціальності \_\_\_\_\_

172 «Телекомунікації та радіотехніка»

(код і найменування спеціальності)

Освітня програма (спеціалізація) \_\_\_\_\_

«Інформаційні мережі зв'язку»

ПОГОРІЛИЙ Станіслав Миколайович

(ПРИЗВИЩЕ та ініціали)

Керівник ЧОРНОБОРОДОВ М.П.

(ПРИЗВИЩЕ та ініціали)

Рецензент \_\_\_\_\_

(ПРИЗВИЩЕ та ініціали)

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
**Національний університет "Запорізька політехніка"**  
 (повне найменування закладу вищої освіти)

Інститут, факультет Інститут інформатики та радіоелектроніки, ФІБЕК  
 Кафедра Радіотехніки та телекомунікацій  
 Ступінь вищої освіти магістр  
 Спеціальність 172 "Телекомунікації та радіотехніка"  
 (код і найменування)  
 Освітня програма (спеціалізація) Інформаційні мережі зв'язку  
 (назва освітньої програми (спеціалізації))

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

**Завідувач кафедри**

РТТ

К.Т.Н., доц. САМОЙЛИК С. С.

"        " грудня 20 23 року

**З А В Д А Н Н Я**  
**НА ДИПЛОМНИЙ ПРОЕКТ (РОБОТУ) СТУДЕНТА(КИ)**

ПОГОРІЛОГО Станіслава Миколайовича

(ПРИЗВИЩЕ, ім'я, по батькові)

1. Тема проекту (роботи) "Модель радіоканалу з розширенням спектру"

керівник проекту (роботи) ЧОРНОБОРОДОВ Михайло Петрович, к. т. н., доц.  
 (ПРИЗВИЩЕ, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом закладу вищої освіти від " 14 " 11 2023 року № 443

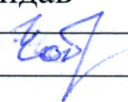
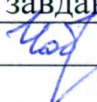

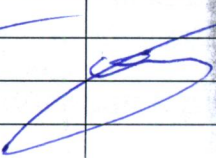
2. Строк подання студентом проекту (роботи) 10.12.2023 р.

3. Вихідні дані до проекту (роботи) Розробити модель радіоканалу і дослідити завадостійкість систем зв'язку з розширенням спектра.

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити) Розробити модель радіоканалу і дослідити завадостійкість систем зв'язку з розширенням спектра шляхом обчислення залежностей ймовірності помилки  $P_b$  від усередненого відношення сигнал/завада за наявності та відсутності релеївських завмирань.

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень): презентація Microsoft Office PowerPoint.

6. Консультанти розділів проекту (роботи)

Розділ	ПРИЗВИЩЕ, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	прийняв виконане завдання
1-3	ЧОРНОБОРОДОВ М.П., доцент		
Нормоконтроль	МОРОЗ Г.В., ст. викладач		

7. Дата видачі завдання " 3 " вересня 20 23 року.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

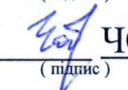
№ з/п	Назва етапів дипломного проекту (роботи)	Строк виконання етапів проекту (роботи)	Примітка
1	Методи розширення спектра сигналу	05.09-15.09	
2	Псевдовипадкові послідовності й їх властивості	15.09-01.10	
3	Завдостійкість систем зв'язку з розширенням спектра	01.10-30.11	

Студент(ка)

  
(підпис)

ПОГОРЛИЙ С. М.  
(ПРИЗВИЩЕ та ініціали)

Керівник дипломної роботи

  
(підпис)

ЧОРНОБОРОДОВ М.П.  
(ПРИЗВИЩЕ та ініціали)

## РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка до магістерської роботи: 85 стр., 12 рис., 3 табл., 19 джерел.

СПЕКТР, СИГНАЛ, РОБОЧА ЧАСТОТА, ПСЕВДОВИПАДКОВА ПОСЛІДОВНОСТЬ, ЛІНІЙНА ПОСЛІДОВНОСТЬ, ЗАВАДА.

Об'єкт дослідження – каналу зв'язку з використанням методів модуляції з розширенням спектру.

Мета роботи – дослідження завадостійкості каналів з розширенням спектру.

Метод дослідження – теоретично-розрахунковий з використанням ЕОМ.

Розраховано залежності імовірності помилки від відношення сигнал/шум у різних умовах.

За виконання магістерської роботи застосовувались сучасні методи проектування. Проектування здійснювалось на фаховому програмному забезпеченні й сучасній обчислювальній техніці.

## ЗМІСТ

	С.
Скорочення та умовні позначки .....	6
Вступ.....	7
1 Методи розширення спектра сигналу .....	9
1.1 Основні характеристики модульованих сигналів.....	9
1.2 Пряме розширення спектра.....	12
1.3 Програмне перелаштовування робочої частоти .....	18
1.4 Передача сигналів на декількох носійних частотах .....	27
2 Псевдовипадкові послідовності й їх властивості .....	32
2.1 Різновиди псевдовипадкових послідовностей .....	32
2.2 Лінійні послідовності максимальної довжини.....	35
2.3 Послідовності Голда .....	47
2.4 Послідовності Касамі.....	49
2.5 Послідовності, двоїсті кодам Боуза-Чоудхурі-Хоквінгема .....	51
3 Завадостійкість систем зв'язку з розширенням спектра.....	53
3.1 Основні види завад.....	53
3.2 Системи зв'язку із прямим розширенням спектра.....	57
3.3 Системи із програмним перелаштовуванням робочої частоти .....	68
3.4 Системи із прямим розширенням спектра й передачею сигналів на декількох носійних.....	72
Висновки .....	83
Перелік джерел посилань .....	84

## СКОРОЧЕННЯ ТА УМОВНІ ПОЗНАКИ

ГПВП	– генератор псевдовипадкової послідовності
ККД	– коефіцієнт корисної дії
ЛЧМ	– лінійно частотно-модульований
ПВП	– псевдовипадкова послідовність
ППРЧ	– програмне перелаштовування робочої частоти
ПРС	– пряме розширення спектра
ПЧІМ	– псевдовипадкова часово-імпульсна модуляція
СЗРС	– система зв'язку з розширеним спектром
СПРС-НЧ	– система із прямим розширенням спектра й передачею на декількох носійних частотах

## ВСТУП

Методи модуляції з розширенням спектра сигналів спочатку знайшли застосування у військових і спеціальних системах зв'язку, що мають властивості низької ймовірності перехоплення й підвищеної завадозахищеності. Ці методи лежать в основі так званої технології розширення спектра сигналів, яка широко використовується і в комерційних системах зв'язку.

Технологія розширення спектра сигналів полягає в навмисному збільшенні в передавачі смуги частот, яку займає сигналом-носієм повідомлень, що суттєво перевищує ту, яка необхідна для передавання з необхідними швидкістю й рівнем спотворень, і зворотному її зменшенні до інформаційної смуги частот у приймачі системи зв'язку.

Внаслідок виконання операції розширення спектра відбувається зменшення рівня спектральної щільності переданого сигналу, що ускладнює виявлення факту роботи системи зв'язку й перехоплення переданих повідомлень.

Завдяки низькому рівню спектральної щільності випромінених сигналів з розширеним спектром, системи зв'язку можуть використовувати зайняті ділянки радіочастотних діапазонів, не створюючи істотних завад іншим системам зв'язку й службам.

Відомо кілька методів модуляції з розширенням спектра сигналу, які можна класифікувати відповідно до того, за яким із чотирьох основних параметрів радіосигналу (амплітуда, фаза, частота й початкова фаза як затримка) здійснюється модуляція сигналами, що розширюють спектр.

Оскільки для забезпечення високого коефіцієнта корисної дії (ККД) вихідних каскадів передавача, амплітуду бажано зберігати сталою, то найбільшого поширення отримали методи розширення спектра сигналів, що

ґрунтуються на зміні їх фази, частоти й часового положення (затримки) відповідно до деякого закону. Серед цих методів можна виділити наступні базові методи:

– безпосередня модуляція носійної частоти псевдовипадковою послідовністю (ПВП) або псевдовипадкова частотна чи фазова модуляція, внаслідок чого формується так званий сигнал із прямим розширенням спектра (DSSS);

– програмне перелаштовування робочої частоти (ППРЧ), що призводить до формування сигналу зі стрибкоподібною зміною носійної частоти (FHSS);

– програмне перелаштовування часового положення імпульсних сигналів або псевдовипадкова часово-імпульсна модуляція (ПЧІМ), внаслідок чого утворюються імпульсні сигнали зі стрибкоподібною зміною часового положення (THSS);

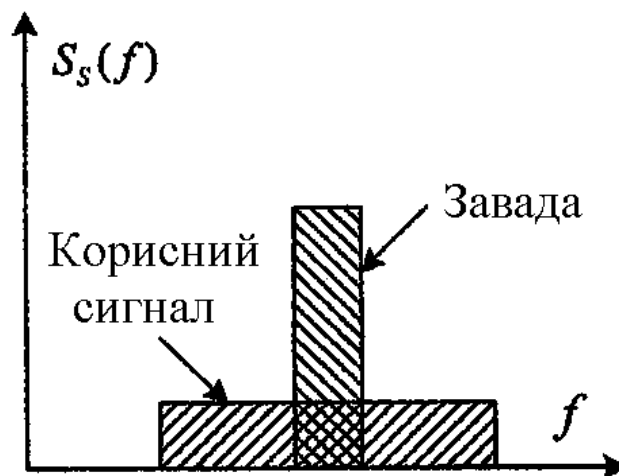
– частотна модуляція за лінійним законом (ЛЧМ), за якої миттєва частота радіосигналу протягом інтервалу часу, рівного тривалості сигналу  $T_s$ , або зростає, або спадає, внаслідок чого формуються ЛЧМ-сигнали з різними законами зміни частоти.

## 1 МЕТОДИ РОЗШИРЕННЯ СПЕКТРА СИГНАЛУ

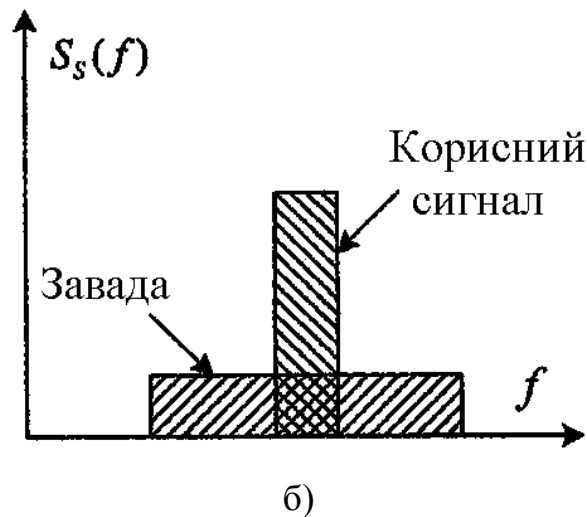
### 1.1 Основні характеристики модульованих сигналів

За зворотної операції до стискання спектра здійснюється відновлення первісного спектра сигналу-носія повідомлень і розширення спектра сигналів завад як природного, так й штучного походжень. А оскільки до інформаційної смуги потрапляє лише частина енергії сигналів, "розмита" у широкій смузі частот, то в результаті забезпечується збільшення відношення потужностей сигналу й завади (відношення сигнал/завада), обумовлене співвідношенням смуг до й після стискання спектра сигналу.

Процес ослаблення завади за обробки сигналів з розширеним спектром умовно наведено на рисунку 1.1.



а)



а – на вході приймача; б – після узгодженої фільтрації

Рисунок 1.1 – Процес ослаблення завади за обробки сигналів з розширеним спектром на вході приймача та після узгодженої фільтрації

Розглянемо систему зв'язку, у якому здійснюється передавання дискретних повідомлень зі швидкістю  $R_b$  біт/с. Після модулювання з розширенням спектра, смуга переданого сигналу збільшується до  $W_{PC}$  Гц, за чого  $W_{PC} \gg R_b$ . Величину  $W_{PC}$  називають шириною смуги сигналу з розширеним спектром. Припустимо, що в каналі зв'язку крім звичайного теплового шуму з однобічною спектральною щільністю  $N_0$  [Вт/Гц] діє завада з потужністю  $P_J$ , яка розподілена в межах смуги  $W_J$ . Після стискання спектра, ширина смуги корисного сигналу знову стає рівною  $R_b$ , а спектральна щільність завади -  $N_J = P_J / W_{PC}$ . За цього, спектральна щільність теплового шуму залишиться незмінною. Відношення енергії сигналу, що приходить на біт повідомлення, до спектральної щільності еквівалентного шуму буде рівним (1.1):

$$\frac{E_b}{N_{0e}} = \frac{E_b}{N_0 + N_J} = \frac{P_S / R_b}{N_0 + P_J / W_{PC}} \quad (1.1)$$

Якщо потужність завади набагато більша за потужність теплового шуму, то  $N_J \gg N_0$ . Тоді вираз (1.1) можна подати в наступному виді:

$$\frac{E_b}{N_{0e}} \approx \frac{E_b}{N_J} = \frac{P_S}{P_J} \cdot \frac{W_{PC}}{R_b}, \quad (1.2)$$

де  $P_S/P_J$  – відношення потужностей корисного сигналу й завади;

$G=W_{PC}/R_b$  – коефіцієнт розширення смуги або виграш за обробки сигналів системи.

Оскільки за оптимальної демодуляції сигналів імовірність помилки залежить лише від значення відношення  $E_b/N_{0e}$ , то максимально припустиме перевищення потужності завади над потужністю сигналу цілком визначається значенням виграшу  $G$  за обробки. Якщо врахувати можливі енергетичні втрати  $L_{сист}$  за втілення системи зв'язку, то максимально припустиме перевищення потужності завади над потужністю сигналу в децибелах визначатиметься так званим коефіцієнтом завадозахищеності (1.3):

$$M_J = G - L_{сист} - \frac{E_b}{N_{0e}}. \quad (1.3)$$

Тут значення всіх величин виражено в дБ.

Наприклад, за  $R_b=5$  кбіт/с,  $W_{PC}=20$  МГц й  $E_b/N_{0e}=20$  й  $L_{сист}=2$ , коефіцієнт завадозахищеності буде рівним:

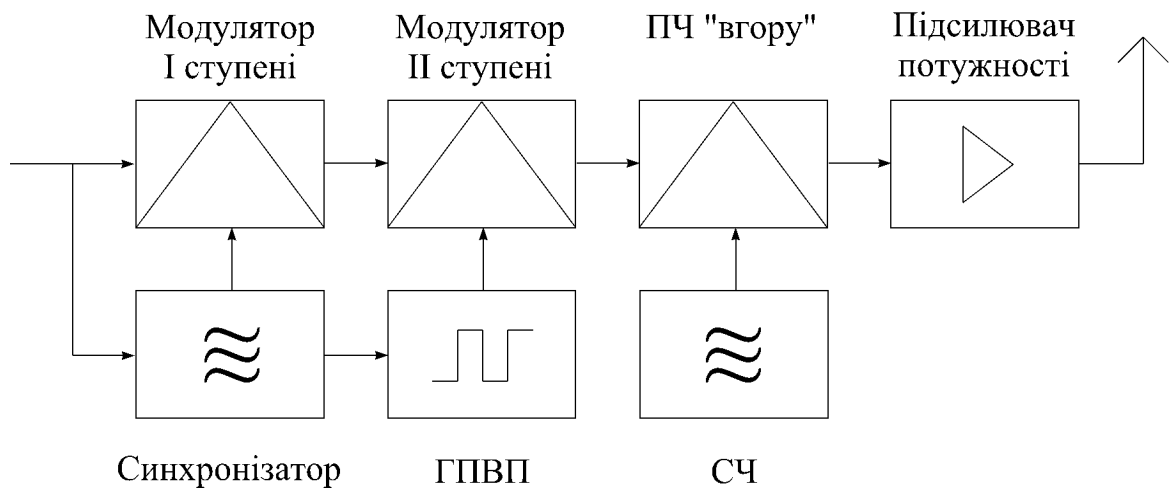
$$M_J=20/5-2-20=-18 \text{ дБ},$$

тобто потужність завади може перевищувати потужність корисного сигналу

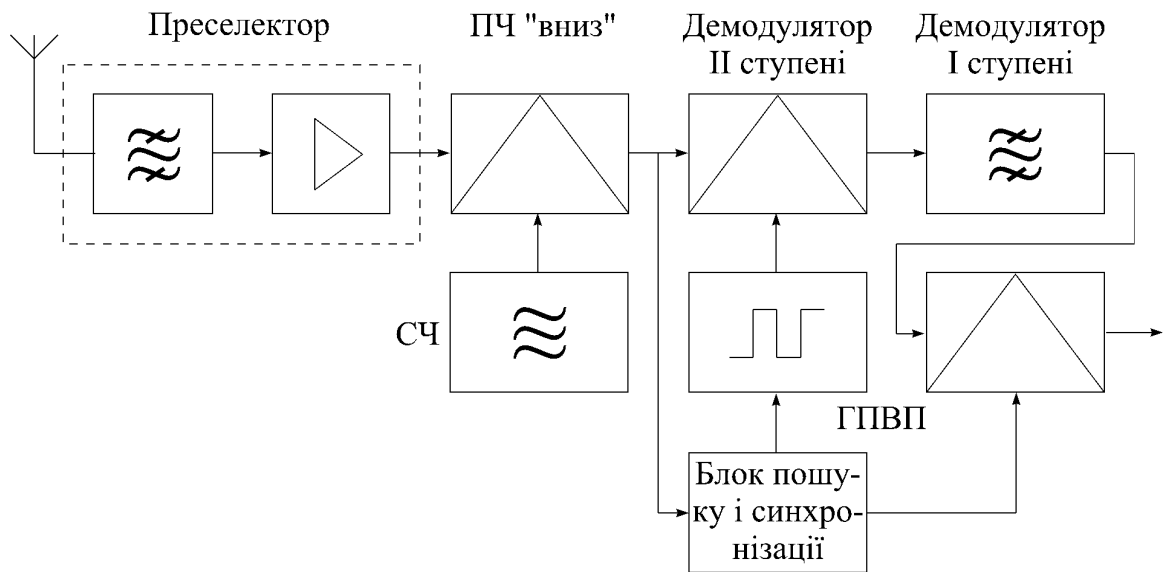
в 100 разів.

## 1.2 Пряме розширення спектра

Узагальнену структурну схему системи зв'язку, що використовує сигнали із прямим розширенням спектра, наведено на рисунку 1.2. Передавальна частина містить джерело дискретних повідомлень, модулятор I ступені, модулятор II ступені, синтезатор частот, перетворювач частоти нагору, підсилювач потужності передавальну антену. Приймальна частина містить приймальну антену, преселектор, малoshумлячий підсилювач, перетворювач частоти вниз, синтезатор частот, демодулятор II ступені, демодулятор I ступені, блок пошуку й синхронізації.



а)



б)

а – передавальна частина; б – приймальна частина;

ПЧ – перетворювач частоти; ГПВП – генератор псевдовипадкових послідовностей; СЧ – синтезатор частот.

Рисунок 1.2 – Структурна схема системи зв'язку, що використовує сигнали з прямим розширенням спектра

У модуляторі I ступені здійснюється модуляція сигналу, як правило, проміжної частоти сигналом переданого дискретного повідомлення  $d(t)$ .

На першому етапі модуляції можуть бути використані всі традиційні й нетрадиційні види модуляції: фазова (ФМ), частотна (ЧМ) у тому числі й спектрально-ефективні: квадратурна, фазова, квадратурна фазова із зсувом, квадратурна фазова з фазовим зсувом  $\pi/4$ , частотна з мінімальним частотним зсувом, частотна з мінімальним частотним зсувом і гаусівською передмодуляційною фільтрацією. Отже, на виході I модулятора формується сигнал:

$$s_1(t) = \operatorname{Re} \left\{ A_1 \exp \left[ j(2\pi f_1 t + \theta(t) + \theta_0) \right] \right\}, \quad (1.4)$$

де  $A_1$  – амплітуда сигналу;

$f_1$  – частота модульованого гармонійного коливання;

$\theta(t)$  – зміни фази, обумовлені наявністю інформаційного повідомлення і залежні від виду застосованої модуляції;

$\theta_0$  – випадкова початкова фаза.

У модуляторі II ступені здійснюється розширення спектра сигналу шляхом балансової модуляції сигналом розширення спектра у вигляді двійкової псевдовипадкової послідовності (ПВП), зформованої генератором ГПВП. На виході модулятора II ступені формується сигнал з розширеним спектром:

$$s_2(t) = \operatorname{Re} \left\{ A_2 U_{\text{ПВП}}(t) \exp \left[ j(2\pi f_1 t + \theta(t) + \theta_0) \right] \right\},$$

$$U_{\text{ПВП}}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n U_{T_c}(t - nT_c), \quad (1.5)$$

де  $U_{T_c}(t)$  – функція, що описує форму одиночного імпульсу сигналу ПВП;

$c_n$  – елементи ПВП, що набувають значень  $\pm 1$ .

Після перенесення на частоту випромінювання  $f_0$  й підсилювання, у радіоканалі випромінюється сигнал

$$s(t) = \operatorname{Re} \left\{ A U_{\text{ПВП}}(t) \exp \left[ j(2\pi f_0 t + \theta(t) + \theta_0) \right] \right\}. \quad (1.6)$$

У приймачі, після попередніх фільтрації й підсилювання у преселекторі, прийнятий сигнал переноситься на проміжну частоту для

наступної обробки. У демодуляторі II ступені здійснюється стискання спектра вхідного сигналу шляхом перемножування з опорною ПВП смуговою фільтрацією. У результаті, на виході смугового фільтра формується сигнал:

$$s_2(t) = \text{Re} \left\{ \overline{KA_2 U_{ПВП}(t-\tau) U_{ПВП}(t-\hat{\tau})} \exp \left[ j(2\pi f_1 t + \theta(t) + \theta_0) \right] \right\}, \quad (1.7)$$

де  $K$  – коефіцієнт передавання приймально-передавального тракту й середовища поширення;

риса згори – символ часового усереднення;

$\tau$  й  $\hat{\tau}$  – відповідно, затримка, що модулює ПВП у крапці приймання, і її оцінка, зформована в блоці пошуку й синхронізації.

За  $\hat{\tau}=0$  модуляція, що розширює спектр сигналу, цілковито усувається й утворюється сигнал:

$$\hat{s}_1(t) = \text{Re} \left\{ KA_2 \exp \left[ j(2\pi f_1 t + \theta(t) + \theta_0) \right] \right\}, \quad (1.8)$$

який надходить на вхід демодулятора I ступені, де здійснюється виділення прийнятого повідомлення  $\hat{d}(t)$ .

Таким чином, необхідною умовою стискання спектра вхідного сигналу є наявність жорсткої часової синхронізації між ПВП на передавальному й приймальному боках. Вона забезпечується блоком пошуку й синхронізації й здійснюється у два етапи: на першому – усувається початкова невизначеність внаслідок виконання процедури пошуку з точністю до тривалості  $T_c$  елемента ПВП, на другому – здійснюється точна синхронізація. За рахунок роботи відстежувальної системи (системи спостереження за затримкою) складові помилки синхронізації зменшуються до значень, що не перевищують

$(0,05..0,1) \cdot T_c$ .

Пошук здійснюється, наприклад, шляхом послідовного часового зсуву на величину  $0,5 \cdot T_c$  опорної ПВП через інтервали часу  $T_c$  й перевірки наявності синхронізації між модуляційною й опорною ПВП за допомоги корелятора й порогового пристрою. Якщо сигнал на виході корелятора перевищує порогове значення, установлене відповідно до обраного критерію виявлення, то пошук припиняється й вмикається система спостереження за затримкою.

Система спостереження за затримкою містить часовий дискримінатор, що згладжує фільтр, перелаштовуваний генератор тактових імпульсів і генератор опорних ПВП. Часовий дискримінатор формує керівну напругу, під впливом якої змінюється затримка тактових імпульсів і опорних ПВП доти, доки керівна напруга не стане рівною або близькою до нуля.

Труднощі синхронізації генератора опорних ПВП із точністю до декількох наносекунд обмежують частоту проходження символів ПВП величинами порядку десятків Мсимв/с. Це означає, що ширина спектра  $W_{PC}$  сигналу за такого методу розширення спектра не може перевищувати декількох десятків МГц.

Визначимо величину виграшу за обробки для сигналу із прямим розширенням спектра, припускаючи, що для передавання символів повідомлення використовується двійкова фазова модуляція, а для розширення спектра – двійкова випадкова послідовність імпульсів прямокутної форми тривалістю  $T_c$  й рівноймовірною появою значень  $+A$  и  $-A$ .

Спектральна щільність такої послідовності визначається наступним виразом:

$$S_S(f) = A^2 T_c \frac{\sin^2(\pi f T_c)}{(\pi f T_c)^2} = \frac{A^2 T_b}{L} \cdot \frac{\sin^2(\pi f T_b / L)}{(\pi f T_b / L)^2}, \quad (1.9)$$

де  $T_b$  – тривалість двійкового символу повідомлення (біта);

$L=T_b/T_c$  – відношення тривалостей двійкових символів переданого повідомлення й послідовності, що використовується для розширення спектра.

Графік спектральної щільності сигналів із прямим розширенням спектра зображено на рисунку 1.3. Там же наведено графік спектральної щільності звичайного сигналу із двійковою фазовою модуляцією.

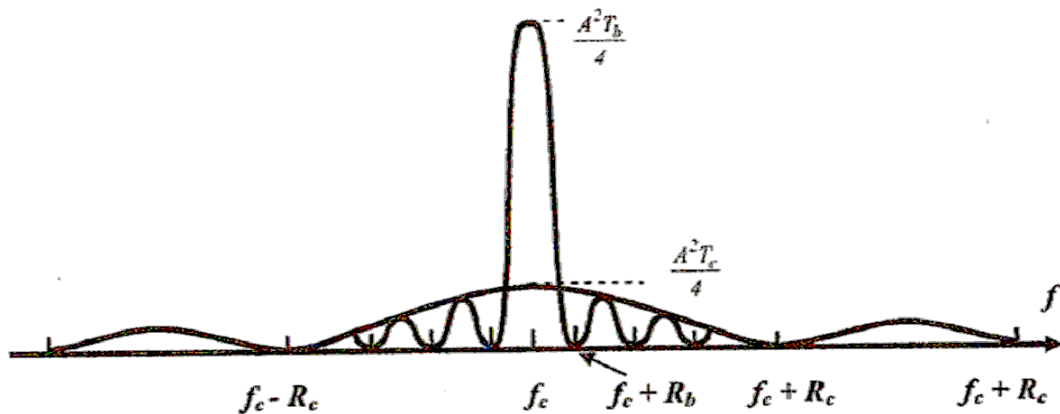


Рисунок 1.3 – Спектральні щільності сигналу із прямим розширенням спектра й звичайного сигналу із двійковою фазовою модуляцією

Якщо ширину смуги частот сигналів визначити за першими нулями спектральної щільності, то вигаш за обробці, який забезпечується сигналом із прямим розширенням спектра, визначатиметься наступним виразом:

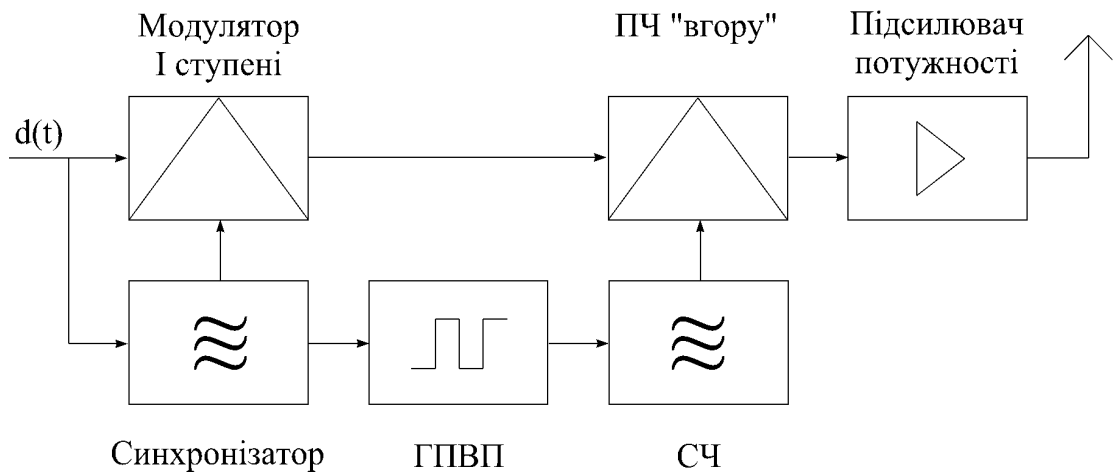
$$G = \frac{W_{PC}}{W_c} = \frac{2T_b}{2T_c} = \frac{R_c}{R_b}, \quad (1.10)$$

де  $R_c$  – частота проходження символів послідовності, яка використовується для розширення спектра.

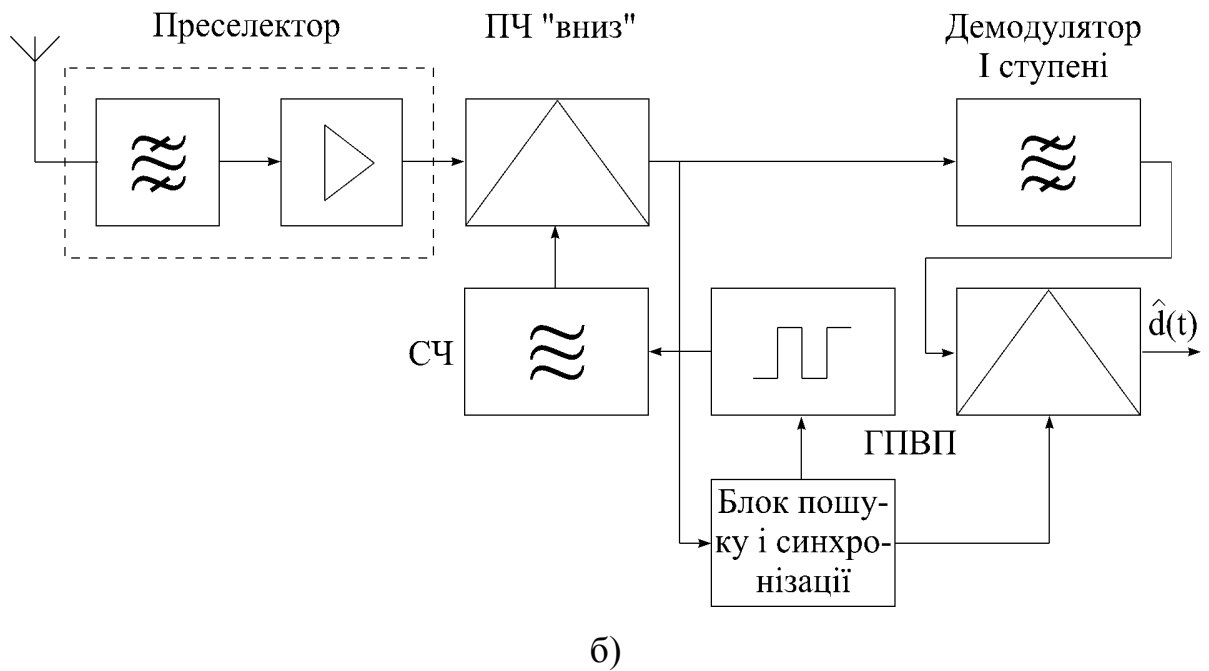
Наприклад, за  $R_c = 48$  Мсимв/с,  $R_b = 4,8$  кбіт/с,  $G = 2104$  або 43 дБ.

### 1.3 Програмне перелаштовування робочої частоти

Узагальнену структурну схему системи зв'язку, що використовує сигнали з програмним перелаштовуванням робочих частот (ППРЧ-сигнали), зображено на рисунку 1.4. В основному, вона містить ті ж самі елементи, що й система, зображена на рисунку 1.1. Відмінність полягає у тому, що цифровий синтезатор частот, що використовується у перетворювачі частот "нагору" й "вниз" є таким, що програмно перелаштовується за псевдовипадковим законом.



а)



а – передавальна частина; б – приймальна частина

Рисунок 1.4 – Структурна схема системи зв'язку, що використовує сигнали із програмним перелаштовуванням робочої частоти

Тут у явному вигляді відсутні модулятор і демодулятор II ступені, а їх функції виконують перетворювачі частот "нагору" і "вниз".

На виході перетворювача частоти "нагору" формується сигнал:

$$s_2(t) = \operatorname{Re}\{A_2 \dot{c}(t) \exp j[2\pi f_0 t + \theta(t)]\}, \quad (1.11)$$

$$\dot{c}_1(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} U_{T_c}(t - nT_c) \exp\{j(2\pi f_n + \theta_n)\}, \quad (1.12)$$

де  $U_{T_c}(t)$  – функція, що описує форму одиночного імпульсу тривалістю  $T_c$ ;

$\{\theta_n\}$  – послідовність випадкових фаз, що виникають за перелаштовування частоти на  $n$ -інтервалі часу тривалістю  $T_c$ ;

$\{f_n\}$  – псевдовипадкова послідовність частотних зсувів;

$\theta(t)$  – зміни фази, обумовлені модуляцією сигналом переданого повідомлення.

Традиційно, програмне перелаштовування робочої частоти використовується в комбінації із двійковою багатопозиційною частотною модуляцією сигналом переданого повідомлення. Перелаштовування частоти здійснюється шляхом безпосереднього керування синтезатором сегментами ПВП, що містять  $k$  символів. У результаті, в діапазоні зміни частоти носійної міститься  $2^k$  різних частот.

За досить широкого діапазону й високої швидкості перелаштовування важко зберегти безперервність фази носійної (фазову когерентність).

Цим пояснюється включення послідовності  $\{\theta_n\}$  до моделі сигналу (1.12).

Якщо розглядати короткочасний спектр сигналу із ППРЧ, наприклад, за усереднення протягом тривалості інтервалу перелаштовування  $T_c$ , то зайнята ширина смуги буде майже такою ж, як і для звичайного сигналу із частотною модуляцією. За тривалого усереднення, спектр і, відповідно, ширина смуги частот сигналу із ППРЧ, визначатимуться діапазоном перелаштовування частот синтезатора, який може сягати декількох ГГц.

Це суттєво перевищує значення, отримані за прямого розширення спектра.

У перетворювачі частоти "вниз" приймача, частота опорного сигналу відрізняється від частоти прийнятого сигналу на значення проміжної частоти  $f_1$ . Тому на виході перетворювача частоти "вниз" отримаємо:

$$\hat{s}_2(t) = \text{Re} \left\{ K A_2 \exp \left[ j \left( 2\pi f_1 t + f_0 (t - \hat{\tau}) - f_0 (t - \tau) - \theta(t) \right) \right] \right\} \quad (1.13)$$

За  $\hat{\tau} = \tau$  зміна частоти за законом ПВП повністю усувається, спектр вхідного сигналу стискається й отримуємо сигнал:

$$\hat{s}_1(t) = \mathop{\text{Re}}\{KA_2 \exp[j(2\pi f_1 t - \theta(t) - \theta_0)]\}, \quad (1.14)$$

який надходить на вхід демодулятора, що здійснює виділення сигналу переданого повідомлення  $\hat{d}(t)$ .

Таким чином, необхідною умовою стискання спектра є збіг за формою сигналів  $\hat{c}_1(t)$  й  $\hat{c}_2(t)$ , що визначають зміну частоти вхідного й опорного сигналів. Виконання цієї умови забезпечується блоком пошуку й синхронізації в результаті завершення процедур пошуку й спостереження, аналогічних вищерозглянутим.

Залежно від співвідношення між тривалостями модулювального  $T_s$  й керувального перелаштовуванням частоти  $T_c$  сигналів розрізняють повільне (ПППРЧ) й швидке (ШППРЧ) програмне перелаштовування робочої частоти. У першому випадку протягом інтервалу перелаштовування  $T_c$  може передаватися кілька символів повідомлення, а в другому – той самий символ повідомлення багаторазово передається на декількох носійних частотах. Тому виконуються наступні співвідношення:

$$\text{для повільної ППРЧ: } T_c = T_s \cdot N, \quad R_c = R_s / N, \quad (1.15)$$

$$\text{для швидкої ППРЧ: } T_c = T_s / N, \quad R_c = R_s \cdot N. \quad (1.16)$$

Таким чином, швидкість передавання елементів сигналу (швидкість модуляції) тут визначається максимальною з двох величин  $R_s = 1/T_s$  й  $R_c = 1/T_c$ .

Крок перелаштовування, або відстань між сусідніми частотами визначається швидкістю модуляції, тобто видом ППРЧ. Зокрема, за  $R_c = R_s$  й використання ППРЧ у комбінації з багатопозиційною частотною модуляцією крок перелаштовування дорівнює відстані між сусідніми частотами сигналу з

багатопозиційною частотною модуляцією. У випадку некогерентної демодуляції (а саме цей алгоритм найчастіше використовується в системах ППРЧ/М-ЧМ для дотримання умови ортогональності сигналів), відстань між сусідніми частотами вибирається кратною  $R_s$ . За мінімального частотного рознесення, рівному  $R_s$ , у межах усієї смуги частот  $W_{PC}$  розміщуються  $M = W_{PC}/R_s$  робочих частот або частотних каналів з рівномірним кроком. Ці робочі частоти у одному з варіантів можна розбити на  $M_c$  частотних груп, що неперекриваються, кожна з яких займає смугу шириною  $m \cdot R_s = m \cdot R_c$ , де  $m$  – кратність частотної модуляції.

Нехай частоти, що відображають символи переданого повідомлення, розташовуються симетрично щодо поточної частоти носійної. Тоді центральні частоти  $M_c = 2^k$  частотних груп визначатимуть множину робочих частот, що програмно перелаштовуються. Перелаштовування здійснюється за допомоги цифрового синтезатора частот, керованого  $k$ -розрядними сегментами ПВП, сформованої генератором ПВП. Частота переданого сигналу на інтервалі часу  $T_s$  визначається комбінацією поточної частоти носійної й частоти, що відображає символ переданого повідомлення. В іншому варіанті допускається перекриття сусідніх частотних груп, що містять  $M$  частот, за мінімальної відстані між ними, рівною  $R_c$ .

Нехай, як і в попередньому варіанті, центральні частоти частотних груп визначають безліч робочих частот, що програмно перелаштовуються.

Кількість частот у множині в цьому випадку збільшується з  $M_c = M/m$  до  $M - (m - 1)$ , тобто за  $M \gg m$ , приблизно, в  $m$  разів.

Визначимо величину виграшу за обробки, що забезпечується сигналом з програмним перелаштовуванням робочої частоти.

Якщо в синтезаторі формується  $M$  частот із кроком  $\Delta f$ , то ширина смуги частот, зайнята сигналом із програмним перелаштовуванням робочої частоти, дорівнює:

$$W_{PC}=(M-1)\cdot\Delta f+2\cdot R_s - \text{повільна ППРЧ}; \quad (1.17)$$

$$W_{PC}=(M-1)\cdot\Delta f+2\cdot R_c - \text{швидка ППРЧ}.$$

У випадку повільного перелаштовування  $\Delta f=R_s$  й  $W_c=R_s$ , тому отримуємо:

$$G_{МПРЧ} = \frac{W_{PC}}{W_c} = \frac{(M-1)R_s + 2R_s}{R_s} = (M+1) \approx M \quad (1.18)$$

У випадку швидкого перелаштовування той самий символ повідомлення передається на  $N$  різних частотах (кратність повторення рівна  $N$ ), тому  $\Delta f=R_c=R_s\cdot N$  і вираш дорівнюватиме:

$$G_{ШПРЧ} = \frac{W_{PC}}{W_c} = \frac{(M-1)R_s N + 2R_s N}{R_s} = (MN+1) \approx MN \quad (1.19)$$

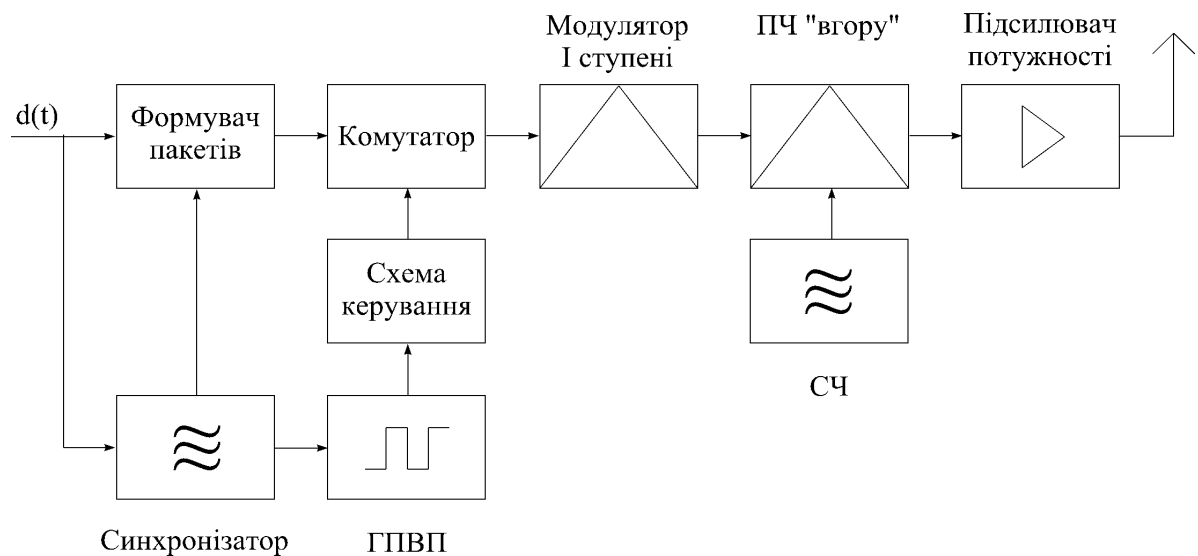
Таким чином, для сигналів із швидкою ППРЧ, вираш за обробки визначається не тільки кількістю використаних частот  $M$ , але й кратністю повторення частотних елементів  $N$ .

Слід підкреслити, що у випадку швидкої ППРЧ, за визначення коефіцієнта завадозахищеності необхідно враховувати додаткові енергетичні втрати, пов'язані з некогерентним додаванням елементів сигналу, переданих на різних частотах, за формування статистики, за якою здійснюється оцінка символу переданого повідомлення в демодуляторі.

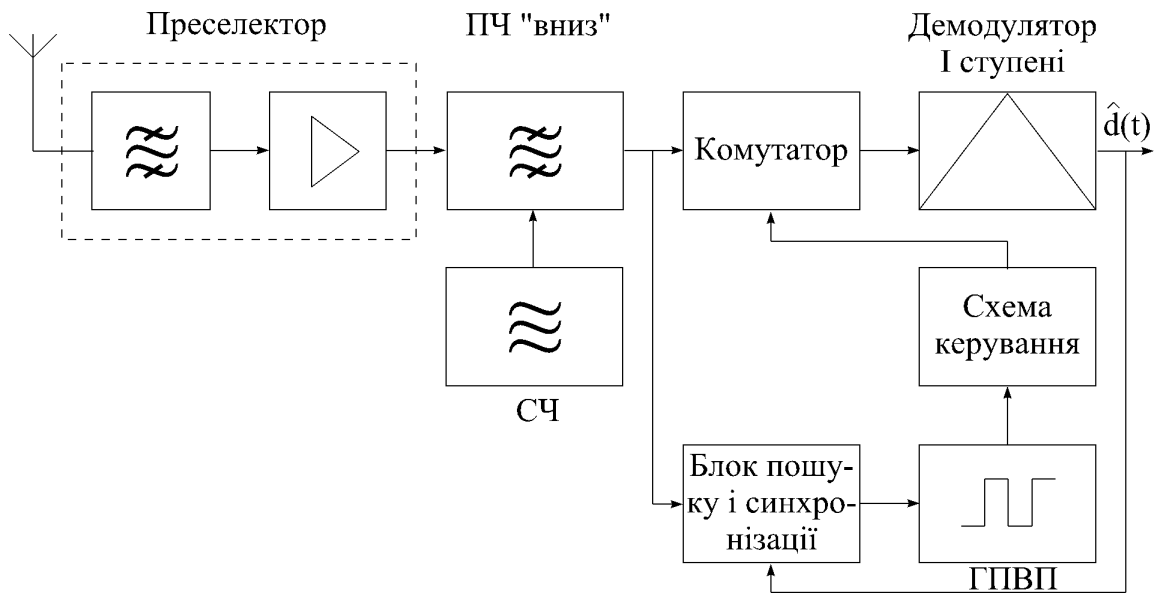
На закінчення відзначимо, що лінійну частотну модуляцію сигналу носійної в межах тривалості  $T_0$  елемента сигналу можна розглядати як окремий випадок ППРЧ, тому структурна схема системи зв'язку з використанням ЛЧМ сигналів має структурну схему, подібну до зображеної на рисунку 1.3.

Програмне перелаштовування часового положення імпульсних сигналів

Характерною рисою системи зв'язку із програмним перелаштовуванням часового положення сигналів, зображеної на рис. 1.5, є імпульсний режим передачі. Тому для безперервних джерел дискретних повідомлень передача здійснюється після попереднього перетворення на пакети тривалістю  $T_n$  у межах циклу тривалістю  $T_F$ . Пакет займає певний часовий інтервал (слот) у межах циклу, а номер часового інтервалу визначається сегментом псевдовипадкової послідовності, зформованої ГПВП. Пристрій формування пакетів, за суттю, здійснює часове стискання послідовностей символів переданого повідомлення (трансформацію швидкості). За цього, швидкість передавання стосовно вхідної збільшується пропорційно відношенню  $T_F/T_n$ , яке характеризує шпаруватість передачі. Для збереження енергетичного потенціалу радіолінії незмінним, доводиться збільшувати потужність випромінювання пропорційно до шпаруватості.



а)



б)

а – передавальна частина; б – приймальна частина

Рисунок 1.5 – Структурна схема системи зв'язку, що використовує сигнали з програмним перелаштовуванням часового положення (псевдовипадковою часово-імпульсною модуляцією)

Послідовність імпульсних сигналів із програмним перелаштовуванням часового положення може бути подано у такий спосіб:

$$s(t) = \operatorname{Re} \left\{ A c(t) \exp \left[ j \left( 2\pi f_0 t + \theta(t) + \theta_0 \right) \right] \right\},$$

$$c(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} U_{T_n} \left[ t - \left( n + \frac{c_n}{M} \right) T_F \right],$$

де  $U_{T_n}(t)$  – одиничний імпульс тривалістю  $T_n$ ;

$M$  – кількість часових слотів, які займають сигнальні пакети;

$c_n$  – псевдовипадкове число з рівномірним законом розподілу в інтервалі  $[1, M]$ ;

$\theta(t)$  – зміни фази, викликані модуляцією сигналом переданого повідомлення.

Для забезпечення приймання переданих пакетів необхідно, щоб у приймачі ключ замикався точно в очікувані моменти приходу пакетів.

Це досягається шляхом строгого часового узгодження генераторів ПВП передавача й приймача. За виконання цієї умови ослаблення завад відбувається внаслідок часової селекції корисних сигналів. Визначимо величину виграшу за обробки, забезпечувану від програбагато перелаштовування часового положення сигналів. Припустимо, що в межах циклу  $T_F$  за наявності  $M$  часових слотів, у кожному слоті необхідно передати  $k$  двійкових символів повідомлення.

Тому тривалість елемента  $T_S$  сигналу буде рівною:

$$T_S = \frac{T_F \log_2 m}{kM}, \quad (1.20)$$

де  $m$  – кратність модуляції.

За фазової модуляції носійної і прямокутної форми імпульсів модуляційного сигналу, необхідна ширина смуги частот, визначена за першими нулями спектра:

$$W_{PC} = \frac{2}{T_S} = \frac{2kM}{T_F \log_2 m}. \quad (1.21)$$

Оскільки ширина смуги частот сигналу переданого повідомлення становить  $W_c = 1/T_b = R_b$ , то виграш за обробки сигналів із програмним перелаштовуванням часового положення, дорівнює:

$$G_{\text{ППЧП}} = \frac{W_{\text{РС}}}{W_c} = \frac{2kMT_b}{kT_b \log_2 m} = \frac{2M}{\log_2 m}. \quad (1.22)$$

#### 1.4 Передача сигналів на декількох носійних частотах

Системи із прямим розширенням спектра й передачею на декількох носійних частотах (СПРС-НЧ) мають ряд переваг порівняно до звичайних систем із прямим розширенням спектра, у яких використовується лише одна носійна. Це, насамперед, обумовлюється більш високою завадозахищеністю за дії зосереджених за спектром завад, стійкості до частотно-вибіркових завмирань через багатопроміневість поширення радіохвиль у крапці прийому.

Окрім того, за однакової ширини смуги частот у системах СПРС-НЧ частоту проходження символів псевдовипадкової послідовності розширення спектра можна вибрати на порядок менше, ніж у звичайних системах.

Можливо кілька варіантів побудови систем СПРС-НЧ. Розглянемо наступний: робоча смуга частот  $W_{\text{РС}}$  розбивається на  $M$  підсмуг, які не перекриваються, з шириною  $W_{\text{РС}}/M$ . У кожній підсмугі передаються одні й ті ж самі дані за допомоги сигналів із прямим розширенням спектра, отримані шляхом двійкової фазової модуляції носійної псевдовипадкової послідовності із частотою проходження символів  $R_c=1/T_c$  і двійковою фазовою модуляцією. Сигнали із прямим розширенням спектра, передані в кожній підсмугі мають обмежений спектр на рівні  $W_{\text{РС, НС}}=(1+\xi)\cdot T_c$ , де  $0 < \xi < 1$ .

На рисунку 1.6 наведено спрощену структурну схему передавальної частини системи СПРС-НЧ. Тут  $d^{(k)}(t)$  – біполярний сигнал переданого повідомлення у вигляді випадкової двійкової послідовності,  $U_{\text{ПСП}}^k(t)$  – сигнал

двійкової псевдовипадкової послідовності (ПВП), що використовується для прямого розширення спектра сигналу, переданого на кожній носійній частоті. Період псевдовипадкової послідовності рівний  $L_{T_c}$ , а тривалість біта  $T_b$  дорівнює періоду сигналу псевдовипадкової послідовності  $L_{T_c}$ , де  $T_c$  – тривалість ПВП.

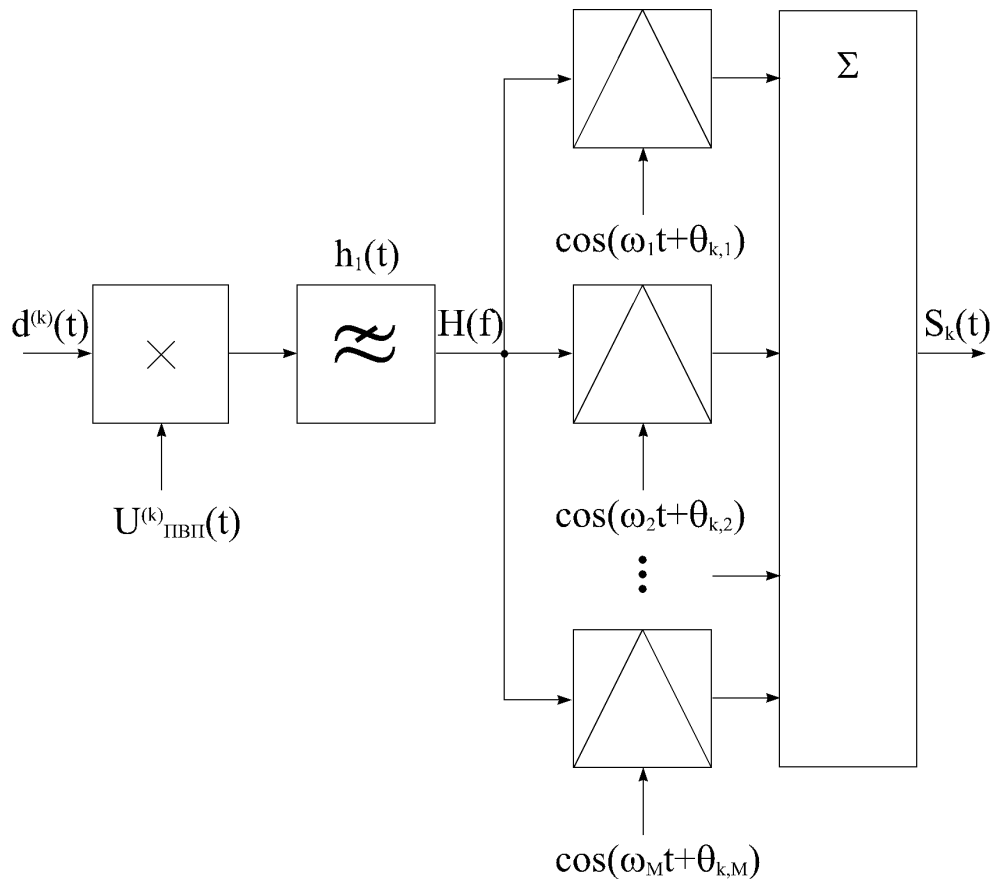


Рисунок 1.6 – Структурна схема передавальної частини системи СПРС-НЧ

Після фільтрації за допомогою формувального фільтра нижніх частот з імпульсною характеристикою  $h_1(t)$  псевдовипадковий сигнал модулює за фазою сигнал різних носійних, внаслідок чого утворюється широкополосний сигнал із прямим розширенням спектра:

$$s_k = \sqrt{2P_s} \sum_{m=1}^M d^{(k)}(t) \tilde{U}_{ПВП}^{(k)}(t) \cos(\omega_m t + \theta_{k,m}) \quad (1.23)$$

де  $\tilde{U}_{ПВП}^{(k)}$  – фільтрована версія сигналу двійкової псевдовипадкової послідовності;

$\theta_{k,m}$  – початкові фази різних носійних;

$M$  – кількість носійних;

$P_s$  – потужність сигналу.

Спектральну щільність сигналу із прямим розширенням спектра й декількома носійними частотами наведено на рисунку 1.7. Тут же також наведено спектральну щільність зосередженої за спектром завади.

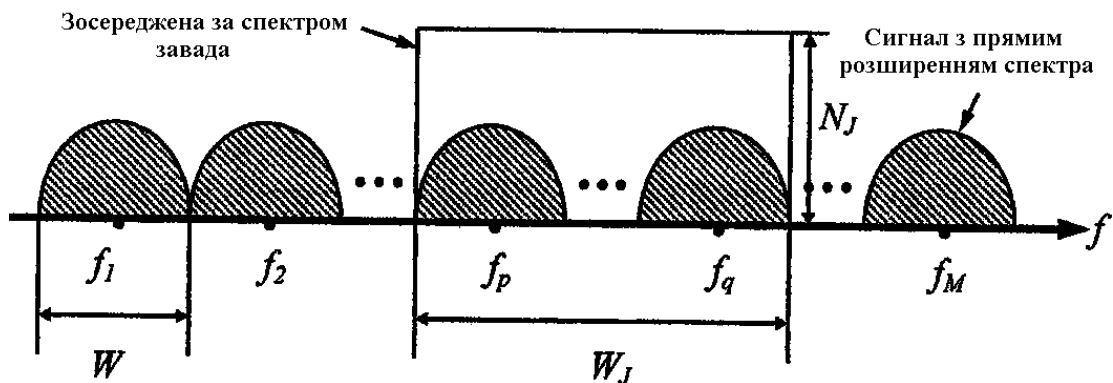


Рисунок 1.7 – Спектри корисного сигналу й завади

Прийнятий сигнал, що містить інформаційні повідомлення для  $k$  користувачів, можна подати у вигляді:

$$x(t) = \sum_{k=1}^K \sqrt{2P_s} \sum_{m=1}^M d^{(k)}(t) \tilde{U}_{ПВП}^{(k)}(t) \alpha_{k,m} \times \\ \times \cos(\omega_m t + \theta_{k,m} + \beta_{k,m}) + n(t) + n_J(t), \quad (1.24)$$

де  $\alpha_{k,m}$  – коефіцієнти ослаблення сигналів;

$n(t)$  – адитивний білий гаусівський шум з рівномірною спектральною щільністю  $N_0/2$ ;

$n_j(t)$  – зосереджена за спектром завада зі спектральною щільністю  $N_j(f)$ .

Структурну схему приймальної частини системи СПРС-НЧ наведено на рисунку 1.8. Прийнятий сигнал попередньо розфільтровується за допомогою набору смугових узгоджених фільтрів з імпульсними характеристиками  $h_2(t)$ , налаштованих на різні частоти.

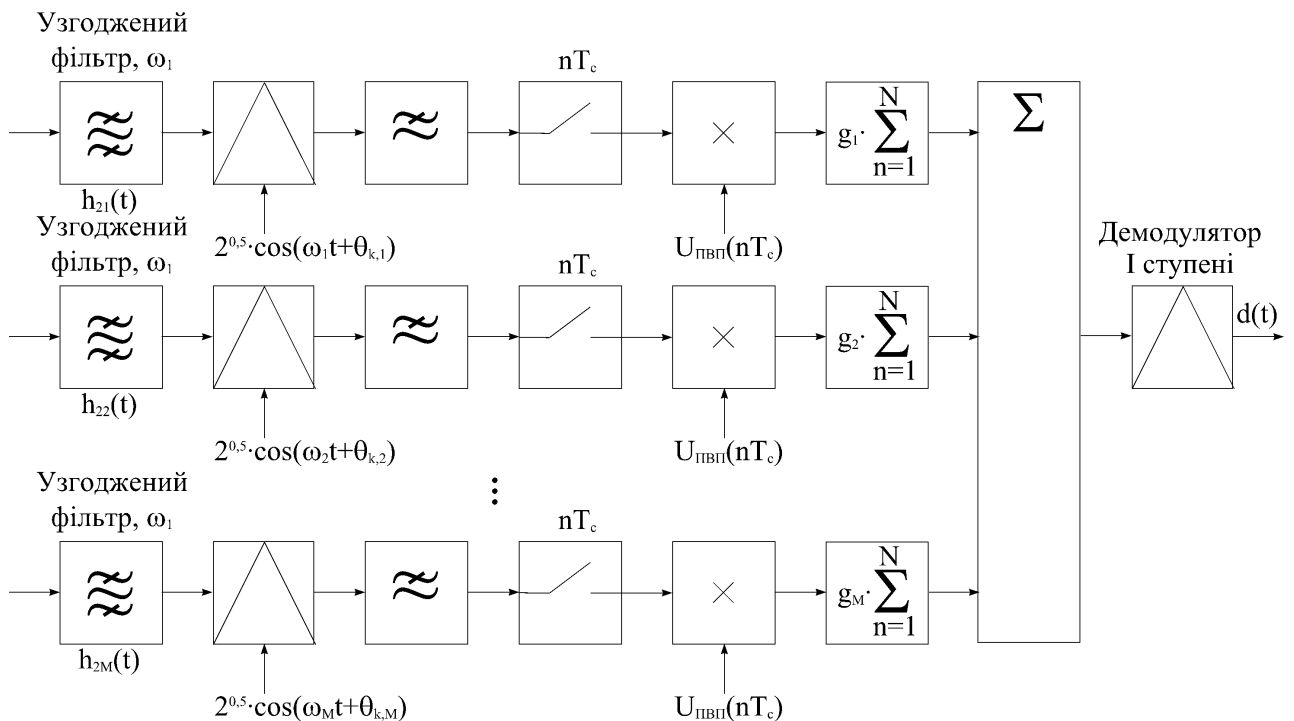


Рисунок 1.8 – Структурна схема приймальної частини системи СПРС-НЧ

Після розфільтровки й перенесення до області нижніх частот, сигнали різних носійних піддаються кореляційній обробці, а потім додаються з вагою  $g_i$ . Вагові коефіцієнти  $g_i$  вибираються з таким розрахунком, щоб забезпечити оптимальне комбінування сигналів різних носійних. Вихідний сигнал суматора використовується для винесення ухвали в демодуляторі I ступені на користь того або іншого символу переданого повідомлення.

Виграш за обробки сигналів із прямим розширенням спектра й передаванням на декількох носійних частотах в ідеальних умовах обробки в  $M$  разів перевищуватиме виграш за обробки сигналів із прямим розширенням спектра в окремому каналі й визначатиметься виразом (1.10).

## 2 ПСЕВДОВИПАДКОВІ ПОСЛІДОВНОСТІ Й ЇХ ВЛАСТИВОСТІ

### 2.1 Різновиди псевдовипадкових послідовностей

У загальному випадку до псевдовипадкових послідовностей (ПВП), що використовуються для розширення спектра сигналів, висуваються наступні вимоги:

- великий обсяг ансамблю послідовностей, зформованих за допомоги єдиного алгоритму;
- гарні авто- і взаємо-кореляційні властивості послідовностей, що входять до складу ансамблю;
- збалансованість структури;
- максимальність періоду для заданої довжини регістру зсув, що формує послідовність;
- непередбачуваність структури послідовності за її неспотвореному сегменту обмеженої довжини.

Відповідно до алгоритмів формування, різні ПВП можна поділити на:

- лінійні;
- нелінійні
- комбіновані;
- каскадні.

Закон формування лінійних ПВП визначається лінійним рекурентним співвідношенням:

$$a_j = \sum_{i=1}^n c_i a_{j-i}, \quad (2.1)$$

де додавання здійснюється за модулем 2, а коефіцієнти  $c_i$  набувають значення

0 або 1 і визначаються характеристичним багаточленом:

$$f(D) = D^n + c_{n-1}D^{n-1} + \dots + c_1D + 1. \quad (2.2)$$

Структурну схему генератора лінійної ПВП у вигляді регістру зсуву із зворотним зв'язком суматорами за модулем 2 наведено на рисунку 2.1.

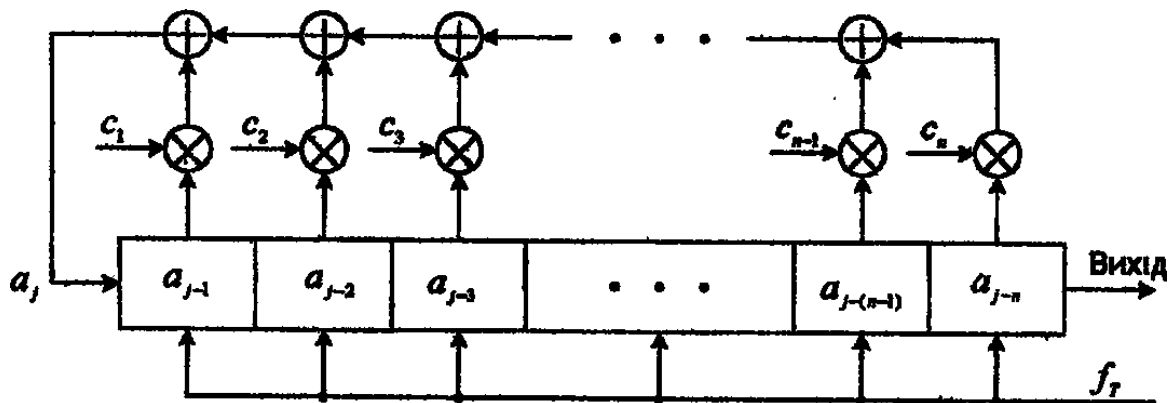


Рисунок 2.1 – Структурна схема генератора лінійної ПВП у вигляді регістру зсуву з лінійним зворотним зв'язком

Для формування нелінійних ПВП є наступні можливості:

– використання зовнішньої нелінійної логічної функції для комбінування елементів ПВП, що отримуються за допомоги регістру зсуву з лінійним зворотним зв'язком, з періодом  $L=2^n-1$ ;

– використання регістрів зсуву з нелінійною логічною функцією в колі зворотного зв'язку (внутрішньою логічною функцією), що дозволяє отримувати ПВП із періодом  $L=2^n$  (послідовності де Брейна).

Структурні схеми генераторів із зовнішньої й внутрішньої логічними функціями наведено на рисунках 2.2-2.3.

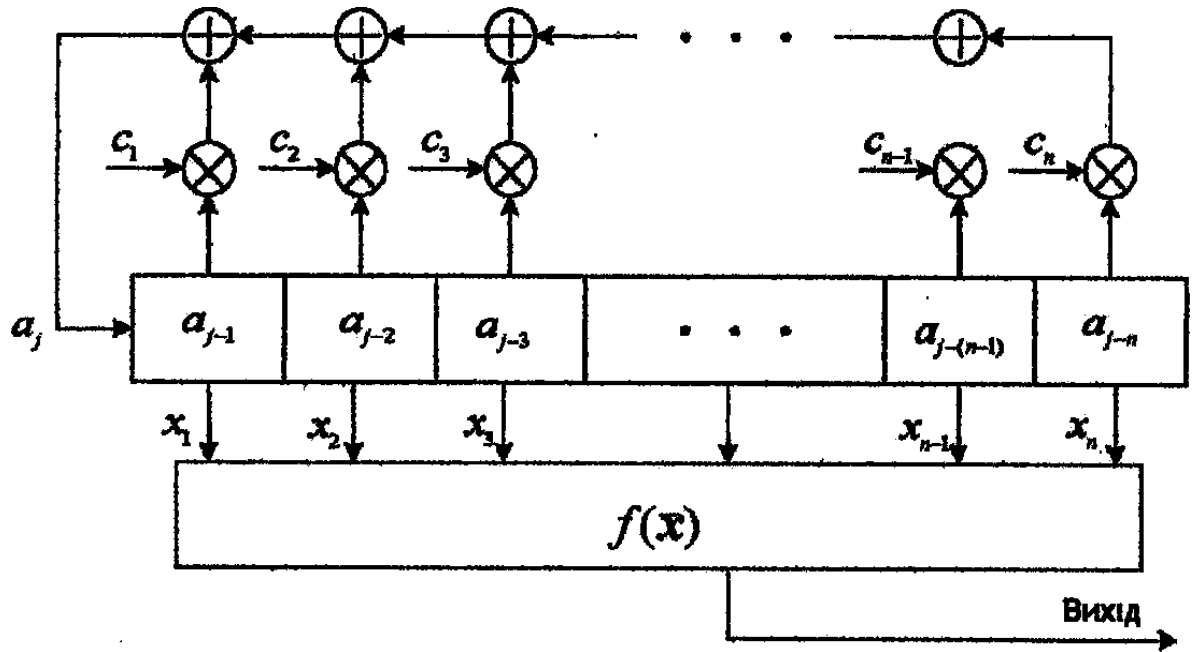


Рисунок 2.2 – Структурна схема генератора нелінійної ПВП із зовнішньою логічною функцією

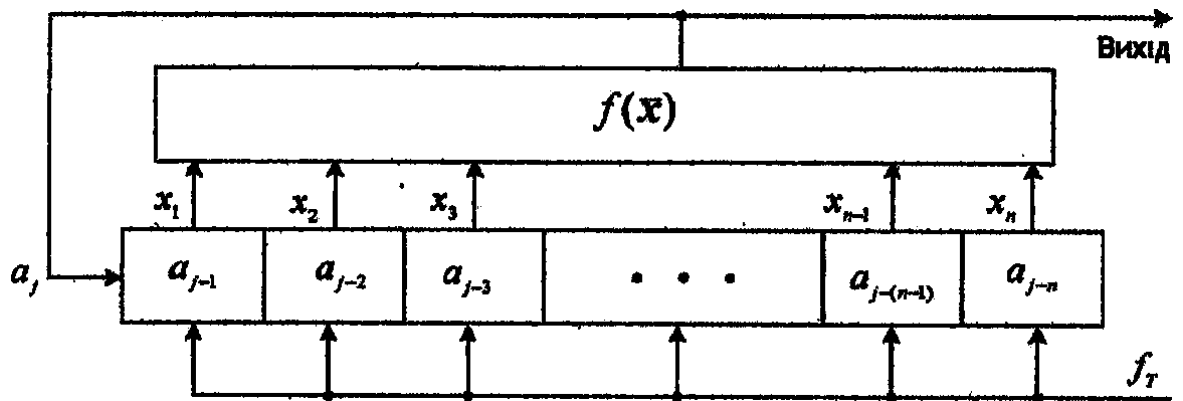


Рисунок 2.3 – Структурна схема генератора нелінійної ПВП із внутрішньою логічною функцією

Комбіновані послідовності є результатом об'єднання за певним правилом двох або декількох лінійних ПВП.

Серед комбінованих послідовностей, насамперед, можна виділити

ЛРД-послідовності, зформовані відповідно до одного з правил

$$\begin{aligned} x_i &= x_{1,i} \oplus x_{2,i} \cdot x_{3,i}, & x_i &= x_{1,i} \cdot x_{2,i}, \\ x_i &= x_{1,i} \cdot x_{2,i} \oplus x_{3,i}, & x_i &= x_{1,i} \cdot x_{2,i} \cdot x_{3,i} \oplus x_{T,i}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

де  $\otimes$  – операція додавання за модулем 2 - операція логічного множення;

$x_1, x_2, x_3$  – лінійні ПВП з періодами, що зростають;

$x_T$  – меандр тактової частоти.

ЛРД-послідовності мають спеціальні автокореляційні властивості. Їх було розроблено для скорочення часу початкової синхронізації в системах вимірювання дальності для космічних апаратів, призначених для проведення наукових досліджень далекого космічного простору.

Іншими варіантами формування комбінованих послідовностей є часове мультиплексування й мажоритарне додавання лінійних ПВП із різними періодами.

Особливість формування каскадних ПВП полягає у використанні декількох ступеней отримання лінійних ПВП таким чином, щоб вихідна послідовність попереднього ступеня керувала тактуванням у наступній ступені.

## 2.2 Лінійні послідовності максимальної довжини

Послідовностями максимальної довжини (або М-послідовностями) називаються послідовності, зформовані регістрами зсуву з лінійним зворотним зв'язком, що й мають період  $L=2^n-1$ , де  $n$  – довжина регістру. Найбільш важлива особливість М-послідовностей полягає в тому, що їхня періодична автокореляційна функція є оптимальною в класі можливих автокореляційних функцій двійкових послідовностей довжиною  $L=2^n-1$ . Оптимальність тут розуміється в сенсі мінімуму максимального значення

бічних викидів кореляційної функції.

Саме гарні автокореляційні властивості  $M$ -послідовностей й простота їхнього формування обумовили широке їхнє застосування в системах зв'язку. Необхідною умовою отримання  $M$ -послідовності за допомоги характеристичного багаточлена  $f(D)$  є його неприводимість.

Багаточлен  $f(D)$  ступені  $n$  називається таким, що неприводиться, якщо його не можна розкласти на багаточлени-співмножники меншої ступені.

Наприклад, багаточлен  $f(D)=D^5+D+1$  є таким, що приводиться, оскільки  $D^5+D+1=(D^3+D^2+1)(D^2+D+1)$ . Якщо  $2^n-1$  буде простим числом, то багаточлен, що неприводиться, породжує  $M$ -послідовність.

Багаточлен, що неприводиться,  $f(D)$  ступеню  $n$  називається примітивним, якщо період коефіцієнтів багаточлена  $1/f(D)$  дорівнює  $2^n$ . Примітивність багаточлена  $f(D)$  є необхідною й достатньою умовою отримання  $M$ -послідовності. Примітивні багаточлени існують для всіх  $n>1$ .

Їхня кількість визначається наступним виразом:

$$N_p(n) = \frac{\Phi_p(L)}{n} = \frac{1}{n} \cdot \prod_{i=1}^k (p_i - 1) \cdot p_i^{n_i - 1}, \quad (2.4)$$

де  $\Phi(L)$  – функція Ейлера, що визначає кількість цілих чисел, взаємно простих і які не перевищують  $L$ ;

$p_i$  – співмножники чисел  $2^n-1$ , тобто  $2^n-1 = \prod_{i=1}^k p_i^{n_i}$ ;

$n_i$  – цілі числа.

Наприклад, за  $n=6$ ,  $L=2^6-1=63$ . Це число може бути подано у вигляді обутку  $3 \cdot 3 \cdot 7=32 \cdot 7$ , за цього,  $n_1=2$ ,  $n_2=1$ ,  $p_1=3$ ,  $p_2=7$ . Тому кількість примітивних багаточленів рівно:

$$N_P(n) = (1/6) \left[ (3^{2-1} - 1) \cdot (3-1) \right] \times \left[ (7^{1-1})(7-1) \right] = 6$$

Якщо  $L$  може бути подано у вигляді добутку некратних співмножників, тобто  $n_i=1$ , то вираз (2.2) набуває наступного вигляду:

$$N_P(n) = \frac{1}{n} \prod_{i=1}^k (p_i - 1) \quad (2.5)$$

Наприклад, за  $n=8$ ,  $L=2^8-1=255=3 \cdot 5 \cdot 17$  й  $N_P(n)=1/8 \cdot (17-1) \cdot (5-1) \cdot (3-1)=16$ .

Якщо ж  $L$  – просте число, то кількість примітивних багаточленів дорівнює:

$$N_P(n) = 2(2^{n-1} - 1) / n$$

Наприклад, за  $n=7$ ,  $L=2^7-1=127$  й  $N_P(n)=2 \cdot (64-1)/7=18$ . Із цих 18 багаточленів половина є дзеркальними відносно іншої половини. Дзеркальний багаточлен ступеня  $n$  відносно вхідного визначається за допомоги наступного виразу:

$$f(D) = D^n f(D^{-1}) \quad (2.6)$$

Наприклад, для  $f(D)=D^4+D+1$ ,  $f^3(D)=D^4(D^{-4}+D^{-1}+1)=D^4+D^3+1$ .

На рисунку 9.9 наведено структурну схему генератора  $M$ -послідовності, що відповідає характеристичному багаточленові  $f(D)=D^3+D^2+1$ , якому відповідає рекурентне співвідношення  $a_j = a_{j-2} \oplus a_{j-3}$ . Номера відводів регістру для кола зворотного зв'язку відповідають ненульовим коефіцієнтам багаточлена. За початкових умов  $a$ .

$a_3=1$ ,  $a_2=a_1=0$  формується послідовність  $a=\{1011100,1011100,101\dots\}$  з періодом  $L=7$ .

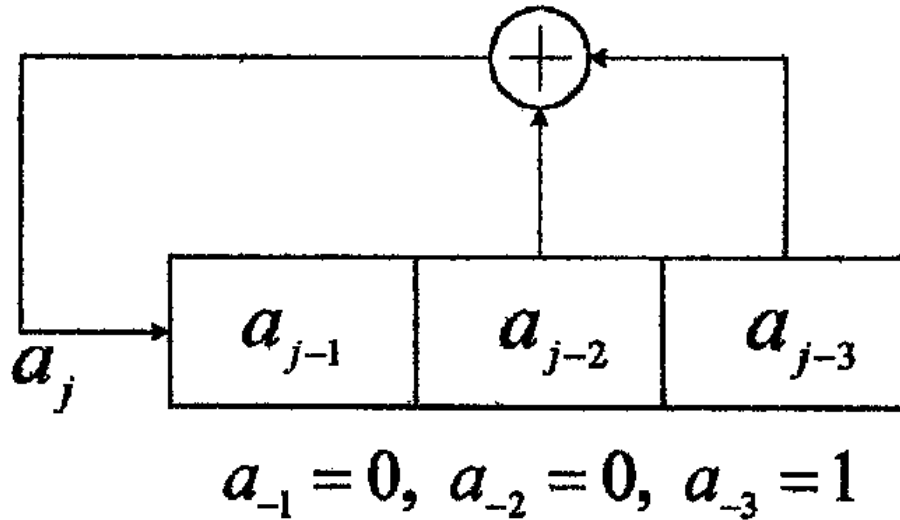


Рисунок 2.4 – Схема генератора М-послідовності у вигляді регістру зсуву з лінійним зворотним зв'язком

У таблиці 2.1 наведені деякі дані, що стосуються кількості й номерів відводів генераторів М-послідовностей, для різного числа розрядів регістру зсуву.

Як випливає з даних, наведених у таблиці 2.2, із збільшенням  $n$ , кількість М-послідовностей – зростає.

Перелічимо деякі з найважливіших властивостей М-послідовностей:

а) балансова властивість: кожна М-послідовність містить  $2^n-1$  символів "1" й  $2^{n-1}-1$  символів "0";

б) властивість повноти станів: стан розрядів регістру зсув, що формує М-послідовність, можна подати повним набором  $n$ -розрядних двійкових чисел, за винятком числа, що містить нулі в усіх розрядах. Стан "усі нулі" є забороненим;

в) властивість серій: у періоді М-послідовності половина серій має довжину 1, одна чверть – 2, одна восьма – 3 тощо доти, доки це продовження

має сенс. Під серією тут розуміється набір наступних один за одним однакових символів "0" або "1". Ця властивість проілюстрована у таблиці 2.2.

Таблиця 2.1 – Номера відводів і кількість М-послідовностей

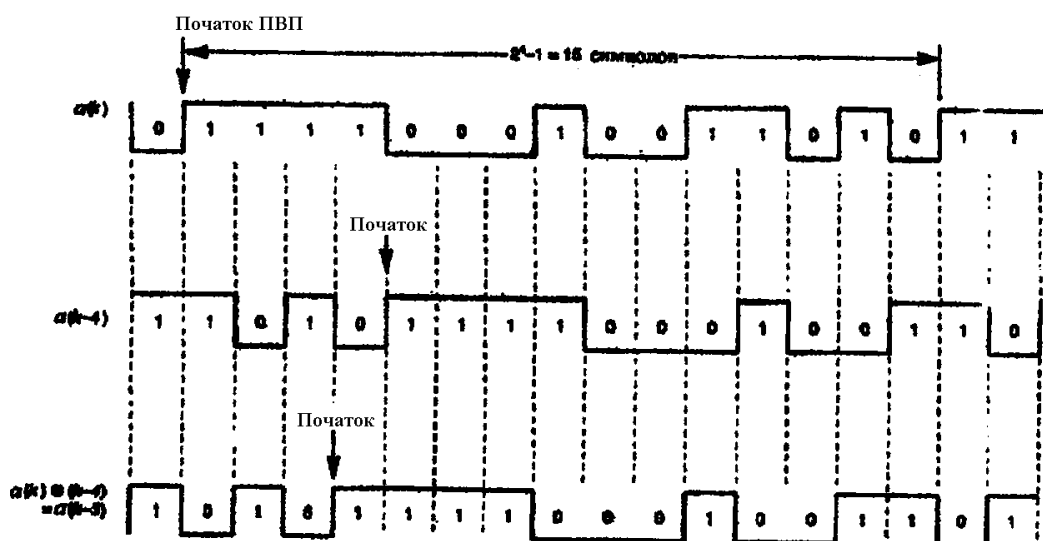
Кількість розрядів, n	Кількість М-послідовностей	Період (довжина) М-послідовностей	Номера відводів регістру для кола зворотного зв'язку
2	1	3	[2,1]
3	2	7	[3,2];[3,1]
4	2	15	[4,3];[4,1]
5	6	31	[5,3];[5,2]
6	6	63	[6,5];[6,1]
7	18	127	[7,6];[7,3];[7,1]
8	16	255	[8,6,5,4];[8,6,5,3]
9	48	511	[9,5];[9,6,4,3]
10	60	1023	[10,7];[10,3]
11	176	2047	[11,9];[11,8,5,2]
12	144	4095	[12,6,4,1]
13	630	8191	[13,4,3,1]
14	756	16383	[14,5,3,1]
15	1800	32767	Г15,4];[15,1]
16	2048	65535	[16,15,13,4]
17	7710	131071	[17,14];[17,3]
18	7776	262143	[18,11];[18,7]
19	27594	524287	[19,6,2,1]
20	24000	1048575	[20,17];[20,3]

Таблиця 2.2 – Кількість серії "1" і "0" різної довжини

Довжина серії	Кількість серій "0"	Кількість серій «1»
n	0	1
n-1	1	0
n-2	1	1
n-3	2	2
n-4	4	4
...	...	...
2	$2^{n-4}$	$2^{n-4}$
1	$2^{n-3}$	$2^{n-3}$

Як випливає з даних, наведених у таблиці 2.2, виняток становлять серії, довжина яких дорівнює  $n$  й  $n-1$ .

г) властивість циклічного зсуву за додавання: додавання за модулем 2  $M$ -послідовності й деякого її циклічного зсуву дає в результаті інший циклічний зсув тієї ж самої послідовності. Ця властивість ілюструється на рисунку 2.5.

Рисунко 2.5 – Властивість циклічного зсуву за додавання  $M$ -послідовностей

д) властивість децимації: послідовність, утворена з узятих через одні символів вихідної  $M$ -послідовності, за структурою збігається з вихідної, але має в 2 рази нижче частоту проходження символів. Ця властивість ілюструється на рисунку 2.6.

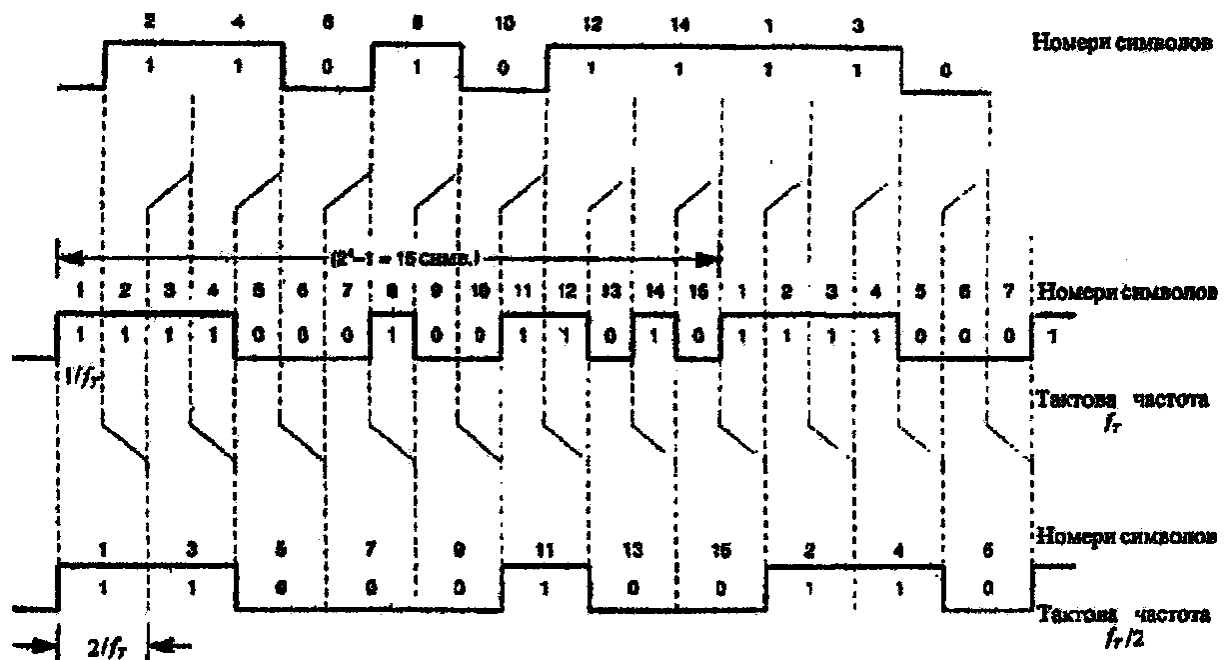


Рисунок 2.6 – Властивість децимації  $M$ -послідовності

Тут середня послідовність є  $M$ -послідовністю із тактовою частотою  $f_t$  і періодом, рівним 15. Верхня послідовність утворена з парних символів вихідної  $M$ -послідовності зі збільшенням їх тривалості вдвічі. Нижня послідовність утворена з непарних символів вихідної  $M$ -послідовності зі збільшенням їх тривалості вдвічі.

Неважко переконатися, що ці послідовності є циклічними зсувами вихідної  $M$ -послідовності, але з тактовою частотою  $f_t/2$ . Зсув між ними рівний 7,5 тактових інтервалів або половині довжини послідовності. Цей принцип може бути поширено на індекси децимації більш високого порядку. Наприклад, за індексу децимації  $R$  ( $R$  є ступенем 2) можна отримати  $R$  підпослідовностей з тактовою частотою  $f_t/R$  за парного індексу децимації  $R$ ,

але не рівним ступені 2, і якщо довжина вихідної М-послідовності є простим числом, то вихідну М-послідовність можна децимувати на R підпослідовностей, що є її дзеркальними відображеннями.

е) кореляційні властивості: якщо М-послідовність поелементно порівнювати з будь-яким її циклічним зсувом протягом періоду, то кількість збігів відрізняється від кількості розбіжностей не більше, ніж на одиницю. Із цього випливає, що автокореляційна функція М-послідовності, що визначається як:

$$r(j) = [( \text{кількість збіжностей} ) - ( \text{кількість розбіжностей} )] : ( \text{загальну кількість символів} ) = (L - 2 \cdot d) / L,$$

де d – відстань Хемінга, що набуває тільки два значення:

$$r(j) = \begin{cases} 1, & j = 0 \pmod{L} \\ -1/L, & j \neq 0 \pmod{L} \end{cases} \quad (2.7)$$

У теорії систем CDMA використовуються не тільки автокореляційні, але й взаємно-кореляційні властивості М-послідовностей. Взаємно-кореляційна функція двох послідовностей а й b однакової структури за довільного зрушення j визначається виразом:

$$r_{ab}(j) = \frac{L - 2d_{ab}(j)}{L} = \frac{-L + 2\bar{d}_{ab}(j)}{L} \quad (2.8)$$

На рисунку 2.7 наведено автокореляційні й взаємкореляційні функції М-послідовностей [5,3] й [5,4,3,2], а на рисунку 2.8 (для порівняння) – автокореляційні й взаємкореляційні функції не М-послідовностей [5,4] [5,1].

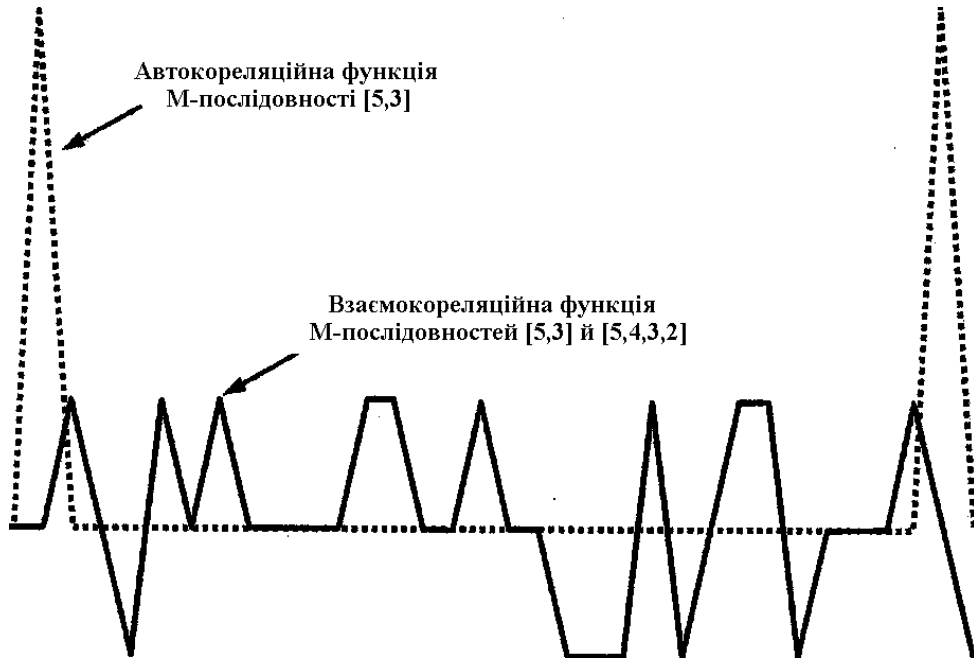


Рисунок 2.7 – Кореляційні властивості M-послідовностей

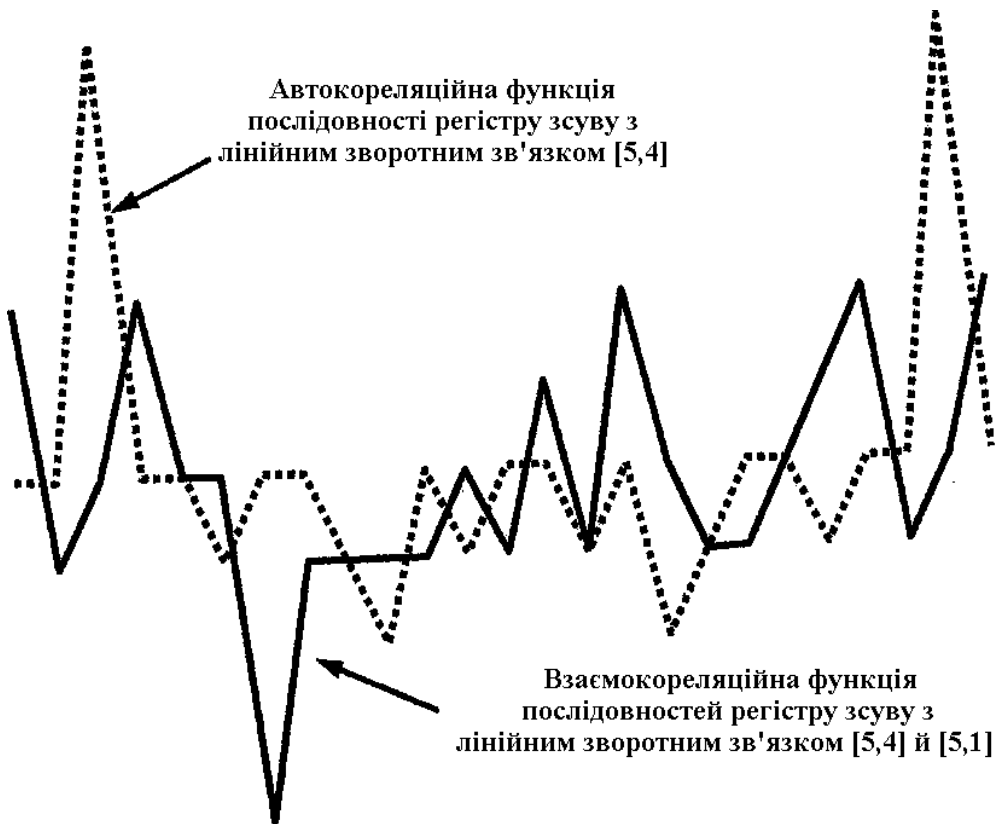


Рисунок 2.8 – Кореляційні властивості послідовностей регістру зсуву з лінійним зворотним зв'язком (не максимальної довжини)

Для ансамблю  $M$ -послідовностей обсягом  $M$  й періодом  $L$  відомо нижню межу для значень взаємкореляційної функції будь-якої пари, що входить до ансамблю:

$$r_{ab}(j) \geq \sqrt{\frac{M-1}{ML-1}} \approx 1/\sqrt{L}. \quad (2.9)$$

На практиці, з подвійної  $M$ -послідовності формується біполярний псевдовипадковий модуляційний сигнал:

$$U_{ПВП}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (2a_k - 1)U_{T_c}(t - kT_c) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k U_{T_c}(t - kT_c), \quad (2.10)$$

де  $U_{T_c}(t)$  – функція, що описує форму імпульсного сигналу, що має тривалість  $T_c$ .

Нормована кореляційна функція біполярного псевдовипадкового сигналу  $U_{ПВП}(t)$  визначається наступним виразом:

$$\begin{aligned} r_a(\tau) &= \frac{1}{LT_c} \int_0^{LT_c} U_{ПВП}(t)U_{ПВП}(t-\tau) dt = \\ &= R_u(\tau) \otimes \sum_{j=-\infty}^{\infty} r_a(j)\delta(\tau - jT_c), \end{aligned} \quad (2.11)$$

де  $r_a(\tau)$  – автокореляційна функція ПВП;

$R_u(\tau)$  – кореляційна функція імпульсного сигналу тривалістю  $T_c$ ;

$\otimes$  – символ згортки двох функцій.

Якщо  $U_{T_c}(t)$  – імпульсний сигнал прямокутної форми, то:

$$R_u(\tau) = \text{tri}(\tau) = \begin{cases} 1 - |\tau|/T_c, & |\tau| \leq T_c \\ 0, & |\tau| > T_c. \end{cases} \quad (2.12)$$

є) спектральні властивості: спектральна щільність біполярного псевдовипадкового сигналу  $U_{\text{ПВП}}(t)$ , утвореного з імпульсів прямокутної форми, що визначається як перетворення Фур'є кореляційної функції  $r_a(\tau)$ , має такий вигляд:

$$S_{\text{ПВП}}(f) = \frac{1}{L^2} \delta(f) + \frac{L+1}{L^2} \text{sinc}^2(\pi f T_c) \cdot \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} \delta\left(f - \frac{m}{L T_c}\right), \quad (2.13)$$

де  $\text{sinc}^2 x = [\sin(x)/x]^2$ .

Як випливає з виразу (2.13), спектр біполярного псевдовипадкового сигналу містить сталу й дискретні спектральні складові, що слідують з інтервалом  $\Delta f = 1/L T_c$ . Обвідна дискретних спектральних складових визначається функцією  $\text{sinc}^2 x$ , тому амплітуда спектральних складових дорівнює нулю на частотах  $f = k/T_c$ . Спектральну щільність біполярного сигналу наведено на рисунку 2.9.

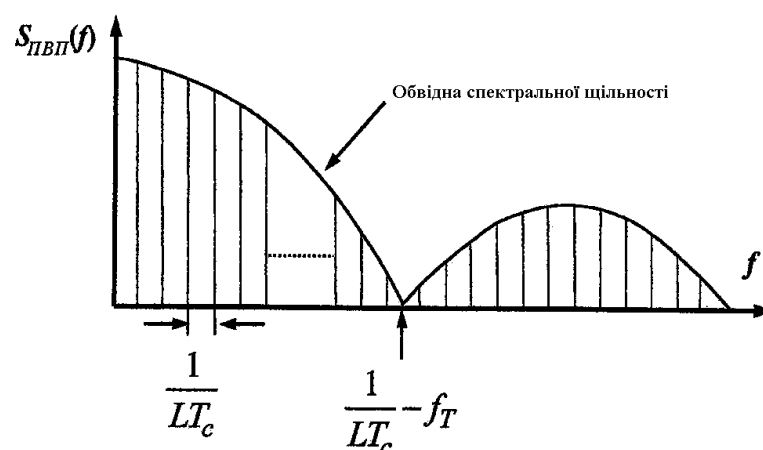


Рисунок 2.9 – Спектральна щільність дворівневого псевдовипадкового сигналу

Шляхом збільшення періоду  $M$ -послідовності можна зменшити інтервал між спектральними складовими, зробивши спектр практично суцільним. За цього спектральна щільність у межах смуги частот, рівної  $2/T_c$ , стає майже рівномірною. Ці властивості спектральної щільності псевдовипадкового сигналу дозволяють його широко використовувати в системах зв'язку в якості тестового й для отримання аналогового шумового процесу з характеристиками, близькими до гаусівського шуму;

ж) криптостійкість: структуру  $M$ -послідовності легко може бути розкрито за її неспотвореним сегментом, що містить  $2 \cdot n$  символів.

Дійсно, кожний символ сегмента задовольняє лінійному рекурентному співвідношенню (1.23), тому можна записати наступну систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases}
 a_j = a_{j-1}c_1 + a_{j-2}c_2 + \dots + a_{j-n}c_n \\
 a_{j+1} = a_jc_1 + a_{j-1}c_2 + \dots + a_{j-n+1}c_n \\
 n \left\{ \begin{array}{l}
 a_{j+3} = a_{j+1}c_1 + a_jc_2 + \dots + a_{j-n+2}c_n \\
 \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\
 a_{j+n} = a_{j+n-1}c_1 + a_{j+n-2}c_2 + \dots + a_jc_n
 \end{array} \right.
 \end{cases}$$

$\longleftarrow \hspace{10em} \longrightarrow$   
 $n$

(2.14)

відносно невідомих коефіцієнтів  $c_1, c_2, \dots, c_n$ .

Цю систему рівнянь можна розв'язати за допомогою так званого алгоритму Берлекампа-Месі й за підсумками розв'язання знайдені номери відводів регістру зсув, що беруть участь у формуванні сигналу зворотного зв'язку. Проілюструємо можливість розв'язання системи (2.14) на наступному прикладі. Припустимо, що отримано послідовність  $\{01100100\}$ , а також відомо, що період послідовності дорівнює 15. Таким чином, маємо систему з 4-х рівнянь:

$$0 = 0 \cdot c_1 + 1 \cdot c_2 + 1 \cdot c_3 + 0 \cdot c_4$$

$$1 = 0 \cdot c_1 + 0 \cdot c_2 + 1 \cdot c_3 + 1 \cdot c_4$$

$$0 = 1 \cdot c_1 + 0 \cdot c_2 + 0 \cdot c_3 + 1 \cdot c_4$$

$$0 = 0 \cdot c_1 + 1 \cdot c_2 + 0 \cdot c_3 + 0 \cdot c_4$$

Шляхом віднімання з першого рівняння четвертого, отримуємо  $c_3=0$ . За підстановки  $c_3=0$  до першого рівняння, отримуємо  $c_2=0$ . За підстановки  $c_3=0$  до другого рівняння, отримуємо  $c_4=1$ , а за підстановки  $c_2=0$ ,  $c_3=0$  й  $c_4=1$  до третього рівняння, отримуємо  $c_1=1$ . У результаті, визначаємо характеристичний багаточлен М-послідовності:  $f(D) = D^4 + D + 1$ .

### 2.3 Послідовності Голда

Дослідження взаємкореляційних властивостей М-послідовностей показали, що тільки невелика кількість із усього ансамблю М-послідовностей із заданим періодом має задовільні кореляційні властивості. Звичайно, це не може задовольнити потреби систем CDMA, коли мова йде про використання порядку тридцяти послідовностей і більш.

Намагання знайти ансамблі послідовностей з періодом  $L=2^n-1$  великого обсягу, які мали б прийнятні максимальні значення взаємкореляційних функцій, призвели до появи важливого класу періодичних псевдовипадкових послідовностей Голда або g-послідовностей.

Розглянемо алгоритми формування g-послідовностей. Нехай є М-послідовність  $\bar{a}$  з періодом L і послідовність  $\bar{a}'$ , отримана шляхом децимації послідовності  $\bar{a}$  з індексом q:  $\bar{a}' = a[q]$ . Це означає, що для отримання послідовності  $\bar{a}'$  береться кожний q-символ послідовності  $\bar{a}$ . Послідовність  $\bar{a}'$  має період, рівний L, якщо  $\text{НОД}(L, q) = 1$ . НОД - це найбільший спільний дільник. Будь-яка пара М-послідовностей з періодом L може бути зв'язана співвідношенням  $\bar{a}' = a[q]$  за деякого q. Дві М-послідовності утворюють кращу

пару, якщо виконуються наступні умови:

$$\begin{aligned}
 & n \neq 0 \pmod{4}, \text{ это означает, что } n \text{ -нечетное или} \\
 & n = 2 \pmod{4}; \\
 & \bar{a}' = \bar{a}[q], \text{ где } q \text{ - нечетное и равно либо } q = 2^k + 1, \text{ либо} \\
 & 2^{2k} - 2^k + 1; \\
 & HOD(n, k) = \begin{cases} 1, & \text{для четного } n \\ 2, & \text{для } n = 2 \pmod{4} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Взаємкореляційна функція кращої пари М-послідовностей має три значення:  $-t(n)$ ,  $-1$ ,  $t(n)-2$ , причому:

$$t(n) = \begin{cases} 1 + 2^{n+1/2}, & \text{для нечетного } n \\ 1 + 2^{n+2/2}, & \text{для четного } n. \end{cases}$$

Для побудови ансамблю g-послідовностей необхідно знати переважні пари m-послідовностей. Нехай  $\bar{a}$  й  $\bar{a}'$  є переважною парою М-послідовностей, тоді множина послідовностей:

$$\{ \bar{a}, \bar{a}', \bar{a} \oplus \bar{a}', \bar{a} \oplus D\bar{a}', \bar{a} \oplus D^2\bar{a}', \dots, \bar{a} \oplus D^{L-1}\bar{a}' \}$$

утворює ансамбль g-послідовностей. Будь-яка пара g-послідовностей, що входять до ансамблю обсягу  $L+1$ , як і переважна пара, має трирівневу взаємкореляційну функцію. За винятком послідовностей  $\bar{a}$  й  $\bar{a}'$ , g-послідовності не є послідовностями максимальної довжини, тому їх автокореляційні функції є не дворівневими, а такими ж трирівневими, як і взаємкореляційні функції.

Максимальні значення бічних викидів взаємкореляційних функцій g-

послідовностей для більших  $L$  за непарного  $n$  в  $\sqrt{2}$ , а за парного  $n$  – в 2 рази перевищують межу, обумовлену виразом.

На рисунку 2.10 наведено структурну схему генератора  $g$ -послідовностей з періодом  $L=31$ . Її побудовано у вигляді двох регістрів зсуву з лінійним зворотним зв'язком. Вона дозволяє формувати ансамбль  $g$ -послідовностей обсягом  $M=32$ .

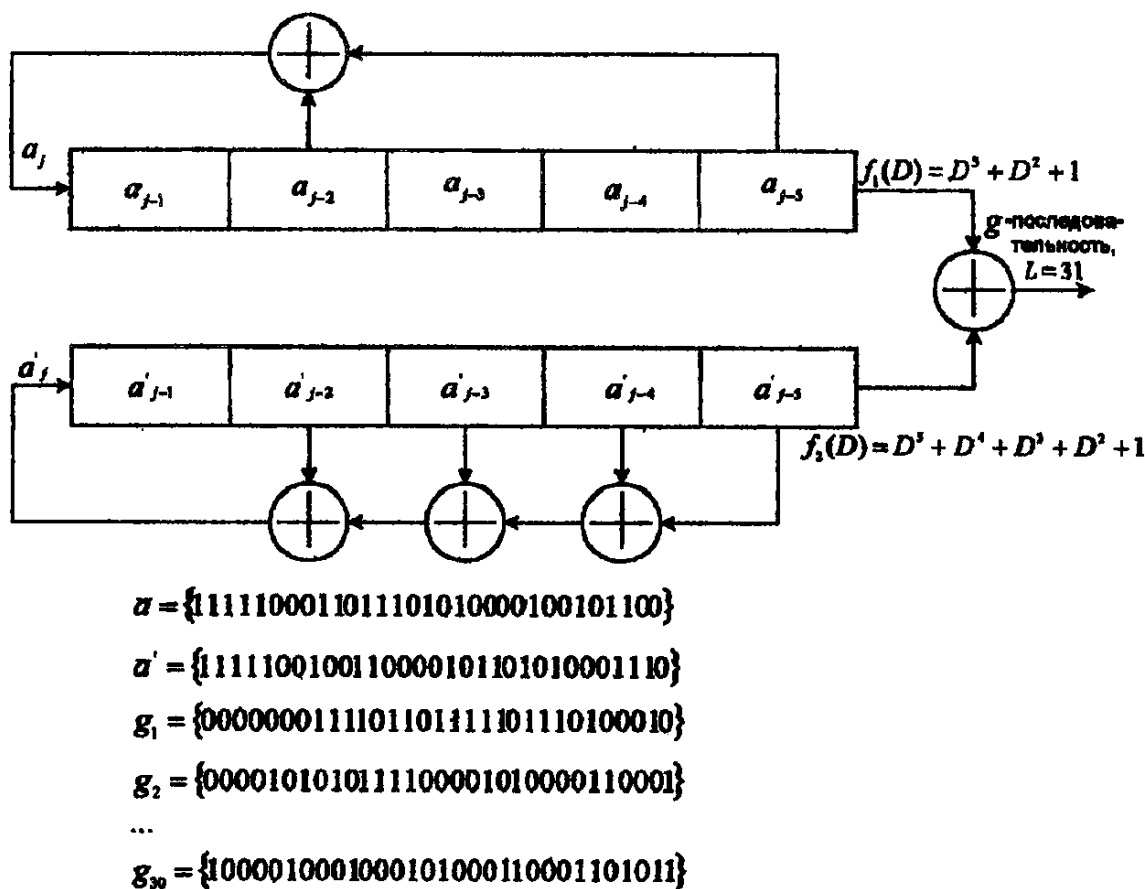


Рисунок 2.10 – Структурна схема генератора  $g$ -послідовностей

## 2.4 Послідовності Касамі

Послідовності Касамі відносяться до одного з важливих класів двійкових псевдовипадкових послідовностей з гарними кореляційними

властивостями. Існують дві різні множини  $k$ -послідовностей: велика й мала. Для отримання  $k$ -послідовностей, що належать малій множині, використовується алгоритм, аналогічний алгоритму формування  $g$ -послідовностей.

Мала множина складається з  $M=2^{n/2}$  двійкових послідовностей з періодом  $L=2^n-1$ , де  $n$  – парне число. Алгоритм полягає в наступному: спочатку формується  $M$ -послідовність  $\bar{a}$ . Потім шляхом її децимації з індексом  $2^{n/2+1}$  утворюється послідовність  $\bar{a}'$ , яка є  $M$ -послідовністю з періодом  $L=2^{n/2}-1$ . Наприклад, за  $n=10$  період  $\bar{a}$  дорівнює 1023, а період  $\bar{a}'$  дорівнює 31. Тому, на періоді послідовності  $\bar{a}$  укладається 33 періоди послідовності  $\bar{a}'$ . Послідовності малої множини Касамі утворюються шляхом посимвольного додавання за модулем 2 послідовностей  $\bar{a}$  й  $\bar{a}'$ , а також всіх  $2^{n/2}-2$  циклічних зсувів послідовності  $\bar{a}'$ . Включаючи вихідну послідовність  $\bar{a}$ , отримуємо  $2^{n/2}$  двійкових послідовностей з періодом  $L=2^n-1$ . Якщо  $M$ -послідовність має характеристичний багаточлен  $f(D)$ , а  $M$ -послідовності  $\bar{a}'$  -  $f'(D)$ , то характеристичний багаточлен  $k$ -послідовності дорівнює  $f(D) \cdot f'(D)$ . Авто- і взаємкореляційні функції  $k$ -послідовностей відносяться до класу тривірневих й набувають значень  $\{-1, -(2^{n/2}+1), (2^{n/2}-1)\}$ .

Отже, максимальні значення викидів взаємкореляційних функцій  $k$ -послідовностей задовольняють нижній межі для ансамблю послідовностей обсягом  $M=2^{n/2}$  і з періодом  $L=2^n-1$ . Тому мала множина  $k$ -послідовностей є оптимальною.

Велика множина  $k$ -послідовностей складається з малої множини  $k$ -послідовностей і множини  $g$ -послідовностей з періодом  $L=2^n-1$ , де  $n$  – парне число.

Нехай  $\bar{a}'$  й  $\bar{a}''$  є  $M$ -послідовностями, отриманими шляхом децимації  $M$ -послідовності  $\bar{a}$ , відповідно, з індексами  $2^{n/2+1}$  і  $2^{(n+2)/2+1}$ . Тоді послідовності, що отримано шляхом посимвольного додавання за модулем 2 послідовностей  $\bar{a}$ ,  $\bar{a}'$  й  $\bar{a}''$ , а також усіх циклічних зсувів послідовностей  $\bar{a}$ ,  $\bar{a}'$  утворюють

велику множину послідовностей. Обсяг ансамблю  $k$ -послідовностей великої множини дорівнює  $M=2^{3 \cdot n/2}$ , якщо  $n \equiv 0 \pmod{4}$ , або  $M=2^{3n/2+2^{n/2}}$ , якщо  $n \equiv 2 \pmod{4}$ .

Авто- і взаємкореляційні функції  $k$ -послідовностей великої множини є п'ятирівневими й можуть ухвалювати значення  $\{-1, -1 \pm 2^{n/2}, -1 \pm 2^{n/2} + 1\}$ . Таким чином, максимальне значення модуля бічних викидів взаємкореляційних функцій  $k$ -послідовностей великої множини не перевищує значення  $|R_{ab}(j)| \leq 2^{(n+2)/2}$  і не задовольняє нижній межі. Характеристичний багаточлен  $k$ -послідовностей великої множини дорівнює добутку характеристичних багаточленів  $M$ -послідовностей:

$$\bar{a}, \bar{a}', \bar{a}'' \quad f_k(D) = f(D)f'(D)f''(D).$$

## 2.5 Послідовності, двоїсті кодам Боуза-Чоудхурі-Хоквінгема

Ансамбль послідовностей цього типу збігається з множиною кодів коригувального коду, двоїстого коду Боуза-Чоудхурі-Хоквінгема (БЧХ), що виправляє дві помилки. Характеристичний багаточлен послідовностей визначається виразом  $f_b(D) = f(D) \cdot f'(D)$ , де  $f(D) \cdot f'(D)$  – характеристичні багаточлени, що породжують  $M$ -послідовність і результат її децимації за індексом 3.

За непарних  $n$  багаточлен  $f(D)$  є примітивним, тому отримуваний ансамбль послідовностей збігається з ансамблем  $g$ -послідовностей. Якщо  $n$  – парне число, то авто- і взаємкореляційні функції  $b$ -послідовностей набувають значень

$$\{-1, -t(n), t(n), -S(n), S(n)-2\},$$

де  $t(n)=1+2^{(n+2)/2}$ ,

$$S(n)=1-2^{n/2}.$$

Можна розглядати послідовності, двоїсті кодам БЧХ, що виправляють  $t$  помилок. У результаті можуть бути побудовані ансамблі послідовностей обсягу  $L^{t-1}$ .

## 3 ЗАВАДОСТІЙКІСТЬ СИСТЕМ ЗВ'ЯЗКУ З РОЗШИРЕННЯМ СПЕКТРА

### 3.1 Основні види завад

Системи зв'язку, що використовують модуляцію з розширенням спектра, прийнято називати системами зв'язку з розширеним спектром (СЗРС).

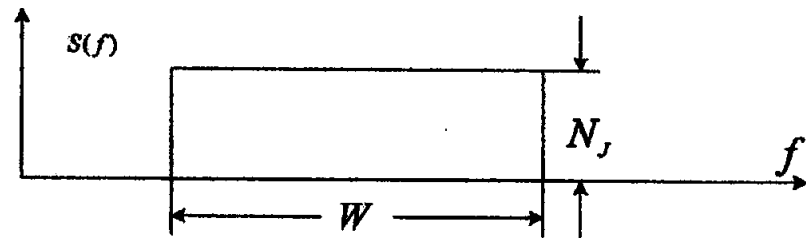
Розглянемо деякі з характерних видів завад, які можуть впливати на СЗРС. Найпоширенішою є шумова загороджувальна завада, яка моделюється обмеженим у смузі гаусівським шумом з однобічною спектральною щільністю  $N_J$ , як показано на рисунку 3.1 а). Тут передбачається, що спектр завади повністю перекриває спектр корисного сигналу. Дія такої завади зводиться до збільшення еквівалентної спектральної щільності шуму  $N_{oe}=N_0+N_J$ .

Якщо для розширення спектра використовується ППРЧ, то потужність завади може бути використана більш ефективно шляхом її зосередження в обмеженій смузі, яка набагато менше тієї, яку займає корисний сигнал. Таку заваду прийнято називати зосередженою за спектром або завадою із частковим перекриттям спектра сигналу. Якщо середню потужність завади позначити  $P_J$ , а ширину спектра корисного сигналу –  $W$ , то однобічна спектральна щільність шумової загороджувальної завади дорівнюватиме  $N_J=P_J/W$  у межах смуги  $W$ , а спектральна щільність зосередженої за спектром завади  $N_{JC}=P_J/\rho_w$  у межах смуги  $\rho_w$ , як показано на рисунку 3.1 б).

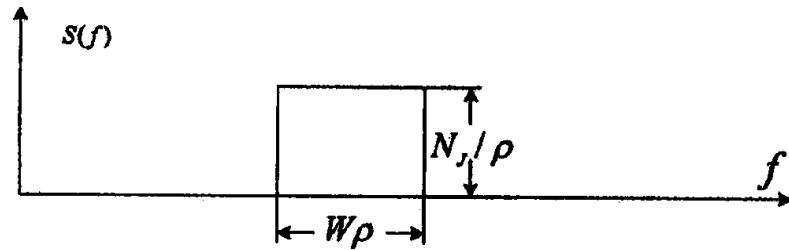
Зосереджена за спектром завада виявляється особливо ефективною для СЗРС із ППРЧ. За влучання частоти корисного сигналу до смуги частот, "ураженої" завадою, стрімко зростає ймовірність помилки за демодуляції елемента повідомлення. Існує оптимальне значення  $\rho$ , яке залежить від

відношення потужностей сигналу й завади  $P_S/P_J$ .

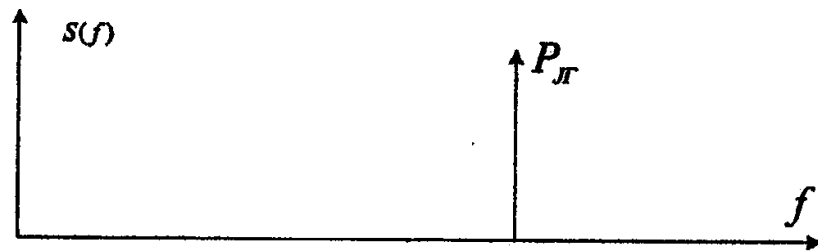
Третім видом завад є гармонійна завада, яка є гармонійним коливанням, потужність якого дорівнює  $P_J C$ , а частота лежить у межах смуги частот, зайнятої корисним сигналом.



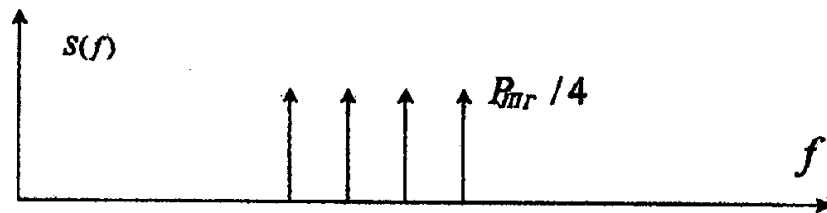
а)



б)



в)



г)

Рисунок 3.1 – Спектральні щільності завад різного виду

Однобічну спектральну щільність гармонійної завади показано на рисунку 3.1 в). Гармонійна завада належить до ефективних завад для СЗРС. До того ж, така завада досить просто генерується. Як показує аналіз дії такої завади на СЗРС, вона особливо ефективна за впливу на СЗРС із прямим розширенням спектра, причому в ситуації, коли її частота збігається із центральною частотою спектра корисного сигналу. Для систем із ППРЧ цей вид завади менш ефективний, особливо за великої кількості робочих частот, оскільки миттєва ширина спектра сигналу із ППРЧ є досить невеликою, і ймовірність збігу частот корисного сигналу й завади зберігається низькою.

Для систем із ППРЧ більш ефективною є полігармонійна завада у вигляді набору немодульованих коливань, рознесених за частотою. Однобічну спектральну щільність полігармонійної завади наведено на рисунку 2.8 г). Існує оптимальна кількість частот (залежно від відношення  $P_S/P_{\text{ППЧ}}$ , для якого ефективність такої завади максимальна.

Можна розподілити наявну потужність завади не тільки певними ділянками спектра, але в певних інтервалах часу. В цьому випадку має місце так звана переривчаста шумова завада. Цей вид завади є часовою послідовністю реалізацій широкосмугового гаусівського шуму, спектральна щільність якого перебиває всю смугу, займану СЗРС, і характеризується шпаруватістю передачі  $\rho$ . В "активні" інтервали часу переривчаста завада має спектральну щільність  $N_{\text{ПП}}=P_{\text{ПП}}/\rho W$ . За шпаруватості передачі  $\rho=0,5$  переривчаста завада має значення спектральної щільності в 2 рази, що перевищує значення спектральної щільності безперервної шумової завади. За розгляду переривчастої шумової завади звичайно покладають, що вихідний каскад підсилювача потужності характеризується обмеженням на середню потужність, хоча в ряді випадків необхідно розглядати обмеження на пікову потужність.

Нарешті, до останнього виду навмисних завад можна віднести відповідну або ретрансльовану заваду. Цей вид завади, як випливає з її назви,

припускає в процесі її отримання приймання корисного сигналу, внесення до нього певних спотворень і перевипромінювання з досить великою потужністю. У демодуляторі цей спотворений сигнал відстежуватиметься й демодулюватиметься як корисний сигнал, оскільки його рівень значно перевищує рівень корисного сигналу. Помітимо, що внесення спотворень обов'язкове за формування відповідної завади, оскільки у протилежному випадку завадопостановник виконує функції додаткового передавача сигналу.

Наявні ще два види завад, які можна віднести до класу ненавмисних і які можуть спостерігатися в системах зв'язку, що використовують сигнали з розширеним спектром. Це, насамперед завада багатопроменевості. Ця завада виникає, якщо між передавачем і приймачем є кілька шляхів поширення сигналу. Завада багатопроменевості є адитивною сумішшю декількох, затриманих у часі, з різними амплітудами, варіантів корисного сигналу. Якщо мінімальна затримка між корисним сигналом і будь-яким його отриманим варіантом перевищує тривалість елемента псевдовипадкової послідовності, то в процесі кореляційної обробки сигнали, що утворюють заваду багатопроменевості, не стискатимуться за спектром і, отже, можуть бути в значній мірі пригнічені. Однак за цього можуть виникнути серйозні проблеми з часовою синхронізацією, оскільки корисний сигнал і його затримані варіанти можуть мати приблизно однакові рівні.

У системах зв'язку, що використовують технологію CDMA, мають місце взаємні завади або завади неортогональності. Тут усі користувачі одночасно використовують ту саму смугу частот, їх сигнали різняться лише за формою, й квазіортогональність сигналів, особливо за асинхронного режиму роботи, викликає появу взаємних завад.

Розглянемо завадостійкість СЗРС за впливу найбільш характерних видів завад. Завадостійкість оцінюватимемо ймовірністю помилки за приймання елемента повідомлення, що є функцією відношення потужностей

сигналу й завади.

## 3.2 Системи зв'язку із прямим розширенням спектра

### 3.2.1 Переривчаста завада

Припустимо, що шпаруватість переривчастої завади  $\rho$ , і в "активному" інтервалі часу формуються реалізації широкосмугового гаусівського шуму із двосторонньою спектральною щільністю:

$$N_{\text{шп}}/2 = N_j/2\rho,$$

де  $N_j/2$  – двостороння спектральна щільність безперервної завади.

Позначимо як  $P_{\text{шп}}$  середню потужність переривчастої завади.

Припустимо, що частота повторення завади досить низька, тож достатня кількість елементів дискретного повідомлення передається в періоди часу між переходами завади з одного стану до іншого. У цьому випадку виявляється слушним квазістатичний підхід, заснований на аналізі усередненого значення ймовірності помилки за демодулювання елемента дискретного повідомлення. У цій ситуації маємо:

$$\bar{P}_b = (1 - \rho) P_b \left( \frac{E_b}{N_1} \right) + \rho P_b \left( \frac{E_b}{N_2} \right), \quad (3.1)$$

де  $P_b(E_b/N_1)$ ,  $P_b(E_b/N_2)$  – імовірності помилки за демодулювання елемента повідомлення у випадку впливу на вході демодулятора завади з односторонньою спектральною щільністю  $N_1$  й  $N_2$ , відповідно;

$\bar{P}_b$  – середнє значення ймовірності помилки за демодулювання елемента повідомлення. Значення однобічної спектральної щільності завади

на вході демодулятора, відповідно, визначатимуться виразами:

$$N_1=N_0, N_2=N_0+N_J/\rho, \quad (3.2)$$

де  $N_0$  – спектральна щільність теплового шуму.

Розглянемо випадок, коли на першій ступені модуляції використовується двійкова фазова модуляція (ФМ-2), а за демодулювання сигналів здійснено когерентний алгоритм. У цьому випадку ймовірність помилки визначається виразом:

$$P_b = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_{oe}}} \right), \quad (3.3)$$

де  $N_{oe}$  – спектральна щільність еквівалентного шуму.

Підставляючи (2.14), (3.1) в (2.13), отримуємо:

$$\bar{P}_b = \frac{1}{2} \left[ (1-\rho) \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) + \rho \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{2E_b}{N_0+N_J/\rho}} \right) \right]. \quad (3.4)$$

У тому випадку, коли спектральна щільність переривчастої завади суттєво перевищує спектральну щільність теплового шуму, отримуємо:

$$\bar{P}_b \approx \frac{1}{2} \rho \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\rho \frac{E_b}{N_J}} \right) = \frac{1}{2} \rho \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\rho \frac{P_S \cdot W}{P_J \cdot R_b}} \right). \quad (3.5)$$

Оптимальне значення  $\rho$ , що максимізує значення ймовірності  $\bar{P}_b$ , може бути знайдене внаслідок розв'язання рівняння  $d\bar{P}_b/d\rho = 0$ .

Точне розв'язання рівняння оптимізації приводить до наступних

результатів:

$$\rho_{opt} = 0,71 / \left( \frac{P_S}{P_J} \right) \cdot \left( \frac{W}{R_b} \right), \quad (3.6)$$

$$\left( \bar{P}_b \right)_{max} = 0,083 / \left( \frac{P_S}{P_J} \right) \cdot \left( \frac{W}{R_b} \right). \quad (3.7)$$

Таким чином, внаслідок впливу оптимізованої переривчастої завади, експонентна залежність імовірності помилки від відношення потужностей корисного сигналу й завади перетворюється на обернено пропорційну.

Порівняємо завадостійкість звичайної вузькосмугової системи й системи з розширеним спектром. Аналіз впливу переривчастої завади на вузькосмугову систему приводить до результатів, аналогічних (3.4) й (3.5), у яких слід покласти  $W=W_1$ , де  $W_1$  – ширина смуги частот, що займає вузькосмугова система. Нехай в обох системах шпаруватість переривчастої завади дорівнює  $\rho$ . Тоді середня потужність завади, необхідної для пригнічення вузькосмугової системи, становитиме  $P_{J_1} = \frac{\rho N_J}{\rho W_1} = N_J W$ , а для пригнічування системи з розширеним спектром –  $P_{J_2} = \frac{\rho N_J}{\rho W} = N_J W$ . Таким чином, вигреш у завадостійкості складе  $P_{J_2}/P_{J_1} = W/W_1$ .

### 3.2.2 Вузькосмугова завада

За впливу вузькосмугової завади із частотою, що збігається із частотою носійної, сигнал, що надходить на вхід приймача, наведеного на рисунку 1.2, має такий вигляд:

$$s(t) = \sqrt{2P_S} d(t) U_{ПВП}(t) \cos(\omega_0 t + \theta) + \sqrt{P_J} \cos(\omega_0 t + \theta_J), \quad (3.8)$$

де  $d(t)$  – дворівневий сигнал повідомлення, переданого зі швидкістю  $R_b = 1/T_b$  біт/с;

$U_{ПВП}(t)$  – двійкова псевдовипадкова послідовність для розширення спектра із частотою проходження елементів  $R_c = 1/T_c$  ел/с;

$\omega_0$  – частота носійної корисного сигналу й завади;

$P_S$  й  $P_J$  – потужності корисного сигналу й завади;

$\theta$  й  $\theta_J$  – випадкові початкові фази сигналу й завад, рівномірно розподілені на інтервалі  $[0, 2 \cdot \pi]$ .

Якщо допустити наявність ідеальної фазової й часової синхронізації в когерентному демодуляторі ФМ-2 сигналів, то сигнал на вході інтегратора зі скиданням матиме такий вигляд:

$$s_1(t) = \sqrt{P_S} d(t) - \sqrt{P_J} U_{ПВП}(t) \cos \theta_J. \quad (3.9)$$

Тут початкова фаза корисного сигналу для простоти опису прийнята рівною нулеві.

Спектральна щільність гармонійної завади на вході інтегратора зі скиданням дорівнює

$$S_J(f) = \frac{\overline{P_J \cos^2 \theta}}{2R_c} \cdot \left( \frac{\sin \pi f / R_c}{\pi f / R_c} \right)^2, \quad (3.10)$$

де риса зверху означає статистичне усереднення.

Оскільки фаза  $\theta$  є випадковою величиною з рівномірним розподілом, то  $\overline{\cos^2 \theta} = 1/2$  і спектральна щільність перетвореної гармонійної завади в околиці нульової частоти визначатиметься наступним виразом:

$$S_J(f) = P_J / (4 \cdot R_c), \quad (3.11)$$

де  $|f| \leq R_c$ .

З виразів (3.8) й (3.9) випливає, що гармонійна завада потужністю  $P_J$ , внаслідок кореляційної обробки перетвориться на широкосмугову заваду, що має практично рівномірну спектральну щільність  $S_J(f) = P_J / (2 \cdot R_c)$  у межах смуги  $0 \leq f \leq R_c$ .

Якщо припустити, що внаслідок інтегрування завада перетвориться на гаусівську випадкову величину, отриману з адитивного білого гаусівського шуму з еквівалентною спектральною щільністю:

$$N_{oe} = P_J / (2 \cdot R_c), \quad (3.12)$$

то ймовірність помилки визначатиметься виразом:

$$P_b = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_{oe}}} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{2 \left( \frac{P_S}{P_J} \right) \cdot \left( \frac{R_c}{R_b} \right)} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{P_c}{P_J} G} \right). \quad (3.13)$$

З виразу (3.13) випливає, що ступінь ослаблення вузькосмугової завади за кореляційної обробки сигналів із прямим розширенням спектра визначається значенням виграшу за обробки.

### 3.2.3 Взаємні завади

Розглянемо синхронну систему CDMA, у якій у якості сигналів-носіїв повідомлень використовуються сигнали із прямим розширенням спектра, отримані шляхом двійкової фазової модуляції носійної ПВП із періодом  $L = T_b / T_c = R_c / R_b$ , а для передачі елементів повідомлення – двійкова фазова модуляція. У системі є  $K$  одночасно працюючих каналів. Тоді каналні

сигнали можна подати в такий спосіб:

$$s_m(t) = \sqrt{2P_m} d_m(t) U_{ПВП}^{(m)}(t) \cos(\omega_0 t + \theta_m), \quad (3.14)$$

де  $P_m$  – потужність  $m$ -го каналного сигналу;

$d_m(t)$  – сигнал переданого повідомлення в  $m$ -каналі у вигляді двійкової випадкової послідовності рівноімовірних символів тривалістю, що набувають значення  $\{+1, -1\}$ ;

$U_{ПВП}^{(m)}(t)$  – двійкова модульовальна ПВП  $m$ -каналу.

Припустимо, що каналний приймач налаштовано лише на сигнал 1-каналу  $S_1(t)$ . Тоді на вході приймача окрім теплового шуму діятимуть інші  $(K-1)$  каналних сигналів, що створюють взаємні завади. Розглянемо граничний випадок, коли потужність взаємних завад суттєво перевищує потужність теплового шуму.

Припустимо також, що фази носійних  $\theta_m=2, 3, \dots, K$  є незалежними, однаково й рівномірно розподілені на інтервалі  $(0, 2\cdot\pi)$  випадкові величини, а  $\theta_1$  вважатимемо рівною нулеві.

Після кореляційної обробки когерентної демодуляції сигналу  $S_1(t)$  на вході порогового пристрою демодулятора формується сигнал за знаком якого виноситься ухвала щодо значення символу переданого повідомлення. Умовна ймовірність помилки за демодуляції символу "1" дорівнює:

$$\begin{aligned} Z(k) &= \frac{E_b}{T_b} \left\{ \int_{(k-1)T_b}^{kT_b} d_1(t) U_{ПВП}^2(t) dt + \sum_{m=2}^{K-1} \int_{(k-1)T_b}^{kT_b} d_m(t) U_{ПВП}^{(1)}(t) U_{ПВП}^{(m)}(t) \cos \theta_m dt \right\} = \\ &= E_b \left( 1 + \sum_{m=2}^{K-1} r_{1m} \cos \theta_m \right), (k-1)T_b \leq t \leq kT_b, \end{aligned} \quad (3.15)$$

де  $r_{1m} = \frac{1}{T_b} \int_{(k-1)T_b}^{kT_b} U_{ПВП}^{(1)}(t) U_{ПВП}^{(m)}(t) dt$  – значення нормованих взаємокореляційних функцій, що модулюють ПВП за відносного часового зсуву  $\tau$ , рівному нулевію.

Умовна ймовірність помилки за демодуляції символу "1" дорівнює:

$$P_E(1) = \text{Вер} \left\{ E_b \left( 1 \pm \sum_{m=2}^K r_{1m} \cos \theta_m \right) < 0 \right\} = \text{Вер} \left\{ \left( 1 \pm \sum_{m=2}^K r_{1m} \cos \theta_m \right) < 0 \right\}. \quad (3.16)$$

Використовуючи границю Чернова, для випадкової величини:

$$Z(k) = \left( -1 \mp \sum_{m=2}^K r_{1m} \cos \theta_m \right),$$

можна показати, що умовна ймовірність помилки обмежена згори величиною:

$$P_E(1) \leq \tilde{P}_E = \min_{\lambda \geq 0} \exp(-\lambda) \prod_{m=2}^K I_0(\lambda r_{1m}), \quad (3.17)$$

де  $I_0(x)$  – модифікована функція Беселя нульового порядку.

Границя Чернова досить добре апроксимує вираз для ймовірності помилки, якщо  $Z(k)$  вважати гаусівською випадковою величиною з математичним сподіванням і дисперсією, відповідно, рівними:

$$a_Z = m_1 \{Z(k)\}, \sigma_Z^2 = M_2 \{Z(k)\} = m_1 \{[Z(k) - a_Z]^2\} = \frac{1}{2} \sum_{m=2}^K r_{1m}. \quad (3.18)$$

За гаусівської апроксимації суми взаємних завад і за рівності апіорних ймовірностей передавання двійкових символів повідомлення, безумовні ймовірності помилки визначатимуться наступним виразом:

$$P_E(1) = P_b = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{a_z}{\sqrt{2}\sigma_z} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\sum_{m=2}^K r_{1m}^2} \right). \quad (3.19)$$

Припустимо, що в якості модульовальних ПВП вибрано послідовності з множини послідовностей з обмеженими значеннями взаємкореляційних функцій  $\max |r_{n,m}| = |r_{\max}|$ ,  $m < n$ .

Тоді ймовірність помилки буде обмежена зверху величиною:

$$P_b \leq \tilde{P}_b = \min_{\lambda} \exp(-\lambda) [I_0(\lambda |r_{\max}|)]^{K-1}. \quad (3.20)$$

У випадку гаусівської апроксимації суми взаємних завад:

$$P_b = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{1}{(K-1)r_{\max}^2}} \right). \quad (3.21)$$

За наявності адитивного білого гаусівського шуму, границя Чернова (3.16) для ймовірності помилки набуває наступного вигляду:

$$P_b \leq \tilde{P}_b = \min_{\lambda \geq 0} \exp(-\lambda) \exp\left(\frac{N_0}{4E_b} \lambda^2\right) [I_0(\lambda |r_{\max}|)]^{K-1}.$$

За гаусівської апроксимації суми взаємних завад, отримуємо:

$$P_b = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[ \sqrt{\frac{1}{(K-1)r_{\max}^2 + \frac{N_0}{E_b}}} \right]. \quad (3.22)$$

Розглянемо синхронну систему CDMA, у якій для розширення спектра використовуються послідовності Касамі малої множини з періодом  $L=2^8-1=255$ . Виграш за кореляційної обробки  $G=R_c/R_b=L$  за цього становить 24 дБ.

Кількість послідовностей – 16, а максимальне значення взаємокореляційних функцій  $|r_{\max}|=17/255=0,0667$ . Припустимо, що енергетичний потенціал у кожному каналі забезпечує значення  $h^2=E_b/N_0$ , рівне 17 дБ. Тоді як за  $K=15$  гарантується значення ймовірності помилки  $P_b=10^{-6}$ .

Розглянутий приклад проілюстрував досяжні характеристики системи CDMA за використання для розширення спектра квазіортогональних модульовальних ПВП. Зрозуміло, що за використання ортогональних ПВП, кількість одночасно працюючих каналів може бути збільшено до  $L$ , однак, кількість можливих каналів також обмежено цією величиною. Застосування ж квазіортогональних послідовностей дозволяє суттєво збільшити кількість можливих каналів у системі, але за рахунок істотного обмеження кількості одночасно працюючих. Так, наприклад, за використання великої множини послідовностей Касамі з періодом  $L=2^n-1$  кількість можливих каналів зростає до  $2^{n/2} \cdot (2n+1)$ , де  $n$  – довжина регістру зсуву, що формує послідовність Касамі.

У тих випадках, коли можлива кількість каналів велика ( $K_{\max} \gg L$ ), то замість гарантованої завадостійкості доцільно розглядати завадостійкість у середньому, розуміючи, що за деяких комбінацій одночасно працюючих каналів завадостійкість системи може виявитися нижче за середню, а за деяких комбінацій – вище. У цьому випадку замість  $r_{\max}^2$  зручно розглядати середньоквадратичне значення взаємо-кореляційних функцій:

$$m_1\{r_{m,n}^2\}=1/L. \quad (3.23)$$

Тоді усереднене значення ймовірності помилки в синхронній системі CDMA визначатиметься наступним виразом:

$$\bar{P}_b = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[ \sqrt{\frac{1}{(K-1)/G + (N_0/E_b)}} \right]. \quad (3.24)$$

### 3.2.4 Проблема динамічного діапазону в системах CDMA

Вираз (3.24) може застосовуватись в умовах, що прийняті сигнали, які створюють взаємні завади, мають потужності, рівні потужності корисного сигналу. У системах рухливого зв'язку це допущення може виявитися слухним лише для прямої лінії, тобто лінії від центральної станції до абонентських. Для зворотної лінії, тобто від абонентської до базової станції, воно, як правило, не виконується, оскільки абонентські станції можуть розташовуватися на різних відстанях і умови поширення радіохвиль для них можуть виявитися різними. Сильний сигнал, прийнятий базовою станцією від близькорозташованої абонентської станції, маскуватиме слабкий сигнал, прийнятий від віддаленої абонентської станції.

Наприклад, припустимо, що потужність переданих сигналів абонентських станцій  $P_S = +30$  дБмВт, втрати за поширення радіохвиль від віддаленої абонентської станції становлять 95 дБ, а аналогічні втрати для близькорозташованої абонентської станції становлять 35 дБ. У цьому випадку потужність прийнятого на базовій станції сигналу близькорозташованої абонентської станції буде рівною -5 дБмВт, а потужність сигналу віддаленої абонентської станції буде рівною -65 дБмВт.

Таким чином, потужність завади, створеної близькорозташованою абонентською станцією, на 60 дБ перевищуватиме потужність сигналу, прийнятого від віддаленої абонентської станції.

Цей ефект маскування сигналу віддаленої абонентської станції сигналом близько розташованої абонентської станції може бути частково ослаблено шляхом введення керування потужністю випромінювання. Наприклад, відповідно до рівня потужності сигналу, прийнятого з боку базової станції. Якщо врахувати нерівність потужностей прийнятих сигналів, то вираз (3.24) можна подати в наступному вигляді:

$$P_b = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[ \sqrt{\frac{1}{\sum_{m=2}^K \frac{E_b^{(m)}}{E_b^{(1)}} \cdot \frac{1}{G} + \frac{N_0}{E_b^{(1)}}}} \right], \quad (3.25)$$

де  $E_b^{(m)}$  – енергія сигналу, що приходиться на розряд повідомлення,  $m$ -каналу.

### 3.2.5 Завада багатопроменевості

Завада багатопроменевості виникає в каналах зв'язку, де є кілька шляхів поширення радіохвиль (променів). Застосування модуляції з розширенням спектра дозволяє не лише послабити вплив багатопроменевості, але в деяких випадках ефективно її використовувати.

Оскільки модульовальні ПВП, використані для розширення спектра сигналів, мають малий рівень бічних викидів автокореляційних функцій, то завади багатопроменевості, що створюються сигналами, прийнятими із затримками, які перевищують тривалість елемента ПВП, можуть розглядатися як додаткові взаємні завади. Якщо є  $K$  каналів з  $N$  різними шляхами поширення радіохвиль, то кількість джерел завади збільшується до  $(K \cdot N - 1)$  і вираз для ймовірності помилки набуває наступного вигляду:

$$P_b = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[ \sqrt{\frac{1}{(KN-1)/G + \frac{N_0}{E_b}}} \right]. \quad (3.26)$$

Тут передбачається, що потужності сигналів усіх джерел завади приблизно рівні. Узагальнення на випадок нерівних потужностей можна отримати у вигляді, аналогічному виразу (3.25).

За допомоги кореляційної обробки прийнятих сигналів, здійсненої у формі приймача Rake, можна ефективно використовувати

багатопрореневість для збільшення завадостійкості. У приймачі Rake енергія двох і більше складових сигналу багатопрореневості когерентно комбінується, забезпечуючи, таким чином, збільшення потужності прийнятого сигналу й досягнення ефекту рознесення. Приймач Rake складається з набору кореляторів, узгоджених з різними складовими сигналу багатопрореневості, і дозволяє накопичувати їхню енергію для формування статистики, за допомоги якої виноситься ухвала на користь того або іншого символу переданого повідомлення.

### 3.3 Системи із програмним перелаштовуванням робочої частоти

#### 3.3.1 Зосереджена за спектром завада

Нехай адитивну заваду, що моделюється гаусівським випадковим процесом із середньою потужністю  $P_{JC}$ , зосереджено в смузі  $W_J = \rho \cdot W$ ,  $0 < \rho < 1$  і має двобічну спектральну щільність  $N_{JC}/2$ . Розглянемо випадок повільної ППРЧ, покладаючи, що для передавання символів повідомлення використовується частотна модуляція, а за демодулювання здійснюється оптимальний некогерентний алгоритм. У цьому випадку середнє значення ймовірності помилки за демодулювання символу дискретного повідомлення:

$$\bar{P}_b = \rho / 2 \exp\left[-\frac{\rho E_b}{2(N_{JC} + N_0)}\right] + \frac{1 - \rho}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{2N_0}\right). \quad (3.27)$$

Якщо спектральна щільність  $N_{JC}/2$  зосередженої за спектром завади суттєво перевищує щільність  $N_0/2$  теплового шуму, вираз (3.27) набуває наступного вигляду:

$$\bar{P}_b = \rho / 2 \exp\left(-\frac{\rho}{2} \cdot \frac{P_S}{P_{JC}} \cdot \frac{W}{R_b}\right). \quad (3.28)$$

Оптимальне значення  $\rho$ , для якого ймовірність помилки (3.28) – максимальна, знаходиться шляхом розв’язання рівняння:

$$\frac{d\bar{P}_b}{d\rho} = \left[ -\left( \frac{\rho \cdot P_S \cdot W}{4 \cdot P_{JC} \cdot R_b} \right) + \frac{1}{2} \right] \exp\left( -\frac{\rho \cdot P_S \cdot W}{2 \cdot P_{JC} \cdot R_b} \right) = 0 \quad (3.29)$$

Оптимальне значення  $\rho_{opt}$ :

$$\rho_{opt} = \frac{2}{\left( P_S / P_{JC} \right) \cdot \left( W / R_b \right)}. \quad (3.30)$$

Тоді максимальне середнє значення ймовірності помилки:

$$\bar{P}_{bmax} = \frac{0,368}{\left( \frac{P_S}{P_{JC}} \right) \cdot \left( \frac{W}{R_b} \right)}. \quad (3.31)$$

Вирази (3.30) й (3.31) вірні, якщо  $(W/R_b) \cdot (P_S/P_{JC}) \geq 2$ .

Зосереджена за спектром завада впливає на систему з ППРЧ точно так само, як переривчаста завада – на систему із прямим розширенням спектра. Відмінність полягає лише в тому, що коефіцієнт завадозахищеності за однакових значень вирашу за обробки й середньої ймовірності помилки для системи із ППРЧ, виявляється на 6,5 дБ нижче. Однак, за використання ППРЧ, як методу розширення спектра, смугу частот вдається збільшити на кілька порядків у порівнянні із прямим розширенням спектра.

### 3.3.2 Завада-відповідь й завада багатопроменевості

Для боротьби з завадою-відповіддю й завадою багатопроменевості, ефективним є застосування швидкої ППРЧ, коли для передавання

повідомлення використовується  $N_b L > 1$  частот. Якщо тривалість  $T_c$  частотного елемента (час перебування на фіксованій частоті) вибрати меншим або рівним різниці часів запізнювання сигналів за проходження прямим шляхом й шляху з переприйманням або перевідбиттям, то синтезатор частот приймача перелаштується на іншу частоту приймання раніше, ніж надійде на вхід приймача сигнал завади на попередній частоті.

Таким чином, якщо швидкість перелаштовування частоти вибрати, виходячи з умови:

$$R_c > 1/(\tau_{\min} - \tau_0), \quad (3.32)$$

то вплив завади-відповіді або завади багатопроменевості може бути помітно послаблено. Тут  $\tau_{\min}$  – мінімальний час запізнювання сигналу на шляху з переприйманням (перевідбиттям), а  $\tau_0$  – час запізнювання сигналу за проходження прямим шляхом.

Однак система зі швидкою ППРЧ за дії теплового шуму або зосередженої за спектром завади виявляється менш завадостійкою, оскільки за обробки сигналів із швидкою ППРЧ, доводиться здійснювати некогерентне накопичування  $N_b$  елементів сигналу протягом інтервалу передавання елемента повідомлення.

### 3.3.3 Взаємні завади

Програмне перелаштовування робочої частоти може бути використано за побудови систем CDMA. У цьому випадку кожний канал відрізняється програмою (законом) перелаштовування робочої частоти. За цього, закони перелаштовування вибираються виходячи з необхідної ймовірності збігу частотних елементів. Оцінімо завадостійкість синхронної системи CDMA із ППРЧ, починаючи, що в ній є  $K$  активних каналів. Вважатимемо, що

кількість робочих частот дорівнює  $M$ , а ймовірність збігу корисного сигналу й завади дорівнює  $1/M$ . Тоді імовірність помилки дорівнює  $0,5$ . Але звичайно це значення виявляється меншим. Оскільки в системах із ППРЧ найчастіше здійснюється некогерентний алгоритм демодуляції, то ймовірність помилки за демодулювання символу повідомлення визначатиметься так:

$$P_b = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{2N_0}\right) \cdot (1 - P_h) + \frac{1}{2} P_h, \quad (3.33)$$

де  $P_h$  – ймовірність збігу робочих частот корисного сигналу й завади.

За наявності  $K-1$  джерел завади:

$$P_h = 1 - \left(1 - \frac{1}{M}\right)^{K-1} \approx \frac{K-1}{M}. \quad (3.34)$$

Підставляючи (3.32) в (3.31), отримуємо:

$$P_b = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{N_0}\right) \left(1 - \frac{K-1}{M}\right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{K-1}{M}. \quad (3.35)$$

За значення  $E_b/N_0$ , що прагне до нескінченності, отримуємо наступний вираз для ймовірності помилки:

$$P_b = 1/2 \cdot (K-1)/M. \quad (3.36)$$

Ця величина характеризує так зване явище "непереборних" помилок, обумовлених наявністю взаємних завад. Для досягнення малих значень імовірності "непереборних" помилок, необхідно збільшити кількість наявних частотних каналів і зменшити кількість активних каналів.

У випадку асинхронної системи CDMA із ППРЧ, ймовірність збігу

частот корисного сигналу й завади визначається наступним виразом:

$$P_h = 1 - \left[ 1 - \frac{1}{M} \left( 1 + \frac{1}{N_b} \right) \right]^{K-1}, \quad (3.37)$$

де  $N_b$  – кількість біт, переданих на одній робочій частоті.

Порівнюючи вирази (3.34) і (3.37), можна побачити, що в асинхронній системі ймовірність збігу частот корисного сигналу й завади вище, ніж у синхронній. Підставляючи (3.35) в (3.31), отримаємо наступний вираз для ймовірності помилки за демодулювання елемента повідомлення в асинхронній системі CDMA з ППРЧ:

$$P_b = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{N_0}\right) \left[ 1 - \frac{1}{M} \left( 1 + \frac{1}{N_b} \right) \right]^{K-1} + \frac{1}{2} \left\{ 1 - \left[ 1 - \frac{1}{M} \left( 1 + \frac{1}{N_b} \right) \right]^{K-1} \right\}. \quad (3.38)$$

У системах CDMA з ППРЧ меншою мірою проявляється проблема динамічного діапазону прийнятих сигналів. Це пов'язане з тим, що в різних активних каналах вкрай рідко одночасно використовуються ті самі робочі частоти. Вона виникає лише у випадку недостатньої частотної вибірковості фільтрів.

### **3.4 Системи із прямим розширенням спектра й передачею сигналів на декількох носійних**

#### **3.4.1 Модель завади**

В якості моделі завади використовуватимемо модель обмеженого у смузі гаусівського шуму, причому потужність завади зосереджено в межах відносної смуги  $0 < \rho_w < 1$ ,  $\rho_w = W_J / W_{PC}$  і відносного часу  $0 < \rho_T < 1$ . Заваду

вважатимемо оптимізованою, якщо для неї обрано такі значення параметрів  $\rho_w$  й  $\rho_T$ , за яких імовірність помилки досягає максимального значення. Вважатимемо, що за дії завади відбувається повне перекриття підсмуги (якщо вона потрапляє до заданої підсмуги) і повне перекриття часового інтервалу, рівного тривалості символу переданого повідомлення.

Отже, якщо завада перекриває  $J$  підсмуг із  $M$  наявних, то параметр  $\rho_w$  рівний  $J/M$ . Якщо  $P_J$  – повна потужність прийнятої завади, то її двобічна спектральна потужність за безперервного випромінювання дорівнює  $N_{J0}/2 = P_J / (2 \cdot W_{PC})$ . Тоді двобічна спектральна щільність завади, зосереджена за частотою й часом:

$$\frac{N_J}{2} = \frac{N_{J0}}{2 \rho_T \rho_w} \quad (3.39)$$

Вважатимемо, що обробка сигналів на приймальному боці здійснюється у відповідності зі структурною схемою, наведеною на рис. 1.8. У цій схемі вагова обробка (домножування на  $g_i$ ), може виконуватись в трьох варіантах:

- значення всіх вагових коефіцієнтів "g" установлюються однаковими;
- значення всіх вагових коефіцієнтів "g" установлюються пропорційно до потужностей корисного сигналу й завади у відповідній підсмузі;
- значення всіх вагових коефіцієнтів "g" установлюються або +1, або -1, залежно від полярності сигналів на виходах каскадів кореляційної обробки.

У першому варіанті здійснюється алгоритм комбінування з рівними вагами, у другому – алгоритм оптимального комбінування, у третьому – алгоритм мажоритарного комбінування.

Нехай енергія сигналу, що приходить на біт, дорівнює  $E_b$ . Тоді в кожній з  $M$  підсмуг енергія сигналів буде рівною  $E_b/M$ , а статистика на

виході окремого демодулятора, за якою виноситься ухвала  $Z_i$  буде рівна  $\sqrt{(E_b/M)}$  за відсутності завади й  $Q(\sqrt{(E_b/M)}, N_f/2)$  за впливу завади, якщо зневажати впливом власного шуму. Тут  $Q(a, \sigma^2)$  – гаусівська випадкова величина з математичним очікуванням й дисперсією, рівними  $a$  й  $\sigma^2$ , відповідно.

Для каналу з релеївськими частотно-селективними завмираннями покладемо, що рознесення центральних частот підсмуг підібрано так, що завмирання сигналів у різних підсмугах є статистично незалежним.

Для порівняння розглядатимемо систему з гібридним (комбінованим) розширенням спектра ППРЧ-ПРС, у якій здійснюється випадковий вибір підсмуги із числа наявних для передавання одного інформаційного символу.

### **3.4.2 Система із прямим розширенням спектра й передачею на декількох носійних за відсутності завмирань**

Інформація про стан каналу – відсутня, використовуються жорсткі рішення. Термін "інформація про стан каналу" вказує на те, у якому з можливих станів перебуває кожна підсмуга, тобто чи є присутньою в ній завада, чи ні. Переривчаста завада з повним перекриттям усієї наявної смуги  $\rho_w=1$  є оптимальною для всіх розглянутих випадків. Тому ситуацію з повною інформацією про стан каналу розглядати не має змісту.

Покладемо, що в кожному окремому демодуляторі, налаштованому на свою носійну, виноситься жорстке попереднє рішення щодо переданого символу повідомлення, а остаточне рішення виноситься на основі мажоритарного додавання (тобто, рішення за більшістю).

У цьому випадку ймовірність помилки за винесення попереднього рішення визначатиметься виразом:

$$P_e^{HC}(\rho_T, \rho_W) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\rho h_{J0} / M}\right), \quad (3.40)$$

де  $\rho = \rho_T \cdot \rho_W$ ;

$$h_{J0} = \bar{E}_b / N_{J0}.$$

Оскільки помилки можуть виникати лише в тих ситуаціях, коли кількість підсмуг, уражених завадою, буде більшою або рівною  $L = M/2$  (за парного  $M$ ), то середнє значення ймовірності помилки за заданих  $\rho_T$ ,  $\rho_W$  й  $J > L$  визначатиметься наступним виразом:

$$P_b^{HC}(\rho_T, \rho_W) = \rho_T \sum_{i=[(M+1)/2]}^J \binom{J}{i} [P_e^{HC}(\rho_T, \rho_W)]^i [1 - P_e^{HC}(\rho_T, \rho_W)]^{J-i} + \chi \rho_T 2 \binom{J}{M/2} [P_e^{HC}(\rho_T, \rho_W)]^{M/2} [1 - P_e^{HC}(\rho_T, \rho_W)]^{J-M/2}, \quad (3.41)$$

де  $\chi = 1$  за парного  $M$  й  $\chi = 0$  за непарного  $M$ ;

$[x]$  – означає найменше ціле число, що перевищує  $x$ .

Ймовірність помилки дорівнює нулеві за  $J < L$ . Для завади, що повністю перекриває всю смугу системи, тобто  $J = M$ , розглянемо граничний випадок  $M \rightarrow \infty$ . У цьому випадку за допомоги центральної граничної теореми можна показати, що:

$$\lim_{M \rightarrow \infty} P_b^{HC}(\rho_T, \rho_W = 1) = \frac{\rho_T}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{h_a^2}\right), \quad (3.42)$$

$$h_a = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{M(1/2 - P_e^{HC})^2}{2P_e^{HC}(1 - P_e^{HC})} = \frac{2}{\pi} \rho_T h_{J0}. \quad (3.43)$$

Отже, у граничному випадку енергетичні втрати розглянутої системи в

порівнянні із системою із прямим розширенням спектра за дії завади, що повністю перекриває всю смугу, становлять приблизно 2 дБ.

### **3.4.3 Система із прямим розширенням спектра й передачею на декількох носійних**

Інформація про стан каналу – відсутня, використовуються м'які рішення. Розглядатимемо випадок, коли рішення (вихідні сигнали окремих демодуляторів, налаштованих на різні носійні частоти) за формування статистики просто складаються. У цьому випадку, статистика  $Z = \sum_{i=1}^M Z_i$  обумовлюється гаусівським розподілом з математичним очікуванням  $a = \sqrt{E_b}$  і дисперсією  $\sigma^2 = J(N_j/2)$ . У цьому випадку ймовірність помилки визначатиметься наступним виразом:

$$P_b^{HC}(\rho_T, \rho_W) = \frac{\rho_T}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\rho_T h_{J0}}\right). \quad (3.44)$$

Ймовірність помилки тут не залежить від коефіцієнта перекриття смуги  $\rho_W$ , й отриманий вираз збігається з виразом для ймовірності помилки в системі із прямим розширенням спектра й передачею на одній носійній за дії переривчастої завади, що перекриває всю смугу.

### **3.4.4 Система із прямим розширенням спектра й передачею на декількох носійних частотах при наявності завмирань**

Інформація про стан каналу – відсутня, використовуються жорсткі рішення. У цьому випадку вираз для середнього значення ймовірності помилки збігається з виразом (3.41), але в ньому  $P_e^{HC}(\rho_T, \rho_W)$  визначатиметься наступним виразом:

$$P_e^{HC}(\rho_T, \rho_W) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \sqrt{\frac{\rho h_{J0} / M}{1 + \rho h_{J0}^2 / M}} \right] \quad (3.45)$$

У граничному випадку за  $M \rightarrow \infty$  імовірність помилки:

$$\lim_{M \rightarrow \infty} P_e^{HC}(\rho_T, \rho_W = 1) = \frac{\rho_T}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{\rho_T}{2} h_{J0}} \quad (3.46)$$

Отже, енергетичні втрати, у порівнянні із системою із прямим розширенням спектра й передачею на одній носійній за впливу переривчастої завади, що повністю перекриває всю смугу, у випадку відсутності завмирань, становлять 3 дБ.

### 3.4.5 Система із прямим розширенням спектра й передачею на декількох носійних за наявності завмирань

Інформація про стан каналу відсутня, використовуються м'які рішення. У цьому випадку можливе використання двох схем комбінування вихідних сигналів окремих демодуляторів за формування м'яких рішень: оптимальне додавання (тобто додавання, що максимізує відношення потужностей сигналу й завади) і додавання з рівними вагами. Якщо власним шумом приймача можна знехтувати, то оптимальне додавання здійснює комбінування з повною інформацією про стан каналу.

Тому оптимальній заваді відповідатиме значення параметра  $\rho_T$ . В цьому випадку середнє значення ймовірності помилки за заданого  $\rho_T$  визначатиметься:

$$P_{b\text{ OC}}^{HC}(\rho_T) = \frac{\rho_T}{2} m_f \left\{ \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\bar{h}_J / M \sum_{i=1}^M \beta_i} \right) \right\} = \frac{\rho_T}{2} \left[ 1 + \frac{\bar{h}_J / M}{1 + \bar{h}_J / M} \sum_{k=0}^{M-1} \binom{2k}{k} \left( \frac{1}{4(1 + \bar{h}_J / M)} \right)^k \right], \quad (3.47)$$

де  $\bar{h}_J = \rho_T \cdot \bar{h}_{J0}$ ;

$\beta_i$  – незалежні випадкові величини, розподілені за експоненційним законом  $W_\beta(x) = \exp(-x)$ ;  $x \geq 0$ ;

$m\{\cdot\}$  – символ математичного очікування.

За додавання з рівними вагами ймовірність помилки:

$$P_{b\ PB}^{HC}(\rho_T, \rho_W) = \frac{\rho_T}{2} m_1 \left\{ \operatorname{erfc} \left[ \sqrt{\rho_T \bar{h}_{J0} \frac{1}{M} \left( \sum_{i=1}^M \beta_i \right)^2} \right] \right\}. \quad (3.48)$$

З виразу (3.48) випливає, що ймовірність помилки залежить від коефіцієнта перекриття смуги  $\rho_W$ .

На жаль, у замкненій формі вираз для ймовірності помилки знайти не вдається. Але для великих значень  $M$  можна отримати наступний асимптотичний вираз:

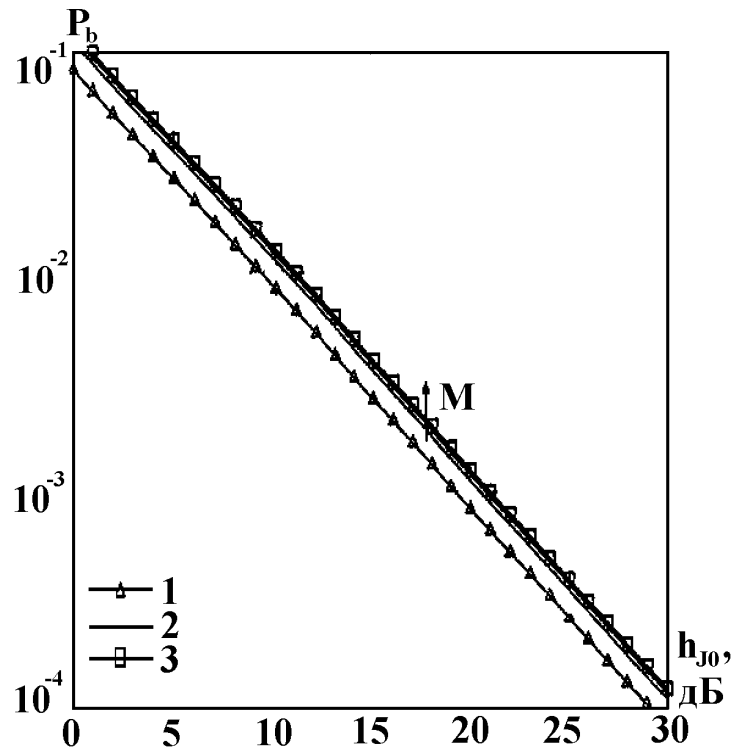
$$\lim_{M \rightarrow \infty} P_{b\ PB}^{HC}(\rho_T) = \frac{\rho_T}{2} \operatorname{erfc} \left[ \sqrt{\rho_T \bar{h}_{J0} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} \right)^2} \right]. \quad (3.49)$$

Це вираз показує, що у випадку додавання з рівними вагами характеристики завадостійкості системи із прямим розширенням спектра й передачею на декількох носійних за наявності релієвських завмирань лише на 1 дБ гірше за характеристики аналогових систем з прямим розширенням спектра й передачею на одній носійній за впливу переривчастої завади з повним перекриттям і відсутності завмирань.

Враховуючи, що оптимальне додавання важко здійснити у складній сигнально-завадовій ситуації, можна припустити, що додавання з рівними вагами буде цілком задовільною схемою комбінування.

На рисунку 3.2 наведено характеристики завадостійкості за впливу

оптимізованої завади й відсутності завмирань для  $M=\{3, 5, 7, 9, 11\}$  у випадку використання жорстких рішень. За цього, енергетичні втрати, обумовлені жорсткими рішеннями в кожному окремому демодуляторі зменшуються за збільшення  $M$ . Наприклад, за  $M=5$  й  $P_b=10^{-3}$  вони становлять 1,8 дБ. Оптимальне значення  $\rho_w$  дорівнює одиниці.

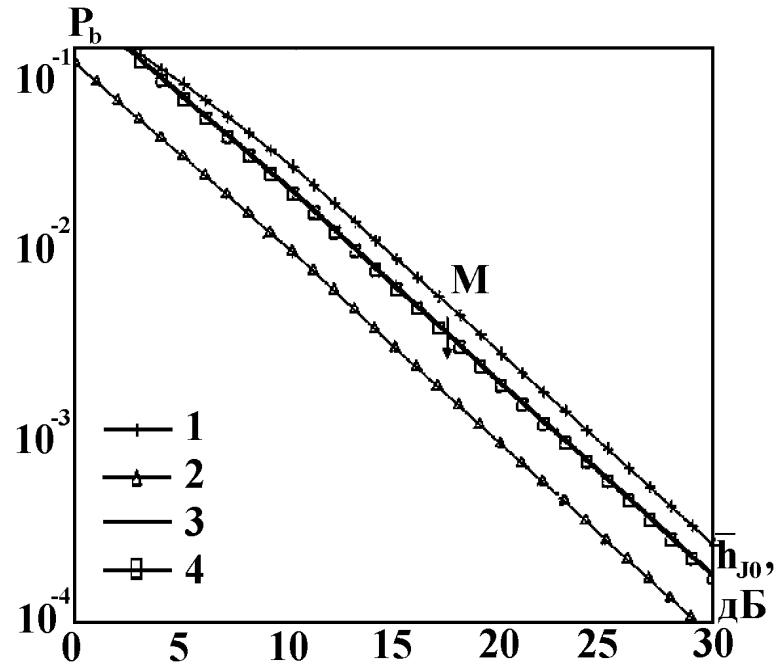


1 – система з комбінованим розширенням спектра (ППРЧ-ПРС);

2 – для  $M=\{3, 5, 7, 9\}$ ; 3 – для  $M=11$ .

Рисунок 3.2 – Залежності ймовірності помилки  $P_b$  від усередненого відношення сигнал/завада у випадку жорстких рішень у демодуляторі за відсутності завмирань

Аналогічні характеристики отримуємо за наявності релієвських завмирань (рис. 3.3).

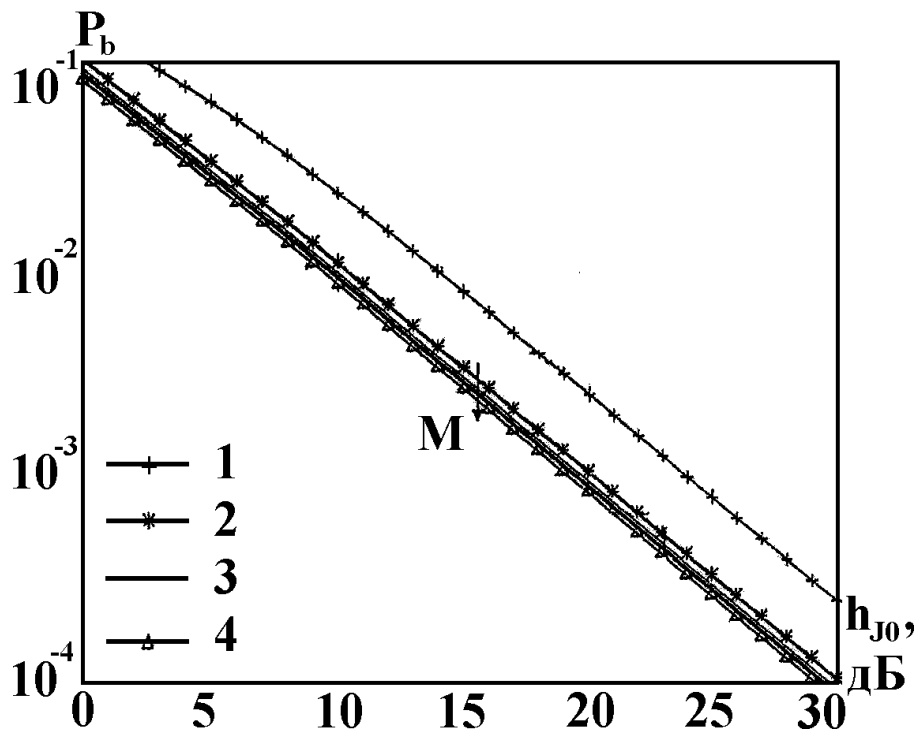


1 – система з комбінованим розширенням спектра (ППРЧ-ПРС) за наявності завмирань; 2 – система з комбінованим розширенням спектра (ППРЧ-ПРС) за відсутності завмирань; 3 –  $M=\{3, 5, 7, 9\}$ ; 4 -  $M=11$ .

Рисунок 3.3 – Залежності ймовірності помилки  $P_b$  від усередненого відношення сигнал/завада у випадку жорстких рішень за наявності релєївських завмирань

Можна побачити, що із збільшенням  $M$  завдяки ефекту частотного рознесення відбувається поліпшення характеристик, і вони прагнуть до тих, які може бути отримано за відсутності завмирань. За ймовірності помилки  $P_b=10^{-3}$ , енергетичні втрати в порівнянні із системою із прямим розширенням спектра й передачею на одній носійній за відсутності завмирань становлять приблизно 3 дБ для всіх розглянутих значень  $M$ . За цього, енергетичний вигравш за рахунок частотного рознесення в порівнянні із системою, що використовує комбіноване розширення спектра, за ймовірності помилки  $P_b=10^{-3}$  становить, приблизно, 1,6 дБ. Оптимальне значення коефіцієнта перекриття смуги й у цьому випадку дорівнює одиниці.

На рисунку 3.4 наведено характеристики завадостійкості за наявності релєївських завмирань і використання двох схем комбінювання: оптимального додавання й додавання з рівними вагами. Як впливає з наведених залежностей, із збільшенням  $M$ , поліпшення характеристик завдяки ефекту рознесення швидко досягає свого граничного значення. Наприклад, з  $M = 3$  енергетичні показники лише на 1,2 дБ гірше від показників, що досягаються за  $M \rightarrow \infty$ , і рівні показникам системи із прямим розширенням спектра й передачею на одній носійній за відсутності завмирань.



1 – система з комбінованим розширенням спектра (ППРЧ-ПРС);

2 – додавання з рівними вагами за  $M \rightarrow \infty$ ;

3 – оптимальне додавання за  $M = \{3, 5, 7, 9, 11\}$ ;

4 – оптимальне додавання за  $M \rightarrow \infty$ .

Рисунок 3.4 – Залежності ймовірності помилки  $P_b$  від усередненого відношення сигнал/завада у випадку м'яких рішень за наявності релєївських завмирань

Таким чином, переривчаста завада з повним перекриттям смуги частот є оптимальною для системи із прямим розширенням спектра й передачею на декількох носійних частотах. За цього, її характеристики завадостійкості за впливу релеївських завмирань можуть бути отримані досить близькими до характеристик системи із прямим розширенням спектра й передачею на одній носійній у випадку відсутності завмирань за порівняно невеликого числа носійних частот.

## ВИСНОВКИ

Внаслідок розширення спектра сигналу, суттєво збільшується смуга частот, у якій він передається, а в приймачі ширина спектра зворотно зменшується до інформаційної смуги, яка необхідна для передавання з потрібною швидкістю й величиною спотворень.

Внаслідок розширення спектра, зменшується рівень спектральної щільності потужності переданого сигналу, що забезпечує його високу прихованість і знижує ймовірність перехоплення супротивником.

Через низьку спектральну щільність потужності для передавання сигналів з розширеним спектром можна використовувати зайняті іншими радіоканалами смуги радіочастотного діапазону.

За виконання зворотної операції, в приймачі збільшується відношення сигналу/завада, рівне коефіцієнту розширення спектра.

За розширення спектра сигналу використовують наступні методи:

– безпосередня модуляція носійної частоти псевдовипадковою послідовністю (псевдовипадкова частотна або фазова модуляція, DSSS);

– програмне перелаштовування робочої частоти, тобто стрибкоподібні зміна частоти носійної (FHSS);

– програмне перелаштовування часового положення імпульсних сигналів або псевдовипадкова часово-імпульсна модуляція (сигнали із стрибкоподібно мінливими в часі положення імпульсів).

**ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ**

1. Волков Л.Н. Системы цифровой радиосвязи: базовые методы и характеристики: Учеб. пособие. / Л.Н. Волков, М.С. Немировский, Ю.С. Шинаков. – М.: Эко-Трендз, 2005. – 392 с.
3. Федоров И.Б. Информационные технологии в радиотехнических системах: Учеб. пособие / И.Б. Федоров. – М.: Радио и связь, 2003. – 654 с.
4. Калмыков В.И. Радиосистемы передачи информации / В.И. Калмыков. – М.: Горячая линия-Телеком, 2004. – 365 с.
5. Немировский М.С. Цифровая передача информации в радиосвязи / М.С. Немировский. – М.: Связь, 1980. – 567 с.
6. Прокс Дж. Цифровая связь / Прокс Дж. – М.: Радио и связь, 2000. – 763 с.
7. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение, 2-е издание: Пер. с англ. / Б. Скляр. – М.: Издательский дом "Вильямс", 2003. – 1104 с.
8. Борисов В.И. Завадозащищенность систем радиосвязи. С расширением спектра сигналов модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью / В.И. Борисов, В.М. Зинчук и др. – М.: Радио и связь, 2003. – 875 с.
9. Талем Ю.А. Спектральные методы оценки качества передачи цифровых сигналов / Ю.А. Талем, В.Б. Садовский. – М.: Радио и связь, 1994. – 456 с.
10. Финк Л.М. Теория передачи сигналов: Учебник для вузов / Л.М. Финк. – М.: Радио и связь, 1986. – 654 с.
11. Гуревич М.С. Спектры радиосигналов / М.С. Гуревич. – М.: Радио и связь, 1989. – 765 с.
12. Кловский Д.Д. Передача дискретных сообщений по радіоканалам /

Д.Д. Кловский. – М.: Радио и связь, 1982. – 875 с.

13. Коржик В.И. Расчет завадоустойчивости систем передачи дискретных сообщений: справочник / В.И. Коржик, Л.М. Финк, К.Н. Шелкунов. – М.: Радио и связь, 1981. – 676 с.

15. Зюко А.Г. Завадоустойчивость и эффективность систем передачи информации / А.Г. Зюко. – М.: Радио и связь, 1985. – 453 с.

16. Феер К. Беспроводная цифровая связь, методы модуляции и расширения спектра / К. Феер, В.И.Журавлева. – М.: Радио и связь, 2000. – 465 с.

17. Васин В.А. Радиотехнические системы передачи информации / В.А. Васин, В.В. Калмыков, Ю.Н. Себекин и др. – М.: «Горячая линия-телеком», 2005. – 763 с.

18. Сердюков П.Н. Защищенные радиосистемы цифровой передачи информации / П.Н. Сердюков, А.В. Бельчиков, А.Е. Дронов. – М.: АСТ, 2006. – 539 с.

19. Величко В.В. Передача данных в сетях мобильной связи третьего поколения / Под ред. Уч-кор. РАН Ю.Б.Зубарева. – М.: Радио и связь, Горячая линия-телеком, 2005. – 332 с.