

УДК 517.9:621.3

Онуфрієнко В.М.¹, Слюсарова Т.І.², Зіненко І.І.²

¹ д-р фіз.-мат. наук, проф. НУ «Запорізька політехніка»,

² асист. НУ «Запорізька політехніка»

МОДЕЛЮВАННЯ ФРАКТАЛЬНОЇ ТОПОЛОГІЇ ПРОВІДНИХ ПОВЕРХОНЬ В НВЧ ПРИСТРОЯХ

Моделювання фрактально конфігурованих випромінювальних та приймальних радіоселементів з повним або частковим метаматеріальним запов-

ненням є одні з передових сучасних напрямків розвитку нанотехнологічних прийомів мініатюризації надвисокочастотних (у терагерцовому та оптичному діапазонах) засобів генерації, кодування та передачі електромагнітних хвиль.

Штучно структуровані метаматеріали, що мають незвичайні електромагнітні властивості, визначаються як елементами їх внутрішньої структури, розташованих за заданою геометричною схемою на мікроскопічному рівні, так і замішуваними атомами або молекулами природно існуючих матеріалів, становлять основу нової парадигми у фізиці та інженерії [1; 2]. Характеристиками таких матеріалів виявляються від'ємні еквівалентні параметри, від'ємні показники заломлення та дробові показники геометричної та фізичної фрактальності.

Використання в математичних моделях дробового інтегродиференціювання дозволило розширити можливості досліджень властивостей електромагнітних хвиль, що випромінюються або поширюються у штучних середовищах з неоднорідно геометрично конфігурованими границями. Математична модель взаємодії електромагнітного поля з геометрично фрактальними поверхнями ґрунтується на введенні у розгляд α -характеристик поля [3].

Для вводу топологічної інформації про фрактальні межі хвильового трансформатора визначимо компактне покриття неоднорідної границі з введенням підмножин $\varepsilon_{i(k)}$ (k - число поколінь покриття границі, i - кількість підмножин у k -му поколінні) і покриття відбувається зі зменшенням діаметрів у наступних генераціях: $\varepsilon_{i(k+2)} < \varepsilon_{i(k+1)} < \varepsilon_{i(k)}$.

Функціональний зв'язок кількості елементів $N_{\varepsilon_{i(k+1)}\varepsilon_{i(k)}}$ з відношенням попереднього k -го покриття до наступного $(k+1)$ -го у проєкціях на абсцису має вид $N_{\varepsilon_{i(k+1)}\varepsilon_{i(k)}} = f(\Delta x_{i(k)} / \Delta x_{i(k+1)})$; аналогічно вислідковується зв'язок

$$N_{\varepsilon_{i(k+2)}\varepsilon_{i(k+1)}} = f(\Delta x_{i(k+1)} / \Delta x_{i(k+2)}),$$

$$f(\Delta x_{i(k)} / \Delta x_{i(k+1)}) \cdot f\left(\frac{\Delta x_{i(k)} / \Delta x_{i(k+2)}}{\Delta x_{i(k)} / \Delta x_{i(k+1)}}\right) = f(\Delta x_{i(k)} / \Delta x_{i(k+2)}). \quad (1)$$

Гладкий розв'язок цього рівняння існує і єдиний у вигляді степеневої функції

$$f(\Delta x_{i(k)} / \Delta x_{i(k+1)}) = (\Delta x_{i(k)} / \Delta x_{i(k+1)})^\alpha, \quad -\infty < \alpha < +\infty, \quad (2)$$

звідки впливає зв'язок між кількістю та протяжністю проєкцій сусідніх покриттів на вісь абсцис $N_{\Delta x_{i(k+1)}\Delta x_{i(k)}} \cdot \Delta x_{i(k+1)} = \Delta x_{i(k+1)}^{1-\alpha} \cdot \Delta x_{i(k)}^\alpha$.

Сумою $S = \sum_{i=1}^{\infty} \varepsilon_i = \sum_{i=1}^{\infty} \gamma(\alpha) \Delta x_{i(k+1)}^{1-\alpha} \cdot \Delta x_{i(k)}^{\alpha}$ апроксимується вся розглядувана множина, а граничний перехід дає формули дробових інтегралів $S = {}_aID_x^{\alpha} C = \frac{C}{\Gamma(\alpha+1)} (x-a)^{\alpha}$, де C – діаметр розглядуваної множини.

Виявлено, що за указанною схемою хаусдорфову метрику та міру фрактальних точкових зарядів у вигляді диферінтегральної альфа-форми множин фізичних зарядів (елементів струму) в метаматеріальному середовищі можна застосовувати для побудови диферінтегральної моделі провідних поверхонь для фрактальних хвильоводних трансформаторів з метаматеріальним заповненням.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Lindell I. V. BW media – Media with negative parameters, capable of supporting backward waves / I. V. Lindell, S. A. Tretyakov, K. I. Nikoskinen, S. Ilvonen // Microwave and Optical Technology Letters. – 2001. – Vol. 31, Issue 2. – P. 129–133.
2. Engheta N. An idea for thin subwavelength cavity resonators using metamaterials with negative permittivity and permeability / N. Engheta // IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. – 2002. – Vol. 1, Issue 1. – P. 10–13.