

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЗАПОРІЗЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

В.В.Зіновкін

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з дисципліни

«ОСНОВИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ СКЛАДНИХ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ ТА КОМПЛЕКСІВ»

(частина 2. Науково-методологічні підходи дослідження складних
електромеханічних систем)
(для усіх форм навчання)

**спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та
електромеханіка»**

**спеціалізація 14 «Електромеханічні системи автоматизації
та електропривод»**

Конспект лекцій з дисципліни «Основи наукових досліджень складних електромеханічних систем та комплексів» (ч.2. Науково-методологічні підходи дослідження складних електромеханічних систем) (для усіх форм навчання) спеціальності 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», спеціалізація 14 «Електромеханічні системи автоматизації та електропривод». Фізико-технічний інститут, Електротехнічний факультет./ Укл. В.В. Зіновкін. - Запоріжжя. НУ «Запорізька політехніка», 2022. - 70 с.

Укладачі:

В.В.Зіновкін, проф., д.т.н.

Рецензент:

Ю.О.Крисан, доц., к.т.н.

Відповідальний
за випуск:

А.В.Пирожок, Зав.каф.ЕПА, доц., к.т.н.

Затверджено на засіданні кафедри ЕПА
Протокол № 11 від 10.06.2022 р.

Рекомендоване до видання НМК ЕТФ
Протокол № 6 від 23.06 2022 р.

ЗМІСТ

Вступ	5
1.Науково-методологічні підходи дослідження складних електромеханічних систем.....	6
1.1 Методологічні підходи формування моделей електромеханічних систем.....	6
1.2 Методологічні основи автоматизованого проектування силових кіл перетворювачів	10
1.3. Аналітичні методи розрахунку електромагнітних процесів в силових ланцюгах перетворювачів.....	14
1.4.. Формування системи різницевих рівнянь.....	17
1.5. Рекурсивна заміна початкових умов змінних стану системи.....	19
1.6. Метод вирішення різницевих рівнянь шляхом використання D і Z – перетворення.....	21
1.7.Приклад інженерного розрахунку визначальних параметрів в перетворювачі.....	23
1.8. Метод дискретно-імпульсного перетворення	29
1.9.Одноступінчата системи різницевих рівнянь знакопостійної та знакозмінної ґратчатої функції.....	33
1.10. Дискретно-імпульсне перетворення в поєднанні із RS-моделями.....	34
1..11. Формалізації методів різноспіввідножених рівнянь і дискретно-імпульсного перетворення в поєднанні із теорією графів і матриць	37
2.Чисельні фізико-математичні методи.....	39
2.1. Призначення та прийоми використання.....	39
2.2. Алгоритми формування рівнянь на матричних і топологічних методах.....	41
2.3. Метод сигнальних графів і формула Мезона.....	42
2.4. Методи чисельного інтегрування диференціальних рівнянь і методи розв'язання алгебраїчних рівнянь.....	44
2.5. Аналіз ефективності практичного використання чисельних методів.....	48
2.6. Підвищення ефективності вирішення системи	51

диференціальних рівнянь	
3.Чисельно-аналітичні методи.....	53
3.1. Методологічні основи представлення фізичного процесу системою рівнянь.....	53
3.2. Метод «тимчасових ланцюгових схем».....	54
3.3.Дослідження перехідних і усталених процесів	57
3.4.Аналітичне вирішення системи різницевих рівнянь.....	61
Контрольні питання.....	64
Перелік використаних джерел.....	68

ВСТУП

Дисципліна «Основи наукових досліджень складних електромеханічних систем та комплексів» спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» спеціалізація «Електромеханічні системи автоматизації та електропривод» відповідає вимогам Освітньої програми «Електромеханічні системи автоматизації та електропривод» і призначена для більш досконалого засвоєння теоретичних та інженерних методів розрахунків та наукового дослідження складних електромеханічних систем та об'єктів і їх функціонування в статичних і динамічних режимах. Вона є складовою підготовки магістрів і спеціалістів денної та заочної форм навчання, та сприяє виконанню самостійних та лабораторних робіт з метою більш ґрунтовного засвоєння теоретичних основ і оволодіння студентами методами розрахунків визначальних параметрів та чисельних показників, що відображають працездатність електромеханічних систем та поточний технічний стану (діагностувати) в умовах експлуатації.

В методичних вказівках приведено теоретичні основи наукових досліджень складних електромеханічних систем та комплексів, методологічні підходи та методи дослідження і розрахунків електромеханічних систем, які пов'язані зі змістом початкових і граничних умов.

Для вивчення повного курсу студентам необхідно звернутися до літератури яка наведена в методичних вказівках.

Наведені в методичних вказівках методи та приклади можуть бути використані при інженерних розрахунках, наукових дослідженнях, виконанні практичних та самостійних робіт і дипломному проектуванні за спеціальністю.

Фізико-математичні дослідження електромагнітних процесів у складних електромеханічних системах, що приведені в дійсних методичних вказівках (Ч1), сприяють сприйнятті методів і методологічних основ наукового дослідження, що приведені у другій частині (Ч2).

1. НАУКОВО-МЕТОДОЛОГІЧНІ ПІДХОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ СКЛАДНИХ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

Сучасні науково-практичні дослідження сприяють вирішенню низки інженерних проблем, що виникають в різних галузях промисловості з метою підвищення ефективності та техніко-економічних показників [2 - 7]. Такі питання набувають особливої ефективності в складних електромеханічних системах та об'єктах [1 - 15]. На підставі нових науково-технічних розробок підвищується якість і скорочуються терміни проектування нових видів технічних об'єктів [1, 6, 8 - 19]. Умови праці в проектних організаціях в 4-5 разів, скорочуються майже до п'яти разів, а терміни проектування певних технічних об'єктів до сорока відсотків [7-11]. Поряд з наведеними перевагами використання нових наукових розробок сприяє покращенню і більш ефективному використанні математичних і комп'ютерних моделей, а також використуванню сучасних мікропроцесорних та програмних засобів автоматизації керування відповідними технологічними процесами та режимами навантаження промислових комплексів [1,13-26]. В найбільш сприятливих умовах їх впровадження дозволяє досягти економії матеріалів до шести відсотків, а також підвищити продуктивність проектування нових видів технічного обладнання загального призначення та реконструкції діючого [2-4,19-21] .

1.1 Методологічні підходи формування моделей електромеханічних систем

В процесі роботи складних електромеханічних систем та об'єктів виникає необхідність керування навантаженням відповідно до режимів технологічних процесів. Особливу актуальність набуває вирішення таких питань в системах живлення електротехнологічних процесів в яких показники якості електричної енергії суттєво перевищують такі, що дозволяються Державними стандартами та відповідною нормативно-технічною документацією [2- 6]. Для моделювання систем керування необхідно сформувати певні рівні навантаження та схемні і функціональні моделі.

Одним із важливих питань вбачається розробка моделей керування [1-26]. При цьому окремі компоненти не доцільно розглядати, а безпосередньо за відомим алгоритмом роботи перетворювача визначають черговість вмикання і вимикання вентилів [7-19]. Моменти комутації вентилів в силовій частині електромеханічної системи відомі і задаються у вигляді певних таблиць. Кожен рядок таблиці перемикає відповідає одному моменту комутації, а кожен стовбець - одному із напівпровідникових вентилів. Нульове значення елемента таблиці відповідає закритому стану вентиля, а одиничне - відкритого. Дана модель найбільш проста і відповідає мінімальним витратам на моделювання [19-26]. Однак у випадках, коли моменти комутації заздалегідь невідомі і визначаються процесами, що протікають в силових ланцюгах перетворювача, використання такої моделі призводить до певних ускладнень та невизначеності.

Моделювання систем керування з використанням моделей компонентів принципових схем передбачає заміну кожного окремого компонента його схемною під моделлю [9-16]. Отриману схемну модель такої системи керування доцільно аналізувати відповідно до режимів моделі силових ланцюгів. Це дозволяє досліджувати процеси в перетворювачах з відомими і невідомими моментами комутації вентилів.

При моделюванні систем керування за допомогою схемної моделі функціонування виникають наступні випадки [8-16]:

По-перше, сучасні системи керування містять десятки компонентів таких як мікропроцесорні і програмні засоби автоматизації, інтегральні мікросхеми, операційні підсилювачі, компаратори, логічних операцій І, АБО, НІ та ін., (діодів, транзисторів, стабілітронів). Це призводить до необхідності визначитись зі скороченням і спрощенням еквівалентного схемного рішення та моделі системи керування зі збереженням характерних рис функціонування. Тому враховувати велику кількість елементів, що сягають сотні і більше, та їх дослідження призводить до суттєвого ускладнення і зростання трудомісткості.

По-друге, діапазони зміни струмів в силових ланцюгах і відповідних системах керування суттєво відрізняються більш 3-5 порядків. В наслідок чого виникають додаткові серйозні труднощі, що

пов'язані із масштабуваннями змінних, врахуванні множині фізичних властивостей та їх узгодженості. При моделюванні та використанні програмних і мікропроцесорних засобів автоматизації необхідно дуже ретельно враховувати все.

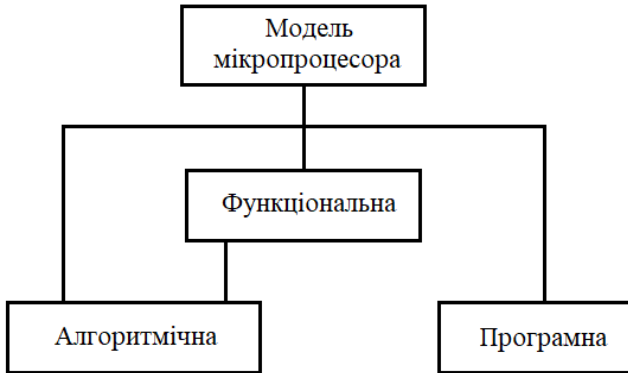


Рисунок 1.1 – Структурна схема побудови математичних та комп'ютерних моделей

На підставі приведених недоліків моделювання, з використанням функціональної моделі, доцільно використовувати відображення функціональних залежностей, що характеризують роботу всіх елементів структурної схеми. При цьому, окремі компоненти, такі як інтегратори, диференціатори, ланцюги фільтрів та компенсаторів, система імпульсно-фазового управління та ін. потребують певної кваліфікації науковця, та бачення фізичних процесів, що відбуваються в електромеханічній системі, що досліджується.

Таким чином, функціональна модель дозволяє моделювати процеси не тільки в електромеханічній системі, а також в перетворювачах з відомими і невідомими моментами комунікацій вентилів, не вимагаючи для цього більших обчислювальних витрат. Тому функціональні моделі електромеханічних систем, в поєднанні із системами керування, на практиці використовуються доволі плідно і ефективно [1,8, 10, 14 - 26].

Проектування перетворювачів з більш складними і сучасними системами керування здійснюється з використанням сучасних

мікропроцесорних систем і програмних засобів [74, 81], Це дозволяє отримати достатні для практики результати при необхідності використання більшої кількості видів моделей. При цьому, можливо враховувати особливості функціонування мікропроцесорних систем та окремих цифрових логічних мікропроцесорів при моделюванні та обробці цифрової інформації: з кінцевої розрядністю в певні терміни часу та за повний цикл, за певною програмою. Тому для більш повного врахування особливостей та в залежності від технічних вимог та технічного завдання проектування можливо здійснювати відповідно до структурної схеми, що приведена на рис. 1.1.

Алгоритмічна модель відрізняється від функціональної тим, що обчислення вихідних сигналів ведеться з обмеженою розрядністю, наприклад 8, 12 або 16 дворічних розрядів, з урахуванням конкретних алгоритмів виконання логічних операції (множення, ділення, вирахування, визначення косинуса і т. п.) і характеру округлення їх результатів [1,24]. Необхідність такого обліку визначається тим, що через обмеження розрядності системи керування в силових ланцюгах та перетворювачі можуть з'явитися низькочастотні субгармонічні коливання, які в деяких літературних джерелах називають коливаннями граничного циклу [12, 17,].

Програмна модель призначена для відображення процесу обчислення керуючого впливу по послідовності команд мікропроцесорної системи. Кожна з команд виконує перетворення інформації з кінцевою розрядністю за кінцевий час. Навіть для порівняно простих законів регулювання час обчислення керуючого впливу за допомогою певного мікропроцесора може становити до одиниць мілісекунд, що істотно впливає на динаміку роботи перетворювача і електромеханічної системи в цілому [2- 15]. Крім того, ця модель мікропроцесора дозволяє перевірити правильність керуючої програми, виявити помилки і виправити їх, не використовуючи при цьому складні засоби, що істотно підвищує ефективність проектування перетворювачів з мікропроцесорними системами керування.

Такі моделі дозволяють більш детально врахувати вплив окремих особливостей електромеханічної системи та технічні характеристики перетворювача і не призводять до суттєвого ускладнення процесу проектування та випробувань.

1.2 Методологічні основи автоматизованого проектування силових кіл перетворювачів

В процесі розробки пристроїв виділяють етапи системотехнічного (структурного), схемотехнічного, конструкторського, технологічного проектування [100]. По ходу розробки ці етапи виконують неодноразово різним ступенем їх детального опрацювання, вирішуючи проблему вибору оптимального варіанту. На кожному з названих етапів вирішують велика кількість різних завдань, які умовно поділяють на завдання, складові творчий аспект діяльності проектувальника, і завдання ручного, нетворчого характеру. Причому частка останніх в діяльності проектувальника перетворювальних пристроїв досягає, за деякими оцінками, до 60 відсотків всієї роботи.

Основна мета автоматизації проектування пристроїв полягає в скороченні частки нетворчого праці проектувальника і вивільнення його робочого часу для вирішення творчих завдань. При проектуванні перетворювачів на основі обчислювального експерименту вирішують:

- ступінь вирішення прямого завдання та аналізу;
- відповідність розрахованих миттєвих значень струмів і напруги в елементах схеми, розрахунок їх інтегральних характеристик;
- зворотну задачу аналізу, що полягає в розрахунках керуючих впливів і джерел напруги і струму, які необхідно включити в схему для отримання необхідних сигналів на навантаження електромеханічної системи;
- задачу синтезу відповідно до заданих вхідних і ви-вихідних впливів синтезованої структури схеми і обирання параметрів її окремих елементів;
- задачу розрахунку характеристик пристрою, що проектується і досліджується або розробляється відповідно до структурної схеми, що приведена на рис.1.2.

На етапі системотехнічного (структурного) проектування визначають структуру окремого елемента електромеханічної системи, що проектується перетворюючого пристрою, або окремих елементів на рівні функціональних схем.

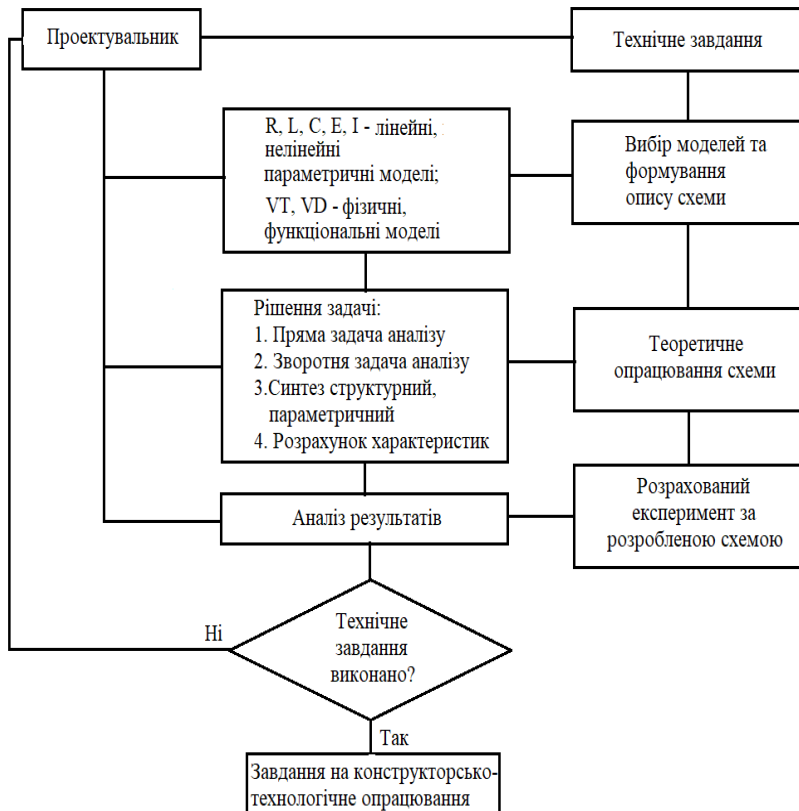


Рисунок 1.2 – Структурна схема конструкторсько-технологічного опрацювання

Тут рутинний характер носить перебір відомих схем перетворювачів при пошуку схемних рішень, що відповідає вимогам технічного завдання. Цей перебір здійснюється за формальними правилами в бібліотеці можливих рішень, але може і повинен здійснюватися за допомогою ЕОМ. Творче завдання синтезу нових схемних рішень також можна вирішити за формалізованим алгоритмам, що імітує діяльність проектувальника, на ЕОМ, так як основні відомі алгоритми синтезу структур силових ланцюгів містять

комбінаторні елементи і дають в результаті рішення безліч схем. Генерація всіх можливих схем і попередній відбір з них кількох, які відповідають поставленим вимогам, також може здійснюватися ЕОМ, а остаточний вибір схеми виконується проектувальником.

На етапі схемотехнічного проектування виробляють наближений розрахунок обраних або синтезованих схем, вибір елементної бази, аналіз електромагнітних процесів в перехідних і сталих режимах, оптимізацію схем за заданими критеріями.

Творче завдання на цьому етапі прийняття рішень за результатами розрахунків. Решта задачі - рутинного характеру і повинні виконуватися на ЕОМ. Наближений розрахунок окремих схем здійснюють по добре відпрацьованим інженерним методикам, тому його програмно реалізують по однотипним алгоритмам, що не викликає труднощів. Аналіз електромагнітних процесів в силових ланцюгах перетворювачів представляє собою більш складне і відповідальне завдання, що визначається характерною особливістю електромеханічної системи, перетворюючих пристроїв, систем керування та ін., що відповідає номінальним режимам і допустимим перевантаженням та іншим режимом роботи (аварійним, зовнішніх впливів, вологі та ін.) Використовуються в програмах аналізу процесів слабкострумових електронних схем універсальні чисельні алгоритми розв'язання рівнянь втрачають свою ефективність при аналізі процесів в перетворювальних пристроях. Тому необхідна розробка засобів розрахунку, в якості яких можна використати чисельно-аналітичні методи і алгоритми аналізу електромагнітних процесів [12-24].

Зважаючи на великі витрат на реальне фізичне моделювання проєктованих об'єктів велике значення виконують методи обчислювального експерименту, які дозволяють істотно зменшити обсяг натурного макетування, а про правильність обраних рішень судити за результатами обчислень. Розрахунок параметрів і характеристик елементів, схем, систем є ядром проєктування, заснованим на конкретній програмній реалізації методів розрахунку і синтезу. Значимість методів розрахунку і синтезу підтверджується ще і тим, що використання загальних принципів при проєктуванні перетворювачів не виключає детального дослідження структур і схем перетворювачів для пошуку рішень, які відповідають заданим техніко-

економічними показниками [1 - 26].

На етапі конструкторського і технологічного проектування вирішують завдання опрацювання конструктивних і технологічних рішень і випуску відповідної документації з урахуванням технологічних можливостей підприємства або галузі. Якщо випуск різних видів продукції є багаторазовим і повторюється, то творчий процес, в якому велике значення має особистий досвід і інтуїція проектувальника, може давати непередбачені похибки. Роботи по трасуванні і компонованні елементів та інших комплектуючих електромеханічної об'єкта і системи управління перетворювача вже виконуються на ЕОМ, в той час як роботи по компонованні силових конструкцій і в цілому управління не знайшли задовільною практичної реалізації [10, 20].

Конкретизуючи етапи, що виконуються при проектуванні перетворювачів, можна виділити певні класи схем, що дозволяють принципово вирішити питання перетворення параметрів основного потоку енергії в заданих межах; вибір найбільш раціональних варіантів схем для технічної реалізації перетворювача; оцінку можливості реалізації обраних рішень на заданій елементній, конструктивній і технологічній базі; розрахунок основних параметрів елементів, статичних і динамічних характеристик обраних варіантів для подальшої техніко-економічної оцінки; детальний розрахунок обраних варіантів; дослідження обраних рішень на макетах і уточнення методики розрахунку і вихідних даних для вибору режимів роботи елементів, уточнений розрахунок всіх типів перетворювачів проектованої серії [7-18].

Застосування ЕОМ на всіх етапах проектування приймає виключно важливе значення в зв'язку з необхідністю аналізу процесів для великої кількості варіантів схем, великою вартістю і трудомісткістю проведення експериментальних досліджень на дослідних зразках. В даний час проектують і виробляють перетворювачі одиничною потужністю до 1000 МВт. Експериментальне дослідження таких зразків практично неможливе. Ці особливості розробки перетворювальних пристроїв вимагають створення відповідного математичного забезпечення, що стосовно ЕОМ означає вирішення завдання розробки універсальних моделей і алгоритмів для розрахунку і синтезу перетворювачів з довільною

структурою силового ланцюга і системи управління [1, 7-14, 16].

Перераховані завдання автоматизованого проектування на ЕОМ пристроїв силової перетворювальної техніки визначили основну спрямованість даної роботи на викладання перспективного математичного та програмного забезпечення систем автоматизації структурного і схему-технічного дослідження, розробки та проектування складних об'єктів.

1.3. Аналітичні методи розрахунку електромагнітних процесів в силових ланцюгах перетворювачів

Розробка методів і програм розрахунку процесів в електромеханічних системах і перетворювачах представляють собою досить трудомістку працю і залежить від приватної кваліфікації фахівця, що виконує завдання. Тому доцільно розвивати такі методи, які враховували б особливості цілого класу пристроїв. Найбільш часто використовують аналітичні, чисельні та чисельно-аналітичні методи розрахунку процесів зі змінною структурою [1-10, 14-24].

Силові ланцюги перетворювачів зі змінною структурою і відомими моментами комутації вентилів описуються лінійними диференціальними рівняннями, порядок і значення коефіцієнтів які можуть змінюватися в моменти комутації вентилів [24].

Загальним методом розрахунку процесів в таких перетворювачах є метод різницевих рівнянь [14,17,20-25]. Він передбачає двоетапне складання єдиних рівнянь електромагнітних процесів для перехідного і встановленого режимів роботи перетворювача. На першому етапі знаходять рівняння електромагнітних процесів в перетворювачі без визначення початкових умов для окремих інтервалів періоду роботи. На другому етапі формує систему різницевих рівнянь, з рішення якої визначають невідомі початкові умови, і складають єдині рівняння процесів.

У зв'язку із застосуванням для розрахунків на ЕОМ та отримання на першому етапі опису процесів на кожному інтервалі лінійності найчастіше використовують метод змінних стану. Система рівнянь схеми перетворювача на кожному i -му інтервалі має відповідний вигляд:

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i f_T(t) f_0 = \Phi(x, t); \quad (1.1)$$

$$y(t) = A'_i x(t) + B'_i f_T(t) f_0, \quad (1.2)$$

$$t_{i-1} \leq t \leq t_i,$$

де $x(t)$ - вектор змінних стану, $\dot{x}(t) = dx(t)/dt$;

- $f_T(t) f_0 = f(t)$ - вектор діючих джерел (f_0 - вектор амплітуд впливів);

- $y(t)$ - вектор вихідних змінних;

- A_i, B_i, A'_i, B'_i - матричні коефіцієнти;

- t_{i-1}, t_i - моменти початку та завершення i -го інтервалу.

Для вирішення рівнянь (1.1) найбільш часто використовують метод, заснований на операційному перетворенні Лапласа [1,10-24]. На першому етапі за допомогою прямого перетворення Лапласа здійснюють заміну системи диференціальних рівнянь системою алгебраїчних в комплексній області

$$pX(p) - x(t_{i-1}) = A_i x(p) + B_i F_T(p) f_0, \quad (1.3)$$

$$t_{i-1} \leq t \leq t_i,$$

де

$$X(p) = L\{x(t)\};$$

$$pX(p) - x(t_{i-1}) = L\{\dot{x}(t)\};$$

$$F_T(p) = L\{f_T(t)\};$$

- L – символ прямого перетворення Лапласа;

- $x(t_{i-1})$ – початкові умови змінних стану на i -м інтервалі. Потім з системи алгебраїчних рівнянь (1.3) знаходять рішення зображення в наступному вигляді:

$$X(p) = [pI - A_i]^{-1} \{x(t_{i-1}) + B_i F_T(p) f_0\}; \quad (1.4)$$

$$t_{i-1} \leq t \leq t_i,$$

де I - одинична матриця.

Нарешті, визначають оригінал рішення по зображенню (1.4) за допомогою зворотного перетворення Лапласа отримують у наступному вигляді:

$$x(t) = D_i(t - t_{i-1})(x(t_{i-1}) + G_i(t - t_{i-1}) f_0); \quad (1.5)$$

$$t_{i-1} \leq t \leq t_i,$$

Де
$$D_i(t - t_{i-1}) = L^{-1} \{[pI - A_i]^{-1}\};$$

$$G_i(t - t_{i-1}) = L^{-1} \{[pI - A_i]^{-1} B_i F_T(p)\}.$$

Отриманий вираз (1.5) описує електромагнітні процеси в перетворювачі на i -му інтервалі періоду і містить в якості невідомих вектор $x(t_{i-1})$ початкових умов змінних стану, які визначають на другому етапі розрахунку.

1.4. Формування системи різницьових рівнянь

Для формування системи різницьових рівнянь на другому етапі розрахунку вводять відносний час $t/T = n + \varepsilon$, де n – ціле значення

(номер періоду) та ε - дрібна ($0 \leq \varepsilon \leq 1$) частини відношення t/T , та вираження (1.5) на всіх m інтервалах періоду представляють у вигляді [1,24].

$$x_i(n, \varepsilon) = D_i(\varepsilon - \gamma_{i-1})x(n + \gamma_{i-1}) + G_i(\varepsilon - \gamma_{i-1})f_0; \quad (1.6)$$

$$i = \overline{1, m},$$

де:

$$\begin{aligned} & - \gamma_{i-1} = (t_{i-1} / T) - n; \\ & - x_i(n, \varepsilon) = x(t) \quad \text{для } t_{i-1} \leq t \leq t_i; \\ & - D_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) = D_i(t - t_{i-1}); \\ & \quad x(n + \gamma_{i-1}) = x(t_{i-1}); \\ & - G_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) = G_i(t - t_{i-1}). \end{aligned}$$

Першому періоду відповідає $n=0$. Мінлива ε на i -му інтервалі n -го періоду змінюється в межах $\gamma_{i-1} \leq \varepsilon \leq \gamma_i$. Вектор початкових умов змінних стану на i -му інтервалі вибирають як останнє значення змінних стану на попередньому ($i-1$) -м інтервалі

$$x(n + \gamma_{i-1}) = x_{i-1}(n, \varepsilon)_{\varepsilon=\gamma_{i-1}},$$

при цьому:

$$\begin{aligned} & - \gamma_0 = 0 \text{ відповідає початку, а } \gamma_m = 1 \text{ - кінцю } n\text{-го періоду;} \\ & - x(n + \gamma_0) = x(n), \\ & x(n + \gamma_m) = x(n + 1). \end{aligned}$$

Для отримання системи різницевих рівнянь в рівняннях (2.6) початкові умови $x(n + \gamma_{i-1})$ замінюють початкові умовами $x(n)$ у відповідності до наступної формули [35, 40]:

$$\begin{aligned}
x_i(n, \varepsilon) = & D_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) \left[\prod_{j=1}^{i-1} D_{i-j}(\gamma_{i-j} - \gamma_{i-j-1}) \right] x(n) + \\
& + \left\{ D_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) \sum_{k=1}^{i-1} \left[\prod_{j=1}^{i-k-1} D_{i-j}(\gamma_{i-j} - \gamma_{i-j-1}) \right] G_k(\gamma_k - \gamma_{k-1}) + G_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) \right\} f_0; \\
& i = \overline{1, m},
\end{aligned} \tag{1.7}$$

де:

$$- D_{i-j}(\gamma_{i-j} - \gamma_{i-j-1}) = D_{i-j}(\varepsilon - \gamma_{i-j-1})_{\varepsilon = \gamma_{i-j}},$$

аналогічно $G_k(\gamma_k - \gamma_{k-1})$;

- Індекс $i - j(-1)$ у виразі (2.7) введений для компактного запису сум і добутоків відповідних коефіцієнтів.

Доцільно звернути увагу на те, що у випадку $i - 1 = 0$ або $i - k - 1 = 0$ добуток

$$\begin{aligned}
& \prod_{j=1}^0 (...) = 1 \\
& \text{або сума } \sum_{k=1}^0 (...) = 0
\end{aligned}$$

та формула (1.7) співпадає з рівнянням (1.6). Це свідчить про те, що фізичний процес можливо описати математичними рівняннями в різній формі і представлені. При цьому необхідно зберегти хід протікання цього процесу зі збереженням послідовності його протікання.

Наприклад, при розгляді електромеханічної системи в першу чергу необхідно розглядати процес збудження електромагнітного поля розсіювання а потім електромагнітні процеси, які збуджуються цим полем після чого розглядаються механічні процеси які, в свою чергу, безпосередньо залежать від електромагнітних.

1.5. Рекурсивна заміна початкових умов зміни стану системи

Формула (1.7) відображає рекурсивну заміну початкових умов змінних стану для окремих інтервалів $x(n + \gamma_{i-1})$ початковими умовами для періоду $x(n)$. Позначивши

$$\begin{aligned} \tilde{D}_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) &= D_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) \left[\prod_{j=1}^{i-1} D_{i-j}(\gamma_{i-j} - \gamma_{i-j-1}) \right]; \\ \tilde{G}_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) &= \left\{ \begin{aligned} &D_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) \sum_{k=1}^{i-1} \left[\prod_{j=1}^{i-k-1} D_{i-j}(\gamma_{i-j} - \gamma_{i-j-1}) \right] G_k(\gamma_k - \gamma_{k-1}) \\ &+ G_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) \end{aligned} \right\}, \end{aligned} \quad (1.8)$$

вираз (2.7) представляють в компактному вигляді

$$x_i(n, \varepsilon) = \tilde{D}_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) x(n) + \tilde{G}_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) f_0; i = \overline{1, m},$$

де:

$$- \tilde{D}_1(\varepsilon - \gamma_0) = D_1(\varepsilon - \gamma_0); \tilde{G}_1(\varepsilon - \gamma_0) = G_1(\varepsilon - \gamma_0).$$

Вирази (1.8) описують рішення систем рівнянь стану на всіх m інтервалах сталості структури схеми перетворювача n -го періоду його роботи. Кожне з цих рішень залежить від одних і тих же початкових умов змінних стану для періоду $x(n)$ і не пов'язане з рішеннями систем рівнянь для сусідніх інтервалів періоду через початкові умови $x(n + \gamma_{i-1})$, як це мало місце в виразах (1.6). Відсутність такого

зв'язку дозволяє використовувати рішення систем рівнянь (1.8) сусідніх інтервалів сталості структури схеми незалежно один від одного.

Система різницевих рівнянь, рішення якої визначає шукану залежність від номера, пов'язує початкові умови $x(n)$ і $x(n+1)$ двох суміжних періодів

- n -го та $(n+1)$ -го.

Так як початкові умови $x(n)$ входять в усі рівняння (1.8), то складання системи різносних рівнянь полягає в обчисленні при

$$\varepsilon = \gamma_m = 1$$

коефіцієнт останнього ($i = m$) з них приймає наступний вигляд:

$$x_m(n, \varepsilon) = \tilde{D}_m(\varepsilon - \gamma_{m-1})x(n) + \tilde{G}_m(\varepsilon - \gamma_{m-1})f_0.$$

В результаті отримують шукану систему різницевих рівнянь

$$x(n+1) - \tilde{D}_m(1 - \gamma_{m-1})x(n) = \tilde{G}_m(1 - \gamma_{m-1})f_0. \quad (1.9)$$

Ця система різницевих рівнянь має постійну праву частину при певних (незмінних зовнішніх) параметрах живлення електромеханічної системи або об'єкта.

Рішення систем рівнянь стану на всіх m інтервалах сталості структури схеми перетворювача n -го періоду забезпечують визначити певні режими навантаження. Всі рішення залежать від одних і тих же початкових умов змінних стану для відповідного періоду $x(n)$ і не пов'язане з рішеннями систем рівнянь для сусідніх інтервалів періоду, які визначаються початковими умовами $x(n + \gamma_{i-1})$.

При розгляданні комутаційних процесів доцільно додержуватись чіткості визначення граничних умов відповідно до необхідної точності отриманих результатів.

1.6. Метод вирішення різницевих рівнянь шляхом використання D і Z -перетворення

Для вирішення системи різницевих рівнянь широко застосовують D і Z -перетворення [1,9-12, 24]. При виконанні цих перетворень спочатку за допомогою прямого перетворення переходять від системи різницевих рівнянь (1.9) до системи алгебраїчних в комплексній області.

$$\begin{aligned} zX(z) - zx(0) - \tilde{D}_m(1 - \gamma_{m-1})X(z) = \\ \frac{z}{z-1} \tilde{G}_m(1 - \gamma_{m-1})f_0 \end{aligned} \quad , \quad (1.10)$$

де:

$$- X(z) = Z\{x(n)\};$$

$$- zX(z) - zx(0) = Z\{x(n+1)\};$$

$$- \frac{z}{z-1} \tilde{G}_m(1 - \gamma_{m-1})f_0 = Z\{\tilde{G}_m(1 - \gamma_{m-1})f_0\};$$

- $x(0)$ - початкове значення функції $x(n)$;

- потім обчислюють рішення системи алгебраїчних рівнянь (1.10).

Після відповідних перетворювань отримуємо наступне алгебраїчне рівняння:

$$X(z) = [z1 - \tilde{D}_m(1 - \gamma_{m-1})]^{-1} \left\{ zx(0) + \frac{z}{z-1} \tilde{G}_m(1 - \gamma_{m-1})f_0 \right\} \quad (1.11)$$

і знаходять оригінал зображення (1.11) за допомогою зворотного перетворення в наступному вигляді:

$$x(n) = \tilde{S}_c(n) f_0 + \tilde{S}_0(n) x(0), \quad (1.12)$$

де:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_c(n) &= Z^{-1} \left\{ \frac{Z}{Z-1} [Z1 - \tilde{D}_m(1 - \gamma_{m-1})]^{-1} \right\} \tilde{G}_m(1 - \gamma_{m-1}) f_0 -- \\ \tilde{S}_0(n) &= Z^{-1} \left\{ Z [Z1 - \tilde{D}_m(1 - \gamma_{m-1})]^{-1} \right\}. \end{aligned}$$

Тут Z та Z^{-1} – символи прямого і зворотнього Z -перетворень.

Одичні рівняння електромагнітних процесів у перетворювачі для перехідного і усталеного режимів його роботи отримують, об'єднуючи рішення систем рівнянь змінних стану на інтервалах сталості структури (1.8) і рішення системи різницевих рівнянь (1.12):

$$x_i(n, \varepsilon) = \tilde{D}_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) \tilde{S}_0(n) x(0) + \tilde{D}_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) \tilde{S}_c(n) f_0; \quad (1.13)$$

$$i = \overline{1, m}.$$

Єдині рівняння (1.13) в явному вигляді не містять початкові умови змінних стану і можуть бути використані незалежно один від одного. Вони описують процеси в перетворювачі в будь-який момент часу як перехідного, так і сталого режимів роботи.

Початкові умови сталого режиму $x_{уст}$ можна знайти або шляхом граничного переходу в рівнянні (1.12), вважаючи, що $x(0) = 0$):

$$x_{уст} = \lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{S}_c(n) f_0 = \tilde{S}_c f_0, \quad (1.14)$$

або рішенням системи рівнянь (1.9) в тимчасовій області, вважаючи,

що в сталому режимі відповідає наступним умовам:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} x(n+1) = x_{уст},$$

$$x_{уст} = \left[1 - \tilde{D}_m (1 - \gamma_{m-1}) \right]^{-1} \tilde{G}_m (1 - \gamma_{m-1}) f_0 = \tilde{S}_c f_0. \quad (1.15)$$

Таким чином, єдині рівняння, що математично описують електромагнітні процеси у перетворювачі електромеханічної системи для перехідних і усталених режимів роботи в явному вигляді не містять початкових умов і змінних стану. При цьому їх можливо використовувати незалежно один від одного при дослідженні або інженерних розрахунках електромагнітних процесів в перетворювачах в будь-який момент часу як в перехідному, так і в сталому режимах роботи.

1.7. Приклад інженерного розрахунку визначальних параметрів в перетворювачі

В якості прикладу використання методу разносних рівнянь при математичному описуванні електромагнітних процесів виконаємо розрахунки миттєвих значень напруги на конденсаторі $u_C(t)$ та струму в дроселі $i_L(t)$ широтно-імпульсного перетворювача (ШІП) з паралельним дроселем, як показано на рис. 1.3, а.

Транзистор VT та діод VD моделюємо RS -моделями. Використовуємо метод разносних рівнянь [18-24]..

На першому інтервалі періоду роботи ШІП транзистор VT відчинено, а діод VD зачинено. Еквівалентна схема широтно імпульсного перетворення для першого інтервалу зображена на рис. 1.3, б,
де:

- R_L - опір обмотки дроселя;
- R_{VT} - внутрішній опір відкритого транзистора VT .

Рівняння стану (1.1) для цих схем перетворюються до наступних диференціальних рівнянь:

$$\frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{1}{CR}u_C(t); \quad (1.16)$$

$$\frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{R_L + R_{VT}}{L}i_L(t) + \frac{1}{L}E, \quad (1.17)$$

а їх рішення (1.5) отримуємо у наступному вигляді:

$$u_C(t) = e^{\alpha(t-t_0)}u_C(t_0); \quad (1.18)$$

$$i_L(t) = e^{\beta(t-t_0)}i_L(t_0) + b(1 - e^{\beta(t-t_0)})E, \quad (1.19)$$

де:

$$-\alpha = -1/RC;$$

$$-\beta = -(R_L + R_{VT})/L;$$

$$-b = 1/(R_L + R_{VT}).$$

На другому інтервалі періоду роботи транзистор VT зачинено, а діод VD відчинено. Еквівалентна схема миротно імпульсного перетворювача зображена на рис 1.3, в,

де: - R_{VD} – внутрішній опір відкритого діода VD.

Подальші дослідження потребують опису відображення режимів роботи напівпровідників відповідних ланцюгів перетворювача. Для різних випадків роботи перетворювача необхідно додержуватись певної послідовності відповідно до режиму комутації.

Система рівнянь стану (1.1) для цієї схеми приймає наступний вигляд:

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} u_c(t) \\ i_L(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1/RC & 1/C \\ -1/L & -(R_L + R_{VD})/L \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_c(t) \\ i_L(t) \end{Bmatrix}. \quad (1.20)$$

Для вирішення системи (1.20) скористаємося перетворенням Лапласа [11].. Обчислимо матрицю $[p1 - A_2]^{-1}$ зображення (1.4) із врахуванням рівняння (1.20) і в результаті перетворень отримаємо

$$[p1 - A_2]^{-1} = \frac{1}{\Delta'} \begin{Bmatrix} (pL + R_L + R_{VD})RC & RL \\ -RC & (pRC + 1)L \end{Bmatrix}, \quad (1.21)$$

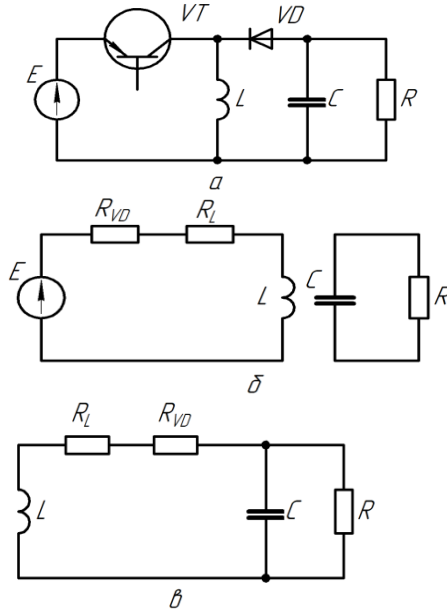


Рисунок - 1.3

Де:

$$\Delta' = p^2 RLC + p[(R_L + R_{VD})RC + L] + R + R_L + R_{VD}$$

-

Припустивши, що корені полінома Δ' знаменника зображень (1.21) комплексно-пов'язані внаслідок рівняння

$$\sigma \pm j\omega,$$

$$\text{Де: } - \sigma = -[(R_L + R_{VD})RC + L]/(2RLC);$$

$$-\omega = \sqrt{[(R_L + R_{VD})RC + L]^2 - 4RLC(R + R_L + R_{VD})}/(2RLC).$$

За допомогою теореми розкладання зворотного перетворення Лапласа запишемо оригінал (1.5) рішення системи рівнянь (1.20) в наступному вигляді [11]:

$$\begin{pmatrix} u_C(t) \\ i_L(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}e^{\sigma(t-t_1)} \sin(\omega(t-t_1) + \varphi_{11}) & a_{12}e^{\sigma(t-t_1)} \sin \omega(t-t_1) \\ a_{21}e^{\sigma(t-t_1)} \sin \omega(t-t_1) & a_{22}e^{\sigma(t-t_1)} \sin(\omega(t-t_1) + \varphi_{22}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_C(t_1) \\ i_L(t_1) \end{pmatrix}.$$

Уявимо отримані рішення (1.18), (1.19) і (1.22) в формі виразів (1.6):

- на першому інтервалі періоду

-

$$\begin{pmatrix} u_{C,l}(n, \varepsilon) \\ i_{L,l}(n, \varepsilon) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{\alpha \varepsilon T} & 0 \\ 0 & e^{\beta \varepsilon T} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_C(n) \\ i_L(n) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ b - be^{\beta \varepsilon T} \end{pmatrix} E, \quad (1.23)$$

де враховано, що на початку n -го періоду відповідає $\gamma_0 = 0$;

- на другому інтервалі періоді

$$\begin{aligned} \left\| \begin{matrix} u_{C,2}(n, \varepsilon) \\ i_{L,2}(n, \varepsilon) \end{matrix} \right\| &= \left\| \begin{matrix} a_{11} e^{\sigma(\varepsilon-\gamma)T} \sin(\omega(\varepsilon-\gamma)T + \varphi_{11}) & a_{12} e^{\sigma(\varepsilon-\gamma)T} \sin \omega(\varepsilon-\gamma)T \\ a_{21} e^{\sigma(\varepsilon-\gamma)T} \sin \omega(\varepsilon-\gamma)T & a_{22} e^{\sigma(\varepsilon-\gamma)T} \sin(\omega(\varepsilon-\gamma)T + \varphi_{22}) \end{matrix} \right\| \times \\ &\times \left\| \begin{matrix} u_C(n + \gamma) \\ i_L(n + \gamma) \end{matrix} \right\| \end{aligned}$$

де $\gamma = \gamma_1 = t_1 / T - n$.

Для формування системи різницевих рівнянь (1.9) замінимо у виразі (1.24) початкові умови $u_C(n + \gamma)$ і $i_L(n + \gamma)$ їх значеннями, обчисленими за виразом (1.23) при $\varepsilon = \gamma$, тобто в кінці першого інтервалу періоду

$$\left\| \begin{matrix} u_C(n + \gamma) \\ i_L(n + \gamma) \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} e^{\alpha\gamma T} & 0 \\ 0 & e^{\beta\gamma T} \end{matrix} \right\| \left\| \begin{matrix} u_C(n) \\ i_L(n) \end{matrix} \right\| + \left\| \begin{matrix} 0 \\ b - be^{\beta\gamma T} \end{matrix} \right\| E,$$

отримаємо рівняння процесів на другому інтервалі періоду

$$\begin{aligned} \left\| \begin{matrix} u_{C,2}(n, \varepsilon) \\ i_{L,2}(n, \varepsilon) \end{matrix} \right\| &= \left\| \begin{matrix} a_{11} e^{\alpha\gamma T_e \sigma(\varepsilon-\gamma)T} \sin(\omega(\varepsilon-\gamma)T + \varphi_{11}) & a_{12} e^{\beta\gamma T_e \sigma(\varepsilon-\gamma)T} \sin(\omega(\varepsilon-\gamma)T \\ a_{21} e^{\alpha\gamma T_e \sigma(\varepsilon-\gamma)T} \sin(\omega(\varepsilon-\gamma)T) & a_{22} e^{\beta\gamma T_e \sigma(\varepsilon-\gamma)T} \sin(\omega(\varepsilon-\gamma)T + \varphi_{22}) \end{matrix} \right\| \times \\ &\times \left\| \begin{matrix} u_C(n) \\ i_L(n) \end{matrix} \right\| + \left\| \begin{matrix} a_{12}(b - be^{\beta\gamma T}) e^{\sigma(\varepsilon-\gamma)T} \sin(\omega(\varepsilon-\gamma)T \\ a_{22}(b - be^{\beta\gamma T}) e^{\sigma(\varepsilon-\gamma)T} \sin(\omega(\varepsilon-\gamma)T + \varphi_{22}) \end{matrix} \right\| E \end{aligned} \quad (1.25)$$

Відповідно до фізичного тлумачення фізичних процесів значення коефіцієнтів виразу (1.25) при $\varepsilon = 1$, що відповідає початку

наступного $(n+1)$ -го інтервалу періоду, отримаємо перетворену систему різницьових рівнянь (1.9) у вигляді

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} u_C(n+1) \\ i_L(n+1) \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{11}e^{\alpha\gamma T + \sigma(1-\gamma)T} \sin(\omega(1-\gamma)T + \varphi_{11}) & a_{12}e^{\beta\gamma T + \sigma(1-\gamma)T} \sin(\omega(1-\gamma)T \\ a_{21}e^{\alpha\gamma T + \sigma(1-\gamma)T} \sin(\omega(1-\gamma)T) & a_{22}e^{\beta\gamma T + \sigma(1-\gamma)T} \sin(\omega(1-\gamma)T + \varphi_{22}) \end{vmatrix} \times \\ & \times \begin{vmatrix} u_C(n) \\ i_L(n) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{12}(b - be^{\beta\gamma T})e^{\sigma(1-\gamma)T} \sin(\omega(1-\gamma)T \\ a_{22}(b - be^{\beta\gamma T})e^{\sigma(1-\gamma)T} \sin(\omega(1-\gamma)T + \varphi_{22}) \end{vmatrix} E \end{aligned} \quad (1.26)$$

Для вирішення сформованої системи різницьових рівнянь (1.26) скористаємося Z-перетворенням, попередньо ввівши для системи рівнянь (1.26) позначення

$$\begin{vmatrix} u_C(n+1) \\ i_L(n+1) \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} d_1 & d_2 \\ d_3 & d_4 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} u_C(n) \\ i_L(n) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} d_5 \\ d_6 \end{vmatrix} E. \quad (1.27)$$

Зображення рішення системи рівнянь (1.27) відповідно до вираження (1.11) за умови $u_C(0) = 0, i_L(0) = 0$,

$$\begin{vmatrix} U_C(z) \\ I_L(z) \end{vmatrix} = \frac{z}{z-1} \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} z - d_4 & d_2 \\ d_3 & z - d_1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} d_5 \\ d_6 \end{vmatrix} E,$$

де:

$$- U_C(z) = Z\{u_C(n)\};$$

$$- I_L(z) = Z\{i_L(n)\};$$

$$- \Delta = z^2 - (d_1 + d_4)z + d_1d_4 - d_2d_3;$$

- його оригінал

$$\begin{vmatrix} u_c(n) \\ i_L(n) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} g_1(n) & g_2(n) \\ g_3(n) & g_4(n) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} d_5 \\ d_6 \end{vmatrix} E = \begin{vmatrix} N_1(n) \\ N_2(n) \end{vmatrix} E, \quad (1.28)$$

Остаточно рівняння миттєвих значень напруги на конденсаторі і струму в дроселі ШІП з паралельним дроселем (рис.1.1, а) отримуємо шляхом підстановки в рівнянні (1.23) і (1.25) значень початкових умов $u_c(n)$ та $i_L(n)$ з виразу (1.28):

- на першому інтервалі періоду

$$\begin{vmatrix} u_{C,1}(n, \varepsilon) \\ i_{L,1}(n, \varepsilon) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} N_1(n)e^{\alpha\varepsilon T} \\ b + [N_2(n) - b]e^{\beta\varepsilon T} \end{vmatrix} E;$$

- на другому інтервалі періоду

$$\begin{vmatrix} u_{C,2}(n, \varepsilon) \\ i_{L,2}(n, \varepsilon) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \{a_{11}e^{\alpha\gamma T} N_1(n) \sin(\omega(\varepsilon - \gamma)T + \varphi_{11}) + \\ \{a_{21}e^{\alpha\gamma T} N_1(n) \sin(\omega(\varepsilon - \gamma)T) + \\ + a_{12}[b + (N_2(n) - b)e^{\beta\gamma T}] \sin(\omega(\varepsilon - \gamma)T)\} e^{\sigma(\varepsilon - \gamma)T} \\ + a_{22}[b + (N_2(n) - b)e^{\beta\gamma T}] \sin(\omega(\varepsilon - \gamma)T + \varphi_{22})\} e^{\sigma(\varepsilon - \gamma)T} \end{vmatrix} E.$$

Отримані рівняння є функціями часу t , так як $t = (n + \varepsilon)T$, і описують миттєві значення напруги і струму в будь-який момент часу перехідного і сталого режимів роботи широтно імпульсного перетворювача.

1.8. Метод дискретно-імпульсного перетворення

Метод дискретно-імпульсного перетворення полягає в тому, що в основі вирішення рівнянь використовуються різницеві рівняння. Він призначений для розрахунку процесів в перетворювачах, що

називають одноступінчастими [19-24]. Структура схем таких перетворювачів залишається незмінною на будь-якому інтервалі їх роботи, а змінюється лише полярність підключення групи елементів.

Прикладом одноступінчастої схеми є однофазний інвертор струму (рис.1.3, а). Його еквівалентні схеми для першого і другого інтервалів періоду (рис.1.3, б) і в) ,

де R_{VS} – внутрішній опір відкритого тиристора (співпадають за структурою, але відрізняються полярністю підключення конденсатора і навантаження) по відношенню до дроселя і джерела.

Структура одноступінчастої схеми при переході від одного інтервалу періоду до іншого не змінюється, тому системи рівнянь стану цих схем і їх рішення відрізняються лише знаками деяких коефіцієнтів [14-18]. Система рівнянь стану еквівалентної схеми інвертора на першому інтервалі n -го періоду (k -м напівперіоді) (Рис. 1.3, б)

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} u_C(t) \\ i_L(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} u_C(t) \\ i_L(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{Bmatrix} E \quad (1.29)$$

відрізнялися від системи рівнянні схеми на другому інтервалі n -го періоду ($(k+1)$ -м напівперіоді) (рис. 1.4, в)

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} u_C(t) \\ i_L(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{22} \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} u_C(t) \\ i_L(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -b_{11} \\ b_{21} \end{Bmatrix} E .$$

Де: - $a_{11} = -1/RC$;

- $a_{12} = 1/C$;

- $a_{21} = -1/L$;

- $a_{22} = -(R_{VS1(3)} + R_{VS2(4)})/L$;

- $b_{11} = 0$;
- $b_{21} = 1/L$, знаками антидіагональних елементів матриці A та елемента вектора B .

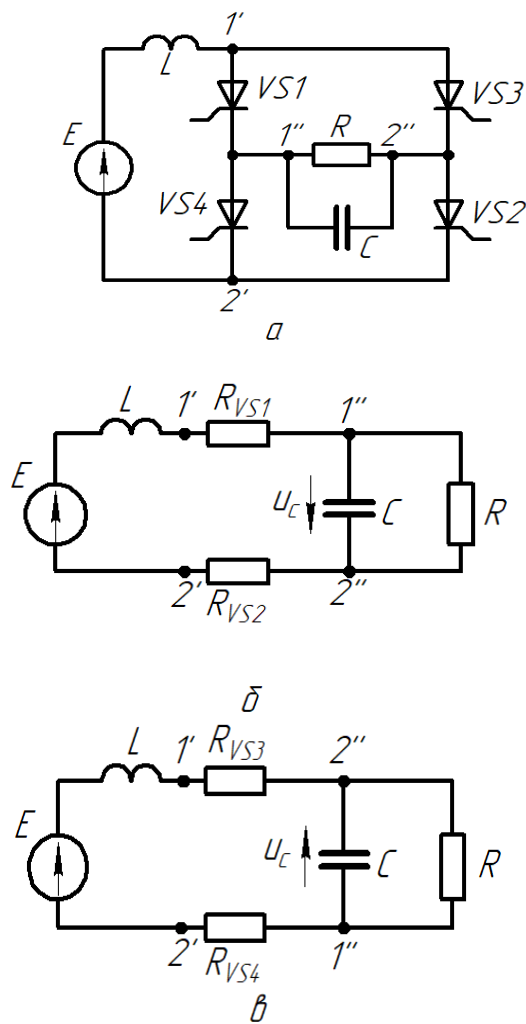


Рисунок - 1.4

Для довільного k -го напівперіода (першому напівперіоду відповідає $k = 0$) система рівнянь має наступний вигляд:

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} u_c(t) \\ i_L(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_{11} & (-1)^k a_{12} \\ (-1)^k a_{21} & a_{22} \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} u_c(t) \\ i_L(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} (-1)^k b_{11} \\ b_{21} \end{Bmatrix} E,$$

а її рішення можна записати аналогічно рішення (1.22)

$$\begin{Bmatrix} u_c(t) \\ i_L(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi'_1(t) & (-1)^k \Phi'_2(t) \\ (-1)^k \Phi'_3(t) & \Phi'_4(t) \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} u_c(k) \\ i_L(k) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} (-1)^k \Phi'_5(t) \\ \Phi'_6(t) \end{Bmatrix} E, \quad (1.30)$$

де елементи фундаментальної матриці і інтеграла згортки $\Phi'_i(t)$ обчислюють за допомогою зворотного перетворення Лапласа.

Систему різницевих рівнянь отримують обчисленням значень коефіцієнтів рішення (1.30) при $t = (k + 1)T / 2$

$$\begin{Bmatrix} u_c(k+1) \\ i_L(k+1) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi_1 & (-1)^k \Phi_2 \\ (-1)^k \Phi_3 & \Phi_4 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} u_c(k) \\ i_L(k) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} (-1)^k \Phi_5 \\ \Phi_6 \end{Bmatrix} E. \quad (1.31)$$

Де: $\Phi_i = \Phi'_i(k+1)T / 2$.

Систему (1.31) можна отримати також шляхом обчислення значень рішення системи рівнянь стану (1.29) при $t = (k + 1)T / 2$

$$\begin{Bmatrix} u_c(k+1) \\ i_L(k+1) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi_1 & \Phi_2 \\ \Phi_3 & \Phi_4 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} u_c(k) \\ i_L(k) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \Phi_5 \\ \Phi_6 \end{Bmatrix} E \quad (1.32)$$

і подальшого введення множників $(-1)^k$ при коефіцієнтах, що відображають взаємозв'язок елементів перетворювача, полярність

підключення яких по відношенню один до одного змінилася.

В схемах рис. 1.4, б) і в змінилась полярність підключення дроселя і джерела по відношенню до конденсатору, що і призвело до наявного розташуванню множників в системі (1.31).

1.9.Одноступінчата системи різницевиx рівнянь знакопостійної та знакозмінної гратчатої функції

Система різницевиx рівнянь одноступінчастої схеми на відміну від системи (1.9) описує не тільки знакопостійної, але і знакозмінні гратчасті функції [11-17]. В системі (1.31) це функція $u_C(k)$). Тому для її рішення знакозмінними функцію замінюють знакопостійну, наприклад, $u'_C(k) = (-1)^k u_C(k)$, в результаті чого приходять до системи (1.9). Для системи різницевиx рівнянь (1.31) цей перехід виглядає наступним чином.

Заміна знакозмінної функції знакопостійного

$$\begin{bmatrix} (-1)^{k+1} u'_C(k+1) \\ i_L(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-1)^k \Phi_1 & (-1)^k \Phi_2 \\ \Phi_3 & \Phi_4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u'_C(k) \\ i_L(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (-1)^k \Phi_5 \\ \Phi_6 \end{bmatrix} E \quad (1.33)$$

і перетворення першого рівняння множенням на $(-1)^{k+1}$ дає систему

$$\begin{bmatrix} u'_C(k+1) \\ i_L(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Phi_1 & -\Phi_2 \\ \Phi_3 & \Phi_4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u'_C(k) \\ i_L(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\Phi_5 \\ \Phi_6 \end{bmatrix} E. \quad (1.34)$$

Отриману систему вирішують за допомогою Z-перетворення і переходять від введеної знакопостійної функції до вихідної знакозмінної.

Істотно скоротити ланцюг перетворень для побудови системи

різницевих рівнянь можна, використовуючи поняття комутаційної матриці [1, 24]. Вона будується виходячи з аналізу знаків змінних до і після комутації вентилів. Наприклад, в схемі інвертора (рис. 1.4, а) напрямку струму в дроселі по відношенню до напрямку ЕРС джерела не змінюється: $i_L^-(k+1) = i_L^+(k+1)$, а напрямок напруги на конденсаторі змінюється: $u_C^-(k+1) = -u_C^+(k+1)$ або в матричній формі

$$\begin{Bmatrix} u_C^+(k+1) \\ i_L^+(k+1) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} u_C^-(k+1) \\ i_L^-(k+1) \end{Bmatrix}.$$

де знаки «-» й «+» відзначають значення змінних до і після комутації, звідки отримують комутаційну матрицю

$$\begin{Bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{Bmatrix}.$$

Помноживши зліва на комутаційну матрицю матричні коефіцієнти виразів (1.32), отримують систему різницевих рівнянь (1.34), в якій знакозмінні функції замінені знакопостійного. Для деяких схем одно- і трифазних інверторів комутаційні матриці дано в роботі [108]. Використання комутаційних матриць дозволяє спростити процес обчислень і зменшити його трудомісткість і тому є доцільним.

1.10. Дискретно-імпульсне перетворення в поєднанні із RS-моделями.

Розрахуємо миттєві значення струму в дроселі однофазного інвертора напруги (рис. 1.4, а). Тиристори моделюємо RS-моделями. Для розрахунку скористаємося методом дискретно-імпульсного перетворення [10, 13, 16].

Рівняння стану на першому інтервалі періоду (k -м напівперіоді)

має наступний вигляд:

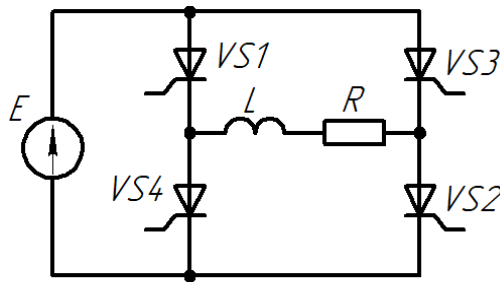
$$di_L(t)/dt = -[(R + 2R_{VS})/L]i_L(t) + (-1)^k E/L,$$

а його рішення

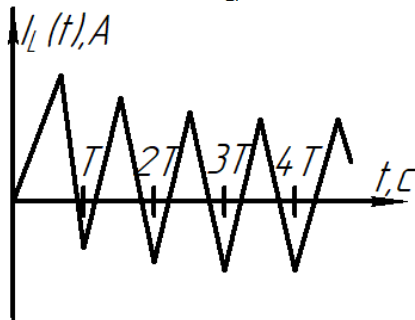
$$i_L(t) = e^{\alpha(t-kT/2)} i_L(k) + \frac{(-1)^k E}{R + 2R_{VS}} (1 - e^{\alpha(t-kT/2)}), \quad (1.35)$$

де

$$\alpha = -(R + 2R_{VS})/L.$$



a



б

Рисунок - 1.5

Для отримання різницевого рівняння обчислюємо значення

коефіцієнтів рішення (1.35) при $t = (k + 1)T / 2$

$$i_L(k + 1) = e^{\alpha T/2} i_L(k) + \frac{(-1)^k E}{R + 2R_{VS}} (1 - e^{\alpha T/2}),$$

знакозмінну функцію $i_L(k)$ замінюємо знакопостійною $i'_L(k)$

$$(-1)^{k+1} i'_L(k + 1) = e^{\alpha T/2} (-1)^k i'_L(k) + \frac{(-1)^k E}{R + 2R_{VS}} (1 - e^{\alpha T/2}),$$

звідки

$$i'_L(k + 1) = -e^{\alpha T/2} i'_L(k) - \frac{E}{R + 2R_{VS}} (1 - e^{\alpha T/2}). \quad (1.36)$$

Рівняння (1.36) відповідно до виразу (1.12) має рішення

$$i'_L(k) = \frac{1 - (-e^{\alpha T/2})^k}{1 + e^{\alpha T/2}} \left(-\frac{E}{R + 2R_{VS}} (1 - e^{\alpha T/2}) \right). \quad (1.37)$$

Переходимо в рівненні (1.37) від знакопостійної функції $i'_L(k)$ назад до знакозмінної $i_L(k)$:

(Це дозволяє більш раціонально виконувати науково-практичні завдання, які виникають в процесі експлуатації складних електромеханічних систем і об'єктів. Вони виникають внаслідок нехтування чинниками, які на стадії проектування вважались не достатньо впливовими.)

$$i_L(k) = (-1)^k \frac{1 - (-e^{\alpha T/2})^k}{1 + e^{\alpha T/2}} \left(-\frac{E(1 - e^{\alpha T/2})}{R + 2R_{VS}} \right) =$$

$$(-1)^{k+1} \frac{E(1 - e^{\alpha T/2})}{R + 2R_{VS}} \frac{1 + (-e^{\alpha T/2})^{k+1}}{1 + e^{\alpha T/2}}. \quad (1.38)$$

Підставляємо вираз (1.38) в рішення рівняння стану (1.35) і визначаємо миттєві значення струму в дроселі відповідно до схеми рис. 1.5, б) і отримуємо наступний вираз:

$$i_L(t) = (-1)^k \left[\frac{(1 - e^{\alpha T/2})(1 + (-e^{\alpha T/2})^{k+1})}{1 + e^{\alpha T/2}} e^{\alpha(t - kT/2)} \right] \frac{E}{R + 2R_{VS}}. \quad (1.39)$$

Отриманий вираз (1.39) описує струм в дроселі на першому і другому інтервалах періоду (рис. 1.5, б). Доцільно відзначити, що рівняння стану складалося і вирішувалося тільки на першому. Таке зменшення трудомісткості розрахунків майже в два рази в порівнянні з методом різницьових рівнянь. Це є суттєвою перевагою методу дискретно-імпульсного перетворення.

1.11. Формалізації методів різносних рівнянь і дискретно-імпульсного перетворення в поєднанні із теорією графів і матриць

Логічним завершенням формалізації методів різносних рівнянь і дискретно-імпульсного перетворення є алгоритм, заснований на використанні для складання і рішення різницьових рівнянь теорії графів і матриць, викладений в роботах [1 - 10, 14 - 19]. Переваги цього алгоритму полягають у чіткому поділі розрахунку на окремі закінчені етапи, що дозволяє використовувати його як основу програмної реалізації а ЕОМ методів різницьових рівнянь і дискретно-імпульсного перетворення.

Метод базових характеристик дозволяє визначити номінальні величини в аналітичному вигляді. Базові характеристики [19-258] лінійних систем, з періодично змінною структурою, представляють собою реакції систем на експонентну характеристику. Але вони впливають на кінцевий результат і можуть використовуватися для аналізу електромагнітних процесів в перетворювачах подібно імпульсним або перехідним характеристикам. Однак область використання цього методу обмежена внаслідок використання систем, що мають на періоді роботи тільки два інтервали сталості структури.

Розглянуті методи дозволяють розрахувати електромагнітні процеси в силових ланцюгах перетворювачів зі змінною структурою і відомими моментами комутації вентилів. Якщо моменти комутації заздалегідь невідомі, як це має місце в потужних багатофазних випрямлячах, при обліку індуктивностей розсіювання обмоток трансформатора, то знайти при певних припущеннях аналітичний розв'язок задачі розрахунку можна узагальненим методом аналізу процесів в перетворювачах.

При використанні перерахованих методів для розрахунку процесів на ЕОМ необхідно враховувати наступне: ефективність розрахунку процесів залежить від побудови вихідних рівнянь, які можуть складатися різними способами і визначаються, отже, суб'єктивними факторами; процес складання і рішення різницевого рівняння пов'язаний з виконанням трудомістких матричних перетворень; аналітичне рішення диференціальних і різницевого рівнянь пов'язане з великим обсягом обчислень при знаходженні коренів характеристичних поліномів.

2. ЧИСЕЛЬНІ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ

Чисельні методи розрахунку електромагнітних процесів в силових ланцюгах перетворювачів орієнтовані на застосування ЕОМ, тому їх подають як послідовності закінчених етапів, найбільш важливими з котрих є формування рівнянь схеми перетворювача і їх рішення [1-20].

2.1. Призначення та прийоми використання

Застосування R -, RL - або RC -моделей вентилів дозволяє виконувати формування системи рівнянь схеми один раз, а потім при комутаціях вентилів тільки змінювати коефіцієнти цієї системи, що вимагає невеликих розрахованих витрат. Однак наявність сильно відрізняють трудящих за величиною опорів відкритого і закритого вентилів призводить до великого розкиду постійних часу (жорсткості) системи диференціальних рівнянь, тому для її вирішення потрібні значні розрахункові витрати [1 - 9, 16 - 20].

Застосування S -моделі вентиля не призводить до появи додаткової жорсткості системи диференціальних рівнянь, так як відсутній великий розкид постійних часу, обумовлений використанням R -, RL - або RC -моделей. Рішення рівнянь спрощується за рахунок зменшення порядку системи диференціальних рівнянь, а також за рахунок заміни цієї системи декількома системами меншого порядку, незалежними на розглянутих інтервалах (за винятком початкових умов) .

Таким чином, вид моделі вентиля багато в чому визначає обчислювальні витрати при розрахунку. В разі R -, RL - або RC -моделей це витрати на рішення системи рівнянь схеми високого порядку з сильно розрізняються постійними часу. При моделюванні вентиля S -, SR -моделями ці витрати визначаються формуванням системи рівнянь схеми після кожної комутації вентилів.

Використання S -моделі вентиля значно підвищує ефективність розрахунку процесів в перетворювачах на ЕОМ в порівнянні з застосуванням R -, RL - або RC -моделей. Наприклад, при дослідженні трифазного мостового перетворювача уявлення його схемою зі

змінною структурою дало 30-кратне зменшення часу рахунки на ЕОМ, при дослідженні тиристорного електроприводу змінного струму – 4-кратне [1-20].

Формування рівнянь схеми перетворювача залежить від того, які змінні обрані в якості залежних. При виборі в якості незалежних змінних струмів незалежних контурів схеми формування рівнянь використовують методи контурних струмів. Перевагою даного методу є простота обліку індуктивних елементів і невелика трудомісткість формування системи рівнянь схеми по обраній системі незалежних контурів. Однак вибір системи незалежних контурів є досить складним і відповідальним завданням.

Метод вузлових потенціалів використовують при виборі в якості незалежних змінних потенціалів вузлів схеми щодо деякого базисного вузла. Вибір системи незалежних змінних і формування рівнянь можна здійснити з невеликими обчислювальними витратами. Однак при описі закритих вентилів їх провідності спрямовуються до нуля, що призводить до поганої обумовленості матриці схеми і зниження точності розрахунків.

Методами контурних струмів і вузлових потенціалів можливо сформувати опис схеми у вигляді системи тільки алгебраїчних рівнянь. Для цього у вихідній схемі проводять заміну реактивних елементів безреактивними двополюсниками, що містять опір, і джерело напруги і струму. Схеми заміщення у вигляді безреактивних дво- і чотириполюсників можна побудувати для довільних з'єднань R -, L -, C -елементів [1 - 9,20], дозволяє зменшити розмірність системи розв'язування рівнянь, особливо при розрахунку перетворювачів з різноманітними Γ -, T -, Π -образними фільтрами і навантаженнями, мають складні еквівалентні схеми.

Використання замість повної простішої еквівалентної схеми перетворювача може розглядатися як макромоделювання схем. Один із способів формування макромоделі перетворювача полягає в тому, що спочатку виробляють різностну апроксимацію рівнянь окремих гілок і заміну їх еквівалентними двополюсниками, що містять провідності і джерела струму, а потім отриману схему згортають на підставі теореми про еквівалентний генератор. Однак макромоделювання схеми перетворювача не рятує від необхідності розрахунку струмів і напруг в досліджуваній ланцюга для визначення моментів комутації

вентилів і параметрів макромоделі.

Еквівалентна заміна схеми двополюсним елементом скорочує розмірність вкладу її рівнянь в повну систему рівнянь, але в загальному випадку система рівнянь в однорідному координатному базисі, що отримується методом контурних струмів або вузлових потенціалів, є надмірною. Тому часто в якості незалежних вибирають змінні стану: напруги на ємностях і струми в індуктивностях. Опис схеми отримують у вигляді системи диференціальних рівнянь першого порядку в нормальній формі (1.1) і пов'язаної з нею системи алгебраїчних рівнянь (1.2). Формування системи рівнянь змінних стану полягає в поділі системи рівнянь схеми, складеної за законами Кірхгофа, на диференціальні і алгебраїчні і подальшому приведенні диференціальних рівнянь до нормального вигляду і пов'язано зі значним обсягом перетворень. По трудомісткості формування системи рівнянь метод змінних стану, що забезпечує отримання рівнянь в гібридному координатному базисі, перевершує методи контурних струмів і вузлових потенціалів. Однак систему диференціальних рівнянь отримують в нормальній формі, що спрощує рішення рівнянь і є перевагою методу.

Для контролю станів вентилів в процесі розрахунку необхідно визначати струми відкритих і напруги закритих вентилів, що призводить до розширення базису змінних. У таких випадках систему рівнянь формують в повному координатном базисі, що містить струми і напруження всіх елементів ланцюга, а потім її поділяють на систему диференціальних рівнянь щодо струмів і систему алгебраїчних рівнянь щодо напруг[1 – 9,18,20].

Інші координатні базиси, широко використовувані при розрахунку процесів в слабкострумівих ланцюгах при формуванні рівнянь схем перетворювачів, використовують рідше з наступних причин.

2.2. Алгоритми формування рівнянь на матричних і топологічних методах

Алгоритми формування рівнянь схеми в розглянутих і інших координатних базисах засновані на матричних і топологічних методах [1,14,24]. В цьому випадку схему перетворювача представляють

направленим графом, а для його опису застосовують матричний апарат. Зміна структури схеми призводить до перебудови топологічних матриць. Так, замикання ідеального ключа в схемі відповідає злиттю двох рядків матриці інцидентій, складеної до цього замикання. У випадку використання в алгоритмі формування матриці інцидентій з'являється необхідність повторення, у більшості випадків повного, всіх матричних перетворень при кожній зміні структури схеми. Крім того, відсутній наочний зв'язок між зміною структури схеми і зміною її матричного опису [1-16, 19-20].

Ці причини призводять до обмеження застосування тих координатних базисів, при формуванні рівнянь в яких необхідно провести багато матричних перетворень, і розробці спеціальних процедур зміни опису схеми перетворювача при зміні структури. Однією з них є процедура розрахунку, заснована на розбитті ланцюга з ключами на такі частини, при переключенні вентилів яких необхідно переформувати рівняння тільки тієї частини, в якій відбулося перемикавання. Очевидно, що це призводить до суттєвого зменшення трудомісткості формування рівнянь і особливо необхідно при дослідженні складних перетворювачів з великим числом елементів.

2.3. Метод сигнальних графів і формула Мезона

Метод сигнальних графів і формули Мезона використовується для розрахунку процесів в перетворювачах і полягає в основі методу узагальненого операторного графа [1,15,20]. Вершини графа відповідають операторні зображення струмів і напруг, а гілкам - операторні опору або провідності елементів. вентиля моделюють RS-моделями. Сигнальний операторний граф складають для вихідного стану схеми, тому перехід до графу, що відбиває стан схеми на конкретному межкомутаційному інтервалі, здійснюють порівнянням нулю передач закритих вентилів і видаленням гілок з нульовими передачами і вузлів з нульовими сигналами. Отже, змінення структури схеми збігається з перетвореннями її сигнального операційного графа, які виконуються досить просто [1.15-17,20].

В якості незалежних в цьому методі можна вибирати будь-які змінні. Їх операторні зображення $X_r(p)$ на кожному кроці розрахунку формують по сигнальному операторному графу на

підставі принципу накладення

$$X_q(p) = \sum_r N_{rq} F_r(p), \quad (2.1)$$

де $F_r(p)$ – зображення джерел зовнішніх впливів і початкових умов. Коефіцієнти передач N_{rq} обчислюють за формулою Мезона [67]

$$N_{rq} = \frac{1}{\Delta} \sum_s \Delta_{qs} g_{sr}, \quad (2.2)$$

де Δ - визначник графа; g_{sr} ;

Δ_{qs} - передача шляху від s -ї до r -ї вершини і відповідне цьому шляху алгебраїчного доповнення.

Миттєві значення змінних наводять по теоремі про зв'язок початкового значення оригіналу є кінцевим значенням зображення [1, 24].

Ефективним засобом зменшення в цілому трудомісткості формування рівнянь перетворювача при розрахунку на ЕОМ тривалих процесів є облік періодичного повторення структур схеми перетворювача. Опис цих структур запам'ятовується і при необхідності розраховану раніше структуру з пам'яті ЕОМ витягуються готові рівняння.

Таким чином, в основі методів складання рівнянь схеми перетворювача лежать матричні перетворення. Так як при зміні структури схеми все перетворення повторюють заново, то обсяг обчислень при великому числі перемикачів вентилів різко зростає. Відсутня наочна зв'язок між перетворенням структури схеми і зміною її опису. Зазначені труднощі усувають при використанні спеціальних процедур формування топологічних матриць або сигнальних графів.

Зменшення трудомісткості формування рівнянь перетворювача при розрахунку на ЕОМ досягається шляхом обліку періодичного

повторення відповідних структур схеми. Ці структури необхідно запам'ятовувати у відповідний момент часу комутації використовують з пам'яті відповідних програмних та мікропроцесорних засобів автоматизації.

2.4. Методи чисельного інтегрування диференціальних рівнянь і методи розв'язання алгебраїчних рівнянь

Методи чисельного інтегрування диференціальних рівнянь і методи розв'язання алгебраїчних рівнянь використовуються для вирішення рівнянь схем складних електромеханічних систем в складі яких працюють перетворювачів.

Використання того чи іншого методу чисельного інтегрування визначається вимогами досягнення стійкості і заданої точності обчислень при найменшій трудомісткості. Основним фактором, який впливає на ці характеристики обчислювального процесу при розрахунку перетворювачів, є жорсткість системи диференціальних рівнянь. Властивість жорсткості відображає великий розкид постійних часу схеми перетворювача, тобто наявність «швидких» і «повільних» змінних, що описують процеси істотно різної тривалості. При цьому виділяють певний прикордонний шар $\tau_{ПС}$ такий, що процеси в схемі при $t < \tau_{ПС}$ визначаються групою малих постійних часу, а при $t > \tau_{ПС}$ - великих і характером зовнішнього впливу [86].

Традиційно для вирішення диференціальних рівнянь, що описують процеси в електромеханічних системах, використовують явні і неявні методи чисельного інтегрування [1,10-15,19 -26].

До явних методів відносяться наступні:

- метод Ейлера в наступному представленні

$$x_{k+1} = x_k + h\dot{x}_k; \quad (2.3)$$

- два метода Рунге - Кутта другого порядку

$$x_{k+1} = x_k + (K_1 + K_2'')/2, \quad (2.4)$$

де
$$K_1 = h\Phi(x_k, t_k);$$

$$K_2'' = h\Phi(x_k + K_1, t_k + h);$$

- **метод Хена** доволі часто використовується при вирішенні складних математичних моделей має також форму як метод Рунге-Кутта;

- **модифікований метод Ейлера – Коші**

$$x_{k+1} = x_k + K_2, \quad (2.5)$$

де
$$K_2 = h\Phi(x_k + K_1/2, t_k + h/2);$$

- **метод Рунге — Кутта третього порядку**

$$x_{k+1} = x_k + (K_1 + 4K_2 + K_3'')/2, \quad (2.6)$$

де
$$K_3'' = h\Phi(x_k - K_1 + 2K_2, t_k + h);$$

-**метод Рунге — Кутта четвертого порядку**

$$x_{k+1} = x_k + (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)/6, \quad (2.7)$$

Де:
$$K_3 = h\Phi(x_k + K_2/2, t_k + h/2);$$

$$K_4 = h\Phi(x_k + K_3, t_k + h);$$

- метод Кутта – Гілла

$$x_{k+1} = x_k + [K_1 + 2(1-\omega)K_2 + 2(1+\omega)K_3''' + K_4'''] / 6, \quad (2.8)$$

де $\omega = \sqrt{0.5}$ - ваговий або напівемпіричний коефіцієнт;

$$K_3''' = h\Phi(x_k + (\omega - 0.5)K_1, t_k + h/2);$$

$$K_4''' = h\Phi(x_k - \omega K_2 + (1 + \omega)K_3''', t_k + h);$$

- метод Кутта – Мерсона

$$x_{k+1} = x_k + (K_1' + 4K_4' + K_5') / 2, \quad (2.9)$$

де

$$K_1' = h\Phi(x_k, t_k) / 3;$$

$$K_2' = h\Phi(x_k + K_1', t_k + h/3);$$

$$K_3' = h\Phi(x_k + (K_1' + K_2') / 2, t_k + h/3) / 3;$$

$$K_4' = h\Phi(x_k + (3K_1' + 9K_3') / 8, t_k + h/2) / 3;$$

$$K_5' = h\Phi(x_k + (3K_1' - 9K_3' + 12K_4') / 2, t_k + h) / 3;$$

Цьому методу притаманно проста оцінка локальної похибки

$$\varepsilon_n = (K_1' - (9K_3' + K_5') / 2 + 4K_4') / 5;$$

- метод Рунге – Кутта – Фельберга

$$x_{k+1} = x_k + \frac{13}{135} K_1 + \frac{6656}{12825} K_3^* + \frac{28561}{56430} K_4^* - \frac{9}{50} K_5^* + \frac{2}{55} K_6^*, \quad (2.10)$$

Де: $K_2^* = h\Phi(x_k + K_1/4, t_k + h/4);$

$$K_3^* = h\Phi(x_k + (3K_1 + 9K_2^*)/32, t_k + 3h/8);$$

$$K_4^* = h\Phi(x_k + (1932K_1 - 7200K_2^* + 7296K_3^*)/2197, t_k + \frac{12}{13}h)$$

$$K_5^* = h\Phi(x_k + \frac{439}{216}K_1 - 8K_2^* + \frac{3680}{513}K_3^* - \frac{845}{4104}K_4^*)/2197, t_k + h);$$

$$K_6^* = h\Phi(x_k - \frac{8}{27}K_1 + 2K_2^* - \frac{3544}{2565}K_3^* + \frac{1859}{4104}K_4^* - \frac{11}{40}K_5^*, t_k + h/2).$$

Маючи таку ж просту, як метод Кутта - Мерсона, оцінку локальної похибки

$$\varepsilon_{\mathcal{A}} = (-209K_1 + 22528K_3^* + 2197K_4^* - 15048K_5^* - 2736K_6^*)/75240,$$

але відрізняється від нього більш високим порядком точності.

Явні методи чисельного інтегрування найбільш часто використовують спільно з методом змінних стану. Вони дозволяють вирішувати системи диференціальних рівнянь першого порядку, наведених до нормальної форми (2.1), характеризуються простотою алгоритму обчислень і невеликою трудомісткістю обчислень на одному кроці. Недоліком цих методів є обмеження на величину кроку

інтегрування, порядок якого для збереження стійкості процесу обчислень в загальному випадку не перевищує порядку мінімальної постійної часу системи.

До неявних методів чисельного інтегрування, які доволі часто і плідно використовуються при вирішенні науково-технічних проблем, відносяться наступні:

- **однокроковий метод Ейлера**

$$x_{k+1} = x_k + hx_{k+1}; \quad (2.11)$$

- **однокроковий метод трапецій**

$$x_{k+1} = x_k + h(x_k + x_{k+1})/2; \quad (2.12)$$

- **двокроковий метод Шихмана**

$$x_{k+1} = \frac{4}{3}x_k - \frac{1}{3}x_{k-1} + \frac{2}{3}hx_{k+1}. \quad (2.13)$$

Неявні методи чисельного інтегрування вільні від притаманного явним методом обмеження величин кроку інтегрування, так як воно не впливає на стійкість обчислень. Крок встановлюється виходячи з вимог точності розрахунку і може набагато перевищувати крок, максимально досяжний в явних методах.

2.5. Аналіз ефективності практичного використання чисельних методів

Недоліком цих методів є необхідність вирішення на кожному кроці системи алгебраїчних, в загальному випадку, нелінійних рівнянь. Так як при $t < \tau_{\text{ПС}}$ крок інтегрування встановлюється виходячи з вимог точності розрахунку і досить малий, а тривалість інтервалу $t > \tau_{\text{ПС}}$ через малого проміжку між сусідніми комутаціями в більшості випадків незначна, то можливість зменшення обсягу обчислень, закладена в неявних методах, при розрахунку процесів в

перетворювачах повністю не реалізується.

Великий клас ефективних неявних методів чисельного інтегрування складають багатокрокові методи прогнозування і корекції. До них відносяться наступніб

- метод Адамса – Маултона;
- метод Адамса – Башфорта;
- метод Гіра, Хемминга та ін.

Однак при розрахунку процесів в перетворювачах вони не знайшли широкого застосування з тієї ж причини, що і однокрокові неявні методи.

Останнім часом на основі явних і неявних методів чисельного інтегрування створюють комбіновані методи [1-15] В таких методах послідовно чергуються кроки інтегрування неявним і явним методами, причому тривалість кроків однакові і вибираються за умовами точності неявних методів. Перевагою комбінованих методів є зменшення обсягу обчислень по порівнянню з використанням тільки явних або неявних методів.

Однак при розрахунку процесів в перетворювачах, коли необхідно уточнювати моменти комутації вентилів і для цього дробити крок, вони поступаються явним методам.

Трудомісткість використання традиційних явних і неявних методів чисельного інтегрування можна знизити, розділяючи вихідну жорстку систему на підсистеми, відповідні «швидким» і «повільним» змінним. Крок інтегрування підсистеми, що відповідає «повільним» змінним, може бути значно більше, ніж підсистеми, що відповідає «швидким» змінним, що дозволяє зменшити обсяг обчислень в порівнянні з прямим рішенням повної системи (2.1) одним і тим же чисельним методом.

Одним із шляхів спрощення задачі рішення жорсткої системи диференціальних рівнянь, покладеним в основу принципу квазістаціонарності похідних, є виділення при $t > \tau_{пс}$ майже лінійних алгебраїчних зв'язків компонентів її рішення і заміна її іншою системою зі зменшеним на число цих зв'язків порядком. Це можливо в тому випадку, коли постійні часу $\tau_1 \leq \tau_2 \leq \dots \leq \tau_k \leq \tau_{k+1} < \dots < \tau_l$ можна розділити на дві групи $\tau_1 \dots \tau_k$ и $\tau_{k+1} \dots \tau_l$ і так як компоненти рішення, відповідні малим

постійним часу $\tau_1 \dots \tau_k$ при $t > \tau_{ПС}$ практично не впливають на характер рішення [12-20].

Для вирішення жорстких систем можна застосовувати системні методи [8 - 16]. В них використовують уявлення рішення диференціального рівняння у вигляді функцій від матриць

$$x(t+H) = e^{A(t+H)} x(0) + \int_0^{t+H} e^{A(t-\tau)} B f_0 d\tau, \quad (2.14)$$

яке приводять до вигляду

$$x(t+H) = e^{AH} x(t) + \int_0^{t+H} e^{A(t-\tau)} B f_0 d\tau, \quad (2.15)$$

що дозволяє звести задачу інтегрування до обчислення на кожному кроці інтегрування H матричної експоненти і інтеграла від неї. Визначення e^{AH} на досить видовженому інтервалі за допомогою розкладання в статечної ряд вимагає врахування занадто великого числа членів. Тому інтервал H розбивають на частини $h = H/2^N$ так, щоб забезпечити із заданою точністю уявлення e^{Ah} малим числом членів статечного ряду. Потім значення e^{AH} знаходять по рекурентній формулі

$$\varphi_{r+1} = \varphi_r^2, \quad (2.16)$$

де $\varphi_r = \exp(2^r Ah)$, $r=0, \dots, N$, описує послідовне подвоєння кроку h .

Інтеграл в рівнянні (2.15), як і матричну експоненту, обчислюють за рекурентним формулами. Інтервал інтегрування H не залежить від характеру рішення і може бути як завгодно великим, так як необхідну точність забезпечують відповідним вибором кроку h . Однак його величина при розрахунку процесів в перетворювачі обмежена проміжком часу між двома сусідніми комутаціями вентилів.

2.6. Підвищення ефективності вирішення системи диференціальних рівнянь

Підвищити ефективність вирішення системи диференціальних рівнянь схеми перетворювача можна на основі проблемної адаптації. Стосовно до методів чисельного інтегрування вона полягає в використанні, для вирішення однієї і тієї ж системи, як явних (на ділянках швидкої зміни рішення ($t < \tau_{ПС}$), так и неявних (на ділянках $t > \tau_{ПС}$) методів [1-14, 19-20]. Такий підхід забезпечує можливість вибору за відповідними критеріям на кожному кроці розрахунку методу, що забезпечує мінімальний обсяг обчислень. При цьому можливо або роздільне використання методів [1, 19-20], або об'єднання їх в комбіновані формули, наприклад, типу

$$x_{k+1} = x_k + h \left[\alpha_1 \Phi(x_k, t_k) + \alpha_2 \Phi(x_{k+1}, t_k) + \alpha_3 \Phi(t_k + bh, x_k + bh\Phi(x_k, t_k)) \right], \quad (2.17)$$

з якої отримують:

- модифікований метод Ейлера-Коші ($\alpha_1 = 0; \alpha_2 = 0; \alpha_3 = 1; b = 1/2$);
- метод Хена ($\alpha_1 = 1/2; \alpha_2 = 0; \alpha_3 = 1/2; b = 1$);
- неявний метод Ейлера ($\alpha_1 = 0; \alpha_2 = 1; \alpha_3 = 0$);
- неявний метод трапеції ($\alpha_1 = 1/2; \alpha_2 = 1/2; \alpha_3 = 0$).

Критерій адаптації на основі формули (2.17) полягає в наступному. Якщо виконується умова

$$h < h_{min}^H, \quad (2.18)$$

де h_{min}^H мінімальне значення кроку для неявного метода, то вибирається явний метод інтегрування, інакше - неявний.

Алгоритм розрахунку процесів на основі цього критерію починає працювати з явного методу інтегрування, який встановлює крок інтегрування відповідно до прийнятої оцінкою похибки. Цей крок запам'ятовують, після чого переходять на неявний метод інтегрування, що дозволяє збільшити крок незалежно від мінімальної постійної часу ланцюга. Розрахунок неявним методом виробляють до моменту перемикавання вентилів або до моменту, коли перестав виконуватися умова (2.55) та ін.

Проблемна адаптація вимагає ретельного формулювання критеріїв вибору методів, що забезпечують підвищення ефективності розрахунку в цілому. В рамках проблемної адаптації можна об'єднати розглянуті вище інші методи чисельного інтегрування в бібліотеці програм на ЕОМ. Критерії вибору дозволяють використовувати на кожному кроці рішення найбільш ефективний метод інтегрування і зменшити трудомісткість розрахунку процесів в перетворювачах на ЕОМ.

Основою методів чисельного рішення рівнянь схем перетворювачів на ЕОМ є метод припасування. Перевірка струмів і напруги вентилів для переходу від одного міжкомутаційного інтервалу до іншого і припасування граничних значень здійснюється на кожному кроці розрахунку. Для знаходження усталеного режиму потрібно прорахувати весь перехідний, тому що скористатися умовами періодичності змінних, як це проводиться в аналітичних методах, не можна. З огляду на, що чисельні методи рішення диференціальних рівнянь схеми дуже прості в реалізації на ЕОМ, доцільно використовувати їх спільно з аналітичними методами розрахунку перетворювачів для побудови ефективних алгоритмів розрахунку усталених режимів роботи перетворювачів.

3. ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНІ МЕТОДИ

Важливе значення аналітичних методів полягає у тому, що вони з достатньою для інженерних розрахунків похибкою дозволяють досліджувати усталених процесів без розрахунку попередніх перехідних [7,17 - 20].. Досягається це формуванням системи різницевих рівнянь для одного періоду роботи перетворювача і знаходженням її рішення у вигляді виразів (2.14) або (2.15).

3.1. Методологічні основи представлення фізичного процесу системою рівнянь.

Однак для складання системи різницевих рівнянь необхідно визначити аналітичні рішення рівнянь стану на інтервалах сталості структури схеми перетворювача, що ускладнює розрахунок при дослідженні схем високого порядку. Переваги чисельних методів розрахунку полягають у досить простому представленні процесу, що досліджується та схем високого порядку. Але розрахувати процеси, що встановилися, можливо тільки після розрахунку попередніх їм перехідних. Тому для зменшення обсягу обчислень розраховують не реальний, а еквівалентний перехідний процес [9-11,17 - 20], Однак при дослідженні перетворювачів з замкнутими системами управління це призводить до додаткових труднощів.

При розрахунку електромагнітних процесів в силових ланцюгах перетворювачів обсяг обчислень на одному між комутаційному інтервалі визначається трудомісткістю вирішення однієї з систем шляхом:

- використання аналітичних методів в поєднанні із перетворенням Лапласа;
- чисельних методів за допомогою явних, неявних і інших формул інтегрування. Причому трудомісткість чисельного методу набагато нижча в порівнянні із аналітичними.

Трудомісткість в цілому розрахунку чисельними методами визначається тим, що на всіх інтервалах всіх періодів перехідного процесу необхідно чисельно вирішити системи рівнянь стану (2.1).

Трудомісткість в цілому розрахунку аналітичними методами

полягає в тому, що необхідно аналітично вирішити системи (2.1) на всіх інтервалах тільки одного періоду і одноразово вирішити відповідної систему рівняння.

Оскільки основний обсяг обчислень в чисельних методах складається із розрахунків на всіх періодах перехідного процесу, а в аналітичних із аналітичних рішення систем рівнянь стану одного періоду, то, очевидно, доцільно поєднати зазначені методи таким чином, щоб трудомісткість розрахунку усталених процесів зменшилася.

Поєднання елементів аналітичних і чисельних методів використовується в основі чисельно-аналітичних методів розрахунку електромагнітних процесів електромеханічних систем [1 -15, 16 - 19].

Таким чином, обсяг обчислень з використанням чисельних методів полягає в складанні відповідних розрахунків на всіх періодах перехідного процесу.

В аналітичних методах виконуються рішення систем рівнянь стану одного періоду із послідуєчим врахуванням послідуєчих періодів.

Очевидно, при дослідженнях доцільно поєднати приведені методи таким чином, щоб досягти оптимального рішення розрахунку усталених процесів.

3.2. Метод «тимчасових ланцюгових схем»

Метод «тимчасових ланцюгових схем» заснований на використанні понять теорії ланцюгових схем [9,14,17-20]. При дослідженні цим методом n -й період роботи перетворювача розбивають на K_T інтервалів, на кожному з яких записують з рішення рівнянь схеми вираз для шуканих величин у вигляді

$$x(t_k) = \zeta(\tau_k)x(t_{k-1}) + \zeta_0(\tau_k), \quad (3.1)$$

де $x(t_k)$ й $x(t_{k-1})$ - значення змінних стану схеми в кінці t_k і початку t_{k-1} k -го інтервалу;

$$- \tau_k = t_k - t_{k-1}; \zeta(\tau_k);$$

$-\zeta_0(\tau_k)$ - матричний і векторний параметри на k -му інтервалі n -го періоду.

Потім обчислюють подовжені матричний

$$\zeta(t_{K_T}) = P = \zeta(\tau_{K_T})\zeta(\tau_{K_T-1})\dots\zeta(\tau_1) \quad (3.2)$$

і векторний

$$\begin{aligned} \zeta_0(t_{K_T}) = Q = & \zeta_0(\tau_{K_T}) + \zeta(\tau_{K_T})\zeta_0(\tau_{K_T-1}) + \\ & .. + \zeta(\tau_{K_T})\zeta(\tau_{K_T-1})\dots\zeta(\tau_2)\zeta_0(\tau_1) \end{aligned} \quad (3.3)$$

параметри, що дозволяє записати, з урахуванням

$$t_{K_T} = t_0 + T,$$

систему різницевих рівнянь

$$x(t_0 + T) = Px(t_0) + Q, \quad (3.4)$$

збігається при заміні:

$$t_0 = nT,$$

$$P = D_m(1 - \gamma_{m-1}),$$

$$Q = \tilde{G}_m(1 - \gamma_{m-1}),$$

із системою (3.2), і вирішити її відомими методами [9-20].

Знаходження подовжених параметрів можна звести до множення відповідних матриць

$$\tilde{\zeta}(\tau_{K_T}) = \begin{vmatrix} \zeta(\tau_{K_T}) & \zeta_0(\tau_{K_T}) \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (3.5)$$

наступним чином:

$$\tilde{\zeta}(t_{K_T}) = \begin{Bmatrix} \zeta(t_{K_T}) \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \zeta_0(t_{K_T}) \\ 1 \end{Bmatrix} = \prod_{v=1}^{K_T} \tilde{\zeta}(\tau_v). \quad (3.6)$$

Рівняння будують на основі апроксимації рівнянь стану по однокроковим формулами чисельного інтегрування диференціальних рівнянь. Застосовуючи до відповідного рівняння явну формулу методу Ейлера, отримують

$$x(t_{k+1}) = (I + \tau_k A_i) x(t_k) + \tau_k B_i f_T(t_k) f_0; \quad (3.7)$$

застосовуючи неявну формулу методу Ейлера, отримують

$$x(t_{k+1}) = (I - \tau_k A_i)^{-1} x(t_k) + \tau_k (I - \tau_k A_i)^{-1} B_i f_T(t_{k+1}) f_0; \quad (3.8)$$

застосовуючи формулу методу трапецій, отримують

$$\begin{aligned} x(t_{k+1}) &= (I - \frac{\tau_k}{2} A_i)^{-1} (I + \frac{\tau_k}{2} A_i) x(t_k) \\ &+ \frac{\tau_k}{2} (I - \tau_k A_i)^{-1} B_i [f_T(t_k) + f_T(t_{k+1})] f_0 \end{aligned}, \quad (3.9)$$

звідки виділяють матричний $\zeta(t_k)$ і векторний $\zeta_0(t_k)$ параметри рівняння [12-16].

Даний метод дозволяє знаходити початкові умови змінних стану схем зі змінною структурою в перехідному і усталеному режимах. Він не вимагає побудови аналітичних рішень рівнянь схеми та може застосовуватися для аналізу ланцюгів з безперервно змінними параметрами.

Знаходження початкові умови змінних стану схем зі змінною структурою в перехідних і усталених режимах дозволяє суттєво

скоротити та точніше відтворити фізичні процеси в математичних моделях та ланцюгах зі змінними електромагнітними процесами.

3.3. Дослідження перехідних і усталених процесів

Розрахуємо початкові умови напруги на конденсаторі і струму в дроселі для періоду перехідного і усталеного режимів роботи ШПП з послідовним включенням регульованого елемента (рис. 3.1, а). Транзистор VT и діод VD моделюємо RS -моделями. Для розрахунку початкових умов скористаємося методом «змінних ланцюгових схем».

Еквівалентна схема ШПП на першому інтервалі, коли транзистор відкритий, зображена на рис. 3.1, б, на другому, коли транзистор закритий, - на рис.3.1, в.

Виберемо вектор змінних стану

$$x(t) = \|u_c(t) \quad i_L(t)\|^T. \quad (3.10)$$

Системи рівнянь станів на першому і другому інтервалах

$$\dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 f_0; \quad (3.11)$$

$$\dot{x}(t) = A_2 x(t),$$

відрізняються вектором

$$B_1 f_0 = \|0 \quad 1/L\|^T E \quad (3.12)$$

і значенням опору R_{Vi} в матричному коефіцієнті

$$A_i = \left\| \begin{array}{cc} -1/CR & 1/C \\ -1/L & -R_{Vi}/L \end{array} \right\|, \quad (3.13)$$

де на першому ($i = 1$) інтервалі

$$R_{vi}=R_{VT},$$

на другому ($i = 2$)

$$R_{vi}=R_{VD}.$$

На основі апроксимації по явною формулою Ейлера запишемо коефіцієнти виразу на першому інтервалі. Вважаючи, що $L=9,3$ мГн;

$$C=2000 \text{ мкФ};$$

$$R=0,32 \text{ Ом};$$

$$R_{VT}=0,10 \text{ Ом};$$

$$R_{VD}=0,3 \text{ Ом};$$

$$E=100 \text{ В};$$

$$\text{Тривалість періоду } T=0.001 \text{ с},$$

$$\text{Першого інтервалу} - 0.6T.$$

Виберемо крок апроксимації $\tau_k=10^{-6}$ с. Тоді в першому інтервалі міститься $0.6 \cdot 10^{-3}/10^{-6} = 600$ кроків, а в другому – $0.4 \cdot 10^{-3}/10^{-6} = 400$ кроків.

Відповідно для першого періоду

$$\zeta(\tau_1) = \begin{vmatrix} 0.9984375 & 0.0005 \\ -0.0001075 & 0.9998817 \end{vmatrix};$$

$$\zeta_0(\tau_1) = \begin{vmatrix} 0 \\ 1.075268 \end{vmatrix}$$

і другому

$$\zeta(\tau_{601}) = \begin{vmatrix} 0.9984375 & 0.0005 \\ -0.0001075 & 0.9999677 \end{vmatrix}; \zeta_0(\tau_{601}) = 0.$$

Подовжені матричний і векторний параметри доцільно обчислювати на ЕОМ для $K_T = 1000$, з урахуванням того, що починаючи з τ_{601} значення $\zeta(t_k)$ і $\zeta_0(t_k)$ змінюються.

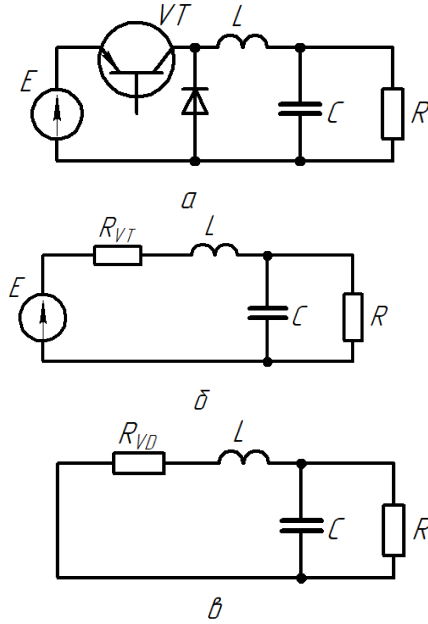


Рисунок - 3.1

В результаті отримано

$$P = \zeta(t_{1000}) = \begin{vmatrix} 0.1966 & 0.2356 \\ -0.0517 & 0.9036 \end{vmatrix};$$

$$Q = \zeta_0(t_{1000}) = \begin{vmatrix} 1.2917 \\ 6.0886 \end{vmatrix}.$$

Запишемо систему різницьових рівнянь з коефіцієнтами P й Q

$$\begin{Bmatrix} u_c(n+1) \\ i_L(n+1) \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0.1996 & 0.2356 \\ -0.0517 & 0.9036 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} u_c(n) \\ i_L(n) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.2917 \\ 6.0886 \end{Bmatrix}.$$

і вирішимо її за допомогою Z-перетворення, вважаючи

$$u_c(0) = 0,$$

$$i_L(0) = 0.$$

Операторне зображення відповідно до поставленого завдання перетворюється до наступного виду:

$$\begin{Bmatrix} U_c(z) \\ I_L(z) \end{Bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{Bmatrix} z - 0.9036 & -0.2356 \\ 0.0517 & z - 0.1996 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} 1.2917 \\ 6.0886 \end{Bmatrix},$$

де $\Delta = z^2 - 1.1032z + 0.1925$, а його оригінал -

$$\begin{Bmatrix} u_c(n) \\ i_L(n) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 17.45 - 18.50z_1^n + 1.05z_2^n \\ 53.81 - 53.89z_1^n + 0.08z_2^n \end{Bmatrix},$$

Де:

$$- z_1 = 0.8858;$$

$$- z_2 = 0.2173 \text{ представляють собою корні } \Delta = 0.$$

Необхідно відзначити, що при складанні фізико-математичного виразу для комп'ютерного моделювання електромагнітних процесів треба чітко представляти хід їх протікання і послідовність задання граничних умов. При цьому зменшення меж інтервалів призводить до зростання часу розрахунків і підвищенню точності отриманих результатів.

Якщо збільшити інтервали перехідного періоду, то це призведе до зменшення точності отриманих результатів, а терміни розрахунків зменшаться. Тому при моделюванні електромеханічних процесів необхідно кваліфіковано розуміти шляхи вирішення поставленої мети.

3.4. Аналітичне вирішення системи різницевих рівнянь

Аналітичне рішення системи різницевих рівнянь описує початкові умови напруги на конденсаторі і струму в дроселі ШПІ для будь-якого n -го періоду перехідного режиму роботи [13-20]. Початкові умови для сталого режиму отримуємо за допомогою граничного переходу представленого в матричному вигляді

$$\left\| \begin{matrix} u_{C_{ycm}} \\ i_{L_{ycm}} \end{matrix} \right\| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\| \begin{matrix} u_C(n) \\ i_L(n) \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} 17.4B \\ 53.8A \end{matrix} \right\|. \quad (3.14)$$

З цього прикладу видно головна перевага чисельно-аналітичного методу - аналітичне рішення системи різницевих рівнянь, що описує початкові умови змінних стану на будь-якому періоді перехідного і усталеного режиму, отримано без аналітичних рішень рівнянь стану на інтервалах.

Для знаходження коефіцієнтів P и Q системи різницевих рівнянь можна використовувати не тільки шлях, заснований на обчисленні матричних і векторних параметрів схеми, як це зроблено в методі «тимчасових ланцюгових схем», а й безпосередньо чисельне інтегрування рівнянь стану 13 - [4 - 15].

Систему різницевих рівнянь, що містить n_x рівнянь, можна розписати наступним чином:

$$\begin{aligned} x_1(n+1) &= p_{11}x_1(n) + p_{12}x_2(n) + \dots + p_{1n_x}x_{n_x}(n) + q_1; \\ x_2(n+1) &= p_{21}x_1(n) + p_{22}x_2(n) + \dots + p_{2n_x}x_{n_x}(n) + q_2; \\ &\dots \\ x_{n_x}(n+1) &= p_{n_x1}x_1(n) + p_{n_x2}x_2(n) + \dots + p_{n_xn_x}x_{n_x}(n) + q_{n_x}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Тут p_{kl} й q_l - елементи матриць P и Q загальною кількістю $(n_x + 1)n_x$, тому для визначення всіх елементів необхідно мати $n_x + 1$ систему рівнянь. Їх отримують, послідовно проінтегрувавши системи рівнянь стану на $n_x + 1$ періоді будь-якими чисельними методами, так як елементи матриць P и Q не залежить від номера періоду n ,

$$\begin{aligned}x(1) &= Px(0) + Q; \\x(2) &= Px(1) + Q; \\&\dots \\x(n_x + 1) &= Px(n_x) + Q.\end{aligned}\tag{3.16}$$

Елементи l -й строки матриць P и Q визначають їх вирішення системи рівнянь, складеної з відповідних рядків систем рівнянь,

$$\begin{aligned}x_l(1) &= p_{l1}x_1(0) + p_{l2}x_2(0) + \dots + p_{ln_x}x_{n_x}(0) + q_l; \\x_l(2) &= p_{l1}x_1(1) + p_{l2}x_2(1) + \dots + p_{ln_x}x_{n_x}(1) + q_l; \\&\dots \\x_l(n_x + 1) &= p_{l1}x_1(n_x) + p_{l2}x_2(n_x) + \dots + p_{ln_x}x_{n_x}(n_x) + q_l.\end{aligned}\tag{3.17}$$

або в матричній формі

$$\chi \begin{vmatrix} P_l \\ q_l \end{vmatrix} = \chi_l,\tag{3.18}$$

де

$$\|P_l q_l\|^T = \|p_{l1} p_{l2} \dots p_{ln_x} q_l\|^T;$$

$$\chi_0 = \begin{pmatrix} x_1(0) & x_2(0) & \dots & x_{n_x}(0) & 1 \\ x_1(1) & x_2(1) & \dots & x_{n_x}(1) & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1(n_x) & x_2(n_x) & \dots & x_{n_x}(n_x) & 1 \end{pmatrix};$$

$$\chi_l = \begin{pmatrix} x_l(1) \\ x_l(2) \\ \dots \\ x_l(n_x + 1) \end{pmatrix},$$

звідки

$$\|P_l q_l\|^T = \chi^T \chi_l, \quad (3.19)$$

Визначивши за відповідним виразом елементи всіх n_x строк матриць P и Q , можна вирішити систему різницьових рівнянь і знайти початкові умови змінних стану для всіх періодів перехідного і усталеного процесів. Матриця χ є, як правило, погано обумовлений, тому для отримання рішення необхідно накладати обмеження на вектор χ_l і контролювати похибка обчислень. Як і в методі «тимчасових ланцюгових схем», система різницьових рівнянь складена без використання аналітичних рішень рівнянь стану на окремих інтервалах періоду. Для формування рівнянь стану можна використовувати добре розроблені методи чисельного інтегрування диференціальних рівнянь, що реалізуються за приведеними вище методологічними підходами і формулами.

Переваги чисельно-аналітичних методів при розрахунку перехідних і, особливо, сталих процесів в силових ланцюгах перетворювачів та електромеханічних систем в цілому визначають доцільність їх подальшого розвитку.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ **(для засвоєння матеріалу)**

1. Приведіть основні переваги наукового дослідження в порівнянні з інженерними методами розрахунків електромеханічних систем?
2. Визначальне призначення наукового дослідження?
3. Призначення і принцип роботи електромеханічних систем?
4. До яких наслідків призводять електротехнічні комплекси в системах електропостачання промислових підприємств?
5. З якою метою виконуються наукові дослідження складних електромеханічних систем і комплексів?
6. Що собою представляють математичні моделі?
7. По яким ознакам відрізняються електромеханічні системи від електротехнологічних комплексів?
8. Що собою представляють системи збудження електромагнітного поля електричного двигуна?
9. До яких наслідків призводить погіршення якості електричної енергії в електромеханічних системах і комплексах?
10. Чому в електромеханічній системі зростають втрати енергії при погіршенні показників якості електричної енергії?
11. В якому обладнанні має місце бігуче електромагнітне поле розсіювання?
12. З якою метою використовуються Технічне завдання і Технічні вимоги при розробці нових видів електротехнічного обладнання?
13. Яке призначення перетворювачів в електромеханічних системах?
14. Що таке комутаційні процеси в силових ланцюгах електромеханічних систем і комплексах?
15. Яке призначення систем автоматизованого керування в силових перетворювачах?
16. Навіщо використовуються системи автоматизованого проектування?
17. З яких елементів складаються сучасні мікропроцесорні системи автоматичного керування?

18. Що собою представляють математичні системи автоматизованого керування?
19. Яке призначення еквівалентних схем при дослідженнях електромагнітних процесів?
20. Яке функціональне призначення інтеграторів, диференціаторів, фільтрів, компенсаторів?
21. Використання функціональних моделей при математичному моделюванні дозволяє...?
22. Функціональні моделі в поєднанні із системами керування дозволяють...?
23. По чким ознакам відрізняється алгоритмічна модель від функціональної?
24. Що таке коливання граничного циклу ?
25. Що таке високочастотні субгармонійні коливання?
25. Чим відрізняється конструкторський проект електромеханічної системи від технічної розробки?
26. Чим відрізняються силові ланцюги від ланцюгів управління?
27. З якою метою використовується перетворення Лапласа при вирішенні алгебраїчного рівняння стану електромеханічної системи?
28. Зворотнє перетворення Лапласа визначається по оригіналу чи по зображенню?
29. Призначення початкових і граничних умов при вирішенні рівнянь стану електромеханічної системи і комплексів?
30. З якою метою використовуються рекурсивна заміна початкових умов змінних функціонального стану системи для окремих інтервалів ?
31. D і Z – перетворення використовуються системи ...?
32. Система рознісних рівнянь ступінчатих схем використовується для ...?
33. Теорії графів і спеціальних матриць використовуються для вирішення різницевих рівнянь і ...?
34. Дискретно-імпульсне перетворення використовується при математичному моделюванні в поєднанні з...?
35. При моделюванні електромагнітних процесів використовується метод базових характеристик, що дозволяє...?
36. Базові характеристики лінійних математичних систем з

періодично-змінною структурою дозволяють дозволяють...?

37. Найбільш ефективно використовувати чисельні математичні методи при дослідженні електромагнітних процесів при інженерних розрахунках чи математичному моделюванні, чи проектуванні, чи при використанні ЕОМ?

38. S – моделі вентильних схем перетворювачів не призводять до жорсткості систем диференціальних рівнянь при умові...?

39. Великі розбіжності постійних часу в R-, RL-, RC-моделях призводять до посилення умов жорсткості вирішення математичної моделі?

40. Методи контурних струмів і вузлових потенціалів дозволяють сформулювати математичну у вигляді ...?

41. В математичній моделі електромагнітних процесів у вхідних ланцюгах електромеханічної системи реактивні елементи заміняють без реактивними двополюсниками, що містять...?

42. Метод сигнальних графів і формула Мезона використовуються дослідження електромагнітних процесів, переважно, в системах....?

43. Математична формула Мезона в поєднанні із методом сигнальних графів дозволяє сформулювати узагальнений, чи операторний граф, чи систему інтегродиференціальних рівнянь, чи систему лінійних рівнянь, чи ін.?

44. При вирішенні диференціальних рівнянь опису електромагнітних процесів в перетворювачах використовуються явні чи неявні, чи чисельні, чи модернізовані методи?

45. Методи Ейлера, Рунге-Кутта (і 3^{го} і 4^{го} порядків), Хена, модифікований метод Ейлера-Коші, Кутта-Гілла, Кутта-Мерсона відносяться до явних чи неявних методів ?

46. Однокроковий метод Ейлера, модифікованих трапецій, двокроковий метод Шихмана відносяться до неявних чи явних, чи інших прийомів?

46. Методи Адамса-Маултона, Адамса-Бишфорта, Гіра, Хемілтона відносяться до багатокрокових методів чисельного аналізу, чи до явних, чи до неявних, чи п'ятикрокових?

47. Чисельно-аналітичні методи дозволяють моделювати сталі електромагнітні процеси, без розгляду перехідних процесів, чи феромагнітні і нелінійні залежності?

48. Метод тимчасових ланцюгових схем дозволяє розглядати n -й період режиму, що досліджується, шляхом розбивання на декілька інтервалів і на кожному із них використовуються свої граничні умови, чи фізико-математичні, чи аналітичні методи?

49. Нелінійні системи диференціальних рівнянь вирішуються шляхом кусково-лінійних рівнянь, апроксимації логарифмічними залежностями, підбором показових коефіцієнтів?

50. Математичне моделювання електромагнітних та електромеханічних процесів в електромеханічній системі та комплексах сприяє.....?

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Авакьянц С.Д. Анализ переходных и установившихся электромагнитных процессов в вентильных преобразователях с применением теории графов и дискретного преобразования Лапласа. [Text] / С.Д. Авакьянц, А.П. Пакидов. // Теория и применение вентильных цепей для регулирования двигателей. – Л.: Энергия. Ленингр. Отж-ние, 1973. – С. 227-248.
2. Zinovkin, V. Research of Non - Stationary Electromagnetic Processes in Synchronous Electric Drive [Text] / V. Zinovkin, M. Antonov, I. Krisan // International Modern Electrical and Energy Systems / Kremenchuk Mikhail Ostrohradskyi National University – Kremenchuk. 2017. – P.148- 151. Scopus.
3. Zinovkin, V. Physical Simulation of Electromagnetic Phenomena in Transformer Equipment under Strongly Varying Loads [Text] / V. Zinovkin, O. Blyzniakov. (каф. ЕЕА) E. Vasilieva // International Conference on Modern Electrical and Energy Systems / Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University – Kremenchuk. 2017. – P.312-315. Scopus.
4. Зиновкин В.В. Вероятностные параметры резкопеременных нагрузок энергоемких электротехнологических комплексов [Текст] / В.В. Зиновкин // Праці ІЕД НАН України. – 2005.- №1(10).– С. 136 – 144.
5. Зиновкин В.В. Нестационарные электромагнитные процессы в электрооборудовании энергоемких электротехнологических комплексов с резкопеременным характером нагрузки. [Текст] / В.В. Зиновкин // Радіоелектроніка, Інформатика, Управління. – 2005. – №2. – С. 142–148.
6. Зіновкін В.В. Різкозмінні навантаження та їх вплив на електротехнічне обладнання і методи дослідження: навчальний посібник. [Текст] / В.В. Зиновкин // -Запоріжжя –ЗНТУ. - 2017.- 374с.
7. Беркович Е.И. Анализ вентильных моделей при решении задач дискретной оптимизации [Текст] / Е.И. Беркович // Электричество. – 1987. - №2. – С. 43-48.

8.Бондаренко В.М. Методы и алгоритмы анализа статических и динамических режимов нелинейных цепей. [Текст] / В.М. Бондаренко // – К., 1976. – 104 с.

9.Булатов О.Г. Развитие одноканальных систем управления вентильными преобразователями [Текст] / О.Г.Булатов, В.А.Лабунцов, А.И.Пономаренко // Электричество. 1980. - №9. – С. 14-21.

10. Васильев А.С., Блинов Ю.И. Выбор базиса формирования математической модели мощных источников питания [Текст] / А.С.Васильев, Ю.И. Блинов // Техн. электродинамика. – 1987. - № 3. – С. 11-18.

11. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования. [Текст] / Г. Деч // – М. :Наука, 1971. – 273 с.

12. Жемеров Г.Г. Тиристорные преобразователи частоты с непосредственной связью. [Текст] / Г.Г. Жемеров // – М. : Энергия, 1977. – 280 с.

13. Жуйков В.Я. Методы анализа преобразовательных устройств, ориентированные на определенные классы схем [Текст] / В.Я.Жуйков // Техн. электродинамика. – 1983. - № 2. – С. 33-39.

14. Жуйков В.Я. Алгоритм анализа электрических схем с переменной структурой [Текст] / В.Я.Жуйков, И.Е.Коротеев, В.Е. Сучик // Электричество. – 1981. - №3. – С. 35-39.

15. Жуйков В.Я. Расчет установившегося режима вентильных преобразователей с помощью направленных графов [Текст] / В.Я. Жуйков, И.Е.Коротеев, В.Е.Сучик // Изв. Вузов СССР. Энергетика. – 1979. - №5. – С. 37-43.

16.Карпов В.А.Топологический метод формирования систем уравнений каскадно-мостового преобразователя для цифрового динамического моделирования [Текст] / В.А.Карпов, В.В.Левченко // Электричество. – 1975. - №11. – С. 48-55.

17. Конев Ф.Б. Численно-аналитический расчет электромагнитных процессов в силовых схемах вентильных преобразователей [Текст] / Ф.Б.Конев // Электротехн. пром-сть. Преобразовател. техника. – 1981. – Вып. 1. – С. 5-7.

18. Левченко В.В. Метод непосредственного расчета установившихся режимов вентильных преобразователей[Текст] / В.В.

Левченко // Электротехн. пром-сть. Преобразоват. техника. – 1980. – Вып. 3. – С. 3-6.

19. Нейман Л.Р. Метод расчета переходных процессов в цепях, содержащих вентильные преобразователи, индуктивности и ЭДС [Текст] / Л.Р.Нейман, А.В.Поссе, М.А. Слоним // Электричество. – 1966. - №12. – С. 7-12.

20. Демирчян К.С. Проблемы численного моделирования процессов в электрических цепях [Текст] / К.С. Демирчян, Ю.В. Ракитский, П.А. Бутырин и др. // Изв. АН СССР. Энергетика и трансп. – 1982. - №2. – С. 94-114.

21. Пухов Г.Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. [Текст] / Г.Е. Пухов // – К. : Наук. думка. 1969. – 568 с.

22. Сигорский В.П. Алгоритмы анализа электронных схем. [Текст] / В.П. Сигорский, А.И.Петренко // – М. : Сов. Радио, 1976. – 608 с.

23. Цыпкин Я.З. Теория линейных импульсных систем. [Текст] / Я.З. Цыпкин // – М.: Физматгиз, 1963. – 968 с.

24. Чуа Л.О. Машинный анализ электронных схем. [Текст] / Чуа Л.О., Лип Пен-Мин. // – М.: Энергия, 1980. – 640 с.

25. Шаталов А.С. Блочно-матричная форма расширенных уравнений состояния линейных электрических цепей [Текст] / А.С. Шаталов // Электричество. – 1978. - №12. – С. 47-54.

26. Ягуп В.Г. Построение и использование макромоделей автономных тиристорных преобразователей. [Текст] / Ягуп // Изв. АН СССР, Энергетика и трансп. – 1983. - №4. – С. 78-83.