

УДК 678.02:621.365

Задоя Н.О.<sup>1</sup>, Костюк А.С.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> канд. техн. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

<sup>2</sup> студ. гр. М-322м НУ «Запорізька політехніка»

## **РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ РОЗПОДІЛУ ТЕМПЕРАТУРИ У ЦИЛІНДРІ МЕТОДОМ КІНЦЕВИХ РІЗНИЦЬ**

Для поліпшення властивостей композиційних матеріалів використовують комбіновані методи обробки, до яких належить радіаційно-термічне модифікування. Відзначимо, що відомий метод комбінованого затвердіння, що включає попереднє радіаційне затвердіння прискореними електронами при низьких дозах опромінення (20, 40 Мрад) та подальшу термічну операцію, результатом застосування якого є зниження дози опромінення та скорочення часу затвердіння. Однак затвердіння за даним методом не забезпечує достатніх значень міжшарової міцності для склопластиків, оскільки на початковій стадії процесу погіршуються умови видалення летких речовин. Зміна порядку операцій у технології комбінованого затвердіння сприяє на стадії

попереднього термозатвердіння поліпшення адгезійного зв'язку між наповнювачем, а наступне радіаційне дозатвердження сполучного забезпечує монологічність матеріалу. Тому викликає інтерес вивчення температурного поля, що виникає у процесі затвердіння.

Існують аналітичні та чисельні методи вирішення поставлених завдань теплопровідності.

Аналітичне рішення має певні вади. Основний недолік цього рішення в тому, що воно призначене для досить вузького класу задач і будь-яке ускладнення умов завдання, як правило, призводить до кардинального перегляду рішення. Чисельні методи, порівняно з аналітичними, мають незрівнянно більшу гнучкість. Але їм притаманні свої недоліки. Один із них пов'язаний із тим, що, як правило, залишається відкритим питання про точність отриманого рішення. Тому, є доцільною наступна методика розв'язання задач. Будуються як аналітичне так і чисельне вирішення завдання. Обидва рішення доповнюють одне одного, підвищуючи достовірність того й іншого. Для відповіді на прості питання є аналітичне рішення, а чисельне – для перевірки.

Ідея методу кінцевих різниць (методу сіток) полягає у наступному. Область безперервної зміни аргументів замінюють розрахунковою сіткою – дискретним безліччю точок (вузлів). Замість функції безперервних аргументів запроваджують функції дискретних аргументів – сіткові функції, визначені в вузлах сітки. Приватні похідні, що входять у диференціальне рівняння та граничні умови, замінюють (апроксимують) різницевиими співвідношеннями. Внаслідок такої заміни крайове завдання з приватними похідними зводиться до системи різницевих (алгебраїчних) рівнянь.

Розглянемо завдання у наступній постановці. Нескінченний циліндр із склопластику обертається з циліндричною оправкою з внутрішнім радіусом  $r_0$ . Для вирішення задачі область перерізу циліндра, що є кільцем у часі, покриваємо регулярною сіткою. Пропонується використовувати ітераційний метод Гауса-Зейделя. Цей метод легко програмується. Він добре підходить для вирішення задач нестационарної теплопровідності з кроком за часом, тому що за початкове наближення рішення на черговому кроці за часом можна приймати рішення, отримане на попередньому кроці.

Для цього крок за часом ділиться на два або кілька підкроків; на кожному з підкроків вирішується обмежена задача з тридіагональною матрицею. При цьому відбувається постійна перебудова рішення вектору. Метод Гауса-Зейделя не є критичним до кількості ненульових діагоналей у матриці системи рівнянь, тому не вимагає використання методів факторизації. Відомо, що найбільшу стійкість має неявна схема методу кінцевих різниць, при якій при переході від тимчасового шару  $k$  до тимчасового шару  $k+1$ , дискретизація для змінних просторових здійснюється для шару  $k+1$ .

Область циліндра, що піддається тепловій дії електронів, займає ділянку, яка визначається кутом  $\psi$ . Після дискретизації до цієї області потрапляє певна кількість вузлів, у яких слід задати  $q$ . За такого підходу загальна теплова енергія, отримана дискретизованим тілом, виявляється меншою, ніж отримана безперервним тілом. Вузли, що примикають до ділянки, що опромінюється, отримують залишок енергії.

Чисельний розрахунок проводили для циліндричного склопластику товщиною від 0,5 мм до 10 мм з кроком 0,1 мм при зміні часу через інтервал 10 с наступних вихідних даних:  $b=0,08$  м;  $\omega=0,7$  с<sup>-1</sup>;  $\lambda=0,271$  Вт/мК;  $c=1,08$  кДж/кгК;  $\rho=1950$  кг/м<sup>2</sup>;  $\varepsilon=0,65$ ;  $\alpha_{k1}=40$  Вт/мК;  $\alpha_{k2}=22$  Вт/мК;  $E=1,1$  МэВ;  $I=7$  мА.;  $\text{eps}=1 \cdot 10^{-5}$ . Параметри дискретизації прийнято:  $N=15$ ;  $M=40$ ;  $L=100$ .

Дослідження показали, що зміна температури по товщині відбувається стрибкоподібно.