

УДК 519.25

Нечипоренко Н.О.¹

¹ канд. фіз.-мат. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

ОЦІНЮВАННЯ ПЕРІОДУ ЧАСОВИХ РЯДІВ

Різнноманітні дані в техніці, економіці, соціології, медицині та інших сферах часто надходять у вигляді часових рядів типу

$$y_t = x_t + \varepsilon_t,$$

де x_t – детермінована періодична функція часу t , тобто $x_t = x_{t+T}$, де T – довжина періоду (мінімальна з можливих), а ε_t – випадкові погрішності, що спотворюють періодичний сигнал. Потрібно оцінити (мінімальну) довжину періоду $T = T_0$ і періодичну складову x_t . При цьому не передбачається, що функція $x(t)$ входить у яке-небудь параметричне сімейство, наприклад, кін-

цевих сум синусів і косинусів, тобто розглядається задача непараметричного оцінювання (мінімальної) довжини періоду й періодичної складовій сигналу.

Для знаходження довжини циклу зазвичай послідовно обчислюють коефіцієнти автокореляції відхилень від тренду різних порядків, тобто. з лагом 1, 2, 3, ... періодів часу. Найбільший за абсолютною величиною коефіцієнт автокореляції відзначить довжину циклу.

Розглянемо інший підхід до встановлення періоду часового ряду.

Нехай розглянуті функції x_t, y_t, ε_t визначені на відрізьку $[0; A]$. При фіксованому T розглянемо “шматки” сигналу y_t на послідовних відрізках довжини T , тобто на відрізках $[0; T], [T; 2T], [2T; 3T], \dots$. Зручно ввести послідовність функцій на відрізьку $[0; T]$, отриману переміщенням цих шматків до початку координат: $y_{1t} = y_t, y_{2t} = y_{t+T}, y_{3t} = y_{t+2T}, \dots$.

Усі вони визначені на відрізьку $[0; T]$. Число цих функцій дорівнює числу повних періодів довжини T , що укладаються на відрізьку $[0; A]$.

Для оцінювання T вводять два показники:

$F(T; Y) = F(T; y_{1t}, y_{2t}, y_{3t}, \dots)$ -показник розкиду множини функцій $\{y_{1t}, y_{2t}, y_{3t}, \dots\}$ на відрізьку $[0; T]$;

$G(T; Y) = G(T, y_{cp}(t))$ - показник розмаху функції $y_{cp}(t)$ на відрізьку $[0; T]$.

Символ Y означає тут, що показники розкиду й розмаху будуються по функції y_t , а функція $y_{cp}(t)$ –це середнє арифметичне функцій $\{y_{1t}, y_{2t}, y_{3t}, \dots\}$.

Нехай $k = [A/T]$. В якості показника розкиду використовувались два різних функціонала.

Функціонал

$$F_1(T; Y) = \max_t |y_{it} - y_{jt}|, \quad i, j = 1, 2, \dots, k, \quad t = 0, 1, \dots, T,$$

він задає максимальний розкид між значеннями функції.

Функціонал

$$F_2(T; Y) = \max_t |y_{it} - y_{cp}(t)|, \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad t = 0, 1, \dots, T,$$

він буде враховувати не довільні відхилення, а тільки відхилення від "середньої функції".

Показники розмаху також можна ввести різним чином. Розглядались такі:

$$G_1(T; Y) = \max_{t,s} |y_{cp}(t) - y_{cp}(s)|, \quad t = 0, 1, \dots, T, \quad s = 0, 1, 2, \dots, T;$$

$$G_2(T; Y) = \sum_{t=0}^T \sum_{s=0}^T (y_{cp}(t) - y_{cp}(s))^2.$$

Список показників розкиду, як і список показників розмаху, може бути значно розширений.

Визначення періоду T зводиться до розв'язання таких задач оптимізації зазначених вище функціоналів:

$$\min_T \frac{F_i(T; Y)}{G_j(T; Y)}, \quad i = 1, 2, \dots, \quad j = 1, 2, \dots$$

Чисельна мінімізація виконувалась перебором зростаючих значень періоду від 1 до значення T , при якому вперше досягається мінімум.

Для оцінки якості алгоритму були проведені розрахунки за реальними та змодельованими даними, що показали, що алгоритми здатні оцінювати довжину періоду та відновлювати періодичну складову часового ряду достатньо точно з практичної точки зору. Порівняння різних функціоналів поміж собою показало близькі результати. Одночасне використання всіх або частини функціоналів дозволило встановити чутливість оцінок до вибору методу оцінювання, знайти інтервал їх розкиду, який виявився в межах допустимої помилки.