

CALCULATION OF THE STRESS-STRAIN STATE OF A PNEUMOCYLINDER WITH A RUBBER-CORD SHELL

Mizerna O.

*Zaporizhzhia Polytechnic
National University,
Zaporizhzhia, Ukraine*

РОЗРАХУНОК НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПНЕВМОБАЛОНА З ГУМОКОРДНОЮ ОБОЛОНКОЮ

Мізерна О. Л.

*Національний університет
«Запорізька політехніка»,
Запоріжжя, Україна*

Abstract

The paper considers the calculation of the stress-strain state of a single-cavity pneumocylinder with a rubber-cord shell. In modelling the shell material is represented as homogeneous orthotropic one. The calculation is based on one of the modifications of the finite element method - the finite element moment scheme. In the calculation the shell reinforcement scheme and the viscoelastic properties of rubber are taken into account. A space-temporal finite element is used so that the viscoelastic properties of the material can be taken into consideration. The stress-strain state of the shell is determined for different laying angles of reinforcing fibers. The analysis of the influence of the reinforcement scheme and the viscoelastic properties of rubber on the parameters of pneumatic balloon deformation is carried out.

Анотація

У роботі розглянуто розрахунок напружено-деформованого стану однопорожнинного пневмобалона з гумокордною оболонкою. При

моделюванні матеріал оболонки представлено однорідним ортотропним матеріалом. Розрахунок проведено на базі однієї з модифікацій методу скінченних елементів – моментної схеми скінченних елементів. При проведенні розрахунку було враховано схему армування оболонки та в'язкопружні властивості гуми. Для врахування в'язкопружних властивостей матеріалу застосовано просторово-часовий скінченний елемент. Напружено-деформований стан оболонки визначено для різних кутів укладання армуючих волокон. Проведено аналіз впливу схеми армування та в'язкопружних властивостей гуми на параметри деформування пневмобалона.

Keywords: rubber-cord shell, finite element moment scheme, viscoelasticity, space-temporal finite element, stress-strain state.

Ключові слова: гумокордна оболонка, моментна схема скінченного елемента, в'язкопружність, просторово-часовий скінченний елемент, напружено-деформований стан.

Використання у сучасному машинобудуванні та інших промислових галузях композиційних матеріалів дає можливість спрямовано регулювати властивості матеріалу ще на стадії проектування конструкції. Широке застосування отримали волокнисті композити, до яких відносяться, зокрема, гумокордні матеріали. Гумокордний матеріал являє собою гумову матрицю, армовану металевими або синтетичними волокнами. Поєднання властивостей матриці і волокна дозволяє створювати спеціальні типи композитів для використання у різному обладнанні, при цьому спрощуючи конструкцію і покращуючи експлуатаційні характеристики. Найбільш часто гумокордні матеріали застосовують у виробництві шин, а також віброізоляторів. До таких конструкцій відносяться пневматичні елементи з гумокордними оболонками, використовувані для амортизації в автомобілебудуванні. Використання гумокордних оболонок дозволяє регулювати вертикальні і поперечні міцнісні

характеристики конструкції за рахунок зміни кута, типу, і кількості шарів корду, а також типу гуми та інших характеристик матеріалу.

Через те що компонентом матеріалу є гума, процес деформування всієї конструкції має в'язкопружний характер, що досить серйозно позначається на складності моделювання та розрахунку напружено-деформованого стану композитних конструкцій. Проблемам моделювання і розрахунку в'язкопружних композитних конструкцій присвячено ряд робіт. Зокрема, у [1] запропоновано математичну модель гумокордної оболонки, яка враховує розтягливість ниток корду та пружний опір гумової матриці без обмеження величини деформацій, що виникають. За допомогою принципу віртуальних переміщень побудовано визначальні співвідношення, описані гладкими функціями просторових координат, які відображають структурну неоднорідність матеріалу. У [2] для визначення в'язкопружних властивостей ортогонально армованого композиційного матеріалу зі скляними волокнами і епоксидним наповнювачем використано метод, що складається з серії чисельних експериментів на зонах розтягнення і зсуву представницького об'єму композита з подальшим отриманням змінної в часі матриці жорсткості. Проаналізовано ступінь анізотропії в'язкопружних властивостей композита для різних відносних концентрацій волокон і отримано змінні в часі технічні константи матеріалу. У [3] розроблено метод і алгоритм, за допомогою яких проведена чисельна оцінка ефективних механічних властивостей гумокордних композитів із урахуванням скінченних деформацій і низької стисливості гуми. Ефективні властивості виведено у вигляді квадратичної залежності між тензором деформацій Гріна та другим тензором напружень Піоли–Кірхгофа. Наведено результати чисельної оцінки ефективних механічних властивостей гумокордного композиту при скінченних деформаціях. Числовий аналіз проведено з використанням методу скінченних елементів. У [4] запропоновано формулювання математичної моделі деформованого в'язкопружного композиту, засновану на узагальненому визначенні ефективних модулів із неоднорідних пружних сталих композитів і в'язкопружних тіл. Отримані співвідношення демонструють залежність

механічних властивостей від тривалості дії навантаження. Математична модель гібридних ефективних модулів побудована на суперпозиції виразів для відомих ефективних модулів Фойгта і Рейсса, Хашина й Штрикмана. У [5] розглянуто питання визначення характеристик повзучості та релаксації полімерних композитів. Проведено аналіз різних моделей лінійного та нелінійного в'язкопружного процесу деформації. Досліджено вплив форми, розміру і концентрації армування на в'язкопружну поведінку полімерних композитів. У [6] запропоновано метод обчислення гомогенізованої поведінки лінійних в'язкопружних композитів. У [7] використано наближений алгоритм розрахунку напружено-деформованого стану в'язкопружних тіл. Алгоритм засновано на виведенні виразів ефективних у часі модулів. Ці модулі отримано шляхом ітераційних перетворень верхньої і нижньої оцінки Фойгта–Рейсса.

У даній роботі описано співвідношення для моделювання напружено-деформованого стану гумокордної оболонки на основі спадкової теорії Больцмана–Вольтерра. Розрахунок виконано за допомогою гібридної схеми методу скінченних елементів у формі методу переміщень згідно з варіаційним принципом Лагранжа [8].

Розглянемо однопорожнинний пневмобалон з гумокордною оболонкою (рисунок 1) [9].

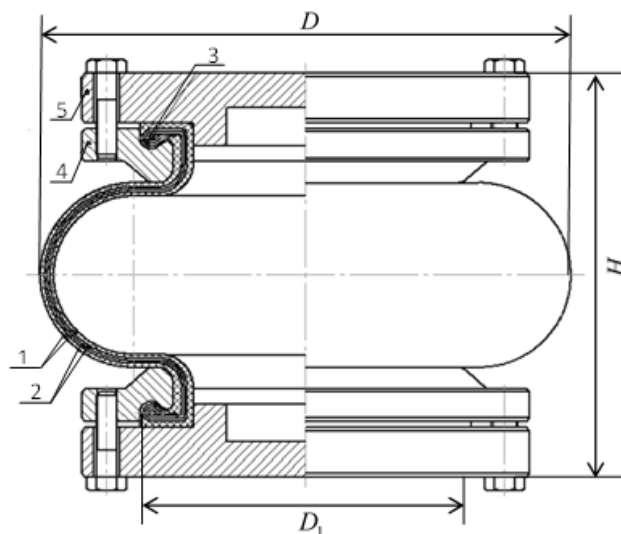


Рис.1. Конструкція однопорожнинного гумокордного пневмобалона: 1 – гума, 2 – шари корда, 3 – кільце бортове дротяне, 4, 5 – фланці притискні

Розміри пневмобалона: $D = 248$ мм, $H = 112$ мм, $D_1 = 150$ мм. Оболонка виготовлена з гуми (миттєвий модуль пружності $E_{R0} = 10$ МПа, тривалий модуль пружності $E_{R\infty} = 3,874$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\nu_R = 0,49$), армованої поліамідними волокнами марки Русар ($E_C = 120$ ГПа, $\nu_C = 0,34$). Волокна розташовані у два шари і мають перехресну схему армування з кутами $\pm \gamma$ відносно меридіану конструкції. Оболонка перебуває під дією внутрішнього тиску $P = 0,4$ МПа та осевого навантаження $Q = 18$ МПа.

Вважаймо, що вплив фізичних властивостей волокна на процес деформування конструкції зумовлений концентрацією та напрямом волокон у матеріалі. Виходячи з цього, змоделюємо композиційний матеріал однорідним ортотропним матеріалом. Через те що іншим компонентом гумокордного матеріалу є гума, необхідно врахувати її деформаційні особливості при моделюванні композитної конструкції загалом. Для врахування слабкої стисливості гуми скористаємося моментною схемою скінченних елементів для слабкостисних матеріалів у формі метода переміщень за варіаційним принципом Лагранжа. Варіацію енергії в'язкопружної деформації всередині скінченного елемента у момент часу t представимо у вигляді:

$$\delta \tilde{W} = \iiint_V \tilde{\sigma}^{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV. \quad (1)$$

В умовах в'язкопружності деформація залежить не тільки від сили, що прикладена у даний момент часу, а і від усіх попередніх сил, вплив яких тим менший, чим більше часу пройшло з моменту їх прикладання. Тому в'язкопружні властивості композита опишемо згідно зі спадковою теорією Больцмана–Вольтерра за допомогою інтегрального оператора [10]:

$$\tilde{\sigma}^{ij} = \tilde{C}^{ijkl} \varepsilon_{kl}(t) = C_0^{ijkl} \varepsilon_{kl}(t) - (C_0^{ijkl} - C_\infty^{ijkl}) \int_0^t e^{-(t-\tau)} \varepsilon_{kl}(\tau) d\tau, \quad (2)$$

де C_0^{ijkl} і C_∞^{ijkl} – миттєвий і тривалий тензори пружних сталих матеріалу.

Візьмемо просторово-часову апроксимацію переміщень у вигляді [11]:

$$u_m(t) = \sum_{s=1}^8 u_m^s(t, x_1^s, x_2^s, x_3^s) \cdot N_s(x_1, x_2, x_3) = u_m^s(t) \cdot N_s(x_1, x_2, x_3),$$

де $u_m^s(t)$ – вузлові переміщення m -го скінченного елемента у момент часу t , $N_s(x_1, x_2, x_3)$ – функції форми. Тоді тензор деформацій можна представити як

$$\varepsilon_{kl}(t) = \frac{1}{2} u_m^s(t) \cdot \left(C_l^m \frac{\partial N_s(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_k} + C_k^m \frac{\partial N_s(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_l} \right). \quad (3)$$

Підставляючи отримані співвідношення (3) у вираз (2), отримаємо зв'язок між напруженнями й деформаціями у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}^{ij} = & \frac{1}{2} H_0^{ijkl} \left(C_l^m \frac{\partial N_s}{\partial x_k} + C_k^m \frac{\partial N_s}{\partial x_l} \right) u_m^s(t) - \\ & - \frac{1}{2} (H_0^{ijkl} - H_\infty^{ijkl}) \left(C_l^m \frac{\partial N_s}{\partial x_k} + C_k^m \frac{\partial N_s}{\partial x_l} \right) \int_0^t e^{-(t-\tau)} u_m^s(\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (4)$$

тут перший доданок є пружною складовою, а другий – релаксаційною складовою напруження.

Підставимо вираз (4) у співвідношення (1) і введемо позначення:

$$K = \frac{1}{4} \iiint_V H_0^{ijkl} \left(C_l^m \frac{\partial N_s}{\partial x_k} + C_k^m \frac{\partial N_s}{\partial x_l} \right) \left(C_j^m \frac{\partial N_s}{\partial x_i} + C_i^m \frac{\partial N_s}{\partial x_j} \right) dV,$$

$$\Delta K = \frac{1}{4} \iiint_V (H_0^{ijkl} - H_\infty^{ijkl}) \left(C_l^m \frac{\partial N_s}{\partial x_k} + C_k^m \frac{\partial N_s}{\partial x_l} \right) \left(C_j^m \frac{\partial N_s}{\partial x_i} + C_i^m \frac{\partial N_s}{\partial x_j} \right) dV,$$

отримаємо вираз варіації енергії в'язкопружної деформації у вигляді:

$$\delta \tilde{W} = \left(Ku_m^s(t) - \int_0^t \Delta Ku_m^s(\tau) e^{-(t-\tau)} d\tau \right) \delta u_m^s(t),$$

тут K і ΔK – матриці жорсткості в'язкопружного матеріалу.

Використовуючи варіаційний принцип Лагранжа, отримаємо систему розв'язувальних рівнянь вигляду:

$$Ku_m^s(t) - \int_0^t \Delta Ku_m^s(\tau) e^{-(t-\tau)} d\tau = P,$$

де P – вектор зовнішніх навантажень.

Розіб'ємо проміжок часу від 0 до t на $n-1$ часовий інтервал. Тоді

$$Ku_m^s(t) - \sum_{i=1}^{n-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \Delta Ku_m^s(\tau) e^{-(t-\tau)} d\tau = P.$$

Враховуючи, що $t = t_n$, після математичних перетворень отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\tilde{K}u_m^s(t_n) = P + \sum_{i=1}^{n-2} Q_i + \tilde{Q}_{n-1},$$

де $\tilde{K} = K - \Delta K \left(1 - \frac{1}{t_n - t_{n-1}} (1 - e^{t_{n-1} - t_n}) \right)$ – матриця жорсткості в'язкопружного матеріалу в момент часу t ,

$$Q_i = \Delta K \left(u_m^s(t_i) \left(\frac{1}{t_{i+1} - t_i} (e^{t_{i+1} - t_n} - e^{t_{n-1} - t_n}) - e^{t_i - t_n} \right) + \right. \\ \left. + u_m^s(t_{i+1}) \left(e^{t_{i+1} - t_n} - \frac{1}{t_{i+1} - t_i} (e^{t_{i+1} - t_n} - e^{t_i - t_n}) \right) \right)$$

– вектор додаткового навантаження, обумовлений впливом i -го часового скінченного елемента,

$$\tilde{Q}_{n-1} = \Delta K u_m^s(t_n) \left(\frac{1}{t_n - t_{n-1}} (1 - e^{t_{n-1} - t_n}) - e^{t_{n-1} - t_n} \right)$$

– вектор додаткового навантаження, обумовлений впливом останнього, $n-1$ -го, часового скінченного елемента.

Подана методика реалізована у вигляді пакета прикладних програм у складі програмного комплексу «МІРЕЛА+» [12], за допомогою якого було розв’язано задачу про напружено-деформований стан розглянутого вище пневмобалона. Розрахунки були проведені для різних кутів армування гумокордної оболонки. Залежність осідання пневмобалона від кута укладки корда представлено на рисунку 2.

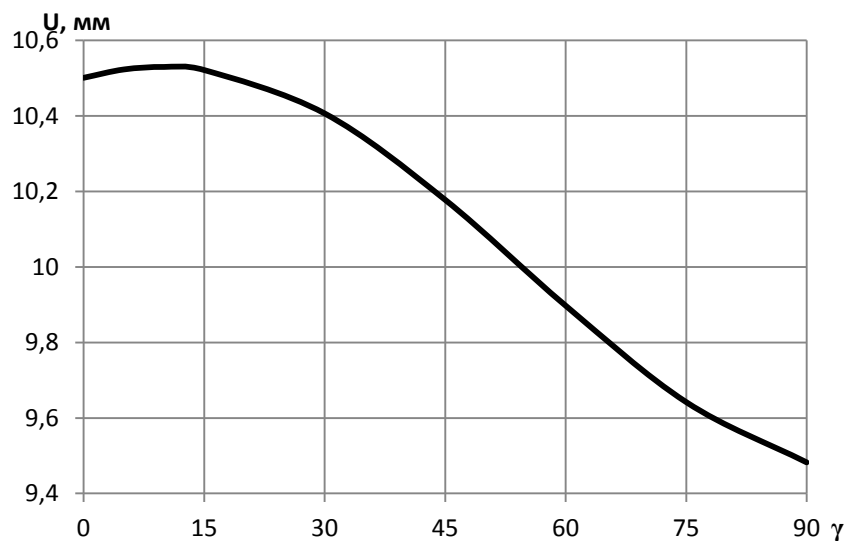


Рис.2. Залежність осідання пневмобалона від кута армування γ у гумокордній оболонці

За отриманими результатами можна помітити, що кут укладки волокон у гумокордному шарі оболонки впливає на ступінь стиску пневмобалона при навантаженні. Найменше переміщення відбувається за кута армування у 90° . Розрахунок напружено-деформованого стану конструкції дозволяє визначити найбільш оптимальний кут і кількість шарів корду в оболонці для заданих навантажень, тобто збільшувати міцність конструкції без проведення практичних експериментів.

Список літератури

1. Корнеев В.С., Шалай В.В., 2019, Математическая модель резинокордной оболочки вращения для пневматических амортизаторов, *Omsk scientific bulletin. Series aviation-rocket and power*, Vol.3, №1, pp.22-41.
2. Martynenko V.G., Lvov G.I., 2016, The numerical technique for prediction of anisotropic viscoelastic properties of orthogonally fiber reinforced composite material, *Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machine*, №46(1218), pp.44-51.
3. Levin V.A., Zingerman K.M., Vershinin A.V., Yakovlev M.Ya., 2015, *Composite Structures*, Vol.131, pp.25-36.
4. Svetashkov A. et al., 2017, The Hybrid Effective Modules of Viscoelastic Composites, *Key Engineering Materials*, Vol.743, pp.217-222.
5. Papanicolaou G.C., Zaoutsos S.P., 2019, Viscoelastic constitutive modeling of creep and stress relaxation in polymers and polymer matrix composites, *Creep and Fatigue in Polymer Matrix Composites*, pp.3-59.
6. Yvonnet J., 2019, Linear Viscoelastic Materials, *Computational Homogenization of Heterogeneous Materials with Finite Elements. Solid Mechanics and Its Applications*, vol 258, pp.123-144.
7. Kupriyanov N.A., Simankin F.A., Manabaev K.K., 2016, New effective moduli of isotropic viscoelastic composites. PartII. Comparison of approximate calculation with the analytical solution, *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 124, pp.1-6.

8. Киричевский В.В., 2002, Метод конечных элементов в механике эластомеров, 655с.

9. Онуфриенко А.В., 2018, Виброизоляция агрегатов машин с использованием рукавных амортизаторов растяжения : дис. ... канд. тех. наук : 01.02.06, 169с.

10. Narusberg V.L., Teters G.A., 1988, Stability and Optimization of Composite Shells, 299p.

11. Grebenyuk S.N., Mizernaya E.L., 2010, The stress-strain state of fibrous composite materials in viscoelastic deformation condition, *Bulletin East Ukrainian Volodymyr Dahl National University*, №10(152), Vol.2, pp.41-48.