

УДК 519.865

Левицька Т.І.¹, Пожуєва І.С.²

¹ канд. техн. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

АНАЛІЗ МЕТОДІВ ПОБУДОВИ ФУНКЦІЙ НАЛЕЖНОСТІ НЕЧІТКИХ МНОЖИН ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ

Основним поняттям теорії нечітких множин є функція належності (ФН), тому визначення ступенів належності елементів множині і побудова на їх основі ФН – основне питання практичних реалізацій незалежно від того, до якої конкретної області вони належать.

При розв'язанні задач моделювання процесів прийняття рішень в нечітких умовах і інших прикладних задачах можна використовувати численні методи формування ФН.

Головною метою відомих методів побудови ФН є формалізація і інтегрування нечітких початкових даних, сформованих експертом (групою експертів) в процесі оцінювання параметрів реальних об'єктів.

Для ефективного вирішення вказаних задач необхідно зробити правильний вибір потрібного методу формування ФН з метою використання можливих методів подальшої її обробки.

Було проаналізовано можливості відомих методів формування різних класів ФН нечітких чисел з використанням можливих прикладів, пов'язаних з розв'язанням задачі моделювання асортименту.

У методі опиту (МО) зі всіх m експертів n_1 на питання про належність елемента $x \in X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ нечіткій множині $\tilde{A}$ відповідає позитивно, а інша $n_2 = m - n_1$ негативно. Тоді ФН визначають так:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \frac{n_1}{n_1 + n_2}. \quad (1)$$

Її інтерпретацією буде частотна ймовірність використання об'єкту x як представника класу $\tilde{A}$. За результатами виконаних операцій одержуємо нормальне, опукле, унімодальне, дискретне, непараметричне нечітке число. Такий метод характеризується простотою і зручністю формування ФН і часто застосовується при розв'язанні різних практичних задач.

Числовий метод (ЧМ) ґрунтується на опитуванні групи експертів, які визначають числове значення кожному з розглянутих класів.

Далі обчислюється середнє значення за даними всіх експертів. Тобто, для n експертів, які дають числову оцінку належності елемента $x \in X$ до $\tilde{A}$, ФН можна записати як

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \sum_{i=1}^n \mu_{\tilde{A}}(x_i) / n. \quad (2)$$

Фактично значення носіїв для ФН усереднюються. У цьому методі початкові дані для побудови ФН є числовими значеннями ступенів належності, які знаходяться в інтервалі $[0,1]$.

У методі кількісного парного порівняння (КПП) ступінь належності елементів множині визначається за допомогою парних порівнянь, а кількість питань до експерта складає $n(n-1)/2$. За його оцінкою формується матриця парних порівнянь

$$A = \|a_{ij}\|, \quad (3)$$

де значення a_{ij} обирається за таблиць.

Для забезпечення узгодженості думок експертів необхідно, щоб $a_{ij} = 1/a_{ji}$. Після формування матриці A необхідно знайти власний вектор матриці $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ за допомогою розв'язання рівняння $Aw = \lambda w$, де λ – власне значення матриці A .

Обчислені значення, які складають власний вектор, використовуються як ступінь належності елементів x множині $\tilde{A}$:

$$\mu_{\tilde{A}}(x_i) = \omega_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Знайдені значення тим точніше, чим ближче $\lambda_{\max}$ до n . Відхилення $\lambda_{\max}$ від n служить мірою узгодженості думок експертів, які вирішують поставлену задачу, тобто використовується як міра корисності (правильності) результату.

Визначення вагових коефіцієнтів за допомогою знаходження вектора матриці парних порівнянь досить трудомістка задача, і у разі збільшення числа порівнюваних величин розмірність сформованої матриці зростає, що істотним чином ускладнює знаходження її власного значення і, відповідно, розв'язка поставленої задачі.

Для вирішення широкого кола практичних завдань також застосовують метод кількісного парного порівняння з визначенням квадратного кореня (КППК).

У даному методі ФН визначається через розрахунок середнього геометричного із співвідношення

$$\mu_{\tilde{A}}(x_i) = \omega_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}}, \quad (5)$$

де a_{ij} – коефіцієнти матриці парних порівнянь, а початкові дані є сформованою на основі експертного опиту матрицею парних порівнянь.

Ще один метод знаходження ФН на основі сформованої матриці парних порівнянь – метод кількісного парного порівняння із знаходженням частки.

Для визначення значень ФН $\mu_{\tilde{A}}(x_1)$, $\mu_{\tilde{A}}(x_2)$, ..., $\mu_{\tilde{A}}(x_n)$ в точках $x_1, x_2, \dots, x_n$ використовується формула

$$\mu_{\tilde{A}}(x_i) = a_{ij} / \sum_{i=1}^n a_{ij}, \quad i, j = \overline{1, n}, \quad (6)$$

де причому j обирається довільно.

Для визначення величин $\mu_{\tilde{A}}(x_i)$ необхідно зафіксувати довільно обраний стовпець j матриці A і обчислити відношення величин елементів a_{ij} до суми величин всіх елементів стовпця j .

У разі правильного проведеного опиту вибір стовпця j майже не впливає на правильність визначення ФН.

Можливі класи ФН, які будуються за допомогою даного методу будуть такими ж, як і в методі порівняння з визначенням квадратного кореня.

Розглянувши питання побудови функції належності та використовуючи алгоритми виконання нечітких арифметичних операцій було практично реалізовано задачу моделювання асортименту.