

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Національний університет «Запорізька політехніка»

ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

до виконання РГР з вищої математики
(розділи «**Границі та неперервність функції однієї змінної**»,
«**Диференціювання функції однієї змінної**»)
для студентів технічних спеціальностей денної форми навчання

2020

Індивідуальні завдання до виконання РГР з вищої математики (розділи «Границі та неперервність функції однієї змінної», «Диференціювання функції однієї змінної») для студентів технічних спеціальностей денної форми навчання / Укл.: Килимник І.М., Полякова Т.Г. – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2020 – 70 с.

Укладачі: Килимник І.М., к.т.н., доцент
Полякова Т.Г., асистент

Рецензент: Онуфрієнко Л.М., к.ф.-м.н., доцент

Відповідальний за випуск: Килимник І.М., к. т. н., доцент

Затверджено на засіданні кафедри
вищої математики НУ «Запорізька
політехніка»
Протокол № 1 від 25.08.2020 р.

Рекомендовано НМК Машинобудівного
факультету НУ «Запорізька
політехніка»
Протокол № 1 від 03.09.2020 р.

ЗМІСТ

Правила оформлення та виконання РГР	4
1. Границя послідовності та функції.	5
1.1 Короткий виклад теоретичного матеріалу	5
1.2 Аудиторні завдання.	9
1.3 Індивідуальні завдання.	11
2. Неперервність функції.	35
2.1 Короткий виклад теоретичного матеріалу	35
2.2 Аудиторні завдання	36
2.3 Індивідуальні завдання.	38
3. Диференціювання функції однієї змінної	45
3.1 Короткий виклад теоретичного матеріалу	45
3.2 Аудиторні завдання	49
3.3 Індивідуальні завдання.	52
Література	70

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ ТА ВИКОНАННЯ РГР ТА КР

1. Студент виконує РГР в окремому зошиті у відповідності зі своїм варіантом (варіанти вказує викладач).
2. На обкладинці зошита треба записати назву теми РГР, номер академічної групи, прізвище, ім'я по батькові повністю та номер варіанта.
3. В РГР повинні бути розв'язані всі завдання, вказані викладачем. Розв'язання завдань необхідно записувати в порядку номерів завдань, зберігаючи їх послідовність. Умова задачі в завданні і розв'язування завдання записуються повністю (без скорочень). Відповідь у кожному завданні надається окремим рядком.
4. РГР подається викладачеві на перевірку і захищається студентом у терміни, визначені навчальним планом. РГР, виконана не за своїм варіантом, не зараховується.

1 ГРАНИЦЯ ПОСЛІДОВНОСТІ ТА ФУНКЦІЇ

1.1 Короткий виклад теоретичного матеріалу

Означення 1.1. Множину чисел $\{x_1, x_2, \dots, x_n, \dots\}$, $(n \in N)$, яка визначена для кожного натурального числа за однаковим правилом, називають *числовою послідовністю* і позначають $\{x_n\}$, де $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ — члени числової послідовності, x_n — загальний член послідовності.

Означення 1.2. Число A називається *границею числової послідовності* $\{x_n\}$, якщо для будь-якого завгодно малого додатного числа $\varepsilon > 0$ знайдеться таке натуральне число $N = N(\varepsilon)$, таке що для всіх $n > N$ виконується нерівність $|x_n - A| < \varepsilon$ і записують

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = A.$$

Означення 1.3. Число A називається *границею функції* $y = f(x)$ при $x \rightarrow \infty$, якщо для будь-якого довільного завгодно малого числа $\varepsilon > 0$ існує таке число $M(\varepsilon) > 0$, що при $|x| > M$ виконується нерівність $|f(x) - A| < \varepsilon$ і записують

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A.$$

Означення 1.4. Число A називається *границею функції* $y = f(x)$ при $x \rightarrow x_0$, якщо для будь-якого довільного завгодно малого числа $\varepsilon > 0$ існує число $\delta(\varepsilon) > 0$ таке, що при $|x - x_0| < \delta$ виконується нерівність $|f(x) - A| < \varepsilon$ і записують

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A.$$

Означення 1.5. Число A називається *границею функції* $y = f(x)$ зліва в точці x_0 , якщо для будь-якого довільного завгодно малого

числа $\varepsilon > 0$ існує число $\delta(\varepsilon) > 0$ таке, що при $x \in (x_0 - \delta; x_0)$ виконується нерівність $|f(x) - A| < \varepsilon$ і записують

$$\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) = f(x_0 - 0) = A.$$

Означення 1.6. Число A називається *границею функції* $y = f(x)$ *справа* в точці x_0 , якщо для будь-якого довільного завгодно малого числа $\varepsilon > 0$ існує число $\delta(\varepsilon) > 0$ таке, що при $x \in (x_0; x_0 + \delta)$ виконується нерівність $|f(x) - A| < \varepsilon$ і записують

$$\lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x) = f(x_0 + 0) = A.$$

Ліву і праву границі функції називають *односторонніми границями*.

Означення 1.7. Функцію $\alpha(x)$ називають *нескінченно малою функцією*, якщо $\lim_{x \rightarrow x_0} \alpha(x) = 0$ або $\lim_{x \rightarrow \infty} \alpha(x) = 0$.

Деякі еквівалентні нескінченно малі функції ($\alpha(x) \rightarrow 0$, коли $x \rightarrow x_0$, $k \in \mathbb{R}$):

$\sin(k \cdot \alpha(x)) \sim k \cdot \alpha(x)$	$\operatorname{tg}(k \cdot \alpha(x)) \sim k \cdot \alpha(x)$
$\arcsin(k \cdot \alpha(x)) \sim k \cdot \alpha(x)$	$\operatorname{arctg}(k \cdot \alpha(x)) \sim k \cdot \alpha(x)$
$1 - \cos k \cdot \alpha(x) \sim \frac{(k \cdot \alpha(x))^2}{2}$	$e^{k \cdot \alpha(x)} - 1 \sim k \cdot \alpha(x)$
$a^{k \cdot \alpha(x)} - 1 \sim k \cdot \alpha(x) \cdot \ln a$	$\ln(1 + k \cdot \alpha(x)) \sim k \cdot \alpha(x)$
$(1 + k \cdot \alpha(x))^n - 1 \sim n \cdot k \cdot \alpha(x),$ ($n > 0$)	$\sqrt[n]{1 + k \cdot \alpha(x)} - 1 \sim \frac{k \cdot \alpha(x)}{n},$ ($n > 1$)

Основні теореми про границі

Якщо існують границі $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ і $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$, то

$$1) \lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow x_0} g(x).$$

$$2) \lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x).$$

Наслідки: $\lim_{x \rightarrow x_0} (C \cdot f(x)) = C \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^n = \left(\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \right)^n$.

$$3) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)}.$$

Перша важлива границя: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

Наслідки: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(kx)}{x} = k$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} kx}{x} = k$,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}.$$

Друга важлива границя: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \approx 2,71828$ або

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = e.$$

Наслідки: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+x} - 1}{x} = \frac{1}{n}, (n \in \mathbb{N}), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^\alpha - 1}{x} = \alpha.$$

Деякі «умовні» правила дій над символами ∞ , $-\infty$, $+\infty$:

а) $(\pm \infty) + a = \pm \infty$, $a - (\pm \infty) = \mp \infty$;

б) $(+\infty) + (+\infty) = (+\infty) - (-\infty) = +\infty$;

в) $(-\infty) + (-\infty) = -\infty - (+\infty) = -\infty$;

г) $\infty \cdot a = a \cdot \infty = \begin{cases} \infty, a > 0 \\ -\infty, a < 0 \end{cases}$; $\infty \cdot \infty = \infty$; $\frac{\infty}{a} = \begin{cases} \infty, a > 0 \\ -\infty, a < 0 \end{cases}$;

д) $\frac{a}{\infty} = 0$; $\frac{a}{0} = \begin{cases} \infty, a > 0 \\ -\infty, a < 0 \end{cases}$;

е) $(+\infty)^n = +\infty$; $(-\infty)^n = \begin{cases} +\infty, n = 2m \\ -\infty, n = 2m-1 \end{cases}$; $\sqrt[n]{+\infty} = \infty$,

де $a = \text{const}$, $a \neq 0$, $n \in \mathbb{N}$, $m \in \mathbb{N}$.

Знаходження границі $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ зводиться до підстановки у функцію $f(x)$ граничного значення аргументу x_0 . Однак, підстановка може привести до «невизначених виразів», а саме: $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$, $\left[\frac{0}{0}\right]$, $[\infty - \infty]$, $[0 \cdot \infty]$, $[1^\infty]$ та інші. Це вирази, яким не можна поставити у відповідність числовий результат. Знаходження границі в цьому випадку називається *розкриттям невизначеності*.

Нагадаємо, що

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$	$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$	$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
$\log_a b^k = k \log_a b$, $a > 0$, $b > 0$, $a \neq 1$;	
$\log_c(ab) = \log_c a + \log_c b$	$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} a > 0, b > 0, c > 0, c \neq 1$
$\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$	
$1 - \cos 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha$	$1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha$

$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}$	$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
--	---

1.2 Аудиторні завдання

1. Знайти границі послідовностей

1а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5 + 1} - 6n^3}{\sqrt{2n^6 + 3} - n}$	б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^6 + 2} + \sqrt{4n^4 + 1}}{\sqrt[4]{n^4 + 1} (2n + 1)}$
в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+5} - \sqrt[4]{16n^4 + 1}}{\sqrt[3]{n} - \sqrt{16n^4 + 3}}$	г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^6 + 2} - \sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt[4]{n^4 + n} + \sqrt{n + 2}}$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 - 2n + 3} \right)$	3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} - 7^n}{2 \cdot 7^{n+1} + 3^n}$
4а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)!}{(n+2)! - 3(n+1)!}$	б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+5)((n+1)! - (n+4)!)}{(n+5)!}$

Відповіді: 1а) $-3\sqrt{2}$, б) 1.5, в) 0, г) ∞ ; 2. 2, 3. $-\frac{1}{14}$, 4а) 0, б) -2 .

2. Знайти границі функцій

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 3x - 4}{2x + 5}$	2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 1}{5x^2 + 3x}$
3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{x^4 + 2x^2}$	4. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 4x + 5}{2x^2 - x - 10}$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 4x}{6x^3 - 2}$	6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 + 3x^2 + 1}{x^3 + 2x}$
7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x^2}{4x + 3x^3}$	8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 7x}{4 - 6x^2}$

9.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{2x^2 - 7x - 9}$	10.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^3 + 15x - 16}$
11.	$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{x^2 - 6x - 16}$	12.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 3x - 5}{\sqrt[3]{2x + 6} - 2}$
13a)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}$	б)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{x \operatorname{tg} 4x}$
в)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 3x}$	г)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \arctg 3x}{\sin^2 2x}$
д)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin 4x}{\arcsin^2 3x}$	е)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \operatorname{tg} x}{x \cdot \arctg^2 2x}$
14 a)	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+3} \right)^{4x+8}$	б)	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{4x-2} \right)^{3x+1}$
в)	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + 3}{x^2 - 1} \right)^{2x+4}$	г)	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{5x-2} \right)^{3-4x}$
15a)	$\lim_{x \rightarrow 0} (1-7x)^{\frac{6}{5x}}$	б)	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + x \sin^2 x \right)^{\frac{1}{\operatorname{tg}^3 x}}$
16a)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 2^{7x}}{\operatorname{tg} 3x}$	б)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9^x - 2^{3x}}{\ln(1-7x)}$
17 a)	$\lim_{x \rightarrow 1} (3x-2)^{\frac{x}{3x-3}}$	б)	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin 2x}{\left(\frac{\pi}{4} - x \right)^2}$

Відповіді: 1. $\frac{10}{9}$, 2. 0.5, 3. 0, 4. ∞ , 5. 0, 6. ∞ , 7. $\frac{2}{3}$, 8. -0.5, 9. $\frac{3}{11}$,
 10. $\frac{1}{6}$, 11. 0.02, 12. 10.5, 13a) $-\frac{5}{3}$, б) 12.5, в) $-\frac{8}{9}$, г) 0.75, д) $\frac{4}{9}$,

е) -0.125 ; 14а) e^{-20} , б) 0 , в) ∞ , г) ∞ ; 15а) $e^{-8,4}$, б) e ; 16а) $-\frac{5}{3}\ln 2$,
 б) $\frac{1}{7}\ln\frac{8}{9}$; 17а) e , б) 2 .

1.3 Індивідуальні завдання

1.3.1 Знайти границі

1.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5 + 3} - \sqrt{n - 3}}{\sqrt[5]{n^5 + 3} + \sqrt{n - 3}}$	2.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{2n + 1} - \sqrt[3]{27n^3 + 2}}{4\sqrt{n} - \sqrt[3]{8n^5 + n}}$
3.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n - 1} + 3\sqrt{n^4 + 2}}{\sqrt{n^2 - 1} - \sqrt[3]{n^2 + 3}}$	4.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5n + 2} - \sqrt[5]{n - 1}}{\sqrt[3]{8n^3 + 1} - \sqrt{n - 3}}$
5.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3 - 1} + 4\sqrt{n - 1}}{\sqrt[3]{n^2 + 1} - \sqrt{n}}$	6.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 - 4} + \sqrt{n}}{\sqrt[7]{n^5 + 1} - \sqrt{n + 1}}$
7.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{n^5 + 2} + \sqrt{n + 4}}{\sqrt[3]{n + 2} - \sqrt[3]{8n^3 + 1}}$	8.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n - 1}}{\sqrt[5]{n^5 - 3} + \sqrt[3]{n}}$
9.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 6} + 2\sqrt{n^4 - 1}}{\sqrt[3]{n^2 + 5} - \sqrt{n^2 + 2}}$	10.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + n} - \sqrt[3]{n^6 + 3}}{\sqrt{6n^2 - 2n + 1} + \sqrt{n}}$
11.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{81n^4 + 2n} - \sqrt[3]{n^2 - 1}}{\sqrt[7]{n^3 + 3} + \sqrt[3]{n^2 - 1}}$	12.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[6]{n^7 + n^3 - n^2} + \sqrt[3]{n^4 + 7}}{4\sqrt[4]{16n^8 + 2n - 1} + \sqrt[3]{n}}$
13.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n + 1} - \sqrt[3]{n^2 + 5}}{\sqrt[5]{n^3 - n} + \sqrt{n + 1}}$	14.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{5n^2 + 4} - \sqrt{16n - 1}}{\sqrt[7]{n^{14} + 2n} - \sqrt[3]{n^2 + 3}}$
15.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + \sqrt[3]{n^2 + 2}}{\sqrt[3]{8n - 1} - \sqrt[5]{n^2 + 4}}$	16.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{9n^2 + 2} - \sqrt[3]{27n^6 + 1}}{\sqrt[7]{2n + 3} - \sqrt[5]{8n + n^{12}}}$

17.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^6 - 1} + \sqrt[3]{n^2 + 2}}{\sqrt[5]{n^3 + n} - \sqrt{n^2 + 4}}$	18.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \sqrt[3]{n^2 + n^6}}{n^4 + \sqrt[7]{n^5 + 1}}$
19.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n^4 + 3} - \sqrt[5]{n^2 - 2}}{\sqrt[5]{n^2 - 2} + \sqrt{n}}$	20.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n + 2} - \sqrt[3]{n^2 - 1}}{\sqrt[3]{n^9 + 1} - 5n}$
21.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4 + 3} - \sqrt[5]{n^2}}{\sqrt[6]{n^3 + 1} - 5\sqrt{n}}$	22.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n - 1} + \sqrt{n}}{\sqrt[3]{n^2 + 2} - 6n}$
23.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3 + 1} + 4\sqrt{n}}{\sqrt[4]{n^2 + 2} - \sqrt[5]{n^3 - 4}}$	24.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 3\sqrt[3]{n^4 - 1}}{\sqrt[5]{n^{10} + 2n} + 6n}$
25.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n + 1} - \sqrt[3]{n^6 - 1}}{\sqrt[3]{n + 3} + \sqrt[3]{n^4 + 2}}$	26.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4\sqrt{n} - 3\sqrt[3]{n^2 + 5}}{5\sqrt[3]{n^3 + 4} - \sqrt{n}}$
27.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4 + 3} - \sqrt[3]{n}}{\sqrt[3]{n^4 + 3} - \sqrt{n}}$	28.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[5]{n^4 + n} - 5}{\sqrt[4]{n^4 + 2} - \sqrt{n}}$
29.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^6 - 3} + \sqrt{n}}{\sqrt[5]{n^4 + 1} - \sqrt[3]{n}}$	30.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{n^3 + 1} - \sqrt[3]{n^4 + 1}}{\sqrt[3]{n + 1} + \sqrt[3]{n^6 + 1}}$

1.3.2 Знайти границі

1.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{2n^2 + 1} - \sqrt{2n^2 + 3n} \right)$	2.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 3n + 2} - n \right)$
3.	$\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \left(\sqrt{4n^2 + 5} - 2n \right)$	4.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sqrt{9n^2 - 1} - \sqrt{n^2 + 4n} \right)$
5.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{9n^2 + 5n} - 3n \right)$	6.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{3n^2 + 4} - \sqrt{3n^2 + 5n} \right)$
7.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4n^2 - 2n + 5} - 2n \right)$	8.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sqrt{4n^2 - 3n} - \sqrt{n^2 + 5} \right)$

9.	$\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \left(\sqrt{9n^2 + 7} - 3n \right)$	10.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{25n^2 + 9n} - 5n \right)$
11.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 - 7n + 3} \right)$	12.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 7n - 4} - n \right)$
13.	$\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \left(\sqrt{16n^2 + 2} - 4n \right)$	14.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sqrt{3n^2 + 1} - \sqrt{n} \right)$
15.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4n^2 + 7n} - 2n \right)$	16.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{5n^2 - 3n} - \sqrt{5n^2 + 2} \right)$
17.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \sqrt{n^2 - 4n + 2} \right)$	18.	$\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \left(2n - \sqrt{4n^2 - 3} \right)$
19.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{9n^2 - 3n} \right)$	20.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3n - \sqrt{9n^2 + 7n} \right)$
21.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{7n^2 + 4} - \sqrt{7n^2 + 5n - 3} \right)$	22.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2n - \sqrt{4n^2 - 8n + 3} \right)$
23.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sqrt{4n^2 + 1} - \sqrt{5n^2 + 2n} \right)$	24.	$\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \left(5n - \sqrt{25n^2 - 7n} \right)$
25.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3n - \sqrt{9n^2 + 10n} \right)$	26.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{6n^2 - 2n} - \sqrt{6n^2 + 1} \right)$
27.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2n - \sqrt{4n^2 - 5n + 7} \right)$	28.	$\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \left(7n - \sqrt{49n^2 + 5} \right)$
29.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sqrt{n} - \sqrt{5n^2 + 4} \right)$	30.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2} - \sqrt{n^2 - 8n} \right)$

1.3.3 Знайти границі

1.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 7^n}{2^n - 7^{n-1}}$	2.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2^{n+1}}{3^n - 2^n}$
3.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 3^{n+1}}{4^n - 3^n}$	4.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2^{n+2}}{3^n - 2^n}$

5.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n - 5^n}{4^{n+1} + 5^n}$	6.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+2} - 2^n}{5^{n+1} + 2^{n+1}}$
7.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n - 6^{n+1}}{4^{n+1} + 6^{n+2}}$	8.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n - 6^n}{5^{n+1} - 6^n}$
9.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 7^n}{3^{n+2} - 7^n}$	10.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + 7^{n-1}}{5^{n+1} - 7^n}$
11.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} - 8^n}{8^{n+2} + 3^n}$	12.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 9^{n-1}}{4^{n+2} - 9^n}$
13.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n - 9^{n+1}}{5^{n+1} + 9^n}$	14.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 6^{n+1}}{2^{n+1} - 6^n}$
15.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + 2^{n+3}}{5^n - 2^{n+1}}$	16.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 2^{n+2}}{4^{n+1} - 2^n}$
17.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 9^{n+1}}{2^{n+1} - 9^n}$	18.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^{n+1} - 9^n}{6^n + 9^{n+1}}$
19.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} + 7^{n-1}}{3^n + 7^{n+1}}$	20.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + 7^n}{5^n + 7^{n+1}}$
21.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+1} - 3^{n+1}}{5^n + 3^n}$	22.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+1} + 7^{n+1}}{4^{n+2} + 7^{n+2}}$
23.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^n + 5^n}{6^{n+1} - 5^{n+1}}$	24.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 9^{n+1}}{9^n - 3^{n+1}}$
25.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+2} - 9^{n+1}}{2^{n+1} + 9^{n+2}}$	26.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+1} - 4^n}{5^n + 4^{n+1}}$
27.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9^n - 7^n}{9^{n+1} + 7^{n+1}}$	28.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+2} - 7^{n+2}}{4^n + 7^n}$
29.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n-1} + 5^n}{2^n - 5^{n-1}}$	30.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^n + 7^n}{6^{n+2} - 7^{n+2}}$

1.3.4 Знайти границі

1.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)!+(2n+2)!}{(2n+3)!}$	2.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+4)!-(n+2)!}{(n+3)!}$
3.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{((2n)!+(2n+1)!)\cdot n}{(2n+2)!}$	4.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(n+3)!}{(n+4)!-(n+2)!}$
5.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{((2n-1)!+(2n)!)\cdot n}{(2n+1)!}$	6.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)!(n+3)}{(n+3)!-(n+1)!}$
7.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)!+n!}{(2n-1)\cdot(n+1)!}$	8.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n+2)(n+3)!}{(n+4)!+(n+2)!}$
9.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)!}{(n+1)\cdot((2n-1)!-(2n)!)}$	10.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+4)!+(n+2)!}{(3n-1)\cdot(n+3)!}$
11.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n)!+(2n+1)!}{(2n+2)!-(2n+1)!}$	12.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+3)!-(2n+2)!}{(2n+1)!+(2n+2)!}$
13.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+2)!+(2n+1)!}{(n+1)\cdot((2n)!+(2n+1)!)}$	14.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n-1)!-(3n+1)!}{(3n)!(2n-1)}$
15.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n)!\cdot(2n+3)}{(3n-1)!+(3n+1)!}$	16.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n)!+(3n+2)!}{(3n+1)!(2n+1)}$
17.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)!+(n+3)!}{n!+(n+3)!}$	18.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)!-(n+2)!}{n!+(n+2)!}$
19.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!-(n+2)!}{(n+1)!-(n+2)!}$	20.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)! \cdot (2n+1)}{(n)!-(n-1)!}$
21.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)!+n!}{(3n+1)\cdot n!}$	22.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5n-4)\cdot(n+1)!}{(n+2)!+(n+1)!}$
23.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+5)!+(n+4)!}{(n+6)!}$	24.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+6)!}{n\cdot((n+5)!-(n+4)!)}$

25.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n \cdot ((2n+1)! - (2n+2)!)}{(2n+3)!}$	26.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5n-3)((2n)! - (2n+1)!)}{(2n+2)!}$
27.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! + (n-1)!}{n! - (n-1)!}$	28.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+5)((2n-1)! + (2n)!)}{(2n+1)!}$
29.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+8)!}{4n \cdot ((n+7)! + (n+6)!)}$	30.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4n-1)((n+4)! - (n+3)!)}{(n+5)!}$

1.3.5 Знайти границі

1.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 11x + 15}{3x^2 + 5x - 12}$	2.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 5x - 7}{x^3 - 1}$
3.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 - 6x + 3}{x^2 - 4x + 3}$	4.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 2x - 28}{x^3 - 8}$
5.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - x^2 + x + 1}{x^4 - 1}$	6.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^4 - 1}$
7.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 7x + 10}{5x^2 + 3x - 3}$	8.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 4x + 4}$
9.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$	10.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + 7x - 4}{x^3 + 64}$
11.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 + 19x - 5}{2x^2 + 11x + 5}$	12.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^3 + x - 2}$
13.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - 7x + 5}$	14.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 8}{2x^2 - 9x + 10}$
15.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{9x^2 + 17x - 2}{x^2 + 2x}$	16.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x - 2}{x^3 - x^2 + x + 1}$
17.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^3 - 2x^2 + 5x}{3x^2 + 7x}$	18.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 5x + 1}{x^2 - 1}$

19.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 5x - 42}{x^2 + 5x + 6}$	20.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 30}{x^2 + 4}$
21.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 3x - 15}{x^3 - 64}$	22.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 2x - 1}{x^3 + 4x}$
23.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 5}{x^2 - 4x}$	24.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 11x + 10}{x^2 - 5x - 14}$
25.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4}{3x^2 + x - 10}$	26.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^3 + 2x - 5}{4x^2 - 5x + 1}$
27.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 - 11x - 6}{3x^2 + 4x - 5}$	28.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 24}{2x^3 + 5x - 1}$
29.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 11x + 18}$	30.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - x + 6}{7x^2 - 14x + 1}$

1.3.6 Знайти границі

1.	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 11x + 15}{2x^3 - 4x}$	2.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 5x - 7}{3x^3 + x}$
3.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 6x + 3}{x^2 + 4x}$	4.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^3 + 2x - 28}{3x^2 - 7}$
5.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 - x^2 + x + 1}{3x - 7x^2}$	6.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 + 4x - 2}$
7.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{5x^2 - 3}$	8.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{x^3 - 4x - 4}$
9.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 3x^2 - 2}{x^2 + 6x + 1}$	10.	$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 7x - 4}{x^2 - 6x}$
11.	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{4x^2 - 19x - 5}{2x^2 + 6x + 5}$	12.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{3x^3 + x - 2}$

13.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 5x + 3}{3x^3 - 7x}$	14.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 3x - 14}{2x^2 - 7x + 10}$
15.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{9x^2 + 17x - 2}{x^2 + 4x - 1}$	16.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^3 - 4x^2 + 1}$
17.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^3 + 5x^2 + 12}{3x^2 + 5x}$	18.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^4 - 5x^2 + 1}{3x^3 - 1}$
19.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 + 5x - 42}{x^3 + 4x}$	20.	$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - x - 30}{2x - 4}$
21.	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 3x - 28}{x^3 - 20}$	22.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 - 4x - 7}{x^3 + 6x}$
23.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^3 + x + 1}$	24.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 11x + 10}{x^2 - 5x + 14}$
25.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + x + 10}{4x^2 + 1}$	26.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 + 2x - 5}{4x^2 + 2x - 1}$
27.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{x^3 + 4x}$	28.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 - 4x - 20}{x^3 + 3}$
29.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x - 4}{x^2 + 2x + 7}$	30.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5x^2 - 6x - 27}{x^3 + x - 1}$

1.3.7 Знайти границі

1.	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 7x}{3x^2 + 5x - 12}$	2.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 7}{3x^2 - 4x + 1}$
3.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 6x}{x^2 - 4x + 3}$	4.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4}{x^3 - 8}$
5.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + 3x}{x^3 + 2x + 3}$	6.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + 3x - 10}$

7.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 1}{5x^2 - 3x - 14}$	8.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 2x}{x^2 + 4x + 4}$
9.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 + 3x^2}{x^2 + 3x + 2}$	10.	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x - 6}{2x^2 + 3x - 9}$
11.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 4x + 1}{x^3 + 7x^2 - 6}$	12.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 6}{x^3 + 2x - 12}$
13.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 3x}{x^3 + x - 2}$	14.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - x^3}{12x^2 - 7x - 5}$
15.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + x}{2x^2 - 9x + 10}$	16.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 2}{x^2 + 2x}$
17.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 1}{x^3 - x^2 + x - 1}$	18.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - x^3}{3x^2 + 7x}$
19.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^4 + 5x^2 + 1}{x^3 - 1}$	20.	$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - x}{x^3 + 125}$
21.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + 5x - 1}{x^2 - 5x + 6}$	22.	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 2}{x^2 + 2x - 24}$
23.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x + 28}{x^2 - 4x + 3}$	24.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 10}{x^2 - 5x - 14}$
25.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 6x - 1}{3x^2 + x - 10}$	26.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 5}{4x^2 - 5x - 14}$
27.	$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{6 - 11x}{3x^2 - 20x + 12}$	28.	$\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^3 + 4}{2x^2 + 6x - 36}$
29.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x - 1}{x^2 - 11x + 18}$	30.	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 8x - 1}{7x^2 - 27x - 4}$

1.3.8 Знайти границі

1.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4x - 1}{x^3 + x - 1}$	2.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - x^3 + x^2}{3x^4 - 2}$
3.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 5}{2x^2 + 5}$	4.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x + 1}{x^4 + 4x - 1}$
5.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 7x^2}{x^3 + 7x^2}$	6.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 1}{2x^4 + x^2 - 1}$
7.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3}{7x^5 + x^3 + 2}$	8.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + x - 1}{x^6 + 4x + 1}$
9.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + x^3}{x^4 - 7x^2}$	10.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 7x + 5}{5x^3 - 7x^2 + 5}$
11.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 1}{4x^4 - 1}$	12.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7 - 4x}{7x^3 - 4x^2}$
13.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + 5x^2 + x^3}{x^6 + 5x^3 + 3}$	14.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 4 - x^2}{x^3 - x^2 - 4}$
15.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 6x - 1}{2x^3 + 6x - 1}$	16.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 3x}{5x^4 - 4x}$
17.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 4x - 3}{2x^4 + 3}$	18.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x}{x^3 + x}$
19.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 7x + 5}{5x^3 + 2x^2 + 7}$	20.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2}{5x^7 - 3x^4}$
21.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x}{x^3 + x}$	22.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x}{x^3 + x - x^4}$
23.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 + 2x}{x^3 + x}$	24.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6 - x^2}{6x^3 - x^2}$

25.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 4x - 1}{9x^4 + 5}$	26.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x - 7x^2}{7x^5 - 6x}$
27.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x - 3}{2x^5 + x^2 - 3}$	28.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + x^3}{8 - x^6}$
29.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x}{x^4 + 3x}$	30.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x + 5}{x^6 - 5x^2 + 2}$

1.3.9 Знайти границі

1.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 + 2x}{x^3 + 4x - 1}$	2.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x + 2}{x^2 - 4}$
3.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4x + 2}{5x - 7}$	4.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 + 3x + 1}{x^2 + 1}$
5.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 3x - 2}{x^2 + 4x}$	6.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 4x^2 - 3}{x^3 + 2x + 1}$
7.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 2x + 1}{3x^2 - 2}$	8.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^7 + 6x}{2 - x^3}$
9.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 3x^2 + x^5}{x^2 + 4}$	10.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6 - 2x + x^4}{x^3 + 2}$
11.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 4x^4}{3x^2 + 4x}$	12.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - 7x + 3}{4x + 5}$
13.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^7 - 7x^3}{7x^2 - 3x^6}$	14.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 4x^5}{3x^2 + x - 1}$
15.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 + 1}{x^4 + 1}$	16.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 - 3x^6}{3x^2 + 2x - 3}$
17.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 2x - 7}{x^2 + 4x - 2}$	18.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 3x^2 - 4}{x^3 + 3x - 4}$

19.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 7x - 2}{7x - 5}$	20.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$
21.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^6 - 1}{x^5 + 2x}$	22.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x^6}{1 - x^2}$
23.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 5x^3}{5x^2 - 3x}$	24.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7 + 2x + x^4}{7x^2 + 2}$
25.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{3x^2 - 2x + 1}$	26.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 2}{x^2 + 1}$
27.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 - 3x^4}{x^5 - 3x^2}$	28.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 4x + 3}{3 - 2x^2}$
29.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 3x^2}{4x^2 + 1}$	30.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x^2 + 1}{4x^2 + 2x - 1}$

1.3.10 Знайти границі

1.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 2x - x^4}{3x^4 - 2x - 1}$	2.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 4x + 1}{7x^2 - x + 4}$
3.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4x}{2x^2 - x}$	4.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 4x^2 + 1}{3 - 4x^3}$
5.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x - 12}{x^2 + x - 12}$	6.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 4x}{14x^2 - 2x + 3}$
7.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x - 7}{3x^2 + 5x - 12}$	8.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 2x - 1}{x^4 - 2x + 3}$
9.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 6x + 1}{4 - x^2 - 6x^3}$	10.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - x^2}{3x^2 - 2}$
11.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 2x - 1}{4 - x^2 - 6x^3}$	12.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 4x + 1}{5x^2 + 6x + 7}$

13.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 3x^2 - 1}{3x^4 + 2}$	14.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 + 3}{3x - 5x^3 + 1}$
15.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 4x + 1}{3x^2 - 4x - 1}$	16.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 2x^2 + 3}{3x^4 - 2x^2 - 3}$
17.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 4x + 3}{2x^2 - 7x + 5}$	18.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4}{2x^2 - 4x + 1}$
19.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x + 5}{5x^3 + 2}$	20.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 2x^3 - x^2}{5x^2 + 3x^3 - 5x^5}$
21.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{5 - x^3}$	22.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 4x - 3}{3x^2 + 4x - 2}$
23.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 19x - 5}{2x^2 + 11x + 5}$	24.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 2x^2 + 7}{7 - 2x^2 - x^4}$
25.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 + 2x - x^3}{3x^3 + 4x}$	26.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x^2}{2x^3 - 3x^2}$
27.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + x^2 - x^4}{3x^2 + 4x^3 + 2x^4}$	28.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 + 6x - x^7}{2x^7 - 5}$
29.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 4x + x^3}{3x^3 - 4x + 1}$	30.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 2x + 1}{1 - 2x - 3x^4}$

1.3.11 Знайти границі

1.	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 11x + 15}{x^3 + 2x + 33}$	2.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 5x - 7}{x^3 + 2x - 3}$
3.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 6x + 5}{7x^2 - 4x - 3}$	4.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x - 12}{2x^2 + 3x - 14}$
5.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + x - 4}{x^3 + 3x + 4}$	6.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 + 7x - 8}$

7.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 7x + 6}{5x^2 + 3x - 26}$	8.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 2x + 12}{3x^2 + 2x - 8}$
9.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 5x - 4}{4x^2 - 3x - 7}$	10.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 - 2x - 5}{x^3 + 5x + 6}$
11.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 7x + 6}{x^3 + x - 10}$	12.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 8x + 7}{5x^2 + 6x - 11}$
13.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 2x - 3}{x^3 + 9x - 10}$	14.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 3x - 14}{2x^2 - 9x + 10}$
15.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{9x^2 + 17x - 2}{x^3 + x + 10}$	16.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 6x - 20}{3x^2 + 5x - 22}$
17.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 7x - 8}{7x^2 + 6x - 13}$	18.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 4x - 16}{5x^2 + 4x - 28}$
19.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 5x + 1}{x^3 + 11x - 12}$	20.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 + 5x - 42}{x^3 - 5x - 12}$
21.	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 3x + 36}{3x^2 - 2x - 33}$	22.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 7x + 8}{5x^2 + 3x - 2}$
23.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 2x - 16}{x^3 + 5x - 18}$	24.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^2 + 3x - 9}{x^3 - 11x + 10}$
25.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 12x + 13}{3x^2 - 7x - 10}$	26.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 - 11x - 34}{x^3 + 5x + 18}$
27.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 12x - 13}{7x^2 + 7x - 14}$	28.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 - 7x - 26}{x^3 + 3x + 14}$
29.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x - 4}{4x^2 + 11x - 38}$	30.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 2x + 3}{3x^2 - 5x - 8}$

1.3.12 Знайти границі

1.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}$	2.	$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8}$
3.	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{4-x}}{2x^2 - x - 21}$	4.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{x+6}}{x^2 - x - 6}$
5.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{8-x}}{2x^2 - 5x - 7}$	6.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x+1}}$
7.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{\sqrt{x+3} - \sqrt{5+3x}}$	8.	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}}$
9.	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+6}}{2x^2 - 7x - 15}$	10.	$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 8x + 15}{\sqrt{3x+17} - \sqrt{2x+12}}$
11.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{4-x}}{3x^2 + 4x - 7}$	12.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{8-x} + 3x}{2x^2 - 5x - 7}$
13.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4-x} - \sqrt{2}}{3x^2 - x - 10}$	14.	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{3x^2 - 2x - 40}$
15.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{5+x} - 2}{5x^2 - 4x - 9}$	16.	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{x^2 + 2x - 35}$
17.	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 + x - 36}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}}$	18.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 - 4x - 7}{\sqrt{8-x} - 3}$
19.	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x - 5}{\sqrt{x-1} - 2}$	20.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3} - 3}{x^2 + 2x - 15}$
21.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x+1} - 4}{x^2 + 2x - 15}$	22.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 3}}{3x^2 + 5x - 8}$
23.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{3x^2 - 4x - 4}$	24.	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 2x - 24}{\sqrt{6x+1} - 5}$

25.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x} - x}{2x^2 - 3x - 9}$	26.	$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+20} - 4}{2x^2 - 3x - 44}$
27.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 7x - 15}{\sqrt{x+1} - 2}$	28.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{3x^2 - 5x - 2}$
29.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{3+x} - 2}$	30.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + \sqrt{6-5x}}{3x^2 + 4x - 4}$

1.3.13 Знайти границі

1.	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt[3]{x+3} - 2}{3x^2 - 9x - 30}$	2.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt[3]{x+7}}{2x^2 + 3x - 5}$
3.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2 - \sqrt[3]{7-x}}{4x^2 - 3x - 7}$	4.	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2 + \sqrt[3]{x-5}}{x^2 - 4x - 21}$
5.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 4x - 20}{\sqrt[3]{x-1} - 1}$	6.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x + x^2 + 2}{1 + \sqrt[3]{x+1}}$
7.	$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 6x - 16}{\sqrt[3]{x} - 2}$	8.	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{5x - x^2 - 4}{2 - \sqrt[3]{2x+4}}$
9.	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{4 - \sqrt[3]{x+59}}$	10.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{6x^2 + x - 7}$
11.	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 3x - 18}{2 - \sqrt[3]{5-x}}$	12.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{7-3x} - 1}{x^2 + 3x - 10}$
13.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x^2 + 3x + 2}$	14.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{9x} - 3}{2x^2 - 4x - 6}$
15.	$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{5x - 40}{2 - \sqrt[3]{x}}$	16.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2 + \sqrt[3]{3x-2}}{x^2 + 3x + 2}$
17.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1 - \sqrt[3]{2x-5}}{x^2 + x - 12}$	18.	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt[3]{9x} + 3}{2x^2 + 3x - 9}$

19.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6+x} - 2}{4x^2 - 5x - 6}$	20.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - 2}{4x^2 + 5x - 9}$
21.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 - 3x - 7}{1 - \sqrt[3]{2+x}}$	22.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt[3]{9-x}}{3x^2 + 4x - 7}$
23.	$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{2 + \sqrt[3]{x}}{x^2 + 7x - 8}$	24.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{\sqrt[3]{10-x} - 2}$
25.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 - x - 10}{\sqrt[3]{x-6} + 2}$	26.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 2x - 8}{\sqrt[3]{10+x} - 2}$
27.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 7x + 2}{1 - \sqrt[3]{x}}$	28.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{26+x} - 3}{3x^2 + 5x - 8}$
29.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 4x - 7}{\sqrt[3]{26+x} - 3}$	30.	$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{3x^2 - 8x - 128}{\sqrt[3]{x} - 2}$

1.3.14 Знайти границі

1.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{\arctg^2 3x}$	2.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 2x}{\cos 7x - \cos 2x}$
3.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2\pi(x+5))}{\arctg 3x}$	4.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 7x}{\sin(\pi(x+7))}$
5.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x+2,5\pi) \cdot \tg 3x}{\arcsin 2x^2}$	6.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 5x}{\arctg^2 3x}$
7.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tg x - \sin x}{x \cdot \arcsin^2 5x}$	8.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \arctg 2x}{1 - \cos x}$
9.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{\arcsin^2 7x}$	10.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 x}{\cos 5x - \cos 3x}$
11.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x - \sin 3x}{\arctg 5x}$	12.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 7x - \cos 3x}{x \cdot \arcsin 2x}$

13.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{arctg} 3x}{\cos 5x - \cos x}$	14.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(x^3) - 2x}{\operatorname{tg} 4x - \sin 2x}$
15.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x \cdot \operatorname{arc} \sin 2x}$	16.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^2 2x}{\cos 3x - \cos x}$
17.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2 \sin x}{x \cdot \operatorname{arctg}^2 x}$	18.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + \sin 5x}{\operatorname{arc} \sin 3x - \operatorname{arctg} 5x}$
19.	$\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{arc} \sin^2 2x \cdot \operatorname{ctg}^2 5x$	20.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(x^2) - 2x^3}{1 - \cos 4x}$
21.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos^3 3x}{\operatorname{arctg}^2 3x}$	22.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x \cdot \sin 4x}{\cos 3x - \cos x}$
23.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + \sin 2x}{\operatorname{arctg}(x^2) + 2x}$	24.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 3x}{x \cdot \operatorname{arctg} 2x}$
25.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{arc} \sin 3x}{\cos^2 2x - 1}$	26.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{arc} \sin 5x}{1 - \sqrt{\cos x}}$
27.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(x^2) - 3x}{\sin 5x + \sin 3x}$	28.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x - \sin x}{\operatorname{arctg} 3x}$
29.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{arctg}^2 3x}$	30.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{arctg} 2x}{\cos x - \cos 3x}$

1.3.15 Знайти границі

1.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2} \right)^{2-3x}$	2.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+3} \right)^{3x-1}$
3.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-1} \right)^{5x+2}$	4.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-1}{4x+2} \right)^{2-3x}$
5.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+1} \right)^{2x+1}$	6.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x-3} \right)^{2x-1}$

7.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x-3} \right)^{2-5x}$	8.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+1}{5x+3} \right)^{1-7x}$
9.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x-1} \right)^{7-4x}$	10.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-4}{x+2} \right)^{3x+2}$
11.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+3}{4x-1} \right)^{2-3x}$	12.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-3}{3x+2} \right)^{4x-3}$
13.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x+2}{7x-3} \right)^{5x+2}$	14.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+6}{2x-3} \right)^{2-7x}$
15.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x+2} \right)^{3-2x}$	16.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-5}{2x+1} \right)^{4x+3}$
17.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+8}{x+4} \right)^{8-3x}$	18.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-5}{3x+2} \right)^{2x-4}$
19.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{2-5x}$	20.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x-2} \right)^{2-3x}$
21.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x-1} \right)^{7-5x}$	22.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^{2x-1}$
23.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-4} \right)^{4-3x}$	24.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+4}{2x-1} \right)^{3x-1}$
25.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x-5} \right)^{3x+4}$	26.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+4} \right)^{7-3x}$
27.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-1}{5x+2} \right)^{1-3x}$	28.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x+1}{6x+2} \right)^{1-6x}$
29.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-6} \right)^{3-2x}$	30.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x-1}{7x+2} \right)^{5x+2}$

1.3.16 Знайти границі

1.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{3x-5} \right)^{2x+3}$	2.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{x+4} \right)^{1-2x}$
3.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-1}{3x+4} \right)^{x+4}$	4.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{4x-1} \right)^{2x}$
5.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-5}{4x+2} \right)^{4-3x}$	6.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{9x-7} \right)^{2x+5}$
7.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{2+7x} \right)^{5x+1}$	8.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-5}{3x+1} \right)^{7-3x}$
9.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-2x}{2-x} \right)^{3-4x}$	10.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2-x}{3-4x} \right)^{5-6x}$
11.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+4}{x+6} \right)^{2x-7}$	12.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{4x-5} \right)^{2x+9}$
13.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{3x-7} \right)^{3-4x}$	14.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{3x+1} \right)^{4+3x}$
15.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x-5}{x+4} \right)^{2x+1}$	16.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{3x+7} \right)^{4x-7}$
17.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{3x-1} \right)^{4-5x}$	18.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{x-6} \right)^{x-1}$
19.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{3x-4} \right)^{11-2x}$	20.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{4x+3} \right)^{2x+8}$
21.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x+4}{5x-4} \right)^{4x+3}$	22.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+3}{2x-5} \right)^{5x+1}$
23.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+4}{x-3} \right)^{2-4x}$	24.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{2x-1} \right)^{6x-1}$

25.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{x+1} \right)^{9-4x}$	26.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{2x+3} \right)^{7x+8}$
27.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+7}{3x-2} \right)^{7x+4}$	28.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{3x+2} \right)^{2x+1}$
29.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{4x-1} \right)^{1-3x}$	30.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{8x-3}{5x-5} \right)^{2-3x}$

1.3.17 Знайти границі

1.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + 2x^2 \right)^{\frac{2}{x^2}}$	2.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - 3x^2 \right)^{\frac{4}{x^2}}$
3.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + 2x^3 \right)^{\frac{1}{x^4 + 3x^3}}$	4.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + 3x^3 \right)^{\frac{2}{x^5 - 2x^3}}$
5.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{x^2}{2} \right)^{\frac{1}{x^2}}$	6.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{x}{4} \right)^{\frac{2}{x^2 + 2x}}$
7.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3+2x}{3} \right)^{\frac{2}{x}}$	8.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4+x}{4} \right)^{-\frac{1}{x}}$
9.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + 3x^2 \right)^{\frac{3}{2x^2}}$	10.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2+3x^2}{2} \right)^{\frac{1}{x^4 + 2x^2}}$
11.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3-x^2}{3} \right)^{\frac{5}{x^4 - 3x^2}}$	12.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4-5x}{4} \right)^{\frac{1}{x^2 - x}}$
13.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2+3x^2}{2} \right)^{\frac{3}{5x^2}}$	14.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5+2x^2}{5} \right)^{\frac{4}{x^2}}$

15.	$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x^3)^{\frac{5}{x^4 + x^3}}$	16.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2 + 3x^3}{2} \right)^{\frac{1}{x^3}}$
17.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4 + 2x}{4} \right)^{\frac{1}{x^2 - x}}$	18.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3 + 5x}{3} \right)^{\frac{2}{x}}$
19.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2 - 3x^2}{2} \right)^{\frac{1}{x^2}}$	20.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{x^2}{3} \right)^{\frac{2}{x^3 + x^2}}$
21.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{x^3}{3} \right)^{\frac{2}{x^3}}$	22.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{x^4}{4} \right)^{\frac{1}{x^4}}$
23.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4 + x^3}{4} \right)^{\frac{1}{x^3}}$	24.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3 - 5x^2}{3} \right)^{\frac{4}{x^2}}$
25.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5 - x^3}{5} \right)^{\frac{2}{x^3}}$	26.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{7 - 2x^2}{7} \right)^{\frac{1}{x^2}}$
27.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{7 + x^3}{7} \right)^{\frac{3}{x^3}}$	28.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5 + 2x^2}{5} \right)^{-\frac{1}{x^2}}$
29.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5 - 2x^3}{5} \right)^{\frac{1}{x^3 - x^4}}$	30.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2 - 5x^3}{2} \right)^{-\frac{1}{x^3}}$

1.3.18 Знайти границі

1.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin 2x)}{\sqrt[3]{x+1} - 1}$	2.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\ln(1 + 2x^2)}$
3.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 7x)}{2^{3x} - 1}$	4.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{-2x}}{\sqrt{1 + 2x} - 1}$

5.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x)}{e^{5x} - e^{3x}}$	6.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - e^x}{\ln(1+x^2-x)}$
7.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - e^x}{\ln(1+x^2-x)}$	8.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 3^x}{\sqrt[5]{1+x} - 1}$
9.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x^2)}{(1+x^2)^5 - 1}$	10.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+2x)^4 - 1}{\ln(1+5x)}$
11.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{\sqrt[3]{1+x} - 1}$	12.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+tgx)}{\sqrt[5]{1+x} - 1}$
13.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[6]{1+x^2} - 1}{\ln(1+\sin^2 x)}$	14.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^{x^2} - 1}{\sqrt[5]{1+x^2} - 1}$
15.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\sqrt[3]{1+2x^2} - 1}$	16.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-2^x}{\ln(1+2x)}$
17.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1}{\ln(1+3x^3)}$	18.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{1+2x^3} - 1}{e^{3x^3} - 1}$
19.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x \sin x} - 1}{1 - e^{x^2}}$	20.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\sin^2 x}$
21.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x \sin x)}{1 - 2^{x^2}}$	22.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[7]{1+2x^2} - 1}{\ln(1-3x^2)}$
23.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{\sqrt[5]{1-x^2} - 1}$	24.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{1+x^2} - 1}{\ln(1+3x^2)}$
25.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin^2 x} - 1}{\ln(1+\arctg^2 2x)}$	26.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 2^{2x}}{\arctg 2x - 7x}$
27.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\arcsin x} - 1}{\sqrt[5]{1+x} - 1}$	28.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{x^2} - 1}{\ln(1+3x^2)}$

29.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x^3}}{\sqrt[4]{1 + 2x} - 1}$	30.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{x^3} - 1}{\arcsin x^3}$
-----	--	-----	--

1.2.19 Знайти границі

1.	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)}{\pi - 3x}$	2.	$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos 5x}{\sin^2 3x}$
3.	$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 4x}{\sin 5x}$	4.	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}}{x - \frac{\pi}{6}}$
5.	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$	6.	$\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$
7.	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\pi - 2x}$	8.	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin 2x}{\pi - 4x}$
9.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sin(x + 2)}{x^3 + 8}$	10.	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 64}{\operatorname{tg}(x - 4)}$
11.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg}(x + 2)}{x^2 - 4}$	12.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x - 3)}{x^3 - 27}$
13.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin 3(x - 2)}{x^2 - 3x + 2}$	14.	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{6x - \pi}{\cos 3x}$
15.	$\lim_{x \rightarrow 1} (7 - 6x)^{\frac{x}{3x-3}}$	16.	$\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 5)^{\frac{2x}{x^2-4}}$
17.	$\lim_{x \rightarrow 3} (3x - 8)^{\frac{2}{x-3}}$	18.	$\lim_{x \rightarrow 1} (1 + \sin \pi x)^{\operatorname{ctg} \pi x}$

19.	$\lim_{x \rightarrow 1} (2x-1)^{\frac{1}{x-1}}$	20.	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x}{\operatorname{ctgx}} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right)$
21.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi x}{2}}{1-x}$	22.	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (tgx)^{\frac{1}{1-tgx}}$
23.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x^2 - 4x + 3}$	24.	$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos 3x}{\sin^2 7x}$
25.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{tg^2 \pi x}$	26.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{tg \pi x}$
27.	$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x}$	28.	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^x - 16}{\sin \pi x}$
29.	$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{tg 3x}$	30.	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{(\pi - 2x)^2}$

2. НЕПЕРЕРВНІСТЬ ФУНКЦІЇ

2.1 Короткий виклад теоретичного матеріалу

Означення 2.1. Функція $y=f(x)$ неперервна в точці x_0 , якщо вона визначена в ній, односторонні границі в точці існують і рівні між собою, тобто $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

У протилежному випадку точка x_0 є точкою розриву.

Точка x_0 є точкою усувного розриву, якщо функція в точці невизначена, а границя функції в точці x_0 існує.

Точка x_0 є точкою розриву першого роду, якщо функція в точці невизначена, односторонні границі в точці існують, але не рівні між собою. В цьому випадку стрибок функції визначається формулою:

$$\delta = \left| \lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) - \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x) \right|.$$

Точка x_0 є точкою розриву другого роду, якщо хоча б одна з односторонніх границь не існує або дорівнює нескінченності.

2.2 Аудиторні завдання

1. Знайти область визначення функцій:

а) $y = \arcsin \frac{5x-3}{2} + \sqrt{4x^2-1}$	б) $y = \arccos \frac{x-3}{5} - \lg(3x+6)$
в) $y = \sqrt{4x^2-1} + \ln(3x+6)$	г) $y = \sqrt{\frac{x+5}{4-2x}} + \arccos \frac{x-3}{4}$

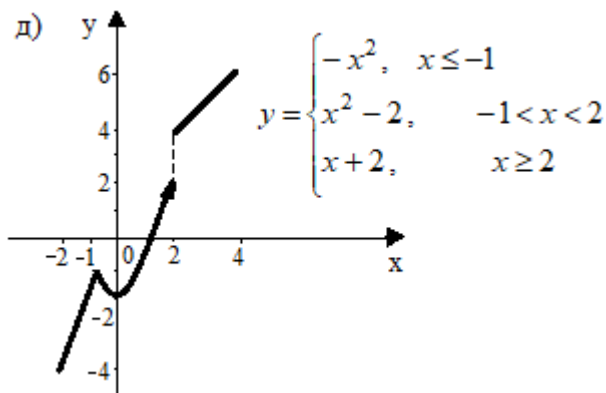
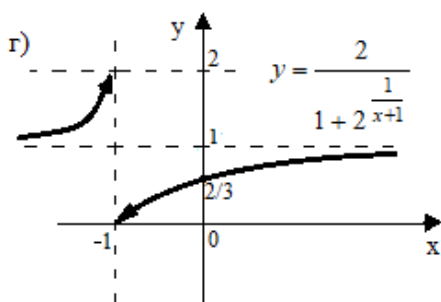
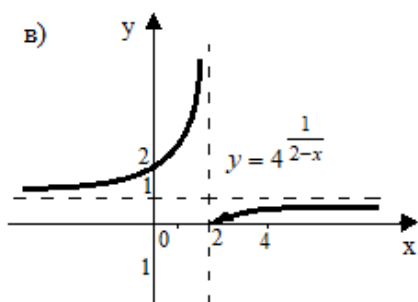
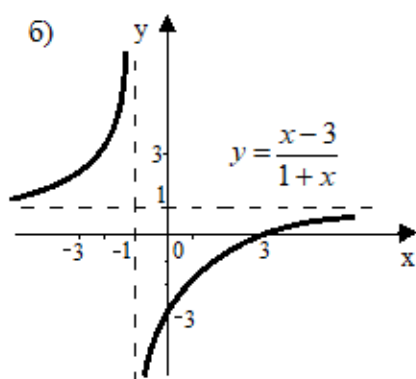
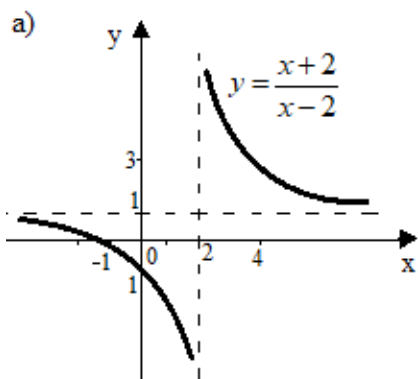
Відповіді: а) $x \in [0,5; 1]$, б) $x \in (-2; 8]$,
в) $x \in (-2; -0,5] \cup [0,5; \infty)$, г) $x \in [-1; 2)$.

2. Дослідити на неперервність функції та зробити схематичне креслення їх графіків:

а) $y = \frac{x+2}{x-2}$	б) $y = \frac{x-3}{1+x}$	в) $y = 4^{\frac{1}{2-x}}$	г) $y = \frac{2}{1 + 2^{\frac{1}{x+1}}}$
д) $y = \begin{cases} -x^2, & x \leq -1 \\ x^2 - 2, & -1 < x < 2 \\ x + 2, & x \geq 2 \end{cases}$			

Відповіді: а) $x = 2$ – точка розриву другого роду; б) $x = -1$ – точка розриву другого роду; в) $x = 2$ – точка розриву другого роду; г) $x = -1$ – точка розриву першого роду, величина стрибка $\delta = 2$; д) функція неперервна в точці $x = -1$ і має

розрив першого роду в точці $x = 2$, величина стрибка $\delta = 2$.



2.3 Індивідуальні завдання.

2.3.1 Знайти область визначення функції

1. $y = \sqrt{x-1} + \frac{x+1}{\sqrt{x^2-5x+6}}$	2. $y = \sqrt{16-x^2} - 3\sqrt{x^2-4}$
3. $y = \sqrt{\frac{x-1}{x^2+3x+2}} + \ln(2x+1)$	4. $y = \arcsin \frac{x-1}{11} + \sqrt{3x^2+2x-1}$
5. $y = \sqrt{5-x-\frac{6}{x}} + \arccos \frac{2x+1}{6}$	6. $y = \arcsin \frac{x-1}{2} + \frac{x}{\sqrt{x^2-5x+6}}$
7. $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{81-x^2}$	8. $y = \sqrt{6-x-2x^2} + \arcsin \frac{x+1}{2}$
9. $y = \lg(25-x^2) + \arcsin \frac{2x-1}{10}$	10. $y = \lg(6x^2+x-1) - \arccos \frac{x-2}{3}$
11. $y = \frac{1}{\lg(x-1)} + \sqrt{x+3}$	12. $y = \ln(x^2+7x-30) - \arcsin \frac{2x+1}{7}$
13. $y = \sqrt{x^2-4x+3} - \frac{2}{x}$	14. $y = \frac{4}{\sqrt{x^2-5x+6}} - \arccos \frac{x-1}{7}$
15. $y = \ln \frac{5-x}{x-3} + \sqrt{49-x^2}$	16. $y = \sqrt{2+3x-5x^2} - \arccos \frac{x-2}{5}$
17. $y = \sqrt{x^2-9} + \sqrt{16-x^2}$	18. $y = \ln(6x^2-x-1) + \arcsin \frac{x-4}{7}$

19. $y = \sqrt{81 - x^2} - 2\sqrt{x^2 - 4}$	20. $y = \arcsin \frac{x-6}{7} + \sqrt{2+3x+5x^2}$
21. $y = \sqrt{x} + \sqrt{4-x^2}$	22. $y = \sqrt{\frac{(x-1)(x-2)}{x(x-4)}} + \arcsin \frac{2x-1}{2}$
23. $y = \frac{1}{\lg(1-x)} + \sqrt{x+2}$	24. $y = \lg \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 + 9x + 20} + \sqrt{3x+6}$
25. $y = \arccos \frac{x-2}{5} + \sqrt{\frac{x-1}{3-x}}$	26. $y = \ln \frac{x-2}{9-x} + \arcsin \frac{x-3}{5}$
27. $y = \sqrt{81 - x^2} + \arcsin \frac{2x-1}{5}$	28. $y = \sqrt{x^2 - 36} - \arcsin \frac{2x-5}{9}$
29. $y = \sqrt{\frac{3-x}{x-5}} + \arccos \frac{x+3}{6}$	30. $y = \sqrt{\frac{5-x}{x+4}} + \arccos \frac{x+3}{3}$

2.3.2 Дослідити функцію на неперервність. Побудувати схематичний графік функції.

1.	$y = \frac{2x-3}{1-x}$	2.	$y = \frac{x-2}{4-x}$	3.	$y = \frac{x-1}{2x+1}$
4.	$y = \frac{x-4}{2x+1}$	5.	$y = \frac{x+4}{x+2}$	6.	$y = \frac{x-3}{x+1}$
7.	$y = \frac{x+4}{2x-1}$	8.	$y = \frac{x+1}{2x-1}$	9.	$y = \frac{2x-5}{x+1}$
10.	$y = \frac{x+2}{2x-1}$	11.	$y = \frac{x+3}{3x+1}$	12.	$y = \frac{x-2}{x+1}$
13.	$y = \frac{x+2}{x-1}$	14.	$y = \frac{x-3}{2x-1}$	15.	$y = \frac{2x+3}{x+1}$

16.	$y = \frac{4-x}{x+2}$	17.	$y = \frac{2x-1}{x+1}$	18.	$y = \frac{5-x}{x+1}$
19.	$y = \frac{x-9}{3x+1}$	20.	$y = \frac{3x-1}{2x+1}$	21.	$y = \frac{x-4}{2x-1}$
22.	$y = \frac{x+1}{x-2}$	23.	$y = \frac{2x+3}{2x+1}$	24.	$y = \frac{2x-1}{x+1}$
25.	$y = \frac{x-1}{x+2}$	26.	$y = \frac{x+9}{x-3}$	27.	$y = \frac{x+2}{x-4}$
28.	$y = \frac{3x-1}{x+2}$	29.	$y = \frac{x+1}{x+2}$	30.	$y = \frac{3x+1}{x-2}$

2.3.3 Дослідити функцію на неперервність. Побудувати схематичний графік функції.

1.	$y = 3^{\frac{1}{x-2}}$	2.	$y = 2^{\frac{1}{5+x}}$	3.	$y = 4^{\frac{1}{x+1}}$
4.	$y = 2^{\frac{1}{3-x}}$	5.	$y = 3^{\frac{1}{x-5}}$	6.	$y = 2^{\frac{1}{x-9}}$
7.	$y = 5^{\frac{1}{x-9}}$	8.	$y = 4^{\frac{1}{x+3}}$	9.	$y = e^{\frac{1}{2-x}}$
10.	$y = 9^{\frac{1}{x+9}}$	11.	$y = 5^{\frac{1}{x-4}}$	12.	$y = 4^{\frac{1}{3-x}}$
13.	$y = 2^{\frac{1}{3+x}}$	14.	$y = 3^{\frac{1}{7+x}}$	15.	$y = 2^{\frac{1}{x-8}}$
16.	$y = e^{\frac{1}{x+10}}$	17.	$y = 4^{\frac{1}{4-x}}$	18.	$y = 6^{\frac{1}{5-x}}$
19.	$y = 3^{\frac{1}{x-4}}$	20.	$y = 2^{\frac{1}{x+1}}$	21.	$y = e^{\frac{1}{x-2}}$
22.	$y = 2^{\frac{1}{x-2}}$	23.	$y = 3^{\frac{1}{x-3}}$	24.	$y = 4^{\frac{1}{x+4}}$

25.	$y = 5^{\frac{1}{x-5}}$	26.	$y = 6^{\frac{1}{x-6}}$	27.	$y = 7^{\frac{1}{x-7}}$
28.	$y = 2^{\frac{1}{2-x}}$	29.	$y = 4^{\frac{1}{x-4}}$	30.	$y = e^{\frac{1}{x+2}}$

2.3.4 Дослідити функцію на неперервність. Побудувати схематичний графік функції.

1.	$y = \frac{1}{2 + 3^{\frac{1}{x-4}}};$	2.	$y = \frac{4}{6 + 7^{\frac{1}{x+2}}}$
3.	$y = \frac{1}{3 + 5^{\frac{1}{x+2}}}$	4.	$y = \frac{2}{3 + 4^{\frac{1}{x-2}}}$
5.	$y = \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x-1}}}$	6.	$y = \frac{2}{3 + 5^{\frac{1}{x+1}}}$
7.	$y = \frac{1}{1 + 3^{\frac{1}{x-4}}}$	8.	$y = \frac{3}{2 + 2^{\frac{1}{x-3}}}$
9.	$y = \frac{5}{3 + 2^{\frac{1}{x+4}}}$	10.	$y = \frac{2}{4 + 5^{\frac{1}{x+3}}}$
11.	$y = \frac{4}{1 + 4^{\frac{1}{x-3}}}$	12.	$y = \frac{7}{1 + 3^{\frac{1}{x-5}}}$
13.	$y = \frac{5}{4 + 3^{\frac{1}{x+2}}}$	14.	$y = \frac{6}{2 + 4^{\frac{1}{x-1}}}$
15.	$y = \frac{1}{1 + 3^{\frac{1}{x+6}}}$	16.	$y = \frac{1}{3 + 2^{\frac{1}{x+7}}}$

17.	$y = \frac{1}{2 + 5^{\frac{1}{x-2}}}$	18.	$y = \frac{2}{1 + 3^{\frac{1}{x-4}}}$
19.	$y = \frac{3}{4 + 2^{\frac{1}{x-5}}}$	20.	$y = \frac{1}{1 + 3^{\frac{1}{x+1}}}$
21.	$y = \frac{6}{3 + 6^{\frac{1}{x-2}}}$	22.	$y = \frac{4}{5 + 2^{\frac{1}{x-5}}}$
23.	$y = \frac{1}{2 + 3^{\frac{1}{x-7}}}$	24.	$y = \frac{5}{1 + 4^{\frac{1}{x+3}}}$
25.	$y = \frac{3}{2 + 2^{\frac{1}{x-4}}}$	26.	$y = \frac{1}{3 + 5^{\frac{1}{x+1}}}$
27.	$y = \frac{2}{1 + 8^{\frac{1}{x-5}}}$	28.	$y = \frac{4}{4 + 2^{\frac{1}{x+3}}}$
29.	$y = \frac{9}{2 + 7^{\frac{1}{x-3}}}$	30.	$y = \frac{1}{3 + 2^{\frac{1}{x+2}}}$

2.3.5 Дослідити функцію на неперервність. Побудувати схематичний графік функції

1.	$y = \begin{cases} x + 2, & x < 0 \\ x^2 + 2, & 0 \leq x < 2 \\ -x, & x \geq 2 \end{cases}$	2.	$y = \begin{cases} 2, & x < -3 \\ x^2 - 1, & -3 \leq x < 1 \\ \ln x, & x \geq 1 \end{cases}$
----	---	----	--

3.	$y = \begin{cases} 2x + 1, & x < -1 \\ x^2 - 4, & -1 \leq x < 3 \\ x + 2, & x \geq 3 \end{cases}$	4.	$y = \begin{cases} 1 - 2x, & x \leq -1 \\ 2x^2 + 1, & -1 < x \leq 2 \\ 2^x, & x > 2 \end{cases}$
5.	$y = \begin{cases} x^3 + 1, & x \leq 0 \\ x + 3, & 0 < x < 1 \\ 5 - x, & x \geq 1 \end{cases}$	6.	$y = \begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ 1, & 0 < x \leq 2 \\ x - 3, & x > 2 \end{cases}$
7.	$y = \begin{cases} x^2 - 4, & x \leq 2 \\ 2 - x, & 2 < x \leq 6 \\ 2x - 7, & x > 6 \end{cases}$	8.	$y = \begin{cases} 3x - 2, & x \leq 0 \\ 2^x, & 0 < x < 2 \\ x^2, & x \geq 2 \end{cases}$
9.	$y = \begin{cases} x + 2, & x \leq 0 \\ \cos x, & 0 < x \leq \pi \\ -1, & x > \pi \end{cases}$	10.	$y = \begin{cases} x + 3, & x \leq 0 \\ \ln x, & 0 < x \leq e \\ 1, & x > e \end{cases}$
11.	$y = \begin{cases} \sin 2x, & x \leq \frac{\pi}{4} \\ 1, & \frac{\pi}{4} < x < 2\pi \\ x - 1, & x \geq 2\pi \end{cases}$	12.	$y = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ \operatorname{tg} x, & 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ x + 2, & x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$
13.	$y = \begin{cases} 5^x, & x \leq 0 \\ x^2 + 1, & 0 < x \leq 2 \\ 3x - 2, & x > 2 \end{cases}$	14.	$y = \begin{cases} x, & x \leq 2 \\ 4 - x, & 2 < x < 4 \\ x^2 - 9, & x \geq 4 \end{cases}$
15.	$y = \begin{cases} 2x - 3, & x < 1 \\ x^2 - 2, & 1 \leq x < 3 \\ -x, & x \geq 3 \end{cases}$	16.	$y = \begin{cases} -2x, & x < -2 \\ x^2, & -2 \leq x < 2 \\ 3x - 5, & x \geq 2 \end{cases}$

17.	$y = \begin{cases} x^2 - 4, & x < -1 \\ 3x, & -1 \leq x \leq 2 \\ 4, & x > 2 \end{cases}$	18.	$y = \begin{cases} 3^x, & x \leq 0 \\ -2x + 1, & 0 < x < 3 \\ x + 2, & x \geq 3 \end{cases}$
19.	$y = \begin{cases} 2 - x, & x < -3 \\ -x^2, & -3 \leq x < 2 \\ 2 - 3x, & x \geq 2 \end{cases}$	20.	$y = \begin{cases} 1 - x, & x < -1 \\ 2x + 4, & -1 \leq x < 2 \\ x^2 - 1, & x \geq 2 \end{cases}$
21.	$y = \begin{cases} x - \frac{\pi}{4}, & x \leq \frac{\pi}{4} \\ \cos 2x, & \frac{\pi}{4} < x < \pi \\ 2, & x \geq \pi \end{cases}$	22.	$y = \begin{cases} 1, & x < \frac{\pi}{2} \\ \sin x, & \frac{\pi}{2} \leq x < 2\pi \\ x, & x \geq 2\pi \end{cases}$
23.	$y = \begin{cases} x - 1, & x \leq 1 \\ \ln x, & 1 < x < 3 \\ -x, & x \geq 3 \end{cases}$	24.	$y = \begin{cases} x + 3, & x < -1 \\ 2 - 2x, & -1 \leq x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$
25.	$y = \begin{cases} x^2, & x \leq 0 \\ x + 1, & 0 < x < 2 \\ x^3 - 5, & x \geq 2 \end{cases}$	26.	$y = \begin{cases} x + 10, & x \leq -3 \\ x^2 + 4, & -3 < x < 2 \\ x^3, & x \geq 2 \end{cases}$
27.	$y = \begin{cases} \frac{6}{x}, & x < -3 \\ -x - 5, & -3 \leq x < 1 \\ 2^x, & x \geq 1 \end{cases}$	28.	$y = \begin{cases} -x^2 + 3, & x \leq 1 \\ \frac{2}{x}, & 1 < x < 3 \\ x - 3, & x \geq 3 \end{cases}$
29.	$y = \begin{cases} 4, & x < -2 \\ x^2, & -2 \leq x < 2 \\ 3 - x, & x > 2 \end{cases}$	30.	$y = \begin{cases} x^3, & x \leq -1 \\ x^2 - 2, & -1 < x < 3 \\ x + 2, & x \geq 3 \end{cases}$

3. ДИФЕРЕНЦІЮВАННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ

3.1 Короткий виклад теоретичного матеріалу

$$y' = \frac{dy}{dx} = f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \quad x' = 1, \quad C' = 0.$$

Правила диференціювання.

Нехай функції $u = u(x)$ і $v = v(x)$, $C - const$.

$(C \cdot u)' = C \cdot (u)' \quad (3.1)$	$(u \pm v)' = u' \pm v' \quad (3.2)$
$(u \cdot v)' = u'v + u \cdot v' \quad (3.3)$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{(v)^2} \quad (3.4)$

Таблиця похідних для функції $u = u(x)$:

1. $(C)' = 0$	2. $(x)' = 1$
3. $(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$	3a). $(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'$
4. $(a^u)' = a^u \cdot \ln a \cdot u', a - const$	4a). $(e^u)' = e^u \cdot u'$
5. $(\log_a u)' = \frac{1}{u \cdot \ln a} \cdot u'$	5a). $(\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u'$
6. $(\sin u)' = \cos u \cdot u'$	7. $(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$
8. $(\operatorname{tg} u)' = \frac{1}{\cos^2 u} \cdot u'$	9. $(\operatorname{ctg} u)' = -\frac{1}{\sin^2 u} \cdot u'$
10. $(\arcsin u)' = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$	11. $(\arccos u)' = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$
12. $(\operatorname{arctg} u)' = \frac{1}{1+u^2} \cdot u'$	13. $(\operatorname{arcctg} u)' = -\frac{1}{1+u^2} \cdot u'$

Для степенєво-показникової функції $(u(x))^{v(x)} = u^v$:

$$(u^v)' = u^v \ln u \cdot v' + v u^{v-1} \cdot u'. \quad (3.5)$$

Для гіперболічних функцій:

$sh\,x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$	$ch\,x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$	$th\,x = \frac{sh\,x}{ch\,x}$	$cth\,x = \frac{ch\,x}{sh\,x}$
----------------------------------	----------------------------------	-------------------------------	--------------------------------

похідні мають вигляд:

14. $(sh\,x)' = ch\,x$	15. $(ch\,x)' = sh\,x$
16. $(th\,x)' = \frac{1}{ch^2\,x}$	17. $(cth\,x)' = -\frac{1}{sh^2\,x}$

Правило диференціювання неявно заданої функції

При знаходженні похідної неявно заданої функції необхідно рівняння $F(x, y) = 0$ продиференціювати зліва направо, враховуючи, що $(y)' = y'$ і $(x)' = 1$. Отримане рівняння розв'язують відносно y' .

У деяких випадках при знаходженні похідної доцільно функцію спочатку прологарифмувати, а потім знайти похідну як від неявно заданої функції (логарифмічне диференціювання).

Якщо функція параметрично задана $\begin{cases} y = y(t), \\ x = x(t) \end{cases}$, то похідна знаходиться за формулою:

$$y'_x = \frac{dy}{dx} = \frac{y'_t}{x'_t}. \quad (3.6)$$

Диференціал функції $y = f(x)$ знаходиться за формулою:

$$dy = f'(x) \cdot dx. \quad (3.7)$$

Властивості диференціала функції.

Нехай функції $u = u(x)$ і $v = v(x)$, $C - const$.

1. $d(C \cdot u) = C \cdot du$	1a) $dC = 0$
2. $d(u \pm v) = du \pm dv$	2a) $d(u \pm C) = du$
3. $d(u \cdot v) = du \cdot v + u \cdot dv$	3a) $du = \frac{1}{C} \cdot d(C \cdot u)$
4. $d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{du \cdot v - u \cdot dv}{(v)^2}$	5. $df(u) = f'(u) \cdot u'_x dx$

Враховуючи, що перша похідна y' є функцією, то її можна диференціювати. Дістанемо $y'' = (y')'$ і так далі:

$$y^{(n)} = \frac{d^n y}{dx^n} = \frac{d}{dx} \left(\frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} \right) = \left(y^{(n-1)} \right)'. \quad (3.8)$$

Друга похідна параметрично заданої функції знаходиться за формулою:

$$y''_{xx} = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{x'_t y''_{tt} - x''_{tt} y'_t}{(x'_t)^3}, \quad (3.9)$$

$$\text{або} \quad y''_{xx} = \frac{(y'_x)'_t}{x'_t}. \quad (3.10)$$

Похідна n -го порядку від параметрично заданої функції знаходиться за формулою:

$$\frac{d^n y}{dx^n} = \left(\frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} \right)'_t \frac{1}{x'_t} \quad (3.11)$$

Формули для похідних вищих порядків від деяких функцій.

$y = f(x)$	$y^{(n)}$
$y = x^m,$ $x > 0, m \in R$	$\begin{cases} m > n \Rightarrow y^{(n)} = m(m-1) \cdot \dots \cdot (m-(n-1)) \cdot x^{m-n} \\ m = n \Rightarrow y^{(n)} = n! \\ m < n \Rightarrow y^{(n)} = 0 \end{cases}$
$y = \frac{1}{x}, x \neq 0$	$y^{(n)} = \frac{(-1)^n n!}{x^{n+1}}$
$y = a^x,$ $0 < a \neq 1$	$y^{(n)} = a^x \cdot \ln^n a$
$y = e^x$	$y^{(n)} = e^x$
$y = \log_a x,$ $0 < a \neq 1, x > 0$	$y^{(n)} = \frac{(-1)^{n+1} (n-1)!}{x^n \ln^n a}$
$y = \ln x, x > 0$	$y^{(n)} = \frac{(-1)^{n+1} (n-1)!}{x^n}$
$y = \sin x$	$y^{(n)} = \sin\left(x + n \cdot \frac{\pi}{2}\right)$
$y = \cos x$	$y^{(n)} = \cos\left(x + n \cdot \frac{\pi}{2}\right)$

При знаходженні другої похідної неявно заданої функції необхідно рівняння $F(x, y) = 0$ двічі продиференціювати зліва направо, враховуючи, що $(y)' = y'$, $(y')' = y''$ і $(x)' = 1$. Отримане рівняння розв'язують відносно y'' .

Диференціалом другого порядку від функції $y = f(x)$ називається диференціал від диференціала першого порядку

$$d^2 y = d(dy) = f''(x) \cdot dx^2. \quad (3.12)$$

Диференціалом n -го порядку від функції $y = f(x)$ називається диференціал від диференціала $(n-1)$ -го порядку

$$d^n y = d(d^{n-1} y) = f^{(n)}(x) \cdot dx^n. \quad (3.13)$$

3.2. Аудиторні завдання

1. Знайти похідну функції, користуючись означенням похідної:

$$\text{а) } y = \sin \frac{5x}{2}, \quad \text{б) } y = 5x^3 - 3x^2 + 2.$$

2. Знайти похідну функції, користуючись таблицею похідних та правилами диференціювання.

а) $y = \frac{x^4}{4} - \frac{1}{2\sqrt[3]{x^2}} + \sqrt[3]{\sin^2 3} + (2x-3)^7$
б) $y = \ln \sqrt[3]{x^3 - 3x + 4} - \arcsin^4(2x^3)$
в) $y = e^{\cos^2(x+2)} \cdot \operatorname{tg}(3x^4 + 5x)$
г) $y = \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\sin^3 \frac{x}{2}}.$

Відповіді: а) $y' = x^3 + \frac{1}{3x\sqrt[3]{x^2}} + 14 \cdot (2x-3)^6,$

$$\text{б) } y' = \frac{x^2 - 1}{x^3 - 3x + 4} - \frac{24x^2 \arcsin^3(2x^3)}{\sqrt{1 - 4x^6}},$$

$$\text{в) } y' = e^{\cos^2(x+2)} \left(\frac{12x^3 + 5}{\cos^2(3x^4 + 5x)} - \sin(2x + 4) \cdot \operatorname{tg}(3x^4 + 5x) \right),$$

$$\text{г) } y' = \frac{\frac{2 \sin \frac{x}{2}}{1 + 4x^2} - 1,5 \cdot \cos \frac{x}{2} \cdot \operatorname{arctg} 2x}{\sin^4 \frac{x}{2}}.$$

3. Знайти похідну функції, застосовуючи логарифмічне диференціювання або формулу для диференціювання степеневопоказникової функції.

$$\text{а) } y = \left(\cos \sqrt[3]{x} \right)^{\ln(x^3 + 6)}, \quad \text{б) } y = \frac{\sqrt[5]{x^2 + 5x}}{(6x - 4)^2 (x + 5)^3}.$$

$$\text{Відповіді: а) } y' = \ln(x^3 + 6) \cdot \left(\cos \sqrt[3]{x} \right)^{\ln(x^3 + 6) - 1} \cdot \left(-\sin \sqrt[3]{x} \right) \cdot \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} +$$

$$+ \left(\cos \sqrt[3]{x} \right)^{\ln(x^3 + 6)} \cdot \ln(\cos \sqrt[3]{x}) \cdot \frac{3x^2}{x^3 + 6},$$

$$\text{б) } y' = \frac{\sqrt[5]{x^2 + 5x}}{(6x - 4)^2 (x + 5)^3} \cdot \left(\frac{2x + 5}{5(x^2 + 5x)} - \frac{1}{3x - 2} - \frac{3}{x + 5} \right).$$

4. Знайти першу похідну функції, заданої неявно.

$$\text{а) } \sin(x + y) = 2e^{2x+y}, \quad \text{б) } x^2 + xy^3 + y^2 = 0.$$

$$\text{Відповіді: а) } y' = \frac{4e^{2x+y} - \cos(x + y)}{\cos(x + y) - 2e^{2x+y}}, \quad \text{б) } y' = -\frac{2x + y^3}{3xy^2 + 2y}.$$

5. Знайти похідні y'_x, y''_{xx} функції, заданої параметрично.

а) $\begin{cases} x = t^2 - 3t \\ y = 2t - 3t^2 \end{cases}$	б) $\begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \ln(1 - t^2) \end{cases}$
в) $\begin{cases} x = \ln t \\ y = t^2 - 1 \end{cases}$	г) $\begin{cases} x = \cos 2t \\ y = \sin^2 t \end{cases}$

д) $\begin{cases} x = \ln t \\ y = 1/(1-t) \end{cases}$	е) $\begin{cases} x = \sin 2t \\ y = \sin^2 t \end{cases}$
---	--

Відповіді: а) $y'_x = \frac{2-3t}{2t-3}, y''_{xx} = \frac{5}{(2t-3)^2}$; б) $y'_x = \frac{-2t}{\sqrt{1-t^2}}, y''_{xx} = \frac{2}{t^2-1}$;

в) $y'_x = 2t^2, y''_{xx} = 4t^2$; г) $y'_x = -0.5, y''_{xx} = 0$;

д) $y'_x = \frac{t}{(t-1)^2}, y''_{xx} = \frac{t(t+1)}{(1-t)^3}$;

е) $y'_x = 0.5 \operatorname{tg} 2t, y''_{xx} = \frac{1}{2 \cos^3 2t}$.

6. Знайти другу похідну функції.

а) $y = x^2 \cdot e^{3x}$	б) $y = \ln \operatorname{tg} 3x$
в) $y = \ln(\sqrt{1+x^2} - x)$	г) $y = e^{-x} \sin 2x$

Відповіді: а) $y'' = e^{3x}(9x^2 + 12x + 2)$, б) $y'' = \frac{-36 \cos 6x}{\sin^2 6x}$,

в) $y'' = -\frac{x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$, г) $y'' = -e^{-x}(3 \sin 2x + 4 \cos 2x)$.

7. Довести, що функція $y = f(x)$ є розв'язок заданого рівняння $F(x, y, y', y'') = 0$:

$y = f(x)$	$F(x, y, y', y'') = 0$
а) $y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$	$(1-x^2)y' - xy = 1$
б) $y = x \cdot (1 - \ln x)$	$y' = y/x - 1$
в) $y = xe^{-x^2/2}$	$y'' + 2y + xy' = 0$

8. Знайти похідну n -го порядку.

а) $y = x \cdot e^x$	б) $y = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$
в) $y = 5^{\frac{x}{2}}$	г) $y = \ln(2x - 1)$

Відповіді: а) $y^{(n)} = e^x(x + n)$, б) $y^{(n)} = (-1)^n n! \left(\frac{1}{(x-2)^{n+1}} - \frac{1}{(x-1)^{n+1}} \right)$,

$$\text{в) } y^{(n)} = \left(\frac{1}{2} \ln 5 \right)^n \cdot 5^{\frac{x}{2}}, \text{ г) } y^{(n)} = \frac{(-1)^{n-1} 2^n (n-1)!}{(2x-1)^n}.$$

3.3 Індивідуальні завдання

3.3.1 Знайти похідну функції, користуючись означенням похідної.

1.	$y = \sin 3x$	2.	$y = \operatorname{tg} 2x$	3.	$y = 2^{1-3x}$
4.	$y = 1 + x - x^2$	5.	$y = e^{3x+2}$	6.	$y = 2x - 3x^2$
7.	$y = \frac{2}{x+2}$	8.	$y = \frac{\cos 2x}{2}$	9.	$y = \frac{1}{1-x}$
10.	$y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x$	11.	$y = \frac{\sin 2x}{3}$	12.	$y = 2 \cdot e^{\frac{x}{2}}$
13.	$y = 3x^2 + 5x - 6$	14.	$y = \sqrt{x-1}$	15.	$y = x^{-2}$
16.	$y = 4 \cos\left(\frac{x}{3} + 2\right)$	17.	$y = \cos \frac{x}{3}$	18.	$y = \frac{1}{x}$
19.	$y = x^2 + 2x$	20.	$y = \sqrt[3]{x^2}$	21.	$y = \sqrt{3x+1}$
22.	$y = \frac{1}{2x+5}$	23.	$y = \sin \frac{x}{4}$	24.	$y = 3^{x+1}$

25.	$y = \frac{3}{2}x^2$	26.	$y = 2 \cdot \sin \frac{x}{2}$	27.	$y = \operatorname{ctg} \frac{x}{2}$
28.	$y = 6 - 4x^2$	29.	$y = \operatorname{ctg} 4x$	30.	$y = (x+1)^2$

3.3.2 Знайти похідну функції, користуючись таблицею похідних та правилами диференціювання.

1.	a) $y = \frac{\sqrt[5]{x^3}}{3} + 2\sin 3x - \cos\sqrt{2}$
	б) $y = 2^{\cos x - 5} - \sqrt[3]{x^4 + 1}$
	в) $y = \sin^3 2x \cdot \ln(x^2 - 1)$
	г) $y = \frac{e^{2x}}{\operatorname{arctg}\sqrt{x}}$
2.	a) $y = \frac{\sqrt[6]{x^5}}{5} - 3\cos 2x + \sin 4$
	б) $y = 5\operatorname{tg}(x^3 + 2x) + e^{\sqrt{3x-4}}$
	в) $y = 3\operatorname{arcsin} \sqrt{x} \cdot \sqrt{1 - 2x^2}$
	г) $y = \frac{\sin 5x}{(x^3 + 2x)^2}$
3.	a) $y = 3\operatorname{tg} 4x - \frac{\sqrt[4]{x^3}}{3} + \sqrt[3]{\pi}$
	б) $y = \sin^3(x^2 + 2x) - e^{\operatorname{arctg} 4x}$
	в) $y = 3^{\cos^2 x} \cdot \sqrt{x^4 + 2}$
	г) $y = \frac{\ln^2(2x+1)}{\operatorname{arctg} 3x}$

4.	a) $y = \sqrt[3]{5} \operatorname{ctg} 5x - \frac{\sqrt[3]{x^2}}{2} + \sqrt[5]{\pi}$
	б) $y = \sin^3 \left(2^{\arccos x} \right) - e^{\operatorname{tg}^2 x}$
	в) $y = \cos 3x \cdot \operatorname{arctg}^3 2x$
	г) $y = \frac{\ln(1+x^5)}{\sqrt{5x+1}}$
5.	a) $y = \operatorname{tg} 2 \cdot \sin 3x + e^5 - \frac{\sqrt[7]{x^4}}{4}$
	б) $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x} + \ln(x^2 + 2x)$
	в) $y = \log_6 5x \cdot \arccos(3x - 3)$
	г) $y = \frac{x^2 - 6}{\operatorname{tg} 2x}$
6.	a) $y = \frac{e^x}{3} - 2\sqrt[3]{x^2} + \ln 3 \cdot \sin 2x$
	б) $y = 3 \ln(1 + \sqrt{x}) - 2\sqrt{1 + \cos x}$
	в) $y = \operatorname{tg}^2 2x \cdot \operatorname{ctg} 3x$
	г) $y = \frac{\arcsin^2 x}{(2x+1)^3}$
7.	a) $y = \frac{\operatorname{tg} 3x}{3} - \frac{\sqrt[6]{x^5}}{5} + \pi^2$
	б) $y = \ln(1 + \sin^2 x) - \operatorname{arctg}(\sin x)$
	в) $y = \arcsin^2 2x \cdot \cos^3 3x$
	г) $y = \frac{2^{x^2+3x}}{x^2 - 5x}$

8.	a) $y = \frac{3^{x^2}}{2} + \sqrt{\pi} + 7 \cdot \sqrt[7]{x^5}$
	б) $y = 2 \arcsin \frac{1+x}{\sqrt{2}} - \ln(\sqrt{1-x^2})$
	в) $y = \sin^2 7x \cdot e^{x^2-3}$
	г) $y = \frac{\operatorname{arctg} 4x}{x^2 + 3x + 2}$
9.	a) $y = \sqrt[3]{\pi^2} - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} + 5 \ln 4x$
	б) $y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{3} - \sin^3(2x^2 + 5)$
	в) $y = (2x + 3) \cdot \sqrt{2 + 3x - x^2}$
	г) $y = \frac{\arccos^2 2x}{\sin^3 x}$
10.	a) $y = \frac{3}{\sqrt[5]{x^4}} + \sqrt{\sin 2} - 3 \operatorname{ctg} \frac{x}{4}$
	б) $y = \arccos(\sqrt{1-2x^2}) + e^{\operatorname{ctg} x}$
	в) $y = (3x - x^2) \cos^3 2x$
	г) $y = \frac{\ln 5x}{x^2 + 2^x}$
11.	a) $y = 2x \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{\cos 1} + 5 \operatorname{tg} \frac{x}{5}$
	б) $y = \ln^2(\sin 2x) - \sqrt{e^{x^2} - \cos 3x}$
	в) $y = 5^{x^2+2x} \cdot \cos 2x$
	г) $y = \frac{x^3 + 6x}{\sqrt{x^2 + 10}}$

12.	a) $y = \sin 3 + \frac{x^2 \cdot \sqrt[3]{x}}{3} + \frac{3 \cos 2x}{2}$
	б) $y = (5x - 2)^4 - \ln^3(e^{x^2} + 5x)$
	в) $y = (3 - 2x)^3 \cdot \operatorname{tg} 5x$
	г) $y = \frac{\arcsin x^2}{x^4 - 3x}$
13.	a) $y = 3 \operatorname{tg} \frac{x}{3} + \sin \sqrt{3} - \frac{1}{2\sqrt[5]{x^2}}$
	б) $y = 2\sqrt{e^{2x} + 1} - 3 \ln(1 + \operatorname{tg}^2 x)$
	в) $y = 2^{x^2+3x} \cdot \arcsin(5x+1)$
	г) $y = \frac{\sin^2 x}{\cos \sqrt{x}}$
14.	a) $y = e^{\sqrt{3}} - 2 \cos \frac{x}{2} + \frac{1}{3\sqrt[3]{x}}$
	б) $y = \ln(x^3 + 3 \cos x) - 2^{\arcsin 5x}$
	в) $y = (2x - 1) \cdot \sqrt{2 + x - x^2}$
	г) $y = \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}{x^2 + 5x^2}$
15.	a) $y = \ln 3 + 4 \operatorname{ctg} \frac{x}{4} - \frac{x}{2\sqrt[5]{x^3}}$
	б) $y = \ln(x^2 + 3 \sin x) - 2^{\arcsin 3x}$
	в) $y = 3^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}} \cdot (6x - x^2)$
	г) $y = \frac{\operatorname{tg} 3x}{\sqrt{x^2 + 3}}$

16.	a) $y = 6^{2x-3} - \frac{4}{\sqrt[3]{x^2}} + \operatorname{tg} 2$
	б) $y = \operatorname{arctg}\left(\sqrt{x^2 - 1}\right) - e^{2 \sin^3 x}$
	в) $y = \ln(1 + 2x) \cdot (x^3 + 3x)$
	г) $y = \frac{\cos^2 x}{\operatorname{arc} \cos 2x}$
17.	a) $y = \frac{1}{\sqrt[5]{x}} + \sin \sqrt{2} + \ln(2x - 1)$
	б) $y = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 5}\right) - 2 \operatorname{arctg} \sqrt{x^3 - 1}$
	в) $y = 3^{x^2+5x} \cdot \operatorname{arc} \sin \sqrt{x}$
	г) $y = \frac{e^{2 \sin x}}{\operatorname{tg}^2 5x}$
18.	a) $y = \frac{\sqrt[3]{x^4}}{4} - \operatorname{arctg} 2x - \sqrt{\sin 1}$
	б) $y = \ln\left(\cos^2 x + x^2\right) - 3\sqrt{2^{\sin 2x} + x^3}$
	в) $y = \operatorname{arcc} \operatorname{tg}^2 5x \cdot \ln(x - 4)$
	г) $y = \frac{\ln(x + 4)}{\cos^5 x}$
19.	a) $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x^5}} - \cos \frac{x}{3} + 5 \sin 5$
	б) $y = \sqrt{5x - x^2} - \ln^3(1 - \sin x^3)$
	в) $y = \operatorname{arc} \cos^4 x \cdot \ln(x^2 + x - 1)$
	г) $y = \frac{(x - 2)^2}{\operatorname{arctg}(x + 7)}$

20.	a) $y = \sin \operatorname{tg} 2 - \frac{4}{\sqrt[3]{x^5}} + 2 \ln(3x + 1)$
	б) $y = \ln \left(\operatorname{arc} \cos \frac{1}{\sqrt{x}} \right) - 2 \operatorname{arctg} (e^x - e^{-x})$
	в) $y = \sqrt{\operatorname{arc} \cos x} \cdot 3^{-x^2}$
	г) $y = \frac{e^{\sin x}}{(x - 5x^3)^7}$
21.	a) $y = \sin \sqrt[8]{3} - \frac{3}{\sqrt[4]{x}} + \operatorname{tg}(2x + 3)$
	б) $y = \operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1 \right) - e^{\sin^2 3x}$
	в) $y = \operatorname{tg}^4 3x \cdot \operatorname{arctg} 7x^2$
	г) $y = \frac{4x - 5x^2}{\ln(3x + 7)}$
22.	a) $y = \frac{\sqrt[8]{x^5}}{5} - \sqrt{\sin 2} + \cos(2x - 1)$
	б) $y = \operatorname{arc} \sin \sqrt{1 - 2x^2} - (3x^2 + 4x)^5$
	в) $y = 3^{-x^2} \cdot \operatorname{arc} \cos 3x^3$
	г) $y = \frac{7 \ln(3x - 5)}{(x^4 - 2)^2}$
23.	a) $y = \frac{\sqrt[10]{x^9}}{9} - \ln \sin 3 + \operatorname{tg} \left(\frac{x}{3} + 2 \right)$
	б) $y = \ln^2(x + \cos x) - 2^{\sin^3 2x}$
	в) $y = \ln(2x + 3) \cdot e^{-x^2}$
	г) $y = \frac{(2x + 5)^3}{\cos 5x}$

24.	a) $y = \ln \cos 1 - \arcsin \frac{x}{2} + \frac{1}{2\sqrt[8]{x^7}}$
	б) $y = \arccos \sqrt{4-2x} + 2^{\sin^2 3x}$
	в) $y = \operatorname{ctg}^3 4x \cdot \operatorname{arctg} 2x^2$
	г) $y = \frac{e^{\operatorname{tg} x}}{2x^2 + 3x}$
25.	a) $y = \frac{2}{3\sqrt[5]{x^3}} - \ln 3 + \sin(2x+3)$
	б) $y = \ln \left(\arcsin \sqrt{1-e^x} \right) - 2^{2x^2-5x}$
	в) $y = 3^{\cos x} \cdot \arcsin^2 3x$
	г) $y = \frac{\operatorname{ctg}^2 5x}{3x^2 - 4}$
26.	a) $y = \frac{3}{2\sqrt[6]{x^5}} - \sqrt[3]{\pi^2} + \sin \frac{x}{3}$
	б) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} + 3^{5x-3x^2}$
	в) $y = \ln(2x+4) \cdot \operatorname{arctg}^3 4x$
	г) $y = \frac{e^{-\operatorname{ctg} 2x}}{3x^2 + 4x + 2}$
27.	a) $y = \sqrt[5]{\sin 3} - \frac{3\sqrt[4]{x^5}}{4} - \operatorname{tg} \frac{x}{2},$
	б) $y = \ln(\sin^3 x + e^{2x}) - 3\sqrt{x^2 + 3x} + e^{\operatorname{ctg} x},$
	в) $y = 4^{-\sin 2x} \cdot \operatorname{arctg} 3x,$
	г) $y = \frac{\cos(7x+2)}{\operatorname{ctg} 2x^3}.$

28.	а) $y = \sqrt[5]{\cos \operatorname{tg} 3} - \frac{\sqrt[6]{x^5}}{5} + \operatorname{ctg} \frac{x}{2},$
	б) $y = 2 \operatorname{arc} \sin \frac{x-2}{\sqrt{6}} - \sqrt{3+6x-x^2},$
	в) $y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} \cdot \operatorname{arctg} 2x,$
	г) $y = \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{1+\sqrt{1+x^2}}.$
29.	а) $y = \operatorname{tg} \ln 2 + \frac{3}{\sqrt[7]{x^4}} - \operatorname{arc} \cos 2x,$
	б) $y = \frac{1}{8} \ln(1-4x^2) - \sqrt{\operatorname{arc} \sin 2x},$
	в) $y = \operatorname{ctg}(8\sqrt{x}) \cdot \operatorname{arctg}^2 x,$
	г) $y = \frac{2x^2+3x}{\sin 2x}.$
30.	а) $y = \operatorname{tg} \sqrt[8]{4} - \frac{2}{\sqrt[3]{x^7}} + \operatorname{ctg} 3x,$
	б) $y = \operatorname{arc} \sin \sqrt{\frac{x}{2}} - 1 - \ln(2+e^{x^3}),$
	в) $y = \operatorname{tg}(2\sqrt{x}) \cdot e^{\operatorname{arc} \sin \sqrt{1-x}},$
	г) $y = \frac{\sin^2 3x}{\cos 6x}.$

3.3.3 Знайти похідну функції, застосовуючи логарифмічне диференціювання або формулу для диференціювання степеневопоказникової функції.

1.	а) $y = (\sin \sqrt{x})^{\operatorname{tg} 2x}$	б) $y = \frac{\sqrt{x-2}}{(x+1)^3(x+5)^4}$
----	---	--

2.	a) $y = (\arctg x)^{x^3 - 2x^2}$	б) $y = \frac{\sqrt[3]{x-3}}{(x+5)^3(x+1)^2}$
3.	a) $y = (x^2 + 1)^{\ctg 8x}$	б) $y = \frac{(2x+1) \cdot \sqrt{x-1}}{x^3}$
4.	a) $y = (\sin 3x)^{\ln \tg x}$	$y = \sqrt[3]{\frac{x^5(x^2-4)}{x+1}}$
5.	a) $y = x^{\sin 2x}$	б) $y = (x-1) \cdot \sqrt[5]{\frac{4x+1}{x^3-4x^2}}$
6.	a) $y = (\cos x)^{\sin \sqrt{x}}$	б) $y = \frac{(5x+4)^4 \cdot \sqrt{x+1}}{6x^3}$
7.	a) $y = (2x)^{\sqrt{x}-3x}$	б) $y = \frac{(x-1)^2 \cdot \sqrt[3]{x^2+1}}{(x+5)^4}$
8.	a) $y = (\arctg 3x)^{2x}$	б) $y = \frac{(x+2)^2 \cdot \sqrt[4]{x-1}}{(x-3)^3}$
9.	a) $y = (x-4)^{\ln^2 x}$	б) $y = \frac{(x+1)^5 \cdot \sqrt[4]{x-3}}{\sqrt[6]{(x+3)^5}}$
10.	a) $y = (\sin 3x)^{\cos 2x}$	б) $y = \frac{\sqrt[5]{x+1} \cdot (x^2+1)^3}{(x+5)^2}$
11.	a) $y = (\ctg x)^{\frac{1}{x}}$	б) $y = \frac{(x-2)^4}{\sqrt{(x+2)^5(x-3)^7}}$
12.	a) $y = (2x)^{\sin^2 x}$	б) $y = \frac{\sqrt{x-1}}{(x+2)^4 \cdot \sqrt[3]{(x-3)^2}}$
13.	a) $y = (x^2 + 1)^{\sin 2x}$	б) $y = \frac{\sqrt[5]{2x-3}}{(x+3)^3 \cdot (x+5)}$

14.	a) $y = (2x)^{\arctg 2x}$	б) $y = \frac{(x+4)^6 \cdot \sqrt[3]{x+5}}{(x-1)^4}$
15.	a) $y = (\lg x)^{\ln(\sqrt{x+1})}$	б) $y = (x+1) \cdot \sqrt[4]{\frac{x-5}{(x+3)^3}}$
16.	a) $y = (\ctg 2x)^{3x^2}$	б) $y = \frac{(x+1)^6}{\sqrt[3]{x-5} \cdot (3x+2)^3}$
17.	a) $y = (\arctg x)^{e^{2x}}$	б) $y = \frac{(x+1) \cdot \sqrt[3]{x-2}}{\sqrt[5]{3x+4}}$
18.	a) $y = (\arcsin \sqrt{x})^{\cos 8x}$	б) $y = \sqrt{\frac{(x+3) \cdot \sqrt[3]{2x+5}}{(3x+2)^5}}$
19.	a) $y = (\cos 6x)^{2-x}$	б) $y = \frac{(x+2) \cdot \sqrt{2x^2+3x}}{(x-5)^3}$
20.	a) $y = \left(\cos \frac{4}{x}\right)^{\sin \frac{x}{4}}$	б) $y = 4x^4 \cdot \sqrt[7]{\frac{(x+1)^3}{(2x-5)^4}}$
21.	a) $y = (\arctg \sqrt{x})^{\cos 2x}$	б) $y = \frac{(x-1)^5 \cdot \sqrt[3]{x-3}}{\sqrt[4]{(2x-1)^3}}$
22.	a) $y = (x + e^{2x})^{\sin 5x}$	б) $y = \frac{(x+4)^3 \cdot \sqrt{2x+5}}{(3x^2+2)^2}$
23.	a) $y = (1 - \cos 4x)^{\arctg 2x}$	б) $y = \sqrt[4]{\frac{x^3}{(2x-1)^5}} \cdot (x+1)^4$
24.	a) $y = (3^x + 4)^{\frac{2}{x}}$	б) $y = \frac{(x^2+1)^3 \cdot \sqrt[4]{(2x+1)^3}}{(3x-1)^5}$
25.	a) $y = (3x^2 + 5x)^{\cos \frac{x}{3}}$	б) $y = \sqrt[3]{\frac{(x^2+1) \cdot x}{(2x+3)^5}}$

26.	a) $y = (\ln(x^2 + 1))^{tg 2x}$	б) $y = \frac{(x^3 + 1)^3}{\sqrt[4]{(2x - 5)^3 \cdot (4x + 3)^2}}$
27.	a) $y = (2x^2 + 3)^{ctg 4x}$	б) $y = \frac{x \cdot \sqrt[4]{x^2 + 3x}}{\sqrt[3]{2x + 7}}$
28.	a) $y = (x^3 - 3)^{\cos 5x}$	б) $y = \frac{\sqrt[4]{x^3 \cdot (x - 1)}}{(x^2 + 4)^5}$
29.	a) $y = (x^5 - 3x)^{\sin 2x}$	б) $y = \frac{\sqrt[3]{2x + 7}}{(x + 2)^4 \cdot (2x + 5)^3}$
30.	a) $y = (\arcsin 2x)^{\cos^2 x}$	б) $y = \frac{(x^2 - 3)^3 \cdot \sqrt[5]{2x + 9}}{(3x + 4)^4}$

3.3.4. Знайти першу похідну функції, заданої неявно

1.	$x^2 + y^3 - 3xy = 0$	2.	$y^3 - 3yx^2 + 2x = 0$
3.	$x^3 + 2x^2y + 3xy^2 + y^2 = 0$	4.	$2^x + 2^y = 2^{x+y}$
5.	$2y \ln x = x^2 + y^2$	6.	$x + y = xy^2 - x^2y$
7.	$y^2 - 2xy^3 - x^2 = 0$	8.	$y^2 = 2x^3 + xe^y$
9.	$y = x + \arctg y - x^3$	10.	$y = \cos(x + y) - x^4$
11.	$x^2y = xy^3 - 4$	12.	$y = \sin(x - y) + xy^2$
13.	$(x + y)^2 = 9(x - y)$	14.	$y = 3x^3 + xe^y$
15.	$y \cdot \sin x = \cos(x - y)$	16.	$x + y = e^y - x^4$
17.	$y^2 = 2x + \ln \frac{y}{x}$	18.	$ye^x = e^{y+1} + x$
19.	$(x + y)^3 = 27(x - y)$	20.	$xy - 0,5 \sin 2y = x^2$

21.	$e^{xy} = x + y$	22.	$xy = \arctg y + e^x$
23.	$tg y = x^2 y - x$	24.	$y^2 = e^x + 3xy$
25.	$\cos y = xy^2 + 3x^4$	26.	$xy = e^y \sin x$
27.	$ctg y = x^2 + xy$	28.	$x + \sin x = \cos y - y$
29.	$x^3 + 2xy = 3y^2$	30.	$x^4 - xy + y^4 = 1$

3.3.5 Знайти похідні y'_x, y''_{xx} функції, заданої параметрично.

1.	$\begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = t^3 \end{cases}$	2.	$\begin{cases} x = \frac{t+1}{t} \\ y = \frac{t-1}{t} \end{cases}$
3.	$\begin{cases} x = 2 \cos^2 t \\ y = 3 \sin^2 t \end{cases}$	4.	$\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = 6 \sin^3 t \end{cases}$
5.	$\begin{cases} x = e^{-3t} \\ y = e^{6t} \end{cases}$	6.	$\begin{cases} x = \sqrt{t} \\ y = \sqrt[3]{t} \end{cases}$
7.	$\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 4(3 + \cos t) \end{cases}$	8.	$\begin{cases} x = \arctg t \\ y = \ln(1 + t^2) \end{cases}$
9.	$\begin{cases} x = \ln t \\ y = \frac{t-1}{t} \end{cases}$	10.	$\begin{cases} x = \cos t \\ y = tg^2 t \end{cases}$
11.	$\begin{cases} x = \arcc tg t \\ y = \ln(1 + t^2) \end{cases}$	12.	$\begin{cases} x = \ln t \\ y = \arctg t \end{cases}$

13.	$\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 2 - \cos t \end{cases}$	14.	$\begin{cases} x = \sqrt{t-2} \\ y = \ln(t-2) \end{cases}$
15.	$\begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$	16.	$\begin{cases} x = 2e^t \\ y = e^{t^2+t} \end{cases}$
17.	$\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sec t \end{cases}$	18.	$\begin{cases} x = \sin t \\ y = \operatorname{ctg} t \end{cases}$
19.	$\begin{cases} x = \sin t - t \cos t \\ y = \cos t + t \sin t \end{cases}$	20.	$\begin{cases} x = t^2 + 4t \\ y = 2t^3 - 3t^2 \end{cases}$
21.	$\begin{cases} x = t^3 \\ y = \ln t \end{cases}$	22.	$\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$
23.	$\begin{cases} x = e^t \cdot (t+1) \\ y = e^t \cdot (t-1) \end{cases}$	24.	$\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \operatorname{arctg} t \end{cases}$
25.	$\begin{cases} x = 2 - e^{-t} \\ y = 3t - e^{-2t} \end{cases}$	26.	$\begin{cases} x = \ln(\cos t) \\ y = \ln(\cos 2t) \end{cases}$
27.	$\begin{cases} x = \frac{1}{\cos t} \\ y = \operatorname{tg} t \end{cases}$	28.	$\begin{cases} x = \frac{1}{\sin t} \\ y = \operatorname{ctg} t \end{cases}$
29.	$\begin{cases} x = 2^{\sin^2 t} \\ y = 2^{\cos^2 t} \end{cases}$	30.	$\begin{cases} x = 2t^2 - 3 \\ y = \ln t \end{cases}$

3.3.6 Знайти другу похідну функції.

1.	$y = \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$	2.	$y = (1+x^2)\operatorname{arctg} x$
----	--	----	-------------------------------------

3.	$y = \frac{\ln(3+x)}{3+x}$	4.	$y = (2x^3 + 1)\cos 3x$
5.	$y = x^2 \ln x$	6.	$y = \ln \operatorname{ctg} 4x$
7.	$y = \arctg(x^2)$	8.	$y = \sqrt[3]{(1-x)^2}$
9.	$y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x}$	10.	$y = \ln \ln x$
11.	$y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$	12.	$y = x^3 e^{5x}$
13.	$y = e^{-x} \cos 3x$	14.	$y = \arctg \frac{2x}{1-x^2}$
15.	$y = x e^{\sin x}$	16.	$y = \frac{x}{x^2 - 1}$
17.	$y = \arctg \sqrt{x}$	18.	$y = \ln(x + \sqrt{x})$
19.	$y = x \cdot \arctg x$	20.	$y = x - \arctg x$
21.	$y = \frac{\ln x}{x}$	22.	$y = (3x - 7) \cdot 3^{-x}$
23.	$y = (x^2 - 7) \cdot \ln(x + 1)$	24.	$y = e^{2x} \sin 4x$
25.	$y = e^{4x+3} \cdot (x^3 + 2)$	26.	$y = x e^{1+x} - e^{1+x}$
27.	$y = x^2 e^{-\frac{1}{x}}$	28.	$y = \ln \frac{1}{1+x}$
29.	$y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$	30.	$y = 2 + \sqrt{1-x^2}$

3.3.7 Довести, що функція $y = f(x)$ є розв'язок заданого рівняння $F(x, y, y', y'') = 0$.

	$y = f(x)$	$F(x, y, y', y'') = 0$
1.	$y = 0,5(x^2 + 2x + 2)$	$(y')^2 + 1 = 2 \cdot y \cdot y''$
2.	$y = 0,5 \cdot x^2 \cdot e^x$	$y'' - 2y' + y = e^x$
3.	$y = 2e^{-x} + 3e^{-2x}$	$y'' + 3y' + 2y = 0$
	$y = f(x)$	$F(x, y, y', y'') = 0$
4.	$y = x + \sin 2x$	$y'' + 4y = 4x$
5.	$y = \sqrt{2x - x^2}$	$y^3 y'' + 1 = 0$
6.	$y = \frac{x-3}{x+4}$	$2(y')^2 = (y-1)y''$
7.	$y = \ln \sqrt{x^2 + 4}$	$y''(x^2 + 4) + 2xy' = 1$
8.	$y = -\frac{1}{x}$	$yy'' = y'(y^2 + y')$
9.	$y = \frac{1}{2} \ln^2 x + \ln x + 2$	$x^2 y'' + xy' = 1$
10.	$y = \sqrt{\frac{4x^2 + 1}{2}}$	$y'' \cdot y^3 = 1$
11.	$y = \frac{1}{3} \sin^3 x - 2x + 1$	$y'' + \sin^3 x = 2 \sin x \cdot \cos^2 x$
12.	$y = (x-1)e^{x+1} + 2$	$xy'' = y' \cdot \ln \frac{y'}{x}$
13.	$y = (2x^2 - 3x)e^x - 2e^{-x} + e^{-3x}$	$y'' + 4y' + 3y = (16x^2 - 14)e^x$
14.	$y = 1 - 2e^{-3x} + x^3 + 3x^2 - 2x$	$y'' - 9x^2 = 24x - 3y'$

	$y = f(x)$	$F(x, y, y', y'') = 0$
15.	$y = 2 \cos 3x - 5 \sin 3x + 4x \sin 3x$	$y'' = 24 \cos 3x - 9y$
16.	$y = e^{-7x} \cdot 2x^3$	$y'' + 49y = 12xe^{-7x} - 14y'$
17.	$y = 3e^{-2x} + 2e^{\frac{x}{2}} - 5 \sin 2x - 3 \cos 2x$	$2y'' + 3y' = 2y + 68 \sin 2x$
18.	$y = -3e^{2x} + 2e^{-2x} - x(2x^2 + 3)$	$y'' - 8x^3 = 4y$
19.	$y = 5 - 2e^{-3x} + \frac{3}{2}x^2 - x$	$y'' + 3y' = 9x$
20.	$y = -3 \cos x + 5 \sin x + x + e^x$	$y'' - x = 2e^x - y$
21.	$y = \frac{x^3}{12} - \frac{x}{4} + 2 \arctg x - 5$	$(1 + x^2)y'' = x^3 - 2xy'$
22.	$y = 5x - 3 - \ln \cos x$	$y'' \cdot \cos^2 x = 1$
23.	$y = 2ch \frac{x+1}{2}$	$1 + (y')^2 = y \cdot y''$
24.	$y = e^{\sqrt{x}} + e^{-\sqrt{x}}$	$xy'' + 0,5y' = 0,25y$
25.	$y = \cos e^x + \sin e^x$	$y'' + ye^{2x} = y'$
26.	$y = 2e^{3x} - 3e^{4x} - xe^{4x}$	$y'' + 12y = e^{4x} + 7y'$
27.	$y = (0,1x^2 - 0,04x + 2)e^{2x} - 4e^{-3x}$	$y'' + y' - xe^{2x} = 6y$
28.	$y = e^x(3 \sin x - 2(x+1)\cos x)$	$y'' - 4e^x \sin x = 2y' - 2y$
29.	$y = \sin x \cdot (3 + 0,5x) - 5 \cos x$	$y'' + y - \cos x = 0$
30.	$y = \cos 2x + \frac{1}{3}(\sin x + \sin 2x)$	$y'' + 4y = \sin x$

3.3.8 Знайти похідну n -го порядку.

1.	$y = 7^{5x}$	2.	$y = \lg(5x + 1)$	3.	$y = \ln x$
4.	$y = \frac{4}{x}$	5.	$y = \sin^2 3x$	6.	$y = e^{-3x}$
7.	$y = 2^{3x+5}$	8.	$y = \cos 3x$	9.	$y = \frac{1}{x+1}$
10	$y = 3^{3x+1}$	11	$y = \ln(1+x)$	12.	$y = \cos(5x-3)$
13.	$y = \log_2(x-4)$	14.	$y = \sin(2x+1)$	15.	$y = \log_3(x+3)$
16	$y = \cos \frac{x}{2}$	17	$y = 3^{2x}$	18.	$y = \frac{x}{x+1}$
19	$y = 5^{-2x+1}$	20	$y = \cos^2 2x$	21.	$y = \frac{1+x}{1-x}$
22	$y = \log_2(x-4)$	23	$y = \frac{1}{1-x}$	24.	$y = \sqrt[3]{e^{2x+1}}$
25	$y = \cos \frac{x}{3}$	26	$y = \lg(2x+7)$	27.	$y = \sin \frac{x}{2}$
28	$y = \frac{1-x}{1+x}$	29	$y = \cos(3x+2)$	30.	$y = \lg(x+4)$

ЛІТЕРАТУРА

1. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа / Г. Н. Берман. – С.Пб.: Лань, Специальная литература, 2002. – 448 с. – ISBN 5-8114-0107-8.
2. Вища математика: підручник. У 2 кн. Кн.1. Основні розділи / Призва Г.Й., Плахотник В.В Гординський Л.Д. та інш.; За ред. Кулініча Г.Л. – К.: Либідь, 2003. – 400 с.
3. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах с решениями. В 2 ч. Ч. 1: Учебное пособие для вузов / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС 21 век, 2002. – 304 с.
4. Дубовик В.П. Вища математика: навчальний посібник. У трьох частинах. Ч.1. / В.П. Дубовик, І.І. Юрик. – Х.: Веста, 2008. – 200с., іл.
5. Дубовик В.П. Вища математика: Навчальний посібник. У трьох частинах. Ч.2./ В.П. Дубовик, І.І. Юрик. – Х.: Веста, 2008. – 240с., іл.
6. Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу / Г.И. Запорожец. –М: Высш. шк., 1964. – 479 с.
7. Каплан И.А.. Практические занятия по высшей математике / И.А. Каплан. Харьков, 1967. –946 с.
8. Овчинников П.П. Вища математика: підручник. У 2 ч. Ч.1: Лінійна і векторна алгебра: Аналітична геометрія: Вступ до математичного аналізу: Диференціальне і інтегральне числення / П.П. Овчинников, Ф.П. Яремчук, В.М. Михайленко; За заг. ред. П.П. Овчинникова. – К.: Техніка, 2003. – 600 с.
9. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Учеб. для втузов. В 2-х т. Т.1. / Н.С. Пискунов. – М.: Интеграл-Пресс, 2001. – 416 с.
10. Сборник задач по математике для втузов. В 4 частях. Ч. 1: Учебное пособие для втузов / Под общ. ред. А .В .Ефимова и А.С. Поспелова. – 4-е изд. перераб. и доп. – М.: Издательство Физико-математической литературы, 2001. – 288 с. – ISBN 5-94052-034-0 (Ч. 1).
11. Ефимов А.В. Сборник задач по математике для втузов. В 4-х частях. Часть 1. Линейная алгебра и основы математического анализа. Учеб. пособие для втузов / А.В. Ефимов, Б.П. Демидович. – 3-е изд., испр. – М.: Наука, 1993. – 480 с. – ISBN 5-02-01433-9.