

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до лабораторних робіт

з дисципліни «Основи теорії кіл, сигналів та процесів в електроніці» на тему «Спектральний аналіз сигналів і лінійних кіл» для студентів усіх форм навчання спеціальності 125 «Кібербезпека» галузі знань 12 «Інформаційні технології»

Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни «Основи теорії кіл, сигналів та процесів в електроніці» на тему «Спектральний аналіз сигналів і лінійних кіл» для студентів усіх форм навчання спеціальності 125 «Кібербезпека» галузі знань 12 «Інформаційні технології». / Укл.: Л.М. Карпуков, Т. О. Жорж. – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2024. - 55 с.

Наведено методи спектрального аналізу сигналів і лінійних кіл із застосуванням прикладного пакету математичного моделювання MathCAD

Укладачі: Л. М. Карпуков, професор, д. т. н.,
Т. О. Жорж, зав.лаб.

Рецензент: С. М. Романенко, доцент, к. ф.-м. н.

Відповідальний за випуск: А.В. Коротун, доц., канд. фіз.-матем. наук

Затверджено
на засіданні кафедри
інформаційної безпеки та наноелектроніки
Протокол № 6 від 10.05.2024 р.

Рекомендовано до видання НМК факультету
інформаційної безпеки та електронних
комунікацій
Протокол № 7 від 14.05.2024 р

ЗМІСТ

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1 Спектральний аналіз і синтез періодичного сигналу	4
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2 Спектральний аналіз і синтез неперіодичного сигналу.....	13
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3 Спектральний метод аналізу лінійних кіл при періодичних вхідних діях	18
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4 Дослідження сигналів з використанням дискретного перетворення Фур'є	26
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5 Моделювання і аналіз лінійних цифрових фільтрів	33
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №6 Алгоритм моделювання лінійних цифрових фільтрів методом Z - перетворення.....	42
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ	51
ДОДАТОК А ВАРІАНТИ ФОРМ ІМПУЛЬСІВ	52

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1 СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ І СИНТЕЗ ПЕРІОДИЧНОГО СИГНАЛУ

Мета роботи – вивчення методів спектрального аналізу і синтезу періодичних сигналів з використанням рядів Фур'є.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Сигнал $u(t)$, що задовольняє умові

$$u(t) = u(t - kT), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (1.1)$$

називається періодичним, а інтервал часу T – періодом сигналу. Приклад періодичного сигналу у вигляді послідовності прямокутних імпульсів тривалістю τ і висотою h приведений на рис. 1.

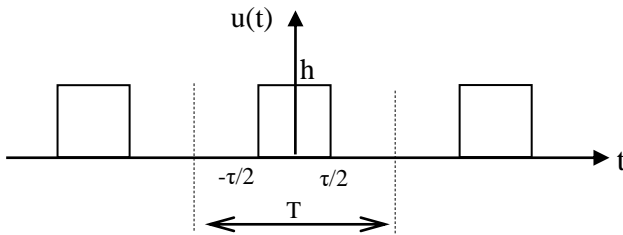


Рисунок 1.1

Періодичний сигнал може бути розкладений у ряд Фур'є, якщо для нього виконуються умови Діріхле:

- сигнал на періоді не повинен мати нескінченних значень;
- сигнал повинен бути кусково-безперервним;
- сигнал повинен бути кусково-монотонним і мати кінцеве число екстремумів.

Всі реальні періодичні сигнали задовольняють умовам Діріхле і можуть бути представлені нескінченним тригонометричним рядом Фур'є:

$$u(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega_0 t) + S_n \sin(n\omega_0 t), \quad (1.2)$$

де $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ - кутова частота періодичної послідовності імпульсів.

Коефіцієнти рядів обчислюються за співвідношеннями:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u(t) dt, \quad (1.3)$$

$$C_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u(t) \cos(n\omega_0 t) dt, \quad (1.4)$$

$$S_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u(t) \sin(n\omega_0 t) dt. \quad (1.5)$$

Данні формули приведені для функції $u(t)$ загального виду. У випадку коли функція $u(t)$ парна, тобто $u(t) = u(-t)$, то $s_n = 0$, $c_n \neq 0$. Якщо функція $u(t)$ непарна, тобто $u(t) = -u(-t)$, то $s_n \neq 0$, $c_n = 0$.

Ряд (1.2) можна представити у вигляді:

$$u(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \phi_n), \quad (1.6)$$

де $A_n = \sqrt{C_n^2 + S_n^2} = C_n / \cos(\phi_n)$,

$\phi_n = -\arg \operatorname{tg}(S_n / C_n)$.

Коефіцієнти A_n , ϕ_n ряду (1.6) називаються гармоніками спектру сигналу. Коефіцієнт A_n - це амплітуда, а коефіцієнт ϕ_n - фаза

n -й гармоніки спектру, $A_0 = a_0$ - постійна складова спектру. Набір гармонік утворює спектр сигналу. Розрізняють амплітудно-частотний спектр (АЧС), представлений діаграмою, складеною з амплітуд гармонік, а також фазочастотний спектр (ФЧС) у вигляді діаграми, складеної з фаз гармонік.

Потужність сигналу

$$P = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u(t)^2 dt \quad (1.7)$$

можна обчислити по його спектру по співвідношенню Парсеваля:

$$P = P_0 + \sum_{n=1}^{\infty} P_n, \quad (1.8)$$

де $P_0 = A_0^2$ - потужність постійної складової спектру,

$P_n = \frac{A_n^2}{2}$ - потужність n -й гармоніки спектру.

Спектр, складений з потужностей P_0, P_n називається енергетичним спектром сигналу.

Ряд (1.5), використавши формулу Ейлера

$$\cos(n\omega_0 t + \phi_n) = \frac{e^{j(n\omega_0 t + \phi_n)} + e^{-j(n\omega_0 t + \phi_n)}}{2}, \quad (1.9)$$

можна записати в експоненціальній (комплексній) формі:

$$u(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \dot{A}_n e^{jn\omega_0 t}, \quad (1.10)$$

де $\dot{A}_n = A_n e^{j\phi_n}$ - комплексна амплітуда n -й гармоніки спектра,

$j = \sqrt{-1}$ - уявна одиниця.

Комплексні амплітуди спектра обчислюються за формулою:

$$\dot{A}_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u(t) e^{-jn\omega_0 t} dt, \quad (1.11)$$

Амплітудно-частотний спектр складають модулі комплексних гармонік, фазо-частотний спектр - фази гармонік.

Для комплексного спектра формула Парсеваля (1.8) запишеться у вигляді:

$$P = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \frac{|\dot{A}_n|^2}{2} = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} P_n. \quad (1.12)$$

Аналіз спектру сигналу виконується за співвідношеннями (1.3) – (1.5), (1.11). Синтез сигналу за його спектром здійснюється за співвідношеннями (1.2), (1.6), (1.10).

При синтезі сигналу ряд Фур'є складається з кінцевого числа членів. Число членів N ряду визначається за ефективною шириною спектру сигналу. Ефективна ширина спектру $\Delta\omega = N_p \omega_0$ – це інтервал частот, у якому зосереджено 90% потужності сигналу. На підставі співвідношення (1.7), (1.8) число членів ряду N_p , що визначає ефективну ширину спектру, обчислюється з умови:

$$0.9 \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u(t)^2 dt \leq P_0 + \sum_{n=1}^{N_p} P_n. \quad (1.13)$$

Для комплексного спектра у праву частину цього виразу підставляється формула (1.12).

При визначенні необхідного числа членів ряду слід поступово збільшувати значення числа N , поки не буде виконано умову (1.13).

ЛАБОРАТОРНЕ ЗАВДАННЯ

Розробити MathCAD-програму і виконати спектральний аналіз і синтез періодичного сигналу, складеного з імпульсів заданої форми. Варіанти завдань приведені в табл. А.1 Додатку А.

У лабораторній роботі потрібно:

1. Побудувати графік заданої функції сигналу на інтервалі $[-T/2, T/2]$.
2. Визначити тип функції (парна або непарна) і за співвідношеннями (1.3) - (1.5) знайти коефіцієнти ряду Фур'є, узявши число членів ряду $N=20$. Побудувати діаграми для амплітудно-частотного і фазо-частотного спектрів.
3. За формулою (1.2) синтезувати сигнал при числі членів ряду $N=20$. На одному полі побудувати графіки вихідного і синтезованого сигналів.
4. За формулами (1.7), (1.8), (1.13) визначити потужність сигналу і ефективну ширину спектру. За знайдене число N_p синтезувати сигнал. На одному полі побудувати графіки вихідного і синтезованого сигналів.
5. Ввести запізнювання сигналу на величину $\tau/2$. Побудувати графік сигналу на інтервалі $[-T/4, T]$.
6. Визначити по (1.11) комплексні амплітуди гармонік при числі членів ряду N від -20 до 20 , задавши в MathCAD-програмі $ORIGIN:= -N$ і організувати цикл по індексу ряду від $-N$ до N . Побудувати діаграми для амплітудно-частотного і фазо-частотного спектрів.
7. Синтезувати сигнал по (1.10). На одному полі побудувати графіки вихідного і синтезованого сигналів

Фрагменти програми спектрального аналізу і синтезу прямокутного імпульсу висотою $h = 1$ наведені на рис. 1.2 – 1.6.

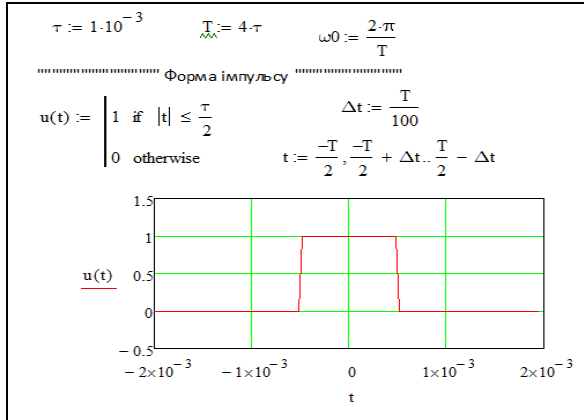


Рисунок 1.2 - Досліджуваний сигнал

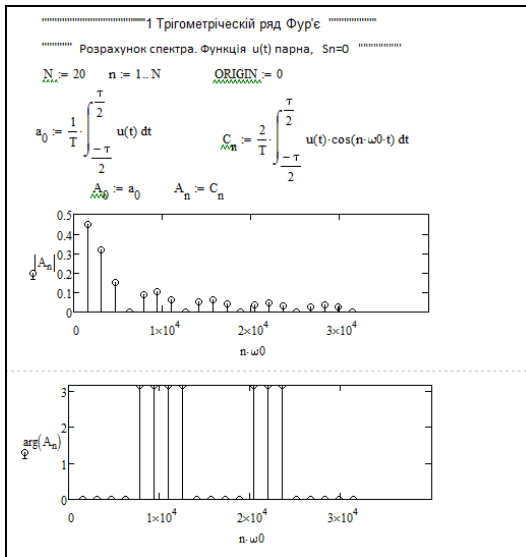


Рисунок 1.3 - Аналіз спектру сигналу

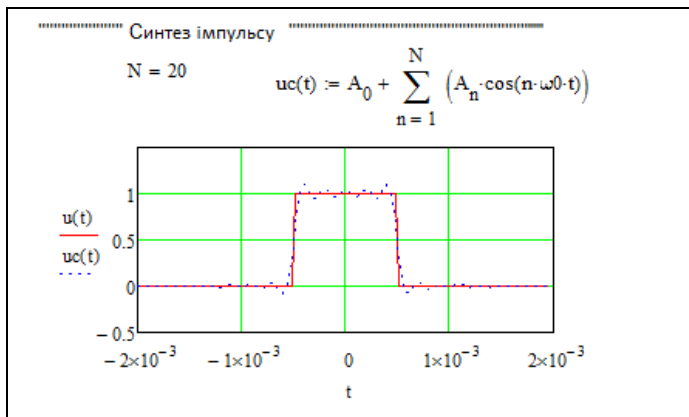


Рисунок 1.4 - Синтез сигналу за його спектром

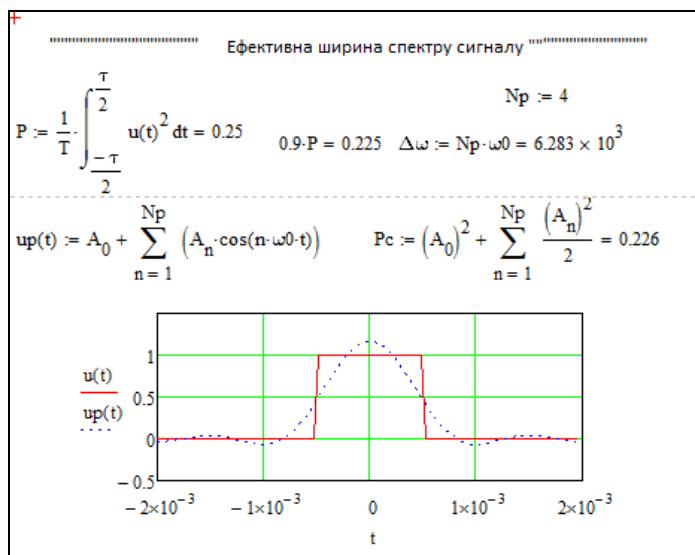
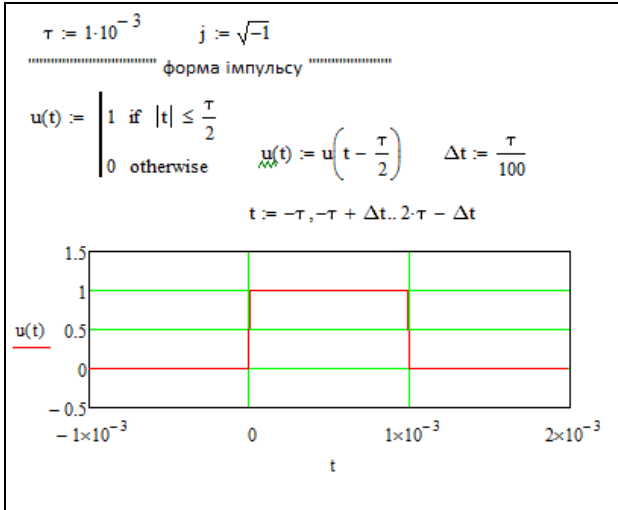


Рисунок 1.5 - Розрахунок ефективної ширини спектру

Рисунок 1.6 - Досліджуваний сигнал з запізненням на $\tau/2$

ЗМІСТ ЗВІТУ

1. Короткі теоретичні відомості і розрахункові співвідношення. Рисунок і опис досліджуваного періодичного сигналу згідно варіанту.
2. Лістинг програми.
3. Розрахунок графіків імпульсу і діаграм амплітудно-частотного та фазо-частотного спектрів при числі членів $N = 20$ тригонометричного ряду Фур'є.
4. Синтез імпульсу по тригонометричному ряду з побудовою на одному полі графіків вихідного і синтезованого імпульсів.
5. Розрахунок числа членів N_p ряду, що визначає ефективну ширину спектра. Побудова за N_p на одному полі графіків вихідного і синтезованого імпульсів.
6. Побудова імпульсу, запізнілого на $\tau/2$, та діаграм амплітудно-частотного і фазо-частотного спектрів при числі членів $N = 20$ експоненціального ряду Фур'є.
7. Синтез імпульсу по експонентному ряду з побудовою на одному полі графіків вихідного і синтезованого імпульсів.
8. Висновки по виконаній роботі.

9. Відповіді на контрольні запитання.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Умова, необхідна для розкладання періодичного сигналу в ряд Фур'є.
2. Умова періодичності сигналу.
3. Формули розкладання сигналу в тригонометричний ряд Фур'є і розрахунку коефіцієнтів ряду.
4. Як спроститься розрахунок коефіцієнтів ряду Фур'є у разі аналізу парних $s(t) = s(-t)$ або непарних $s(-t) = -s(t)$ функцій?
5. Що таке спектр сигналу, гармоніки спектру?
6. Формули розкладання сигналу в експоненціальний (комплексний) ряд Фур'є і розрахунку коефіцієнтів ряду.
7. Формули розрахунку потужності періодичного сигналу в часі і по частотному спектру.
8. Що таке енергетичний спектр?
9. Як визначається ефективна ширина спектру?
10. Як зміниться спектр при запізненні сигналу?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2

СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ І СИНТЕЗ НЕПЕРІОДИЧНОГО СИГНАЛУ

Мета роботи – вивчення методів спектрального аналізу і синтезу неперіодичних сигналів з використанням інтегралу Фур'є.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Формули інтегрального перетворення Фур'є впливають з формул (1.10), (1.11) експоненціального (комплексного) ряду Фур'є для періодичного сигналу:

$$u(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \dot{A}_n e^{jn\omega_0 t}, \quad (2.1)$$

$$\dot{A}_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u(t) e^{-jn\omega_0 t} dt, \quad (2.2)$$

Якщо період T спрямувати на нескінченність, то періодична послідовність сигналів буде перетворена в одиночний сигнал.

При $T \rightarrow \infty$ слід: $n\omega_0 \rightarrow \omega$, $T \dot{A}_n / 2 \rightarrow \dot{S}(\omega)$, $1/T \rightarrow d\omega / (2\pi)$.

З урахуванням цих перетворень формули (2.1), (2.2) набувають такого вигляду:

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (2.3)$$

$$\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (2.4)$$

де $\dot{S}(\omega)$ - комплексна спектральна щільність спектра сигналу,

$j = \sqrt{-1}$ - уявна одиниця.

Формула (2.4) - пряме інтегральне перетворення Фур'є, формула (2.3) - зворотнє інтегральне перетворення Фур'є.

Модуль комплексної спектральної щільності $S(\omega) = |\dot{S}(\omega)|$ визначає амплітудно-частотний спектр сигналу, фаза комплексної спектральної щільності $\varphi(\omega) = \arg(\dot{S}(\omega))$ - фазо-частотний спектр сигналу.

Енергію сигналу

$$w = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)^2 dt \quad (2.5)$$

можна обчислити за його спектром по співвідношенню Парсеваля:

$$w = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |\dot{S}(\omega)|^2 d\omega, \quad (2.6)$$

Ефективна ширина спектру $\Delta\omega$ сигналу – це інтервал частот, у якому зосереджено 90% енергії сигналу. На підставі співвідношення (1.7), (1.8) ефективна ширина спектру, обчислюється з умови:

$$0.9 \int_{-\infty}^{\infty} u(t)^2 dt \leq \frac{1}{\pi} \int_0^{\Delta\omega} |\dot{S}(\omega)|^2 d\omega. \quad (2.7)$$

При визначенні слід поступово збільшувати значення $\Delta\omega$, поки не буде виконана умова (1.9).

ЛАБОРАТОРНЕ ЗАВДАННЯ

Розробити MathCAD-програму і виконати спектральний аналіз і

синтез неперіодичного сигналу, складеного з імпульсу заданої форми.
В лабораторній роботі потрібно:

1. Ввести запізнювання сигналу на величину $\tau/2$. Побудувати графік сигналу на інтервалі $[-\tau, 2\tau]$.
2. За формулою (2.4) знайти комплексну спектральну щільність імпульсу. Побудувати графіки для амплітудно-частотного і фазо-частотного спектрів на інтервалі від $-\omega_k$ до ω_k , де $\omega_k=3\omega_0$, $\omega_0=2\pi/\tau$ - частота першого нуля огинаючого спектру прямокутного імпульсу.
3. Згідно з графіком амплітудно-частотного спектру знайти частоту ω_1 першого нуля огинаючого спектру. Відзначити цю частоту на графіках.
4. За формулою (2.3) синтезувати сигнал на інтервалі від $-\omega_k$ до ω_k , де $\omega_k=3\omega_1$. На одному полі побудувати графіки вихідного і синтезованого сигналів.
5. За формулами (2.5) - (2.7)) знайти енергію і ефективну ширину $\Delta\omega$ спектру.
6. На інтервалі від $-\Delta\omega$ до $\Delta\omega$ синтезувати сигнал. На одному полі побудувати графіки вихідного і синтезованого сигналів.

Фрагменти програми спектрального аналізу и синтезу сигналу наведені на рис. 2.1 – 2.3.

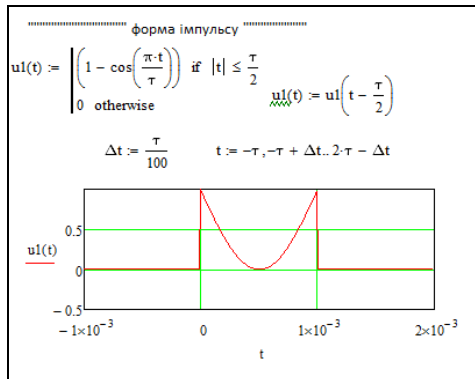


Рисунок 2.1 - Досліджуваний сигнал

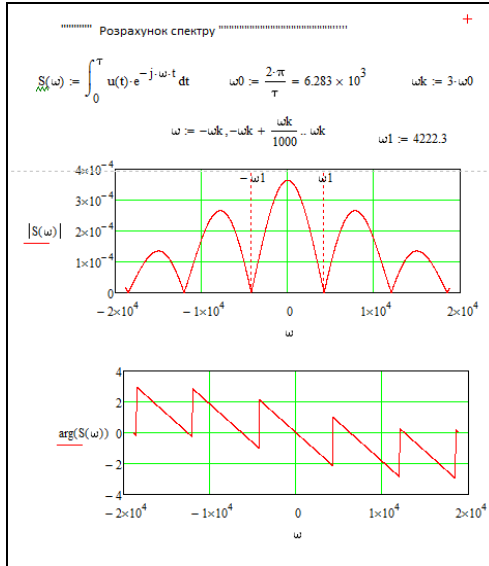


Рисунок 2.2 - Синтез сигналу за його спектром

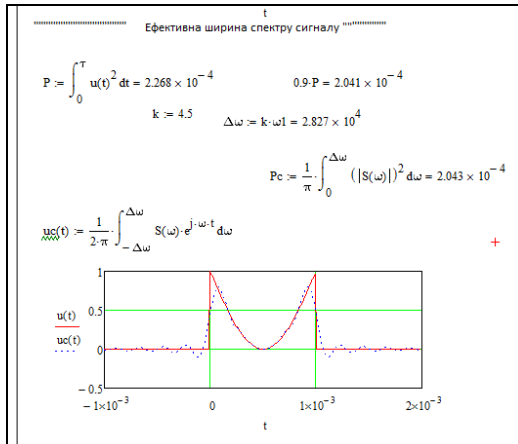


Рисунок 2.3 - Розрахунок ефективної ширини спектру

ЗМІСТ ЗВІТУ

1. Короткі теоретичні відомості і розрахункові співвідношення.

Рисунок і опис досліджуваного сигналу згідно варіанту.

2. Лістинг програми.
3. Розрахунок графіків імпульсу і діаграм амплітудно-частотного та фазо-частотного спектрів .
4. Синтез імпульсу з побудовою на одному полі графіків вихідного і синтезованого імпульсів.
5. Розрахунок енергії та ефективної ширини $\Delta\omega$ спектру. Побудова за $\Delta\omega$ на одному полі графіків вихідного і синтезованого імпульсів.
6. Висновки по виконаній роботі.
7. Відповіді на контрольні запитання.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Як здійснюється перехід від ряду Фур'є до інтегралу Фур'є?
2. Зв'язок між спектральною щільністю неперіодичного сигналу і амплітудами гармонік періодичного сигналу.
3. Формула прямого інтегрального перетворення Фур'є.
4. Формула зворотного інтегрального перетворення Фур'є .
5. Як визначається АЧХ і ФЧХ спектра неперіодичного сигналу?
6. Формула розрахунку енергії сигналу.
7. Формула Парсеваля для неперіодичного сигналу.
8. Як визначається ефективна ширина спектру сигналу?
9. Частота першого нуля огинаючого спектру прямокутного імпульсу.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3
СПЕКТРАЛЬНИЙ МЕТОД АНАЛІЗУ ЛІНІЙНИХ КІЛ ПРИ ПЕРІОДИЧНИХ
ВХІДНИХ ДІЯХ

Мета роботи – вивчення методу спектрального аналізу стаціонарного режиму в лінійних колах при вхідних діях у вигляді періодичних сигналів.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Спектральний метод аналізу лінійних кіл при вхідній дії, що є періодичним сигналом складної форми, включає наступні процедури:

1. Розкладання вхідного сигналу в ряд Фур'є з визначенням амплітуд і фаз гармонік спектру сигналу.
2. Визначення за методом комплексних амплітуд комплексного коефіцієнта передачі досліджуваного кола.
3. Знаходження по комплексному коефіцієнту передачі реакції кола на вхідну дію у вигляді гармоніки спектру сигналу.
4. Визначення вихідної реакції кола шляхом підсумовування реакцій від гармонік спектру сигналу.

При визначенні гармонік спектру вхідного періодичного сигналу $u_1(t)$ використовується експонентний (комплексний) ряд Фур'є:

$$u_1(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \dot{A}_{1_n} e^{jn\omega_0 t}, \quad (3.1)$$

Члени ряду обчислюються за формулою

$$\dot{A}_{1_n} = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u_1(t) e^{-jn\omega_0 t} dt, \quad (3.2)$$

де $\dot{A}_{1_n} = A_{1_n} e^{j\varphi_{1_n}}$ - комплексна амплітуда n-й гармоніки спектра,
 $j = \sqrt{-1}$ - уявна одиниця.

Модулі комплексних гармонік $A_{1_n} = |\dot{A}_{1_n}|$ складають амплітудно-частотний спектр, фази гармонік $\varphi_{1_n} = \arg(\dot{A}_{1_n})$ - фазо-частотний спектр вхідного сигналу.

Аналіз кола за методом комплексних амплітуд зводиться до визначення комплексного коефіцієнта передачі на частоті ω :

$$\dot{K}(\omega) = \frac{\dot{U}_2(\omega)}{\dot{U}_1(\omega)} \quad (3.3)$$

Тут \dot{U}_1 - комплексна амплітуда гармонійного коливання на вході кола, \dot{U}_2 - комплексна амплітуда гармонійного коливання на виході кола. Комплексний коефіцієнт передачі може бути представлений у вигляді:

$$\dot{K}(\omega) = K(\omega)e^{j\varphi(\omega)}, \quad (3.4)$$

де $K(\omega) = |\dot{K}(\omega)|$ - модуль, $\varphi(\omega)$ - фаза (аргумент) комплексного коефіцієнта передачі.

Залежність модуля комплексного коефіцієнта передачі від частоти називається амплітудно-частотною характеристикою кола (АЧХ).

Залежність аргументу комплексного коефіцієнта передачі від частоти називається фазо-частотною характеристикою кола (ФЧХ).

При відомому комплексному коефіцієнті передачі кола його реакція на вхідну дію

$$\dot{U}_{1_n} = \dot{A}_{1_n} = A_{1_n} e^{j\varphi_{1_n}} \quad (3.5)$$

обчислюється таким чином:

$$\dot{U}_{2_n} = \dot{A}_{1_n} \dot{K}(n\omega_0) = \dot{A}_{2_n} = A_{2_n} e^{j\varphi_{2_n}}. \quad (3.6)$$

Тут $A_{2_n} = A_{1_n} K(n\omega_0)$ - модуль, $\varphi_{2_n} = \varphi_{1_n} + \varphi(n\omega_0)$ - фаза вихідного

гармонійного сигналу.

Реакція на виході лінійного кола, відповідно до принципу накладення, буде рівна сумі реакцій від вхідних дій:

$$u_2(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \dot{A}_{2n} e^{jn\omega_0 t}. \quad (3.7)$$

Точність розрахунків по даному алгоритму визначається числом членів цього ряду.

ЛАБОРАТОРНЕ ЗАВДАННЯ

Розробити програму і виконати аналіз лінійного кола спектральним методом при вхідному періодичному сигналі, заданому в лабораторній роботі №1. Імпульс визначити на інтервалі $[0, \tau]$. Варіанти схем кола і значень параметрів її елементів приведені в табл. 3.1. Схеми кіл зображені на рис. 3.1 – 3.4.

Таблиця 3.1

Цифри номера	Останні 3-и цифри N-значного номера студентського квитка		
	(N-2)-а цифра	(N-1)-а цифра	N-а цифра
	C(мкФ) L(мГн)	R(кОм)	Схема
0	1	0.1	Рис. 3.1
1	1.5	0.15	Рис. 3.2
2	2	0.2	Рис. 3.3
3	2.5	0.25	Рис. 3.4
4	3	0.3	Рис. 3.1
5	3.5	0.35	Рис. 3.2
6	4	0.4	Рис. 3.3
7	4.5	0.45	Рис. 3.4
8	5	0.5	Рис. 3.1
9	5.5	0.55	Рис. 3.2

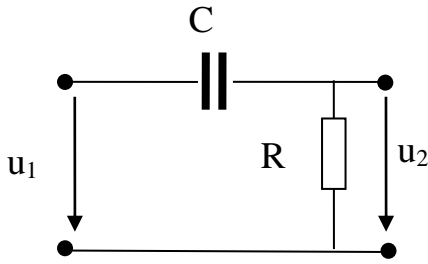


Рисунок 3.1

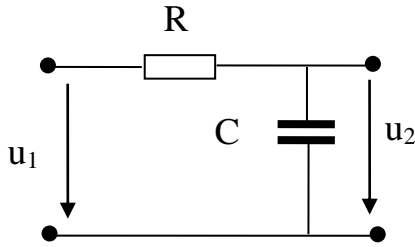


Рисунок 3.2

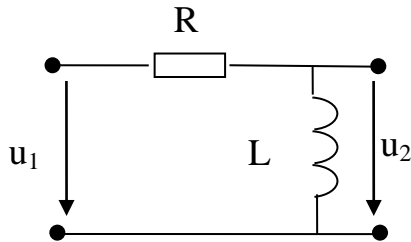


Рисунок 3.3

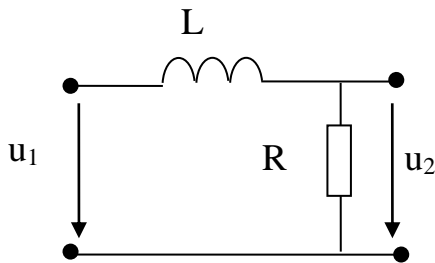


Рисунок 3.4

Комплексні коефіцієнти передачі схем, наведених на рисунках, мають такий вигляд:

$$\dot{K}(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau_0}, \quad (3.8)$$

або

$$\dot{K}(\omega) = \frac{j\omega\tau_0}{1 + j\omega\tau_0}, \quad (3.9)$$

де $\tau_0 = RC$ або $\tau_0 = L/R$ - постійна часу кола.

У лабораторній роботі потрібно:

1. Ввести запізнювання сигналу, заданому в лабораторній роботі №1, на величину $\tau/2$. Побудувати графік сигналу на інтервалі $[-\tau, 2\tau]$.
2. Визначити комплексні амплітуди гармонік спектру вхідного сигналу, узявши число членів N експоненціального (комплексного) ряду в діапазоні від -20 до 20. Побудувати графіки амплітудно- і фазо-частотного спектрів.
3. Привести схему і визначити постійну часу τ_0 та комплексний коефіцієнт передачі кола. Побудувати амплітудно-частотну і фазо-частотну характеристики коефіцієнта передачі кола.
4. Визначити комплексні амплітуди гармонік спектру вихідного сигналу. Побудувати графіки амплітудно-частотного і фазо-частотного спектрів.
5. По формулі (3.7) визначити тимчасову залежність $u_2(t)$ вихідного сигналу. Побудувати на одному графіку залежності $u_1(t)$ і $u_2(t)$.

Фрагменти програми дослідження проходження прямокутного імпульсу через лінійне коло спектральним методом наведені на рис. 3.5 – 3.7.

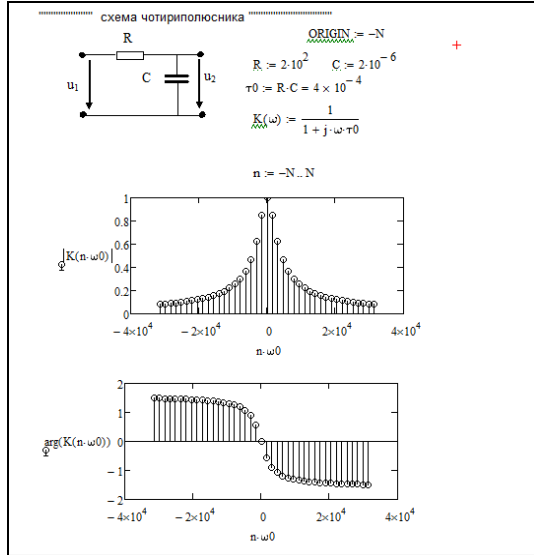


Рисунок 3.5 – АЧХ і ФЧХ коло

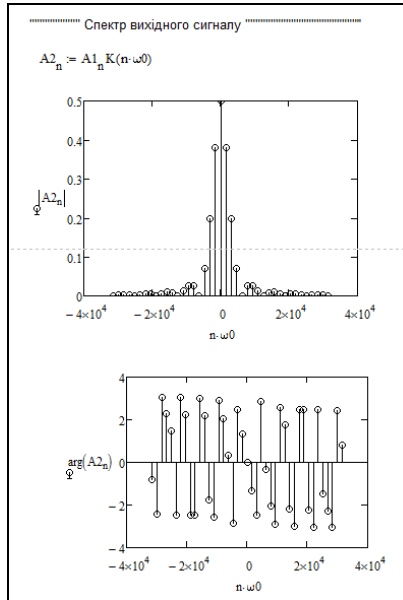


Рисунок 3.6 – Спектр вихідного сигналу

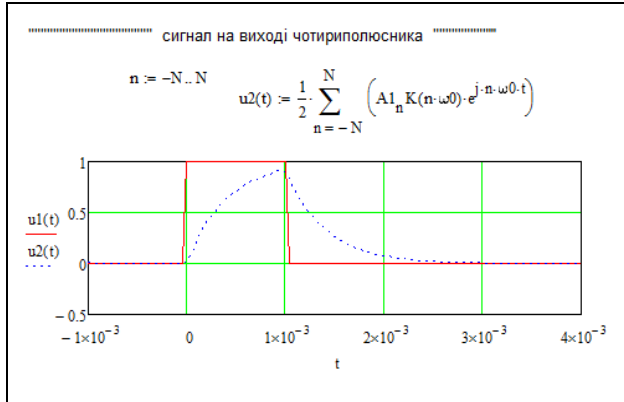


Рисунок 3.7 – Залежності вхідного і вихідного сигналу

ЗМІСТ ЗВІТУ

1. Короткі теоретичні відомості і розрахункові співвідношення. Рисунок і опис вхідного сигналу, схема досліджуваного кола.
2. Лістинг програми.
3. Побудова графіка вхідного сигналу.
4. Побудова графіків амплітудно-частотного і фазо-частотного спектру вхідного сигналу.
5. Побудова графіків амплітудно-частотної і фазо-частотної характеристик коефіцієнта передачі кола.
6. Побудова графіків амплітудно-частотного і фазо-частотного спектру вихідного сигналу.
7. Розрахунок вихідного сигналу. Побудова на одному полі графіків вхідного і вихідного сигналу.
8. Висновки по виконаній роботі.
9. Відповіді на контрольні запитання.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Пояснити алгоритм спектрального методу аналізу лінійних кіл.
2. Як обчислюються комплексні амплітуди спектру сигналу?
3. Як визначаються АЧХ і ФЧХ спектру сигналу?
4. Дайте визначення комплексного коефіцієнта передачі кола.

5. Що таке АЧХ і ФЧХ кола?
6. Формула для комплексного коефіцієнта передачі і постійною часу досліджуваного кола.
7. Як визначаються комплексні амплітуди гармонік спектру вихідного сигналу?
8. Як обчислюється залежність вихідного сигналу від часу за його спектром?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4
ДОСЛІДЖЕННЯ СИГНАЛІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ДИСКРЕТНОГО
ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є

Мета роботи – вивчення методики спектрального аналізу і синтезу сигналів за допомогою дискретного і швидкого перетворення Фур'є.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Дискретне перетворення Фур'є (ДПФ) застосовується до дискретних сигналів. Дискретний сигнал $\tilde{u}(t)$ отримують з аналогового сигналу $u(t)$ шляхом квантування його в часі з кроком Δt . Таким чином, дискретний сигнал буде утворений із значень u_k аналогового сигналу, взятих в окремі моменти часу $t = k \Delta t$, $k=0,1,2,\dots$

На періоді T дискретний сигнал можна представити динамічною моделлю:

$$\tilde{u}(t) = \sum_{k=0}^{N-1} u_k \delta(t - k\Delta t), \quad (4.1)$$

де $N = T/\Delta t$ - число дискретних значень сигналу на періоді,

$\delta(t)$ - імпульсна функція (дельта-функція Дираку).

Формули дискретного перетворення Фур'є випливають з формул (1.10), (1.11) для експоненціального (комплексного) ряду Фур'є:

$$u(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \dot{A}_n e^{jn\omega_0 t}, \quad (4.2)$$

$$\dot{A}_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u(t) e^{-jn\omega_0 t} dt, \quad (4.3)$$

де $\dot{A}_n = A_n e^{j\varphi_n}$ - комплексна амплітуда n-ї гармоніки спектра,

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ - кутова частота,

T - період повторення сигналу,

$j = \sqrt{-1}$ - уявна одиниця.

Для моменту часу $t = k \Delta t$ формула (4.2) запишеться як

$$u_k = \tilde{u}(k\Delta t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{A}_n e^{jn \frac{2\pi}{N\Delta t} k\Delta t} = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{A}_n e^{jn \frac{2\pi}{N} k}. \quad (4.4)$$

Підстановка (4.1) в (4.3) дає наступну формулу для коефіцієнтів ряду:

$$\dot{A}_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \sum_{k=0}^{N-1} u_k \delta(t - k\Delta t) e^{-jn\omega_0 t} dt = \frac{2}{N} \sum_k^{N-1} u_k e^{-jn \frac{2\pi}{N} k}, \quad (4.5)$$

Формули (4.4), (4.5) є дискретним перетворенням Фур'є (ДПФ). Ці формули зазвичай записують в симетричній формі щодо числа N дискретних значень сигналу:

$$u_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{C}_n e^{jn \frac{2\pi}{N} k}, \quad (4.6)$$

$$\dot{C}_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} u_k e^{-jn \frac{2\pi}{N} k}, \quad (4.7)$$

де $\dot{C}_n = \dot{A}_n \sqrt{N}/2$.

Формула (4.7) це пряме ДПФ, (4.6) - зворотне ДПФ.

Розрахунок за формулами (4.6), (4.7) вимагає N^2 операцій, що складаються з множення двох комплексних чисел з подальшим складанням. Якщо число N розкласти на множники і виконувати дії

над групами елементів, то можна істотно скоротити число операцій. Найбільший ефект досягається при представленні числа N ступенем числа 2. Відповідні цьому уявленню алгоритми обчислень за формулами (4.6), (4.7) називаються швидким перетворенням Фур'є (ШПФ) і вимагають всього $N \log_2 N$ операцій.

У системі MathCAD алгоритм прямого ШПФ реалізовано у функції **fft(v)** (Fast Fourier Transform – швидке перетворення Фур'є). Аргументом функції є вектор **v**, представлений дійсними числами (дискретними значеннями сигналу), кількість яких повинна бути рівною $N = 2^p$, де p – ціле число. Результат роботи функції – вектор, складений з комплексних амплітуд гармонік спектру сигналу. Довжина вектора $M = 2^{p-1}$. Таким чином, довжина вихідного вектора в два рази менше вхідного.

Алгоритм зворотного ШПФ реалізовано у функції **ifft(w)**. Аргументом функції є вектор **w**, представлений комплексними гармоніками спектру сигналу, кількість яких повинна бути рівною $M = 2^{p-1}$, де p – ціле число. Результат роботи функції – вектор, складений з дійсних чисел, відповідних дискретним значенням сигналу, синтезованого за його спектром. Довжина вектора $N = 2^p$.

ЛАБОРАТОРНЕ ЗАВДАННЯ

Скласти програму і виконати за допомогою ДПФ і ШПФ спектральний аналіз і синтез періодичного імпульсного сигналу, заданого в лабораторній роботі № 1. Імпульс визначити в інтервалі $[0, \tau]$, квантування сигналу в часі здійснити в інтервалі $[0, T]$.

У лабораторній роботі потрібно:

1. Перетворити заданий аналоговий сигнал в дискретний, узявши на періоді T вибірку об'єму $N = 2^p$, $p=6$. Побудувати графіки аналогового і дискретного сигналів.
2. Для числа гармонік $M = 2^{p-1}$ по формулі прямого ДПФ визначити спектр сигналу. Побудувати графіки амплітудно- і фазо-частотного спектру сигналу.
3. Для вибірки об'єму $N = 2^p$ визначити комплексних амплітуд гармонік спектру сигналу за допомогою функції прямого ШПФ. Побудувати графіки амплітудно- і фазо- частотного

спектру сигналу.

4. Виконати за допомогою функції зворотного ДПФ синтез сигналу за його спектром. На одному полі побудувати графіки досліджуваного і синтезованого сигналів.
5. Для числа гармонік $M = 2^{p-1}$ по формулі зворотного ШПФ синтезувати сигнал. На одному полі побудувати графіки досліджуваного і синтезованого сигналів.

Фрагменти програми дослідження прямокутного імпульсу за допомогою ДПФ і ШПФ наведені на рис. 4.1 – 4.4.

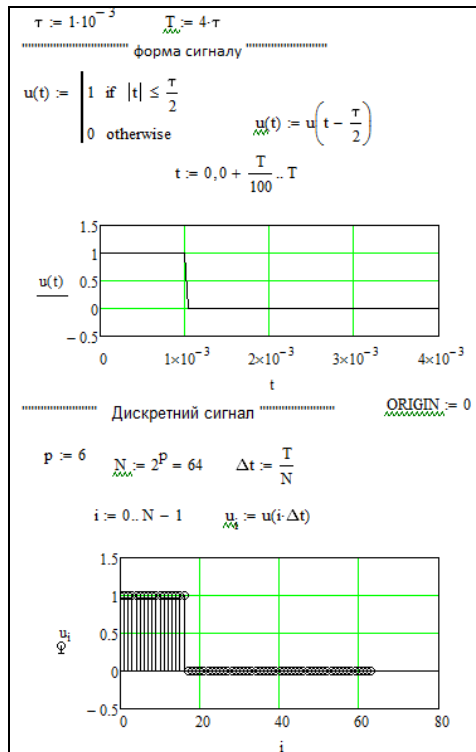


Рисунок 4.1 - Дискретизація сигналу

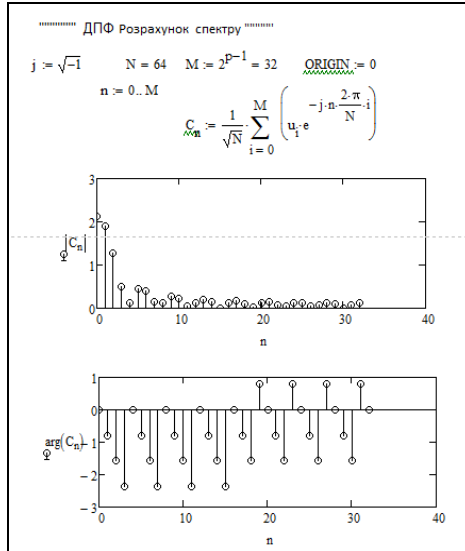


Рисунок 4.2 - Аналіз спектру за допомогою ДПФ

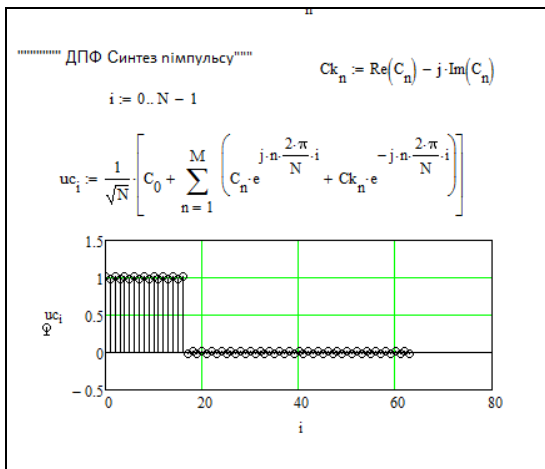


Рисунок 4.3 - Синтез сигналу за допомогою ДПФ

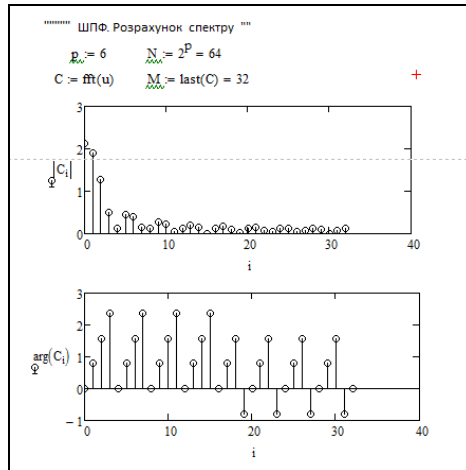


Рисунок 4.4 - Аналіз спектру за допомогою ШПФ

ЗМІСТ ЗВІТУ

- 1 Короткі теоретичні відомості і розрахункові співвідношення.
- 2 Лістинг програми.
- 3 Графіки аналогового і дискретного сигналів.
- 4 Графіки з результатами розрахунку амплітуд і фаз гармонік спектру сигналу, отриманих за допомогою ДПФ і ШПФ.
- 5 Графіки початкового і синтезованого сигналів, отриманих за допомогою ДПФ і ШПФ.
- 6 Висновки по виконаній роботі.
- 7 Відповіді на контрольні запитання.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

- 1 Визначення аналогового і дискретного сигналу.
- 2 Динамічна модель дискретного сигналу.
- 3 Властивості імпульсної функції (дельта-функції Дираку).
- 4 Формула прямого ДПФ.
- 5 Формула зворотного ДПФ.
- 6 Число операцій в ДПФ і БПФ.
- 7 Функція прямого ШПФ, ім'я функції, розмірності вхідного і

вихідного векторів.

- 8 Функція зворотного ШПФ, ім'я функції, розмірності вхідного і вихідного векторів.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5 МОДЕЛЮВАННЯ І АНАЛІЗ ЛІНІЙНИХ ЦИФРОВИХ ФІЛЬТРІВ

Мета роботи – вивчення методів складання і аналізу математичних моделей лінійних цифрових фільтрів.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Лінійні цифрові фільтри (ЛЦФ) - це лінійні дискретні схеми, призначені для обробки дискретних сигналів в дискретній формі. Модель ЛЦФ може бути представлена у вигляді різницевого рівняння або у графічній формі у вигляді структурної схеми.

Різницеві рівняння - це аналог диференціальних рівнянь, які є математичними моделями аналогових схем, складених з LCR-елементів. Різницеве рівняння ЛЦФ зазвичай отримують шляхом алгебраїзації диференціального рівняння аналогового прототипу цифрового фільтру.

Алгебраїзація - це перетворення диференціального рівняння в різницеве в результаті застосування чисельного методу рішення диференціальних рівнянь. Наприклад, диференціальне рівняння

$$\frac{du}{dt} = f(t). \quad (5.1)$$

за допомогою явного методу Ейлера перетвориться в різницеве рівняння

$$u_n = u_{n-1} + \Delta t f_{n-1}, \quad (5.2)$$

де Δt - крок дискретизації,

$u_n = u(n) = u(n\Delta t)$, $f_n = f(n) = f(n\Delta t)$ - дискретні значення функції.

Диференціальне рівняння для RC-кіл на рис.3.1, 3.2 має наступний вигляд:

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{\tau_0} u_C + \frac{1}{\tau_0} u_1. \quad (5.3)$$

Для RL-кіл на рис.3.3, 3.4:

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{\tau_0} i_L + \frac{1}{L} u_1, \quad (5.4)$$

де u_1 - вхідний сигнал,

$\tau_0 = RC$ або $\tau_0 = L/R$ - постійна часу кола.

Перетворимо диференціальні рівняння кіл в різницеві за допомогою явного методу Ейлера:

$$u_C(n) = \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau_0}\right) u_C(n-1) + \frac{\Delta t}{\tau_0} u_1(n-1), \quad (5.5)$$

$$i_L(n) = \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau_0}\right) i_L(n-1) + \frac{\Delta t}{L} u_1(n-1). \quad (5.6)$$

Різницева рівняння повинне бути доповнене початковими умовами. При нульових початкових умовах для рівня (5.5) початкова умова задається у вигляді $u_C(-1) = 0$, для (5.6) - $i_L(-1) = 0$.

Явний метод Ейлера має обмеження на величину кроку Δt . Для даних кіл крок вибирається з умови $\Delta t < 2\tau_0$.

Рішення різницевої рівнянь виконується рекурсивне, крок за кроком. Наприклад, рішення рівняння (5.5) за нульових початкових умов представляється у вигляді послідовності наступних кроків:

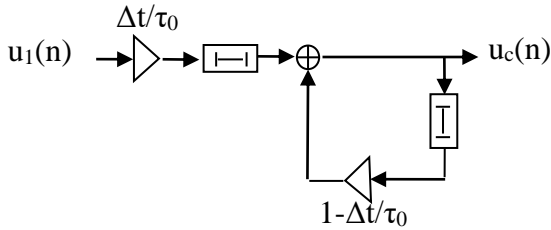


Рисунок 5.1

Властивості ЛЦФ характеризуються перехідною $h(n)$ або імпульсною $k(n)$ характеристикам.

Перехідна характеристика $h(n)$ - це реакція ЛЦФ на дискретну одиничну ступінчасту функцію $\tilde{I}_0(n)$:

$$\tilde{I}_0(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0, \\ 0, & n < 0. \end{cases} \quad (5.8)$$

Імпульсна характеристика $k(n)$ - це реакція ЛЦФ на дискретну імпульсну функцію $\tilde{\delta}(n)$:

$$\tilde{\delta}(n) = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 0, & n \neq 0. \end{cases} \quad (5.9)$$

По відомій імпульсній характеристиці за допомогою інтеграла згортки обчислюється реакція ЛЦФ на вхідний сигнал $u_1(n)$:

$$u_2(n) = \sum_{i=0}^n u_1(i) k(n-i). \quad (5.10)$$

Точність моделювання ЛЦФ визначається точністю методу, використаного для алгебраїзації диференціального рівняння.

ЛАБОРАТОРНЕ ЗАВДАННЯ

Скласти програму і виконати моделювання ЛЦФ. Форму сигналу взяти з лабораторної роботи №1, коло - з лабораторної роботи №3. Сигнал визначити в інтервалі $[0, \tau]$, квантування сигналу в часі здійснити в інтервалі $[0, T]$.

У лабораторній роботі потрібно:

1. Перетворити заданий аналоговий сигнал в дискретний. Побудувати графіки аналогового і дискретного вхідних сигналів.

2. По диференціальному рівнянню кола скласти різницеве рівняння ЛЦФ застосувавши для процедури алгебраїзації явний метод Ейлера.

3. Скласти по різницевому рівнянню структурну схему ЛЦФ.

4. Виконати за допомогою різницевого рівняння розрахунок реакції ЛЦФ на вхідний сигнал. Побудувати графік реакції.

5. Виконати за допомогою різницевого рівняння розрахунок перехідної характеристики ЛЦФ. Побудувати графік.

6. Виконати за допомогою різницевого рівняння розрахунок імпульсної характеристики ЛЦФ. Побудувати графік.

7. Виконати за допомогою інтеграла згортки розрахунок реакції ЛЦФ на вхідний сигнал. Побудувати графік реакції.

При складанні програм аналізу можна скористатися фрагментами програми моделювання і дослідження реакції цифрового прототипу аналогового РС-фільтру низьких частот на вхідну дію у вигляді дискретного сигналу прямокутної форми, наведеними на рис. 5.2 -5.6.

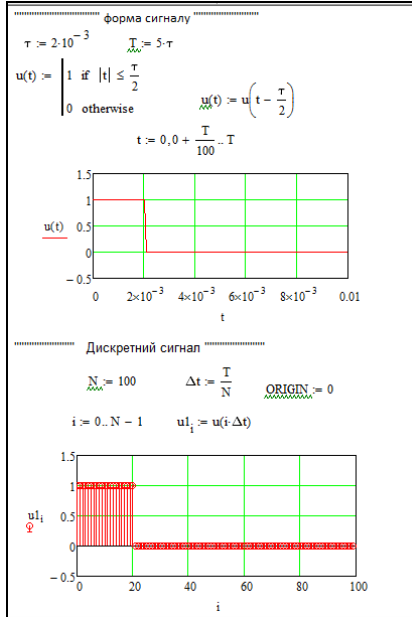


Рисунок 5.2 - Дискретизація аналогового сигналу

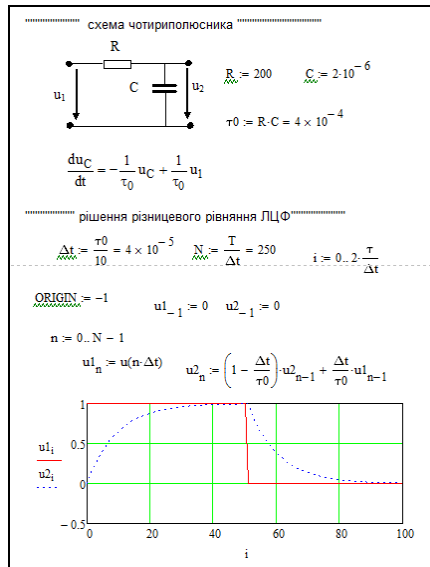


Рисунок 5.3 - Розрахунок вихідного сигналу

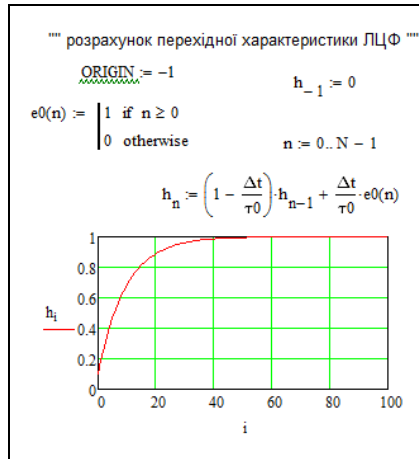


Рисунок 5.4 - Перехідна характеристика

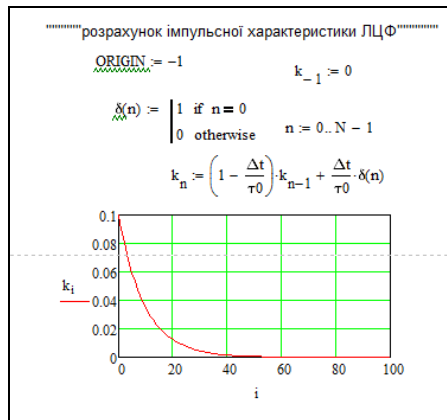


Рисунок 5.5 – Імпульсна характеристика

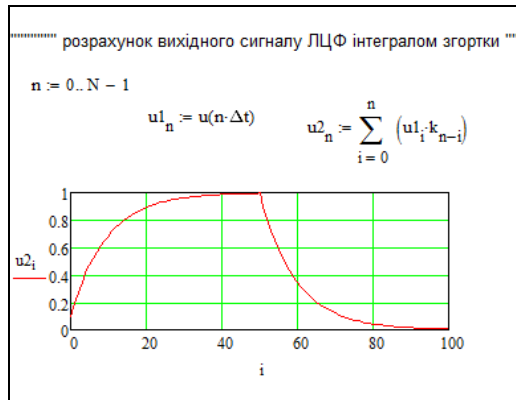


Рисунок 5.6 – Аналіз ЛЦФ методом інтеграла згортки

ЗМІСТ ЗВІТУ

1. Короткі теоретичні відомості, схема кола, структурна схема ЛЦФ, розрахункові співвідношення, різницеве рівняння.
2. Лістинг програми.
3. Графіки аналогового і дискретного вхідних сигналів.
4. Графік з реакцією ЛЦФ на вхідний сигнал.
5. Графік імпульсної характеристики.
6. Графік перехідної характеристики.
7. Графік результатів аналізу ЛЦФ методом інтеграла згортки.
8. Висновки по виконаній роботі.
9. Відповіді на контрольні запитання.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Лінійні цифрові фільтри (ЛЦФ). Визначення, способи моделювання і опису їх властивостей.
2. Різницеві рівняння, визначення, способи складання.

3. Явний метод Ейлера рішення диференціального рівняння.
4. Приклад складання різницевого рівняння за диференціальним рівнянням.
5. Вибір кроку рішення по явному методу Ейлера, якщо відома постійна часу RC - або RL – кола.
6. Приклад рішення різницевого рівняння.
7. Елементна база для складання схем ЛЦФ.
8. Приклад складання схеми ЛЦФ.
9. Імпульсна і одинична ступінчаста дискретні функції.
10. Формула дискретного інтеграла згортки.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6
АЛГОРИТМ МОДЕЛЮВАННЯ ЛІНІЙНИХ ЦИФРОВИХ ФІЛЬТРІВ
МЕТОДОМ Z-ПЕРЕТВОРЕННЯ

Мета роботи – вивчення методів складання передавальних функцій лінійних цифрових фільтрів і аналізу їх характеристик.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Важливою характеристикою лінійних цифрових фільтрів (ЛЦФ) є передавальна функція.

Для опису дискретних сигналів і складання передавальних функцій ЛЦФ використовується z-перетворення, що є різновидом дискретного перетворення Лапласа.

Для отримання z-зображення до дискретного сигналу

$$\tilde{u}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} u(n) \delta(t - n\Delta t) \quad (6.1)$$

застосовують перетворення Лапласа:

$$U(p) = \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} u(n) \delta(t - n\Delta t) e^{-pt} dt = \sum_{n=0}^{\infty} u(n) e^{-pn\Delta t} . \quad (6.2)$$

Оператор $e^{p\Delta t}$ замінюють оператором z і отримують формулу прямого Z-перетворення:

$$U(z) = Z[u(n)] = \sum_{n=0}^{\infty} u(n) z^{-n} , \quad (6.3)$$

тут $Z[u(n)]$ - оператор прямого Z-перетворення.

Наприклад, дискретна імпульсна функція

$$\tilde{\delta}(n) = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 0, & n \neq 0, \end{cases} \quad (6.4)$$

має таке z -зображення

$$\delta(z) = 1. \quad (6.5)$$

Z -перетворення дискретної одиничної ступінчастої функції.

$$\tilde{I}_0(t) = \sum_{n=0}^{\infty} 1 \delta(t - n\Delta t) \quad (6.6)$$

має такий вигляд

$$I_0(z) = \sum_{n=0}^{\infty} 1 z^{-n} = \frac{1}{1 - z^{-1}}. \quad (6.7)$$

Z -перетворення запізненого на k кроків дискретного сигналу (теорема запізнювання):

$$Z[u(n - k)] = U(z) z^{-k}. \quad (6.8)$$

Зворотнє Z -перетворення

$$Z^{-1} \left[U(z) z^{-k} \right] = u(n - k). \quad (6.9)$$

На підставі співвідношення (6.8) легко записати z -зображення різницевого рівняння. Наприклад, рівняння (5.5):

$$u_C(n) = \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau_0} \right) u_C(n-1) + \frac{\Delta t}{\tau_0} u_1(n-1), \quad (6.10)$$

перетвориться до виду:

$$U_C(z) = \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau_0}\right) U_C(z) z^{-1} + \frac{\Delta t}{\tau_0} U_1(z) z^{-1} . \quad (6.11)$$

За формулою (6.9) також легко виконати зворотнє перетворення і отримати різницеве рівняння (6.10).

Передавальна функція ЛЦФ – це відношення z -зображення вихідного сигналу фільтру до z -зображення вхідного сигналу $U_1(z)$:

$$K(z) = \frac{U_2(z)}{U_1(z)} . \quad (6.12)$$

Передавальна функція схеми на рис. 5.1 на підставі (6.11) має вигляд:

$$K(z) = \frac{U_C(z)}{U_1(z)} = \frac{\left(\frac{\Delta t}{\tau_0}\right) z^{-1}}{1 - \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau_0}\right) z^{-1}} . \quad (6.13)$$

Передавальна функція ЛЦФ може бути складена також за передавальної функції $K(p)$ аналогового прототипу. При складанні використовуються апроксимації оператора p оператором z^{-1} . Зі співвідношення

$$z^{-1} = e^{-p\Delta t} \cong 1 - p\Delta t . \quad (6.14)$$

випливає формула лінійної апроксимації

$$p = \frac{1 - e^{-p\Delta t}}{\Delta t} = \frac{1 - z^{-1}}{\Delta t} \quad (6.15)$$

і формула білінійної апроксимації

$$p = \frac{2}{\Delta t} \frac{1 - e^{-p\Delta t}}{1 + e^{-p\Delta t}} = \frac{2}{\Delta t} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}. \quad (6.16)$$

Для RC і RL -кіл на рис. 3.1 – 3.4 передавальні функції мають вигляд:

$$K(p) = \frac{1}{1 + p\tau_0} \quad (6.17)$$

або

$$K(p) = \frac{p\tau_0}{1 + p\tau_0}. \quad (6.18)$$

Застосувавши, наприклад, лінійну апроксимацію (6.15) до (6.17), отримаємо

$$K(z) = \frac{U_2(z)}{U_1(z)} = \frac{a_0}{1 + b_1 z^{-1}}, \quad (6.19)$$

$$\text{де } a_0 = \frac{1}{1 + \tau_0/\Delta t},$$

$$b_1 = \frac{-\tau_0/\Delta t}{1 + \tau_0/\Delta t}.$$

По передавальній функції $K(z)$ і зображенню вхідного сигналу $U_1(z)$ можна скласти z -зображення різницевого рівняння, а потім по (6.9) перейти до самого рівняння. Наприклад, для передавальної функції (6.19) можна отримати:

$$U_2(z) = a_0 U_1(z) - b_1 U_2(z) z^{-1}, \quad (6.20)$$

$$u_2(n) = a_0 u_1(n) - b_1 u_2(n-1). \quad (6.21)$$

Реакція ЛЦФ на імпульсну функцію (6.4) це імпульсна

характеристика $k(n)$. Вона визначається по співвідношенню:

$$k(n) = Z^{-1} [\delta(z) K(z)] = Z^{-1} [K(z)]. \quad (6.22)$$

Наприклад, імпульсна характеристика ЛЦФ з передавальної функції (6.9) і рівняннями (6.20), (6.21) буде представлена рівнянням

$$k(n) = a_0 \delta(n) - b_1 k(n-1). \quad (6.23)$$

По відомій імпульсній характеристиці за допомогою інтеграла згортки обчислюється реакція ЛЦФ на вхідний сигнал $u_1(n)$:

$$u_2(n) = \sum_{i=0}^n u_1(i) k(n-i). \quad (6.24)$$

Перехідна характеристика ЛЦФ визначається по співвідношенню:

$$h(n) = Z^{-1} [h(z) K(z)] = Z^{-1} \left[\frac{1}{1-z^{-1}} K(z) \right]. \quad (6.25)$$

Z-перетворення застосовується також для аналізу лінійних аналогових кіл. Алгоритм аналізу заснований на перетворенні аналогового кола в дискретне коло з подальшим складанням і рішенням різницевого рівняння.

ЛАБОРАТОРНЕ ЗАВДАННЯ

Скласти програму і виконати моделювання ЛЦФ і дискретного сигналу за допомогою Z-перетворення. Форму сигналу взяти з лабораторної роботи №1, коло - з лабораторної роботи №3. Сигнал визначити в інтервалі $[0, \tau]$, квантування сигналу в часі здійснити в інтервалі $[0, T]$.

В лабораторній роботі потрібно:

1. Перетворити заданий аналоговий сигнал в дискретний.

Побудувати графіки аналогового і дискретного вхідних сигналів.

2. За передавальною функцією аналогового прототипу фільтру скласти передавальну функцію ЛЦФ, скориставшись лінійним перетворенням.

3. За передавальною функцією ЛЦФ скласти різницеве рівняння. Виконати за допомогою різницевого рівняння розрахунок реакції ЛЦФ на вхідний сигнал. Побудувати графік реакції.

4. Скласти структурну схему ЛЦФ.

5. Виконати за допомогою різницевого рівняння розрахунок перехідної характеристики ЛЦФ. Побудувати графік.

6. Виконати за допомогою різницевого рівняння розрахунок імпульсної характеристики ЛЦФ. Побудувати графік.

7. Виконати за допомогою інтеграла згортки розрахунок реакції ЛЦФ на вхідний сигнал. Побудувати графік реакції.

При складанні програм аналізу можна скористатися фрагментами програми моделювання і дослідження реакції цифрового прототипу аналогового RC-фільтру низьких частот на вхідну дію у вигляді дискретного сигналу прямокутної форми, наведеними на рис. 6.1 – 6.4.

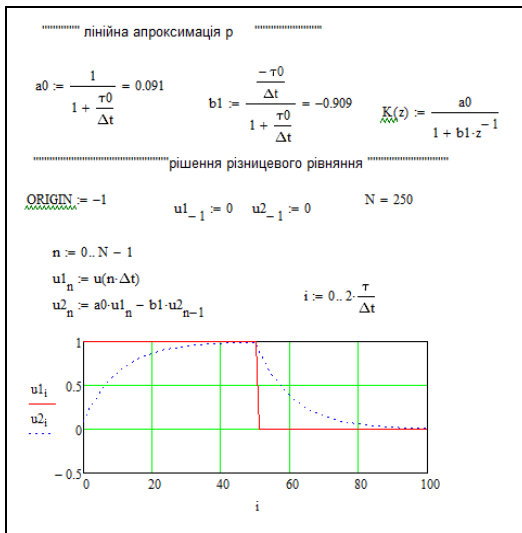


Рисунок 6.1 - Розрахунок вихідного сигналу

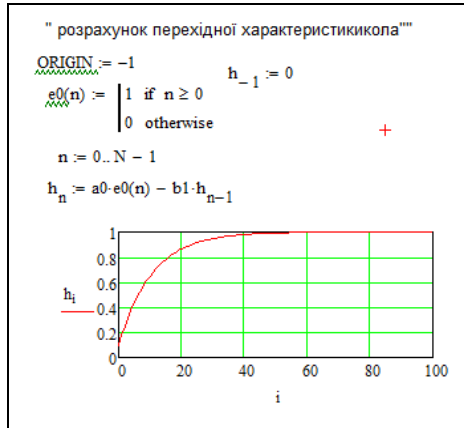


Рисунок 6.2- Перехідна характеристика

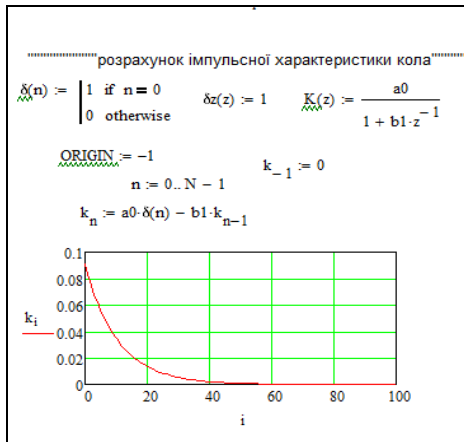


Рисунок 6.3 – Імпульсна характеристика

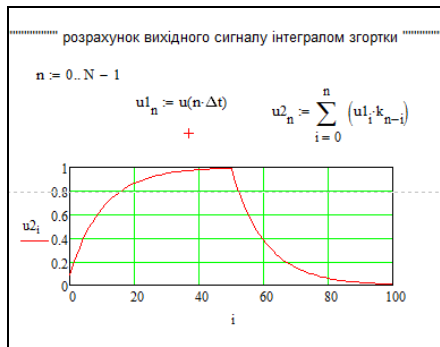


Рисунок 6.4 – Аналіз ЛЦФ методом інтеграла згортки

ЗМІСТ ЗВІТУ

1. Короткі теоретичні відомості, схема кола, структурна схема ЛЦФ, розрахункові співвідношення, різницеве рівняння.
2. Лістинг програми.
3. Графіки аналогового і дискретного вхідних сигналів.
4. Графік з реакцією ЛЦФ на вхідний сигнал.
5. Графік імпульсної характеристики.
6. Графік перехідної характеристики.
7. Графік результатів аналізу ЛЦФ методом інтеграла згортки.
8. Висновки по виконаній роботі.
9. Відповіді на контрольні запитання.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Методика отримання z-зображення дискретного сигналу. Формула прямого z-перетворення.
2. Імпульсна і одинична ступінчаста дискретні функції, їх z-зображення.
3. Теорема запізнювання для z-перетворення.
4. Зв'язок між різницеvim рівнянням і його зображенням.
5. Передавальна функція ЛЦФ, визначення.

6. Перехідна та імпульсна характеристики ЛЦФ.
7. Лінійна і білінійна апроксимації.
8. Приклад складання $K(z)$ по $K(p)$.
9. Зв'язок імпульсної і одиничної ступінчастої функцій з передавальною функцією $K(z)$ ЛЦФ|.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Основи теорії кіл, сигналів та процесів в системах технічного захисту інформації: підручник для студентів вищих навчальних закладів. Ч.1 / Ю.О. Коваль, І.О. Милютченко, А.М. Олейніков, В.М. Шокало та ін; за заг. редакцією В.М. Шокала. – Харків: НТМТ, 2011. – 544 с.
2. Соболев Ю.В., Бабаев М.М., Давиденко М.Г. Теорія електричних і магнітних кіл. – Харків: ХФВ «Транспорт України», 2002. – 264 с.

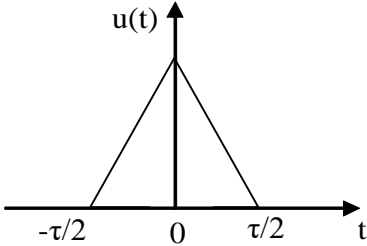
ДОДАТОК А.
Варіанти форм імпульсів

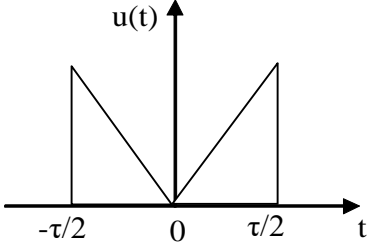
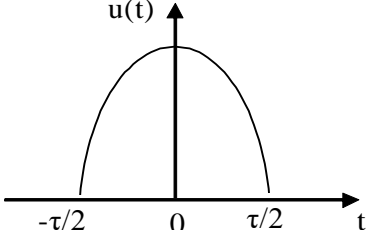
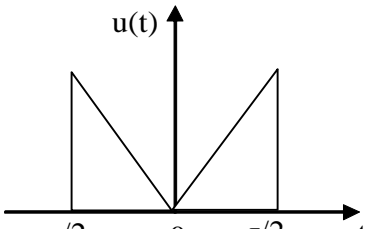
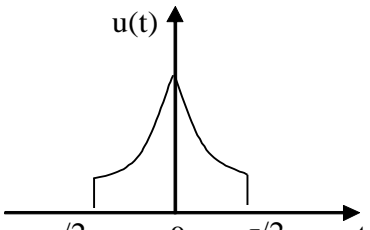
Таблиця А.1 - Параметри сигналу

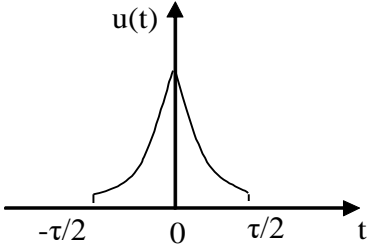
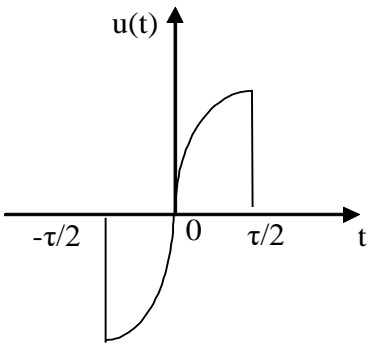
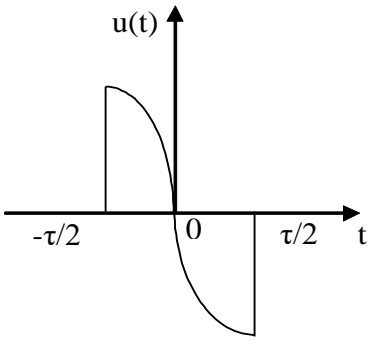
Номер варіанту	Параметри сигналу		
	Період T (мсек)	Тривалість імпульсу τ (мсек)	Форма імпульсу
1	2τ	x	1
2	2.5τ	x	2
3	3τ	x	3
4	3.5τ	x	4
5	4τ	x	5
6	3.5τ	x	6
7	3τ	x	7
8	2.5τ	x	8
9	2τ	x	9
10	4τ	x	10

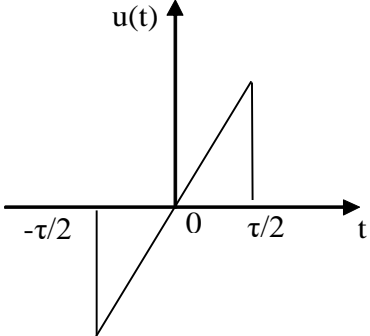
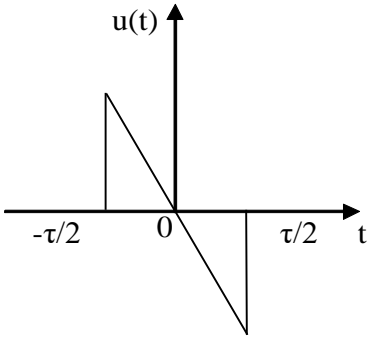
x - число букв у прізвищі.

Таблиця А.2 - Форми імпульсів

№	Форма імпульса	Математичний опис
1	 <p>The graph shows a triangular pulse $u(t)$ on a coordinate system with time t on the horizontal axis. The pulse is centered at $t=0$ and has a peak value of 1. The base of the triangle extends from $t = -\tau/2$ to $t = \tau/2$. The vertical axis is labeled $u(t)$ and the horizontal axis is labeled t.</p>	$u(t) = \begin{cases} 1 - \frac{2 t }{\tau}, & \text{якщо } t \leq \tau/2, \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases}$

2		$u(t) = \begin{cases} \frac{2 t }{\tau}, & \text{якщо } t \leq \tau/2, \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases}$
3		$u(t) = \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi t}{\tau}\right), & \text{якщо } t \leq \tau/2, \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases}$
4		$u(t) = \begin{cases} 1 - \cos\left(\frac{\pi t}{\tau}\right), & \text{якщо } t \leq \tau/2, \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases}$
5		$u(t) = \begin{cases} e^{-2 t /\tau}, & \text{якщо } t \leq \tau/2, \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases}$

6	 <p>The graph shows a bell-shaped curve (Gaussian function) centered at the origin $t=0$. The horizontal axis is labeled t and has tick marks at $-\tau/2$, 0, and $\tau/2$. The vertical axis is labeled $u(t)$. The curve is symmetric about the vertical axis and approaches zero as t increases.</p>	$u(t) = \begin{cases} e^{-2t^2/\tau}, & \text{якщо } t \leq \tau/2, \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases}$
7	 <p>The graph shows a sine wave starting at $t = -\tau/2$ with a value of zero, reaching a positive peak at $t = 0$, and ending at $t = \tau/2$ with a value of zero. The horizontal axis is labeled t and has tick marks at $-\tau/2$, 0, and $\tau/2$. The vertical axis is labeled $u(t)$. The curve is zero outside the interval $[-\tau/2, \tau/2]$.</p>	$u(t) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi t}{\tau}\right), & \text{якщо } t \leq \tau/2, \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases}$
8	 <p>The graph shows an inverted sine wave starting at $t = -\tau/2$ with a value of zero, reaching a negative peak at $t = 0$, and ending at $t = \tau/2$ with a value of zero. The horizontal axis is labeled t and has tick marks at $-\tau/2$, 0, and $\tau/2$. The vertical axis is labeled $u(t)$. The curve is zero outside the interval $[-\tau/2, \tau/2]$.</p>	$u(t) = \begin{cases} -\sin\left(\frac{\pi t}{\tau}\right), & \text{якщо } t \leq \tau/2, \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases}$

9		$u(t) = \begin{cases} \frac{2t}{\tau}, & \text{якщо } t \leq \tau/2, \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases}$
10		$u(t) = \begin{cases} -\frac{2t}{\tau}, & \text{якщо } t \leq \tau/2, \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases}$