

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК І ТЕХНОЛОГІЙ
(повне найменування інституту, факультету)
КАФЕДРА СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ
МАТЕМАТИКИ
(повне найменування кафедри)

Пояснювальна записка

до дипломного проєкту (роботи)

магістра
(ступінь вищої освіти)

на тему Дослідження задачі аналізу якості атмосферного повітря

Виконав: студент(ка) 2 курсу, групи КНТ-812м

Спеціальності 124 – Системний аналіз
(код і найменування спеціальності)

Освітня програма (спеціалізація)
«Інтелектуальні технології та прийняття рішень
в складних системах»

_____ Калабіна К.А.

(прізвище та ініціали)

Керівник _____ Подковаліхіна О.О.

(прізвище та ініціали)

Рецензент _____ Лозовська Л.І.

(прізвище та ініціали)

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»
(повне найменування закладу вищої освіти)

Факультет комп'ютерних наук і технологій

Кафедра Системного аналізу та обчислювальної математики

Ступінь вищої освіти магістр

Спеціальність 124 – Системний аналіз
(код і найменування)

Освітня програма
(спеціалізація) «Інтелектуальні технології та прийняття рішень в складних системах»
(назва освітньої програми (спеціалізації))

ЗАТВЕРДЖУЮ

В. о. завідувача кафедри _____
Еліна ТЕРЕЩЕНКО
« _____ » _____ 20 ____ року

З А В Д А Н Н Я
НА ДИПЛОМНИЙ ПРОЄКТ (РОБОТУ) СТУДЕНТА(КИ)

Калабіної Катерини Андріївни
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема проєкту (роботи) Дослідження задачі аналізу якості атмосферного повітря
керівник проєкту (роботи) Подковаліхіна Олена Олександрівна, к.ф. - м.н., доц.,
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)
затверджені наказом закладу вищої освіти від «06» грудня 2023 року № 492
2. Строк подання студентом проєкту (роботи) «30» січня 2024 року
3. Вихідні дані до проєкту (роботи) Умови задачі аналізу якості атмосферного повітря, перелік літературних джерел за темою дослідження.
4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити) В першому розділі проведено аналіз публікацій та досліджень за темою роботи. В другому розділі розглянуто задачу аналізу якості атмосферного повітря. Проаналізовано стан забруднення повітря твердими частинками PM2.5 та PM10 у м. Запоріжжя за період 2020-2023 рр. Розглянуто задачу відновлення даних у випадку відсутності значень за певний період. Досліджено метод відновлення даних для значень PM2.5 та PM10 для різної кількості вузлів та різних ступенів апроксимації. В третьому розділі описано алгоритм побудови трендових моделей та метод критерію серій. Побудовано прогнози викидів твердих частинок за різну кількість років та оцінено їх міру точності. Проведено аналіз отриманих результатів та сформувано висновки.
5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень)

6. Консультанти розділів проєкту (роботи)

Розділ	Прізвище, ініціали та посада Консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	прийняв виконане завдання
1	Подковаліхіна О.О., к.ф.- м.н., доц.		
2	Подковаліхіна О.О., к.ф.- м.н., доц.		
3	Подковаліхіна О.О., к.ф. - м.н., доц.		
Нормоконтроль	Широкоград Д.В., к.ф. - м.н., доц.		

7. Дата видачі завдання «08» вересня 2023 року.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів дипломного проєкту (роботи)	Строк виконання етапів проєкту (роботи)	Примітка
1	Сформулювати мету та основні завдання дипломної роботи	08.09.2023 – 24.09.2023	
2	Опрацювати літературу та існуючі дослідження за темою роботи	25.09.2023 – 15.10.2023	
3	Розробка програмної реалізації для вирішення задачі	16.10.2023 – 05.11.2023	
4	Розрахунки та аналіз даних	06.11.2022 – 03.12.2023	
5	Оформлення пояснювальної записки	04.12.2023 – 10.12.2023	
6	Попередній захист дипломної роботи та отримання рецензій.	11.12.2023 – 29.01.2024	
7	Захист дипломної роботи.	30.01.2024	

Студент

_____ Катерина КАЛАБІНА
(підпис) (Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Керівник проєкту (роботи)

_____ Олена ПОДКОВАЛІХІНА
(підпис) (Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

РЕФЕРАТ

Дипломна робота: 139 с., 31 рис., 100 табл., 33 форм., 16 джерел.

Об'єкт дослідження – методи аналізу для класу задач зі статистичними вхідними даними.

Предмет дослідження – аналіз якості атмосферного повітря в м. Запоріжжя.

Мета роботи – дослідити метод відновлювання даних для задачі аналізу стану атмосферного повітря у м. Запоріжжя та дослідити методи прогнозування динаміки показників забруднення повітря.

Методи дослідження – метод апроксимації, методи прогнозування.

В дипломній роботі досліджено задачу аналізу якості атмосферного повітря в м. Запоріжжя. Досліджено метод відновлення даних для задачі аналізу стану атмосферного повітря. Проаналізовано результати відновлення даних методом апроксимації для різної кількості вузлів та різних ступенів многочленів. Побудовано декілька прогнозів на майбутній період та оцінено їх точність. Проведено визначення рівня похибки проведених розрахунків.

Результати роботи було опубліковано у збірники «Тези доповідей Всеукраїнської науково-практичної конференції здобувачів вищої освіти і молодих учених 2023 рік м. Дніпро», «Тези доповідей VI-ї Всеукраїнської науково-практичної інтернет-конференції здобувачів вищої освіти і молодих учених 2023 рік, м. Харків»

За результатами роботи написано дві наукові роботи, для прийняття участі в університетському конкурсі на кращу студентську наукову роботу у 2022 та 2023 роках. Ще одну наукову роботу написано для прийняття участі в обласному конкурсі для обдарованої молоді у галузі науки у 2023 році.

АТМОСФЕРНЕ ПОВІТРЯ, ЗАБРУДНЮВАЛЬНА РЕЧОВИНА, ТВЕРДІ ЧАСТИНКИ, PM_{2.5}, PM₁₀, ЯКІСТЬ ПОВІТРЯ, АПРОКСИМАЦІЯ, ТРЕНДОВІ МОДЕЛІ, КРИТЕРІЇ СЕРІЙ, ПРОГНОЗУВАННЯ, МІРА ТОЧНОСТІ ПРОГНОЗУ, EXCEL, MATLAB.

ЗМІСТ

Завдання	2
Реферат	4
Зміст	5
Вступ.....	6
1Огляд літератури та останніх досліджень і публікацій.....	8
2Задача аналізу якості атмосферного повітря.....	14
2.1 Якість атмосферного повітря.....	14
2.2 Постановка задачі апроксимації.....	20
2.3 Метод найменших квадратів.....	20
2.4 Апроксимуюча функція для твердих частинок PM _{2,5}	21
2.5 Апроксимуюча функція для твердих частинок PM ₁₀	45
3Задача прогнозування викидів твердих частинок.....	71
3.1 Що таке прогнозування	71
3.2 Прогнозування викидів твердих частинок PM _{2,5}	74
3.3 Прогнозування викидів твердих частинок PM ₁₀	105
Висновки	136
Перелік посилань.....	137

ВСТУП

Атмосферне повітря – життєво важливий компонент навколишнього природного середовища, який являє собою природну суміш газів, що знаходиться за межами жилих, виробничих та інших приміщень

Основними складниками сухого повітря за об'ємом є азот (78,084 %) і кисень (20,9476 %), а також аргон (0,934 %), вуглекислий газ (0,03 %), незначний уміст інших газів (неон, гелій, криптон, метан, ксенон, озон тощо) і різна кількість водяної пари. Нормальне співвідношення цих газів в атмосферному повітрі є оптимальним для життєдіяльності людини, представників тваринного й рослинного світу. Суттєве зменшення чи збільшення вмісту будь-якого компонента може згубно позначитися на їхньому існуванні. Склад повітря на всю його товщу практично однаковий, але в нижній частині зростає вміст води, пилу, біля земної поверхні — вуглекислого газу.

Щоденно людина споживає повітря масою 15–16 кг (набагато більше за воду чи їжу), що перетворює атмосферне повітря на головний компонент виживання людини на Землі.

На сьогоднішній день господарська діяльність людини все частіше стає основним джерелом забруднення атмосфери.

Забруднення атмосфери поділяється на матеріальне (пил, аерозоль, гази і пари) та енергетичне (теплове, іонізуюче, електромагнітне та вібраційне). Джерела забруднення можуть бути природні (лісові пожежі, пил з ерозійних ґрунтів, піщані бурі і т. п.) та штучні (антропогенні), створені господарською діяльністю людини. Останні включають шкідливі викиди промислових, енергетичних і транспортних джерел [1].

Сьогодні Україна – одна з екологічно "брудних" країн, оскільки перенасичена хімічними, металургійними, гірничодобувними виробництвами зі застарілими технологіями.

Запорізька область входить до п'ятірки найбільш забруднених областей України, а її адміністративний центр м. Запоріжжя є одним з шести найбільш забруднених міст.

Внаслідок погіршення якості атмосферного повітря населення України опинилось у незavidному екологічному стані. Зростає смертність від злоякісних пухлин, захворювань ендокринної системи і кровотворення, хвороб органів дихання тощо.

Науково підтверджено кореляційний зв'язок між станом забруднення атмосферного повітря та захворюваністю. Всесвітня організація охорони здоров'я (ВООЗ) констатує, що забруднення повітря призводить до збільшення захворюваності та смертності в світі.

Щороку в світі від забруднення повітря передчасно помирають мільйони людей. Ще кілька мільярдів щодня змушені дихати насиченим пилом та отруйними сполуками повітрям.

Виявлено, що поряд зі збільшенням концентрації шкідливих речовин в атмосферному повітрі спостерігалось зростання рівнів захворюваності населення, у тому числі хворобами органів дихання, систем кровообігу, хворобами алергічного походження. Виявлено сильний прямий кореляційний зв'язок між ступенем забруднення повітря пилом і загальним рівнем захворюваності дорослого населення на бронхіальну астму, системи кровообігу, ішемічні хвороби серця та на алергічний риніт.

Якість атмосферного повітря – надважливого природного ресурсу – впливає на здоров'я людей, природних екосистем, стан клімату і, через природні ланцюги, на всі компоненти довкілля. То ж регулювання, контроль та захист атмосферного повітря є запорукою здорового та гармонійного існування людини та всього навколишнього природного середовища.

Тому метою роботи є проаналізувати якість атмосферного повітря м. Запоріжжя, визначити наскільки змінюється тенденція протягом трьох років та спрогнозувати збільшується чи зменшуються кількості викидів у атмосферне повітря.

1 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ ТА ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

У статті [2] проведено оцінку стану атмосферного повітря за допомогою дендроіндикації міських територій, заснованої на експрес-оцінці забруднення атмосферного повітря. Для визначення екологічної небезпеки територій виникає необхідність у створенні інтегральної системи оцінювання, яка поєднає дані щодо якості атмосферного повітря з показниками «реакції-відповіді» живих організмів на ступінь антропогенних змін комплексу екологічних факторів, які впливають на розвиток біоти. Розробка нормативів, процедур контролю, технологій для підтримання технічного стану автомобілів на рівні, який гарантує викид шкідливих речовин, не вищий за нормативний, а також впровадження екологічних стандартів й перехід підприємств до збалансованого еколого-економічного розвитку є основою для зменшення негативного впливу на стан атмосферного повітря.

У статті [3] продемонстровано можливості використання регресійного аналізу для оцінки впливу забрудненості компонентів природи на захворюваність населення. На основі 17 показників у розрізі адміністративних районів Житомирської області встановлено вибірковий характер впливу стану забрудненості окремих компонентів довкілля на кількісні характеристики та особливості поширення окремих видів захворюваності населення. Виявлено, що серед екологічних характеристик найсуттєвіший вплив на захворюваність населення у Житомирській області мають такі показники, як щільність викидів забруднюючих речовин в атмосферне повітря на 1 км² та утворення відходів I–IV класів небезпеки. За формулами регресійної залежності визначено ймовірні зміни показників захворюваності в разі зростання чи зменшення параметрів стану довкілля.

У статті [4] розглянули зміни якості атмосферного повітря за вмістом твердих мікрочастинок (РМ 2,5) в містах України в умовах карантину та воєнного стану. В дослідженні було використано індекси якості атмосферного

повітря (AQI) для $PM_{2,5}$, розраховані на основі вимірювань твердих мікрочастинок постами громадського моніторингу атмосферного повітря в містах України. Дослідження проведене з використанням методів системного аналізу, порівняння, узагальнення. В результаті дослідження дійшли до висновків, що забруднення повітря дрібними мікрочастинками $PM_{2,5}$ в містах України має сезонну динаміку. Найбільші значення індексів забруднення повітря для $PM_{2,5}$ спостерігаються у холодний період через викиди від спалювання викопного палива для обігріву приміщень. Запровадження карантину позитивно вплинуло на якість атмосферного повітря за вмістом $PM_{2,5}$ в містах на початковому етапі. Умови воєнного стану мають різний вплив на якість атмосферного повітря за вмістом $PM_{2,5}$. Встановлено, що вагомим чинником забруднення атмосферного повітря $PM_{2,5}$, який суттєво впливає на якість атмосферного повітря в містах, є пожежі в природних системах.

У статті [5] проведено аналіз впливу автотранспортного комплексу на здоров'я людей, що проживають на придорожніх територіях Шевченківського та Святошинського районів м. Києва. В результаті проведеного дослідження виявлено, що рівень забруднення атмосферного повітря поблизу автомагістралі, в найбільшій мірі, спричинений перевищенням ГДК діоксиду Нітрогену в 3,3 рази, діоксиду Сульфуру – в 1,4 рази, формальдегіду – в 1,6 разів. Сумарний ризик здоров'ю населення, внаслідок забруднення трьома шкідливими домішками становить більше 0,2, що означає проявлення в людей, що проживають на досліджуваних територіях, важких хронічних ефектів протягом життя. Таким чином стан атмосферного повітря у Шевченківському та Святошинському районах м. Києва вважається небезпечним для здоров'я населення і потребує заходів щодо мінімізації екологічних ризиків. При цьому рівні ризиків для здоров'я населення на територіях житлових забудов, де утворюються масштабні стоянки приватних АТЗ, є на порядок вищими.

У статті [6] розглядаються методи апроксимації і прогнозування осідань контрольних реперів і марок споруд. Особливу увагу приділено

експоненціальній функції з використанням простого і точного способу визначення коефіцієнта інтенсивності осідання за середніми значеннями самих осідань і часових інтервалів, який дозволяє суттєво зменшити обсяг ітераційних обчислень. Запропонований у статті точний (інтегральний) метод визначення коефіцієнта інтенсивності осідання дозволяє практично вилучити ітераційний процес обчислень і за даними апроксимації осідань уточнювати коефіцієнти стискування або пористості ґрунту, які визначаються із лабораторних досліджень ґрунту. Показано ефективність застосування методу дрібнорациональної функції та практичну недоцільність використання функції поліному та синусоїди для апроксимації осідань. Доведено, що запропонований В. В. Зіборовим метод дрібнорациональної функції є найпростішим в організації обчислень.

У статті [7] розглянуто можливості та особливості використання функцій, які формуються як корені відповідної степені із поліномів тієї самої степені, для інтерполяції та апроксимації граничної траєкторії електронного пучка у разі його проходження в іонізованому газі за умови компенсації власного просторового заряду електронів позитивними іонами залишкового газу. Показано, що характер функціональних залежностей, які розглядаються, відповідає адекватному описанню граничних траєкторій короткофокусних електронних пучків за визначених фізичних умов. Математичні функції, що задаються як корені відповідної степені із поліномів тієї самої степені, мають один глобальний мінімум, а за межами області мінімуму їхня поведінка є близькою до лінійної. Саме такі функціональні залежності у разі правильного підбору поліноміальних коефіцієнтів найбільш точно та адекватно описують граничні траєкторії короткофокусних електронних пучків за умови їхнього транспортування в іонізованому газі. Обґрунтовано, що для пошуку оптимальних значень поліноміальних коефіцієнтів в ході розв'язування задачі апроксимації зручно використовувати символічний процесор та бібліотечні функції системи науково-технічних розрахунків MatLab. Розглянуті тестові

прикладі такої апроксимації та показано, що її похибка за умови правильного підбору поліноміальних коефіцієнтів не перевищує 10%.

У статті [8] розглянуто одновимірну математичну модель трансформації й перенесення забруднюючих речовин у водному середовищі на прикладі р. Хомора Хмельницької області, що дало змогу виконати прогнозування поширення марганцю у водному середовищі. Проаналізовано особливості зв'язування іонів марганцю з толовими сполуками в живих організмах і їх біологічну дію. У результатах дослідження дійшли висновків, що наявність марганцю в стічних водах спричиняє негативні наслідки для флори і фауни водойм, у які відбувається скид стічних вод паперових підприємств. Використовуючи одновимірну математичну модель трансформації й перенесення забруднюючих речовин, установили перевищення ГДК марганцю на відстані 10 км від місця скидання стічних вод більше ніж у 2,5 рази. На основі отриманих результатів довели необхідність установлення очисного обладнання.

У статті [9] подано детальний поетапний аналіз всього циклу створення та функціонування фотоелектричних станцій в Україні з прив'язкою його до вимог щодо дотримання та забезпечення екології та охорони навколишнього природного середовища. Проаналізовано всі основні етапи, починаючи з того, на яких землях можна розміщувати фотоелектричні станції, яке обладнання необхідно переважно використовувати, як доцільно експлуатувати ці станції та закінчуючи виведенням їх з експлуатації та утилізацією складових частин станцій і рекультивацією території. При цьому враховано також і прогнозування екологічних ризиків, проведення державного моніторингу навколишнього природного середовища, врахування віддалених екологічних наслідків, щоб вплив діяльності людини на довкілля, технологічне навантаження на природне середовище були мінімальними. На основі проведеного аналізу нормативно-правової та рекомендаційної документації з екологічної та природоохоронної проблематики та її дотримання з прив'язкою

до фотоелектричних станцій, що є обов'язковим за умови проектування, будівництва та експлуатації ФЕС, розроблено методичні рекомендації

У статті [10] розглянуто прогноз як передбачення можливих або бажаних перспектив, станів, рішень проблем майбутнього на підприємстві. Визначено, що передбачення є власне вирішенням цих проблем, яке передбачає використання інформації про майбутнє в цілеспрямованій діяльності. Запропоновано науково-методичний підхід до побудови економічного прогнозу на промисловому підприємстві. Підхід побудовано на визначенні мети прогнозу, його основних завдань, етапів розроблення прогнозів на промисловому підприємстві, визначенні функцій прогнозування на промисловому підприємстві, основних елементів організації прогнозування. Виокремлено види прогнозів, які можуть здійснювати на підприємстві. У табличній формі наведена їх класифікація. Охарактеризовано сутнісні ознаки прогнозів. Показано в табличній формі відмінності прогнозування та планування. У результаті дослідження запропоновані підходи сприятимуть підвищенню ефективності планування діяльності підприємства шляхом підвищення якості здійснюваних на підприємстві прогнозів.

У статті [11] описано та проаналізовано такі методи прогнозування параметрів забруднення атмосферного повітря: метод наївного прогнозу та методи прогнозування на основі лінійної нейроподібної структури моделі послідовних геометричних перетворень. Оскільки метод наївного прогнозу є найпростішим серед всіх наявних методів, було виконано порівняння методу прогнозування на основі лінійної нейроподібної структури моделі послідовних геометричних перетворень (НС МПГП) саме зі згаданим методом, з метою визначення який метод результує з кращими показниками. Експериментально доведено, що метод прогнозування тренду шкідливої домішки СО на основі лінійної нейроподібної структури моделі послідовних геометричних перетворень є ефективним методом, оскільки показує точніші результати, ніж метод наївного прогнозу. Тому за допомогою розроблюваного методу виконано

короткочасне багатокрокове прогнозування тренду забруднення атмосферного повітря.

У тезах [12] проведено аналіз викидів забруднюючої речовини у м. Запоріжжя. Для дослідження обрали дані викидів оксиду вуглецю. Оскільки дані вимірювали не систематично, необхідно було їх відновити для подальших розрахунків. Для відновлення використовували апроксимуючу функцію. Наступний крок був побудувати прогноз на 2022 рік та проаналізувати приблизну тенденцію викидів оксиду вуглецю в атмосферне повітря. За отриманими результатами дійшли висновку, що кількість забруднюючої речовини у повітрі збільшується.

У тезах [13] досліджено задачу відновлення даних методом апроксимації. Дослідження було проведено на даних викидів твердих частинок $PM_{2,5}$ за 2022 рік. Проаналізувавши отримані результати, обрали апроксимуючий многочлен, який найкраще описує початкові дані, та дійшли висновку, що для подальшого зменшення похибки необхідно дослідити задачу з більшою кількістю вхідних даних або з нелінійною функцією апроксимації.

2 ЗАДАЧА АНАЛІЗУ ЯКОСТІ АТМОСФЕРНОГО ПОВІТРЯ

2.1 Якість атмосферного повітря

Стан атмосферного повітря – один з головних чинників, які впливають на здоров'я населення. У всьому світі показники забруднення намагаються скорочувати, однак Україні це поки що не вдається.

Щороку по всій країні в атмосферу виділяється близько 17 млн. тонн шкідливих речовин. Стан атмосферного повітря в Україні викликає занепокоєність екологічних організацій та медиків. Згідно з даними Всесвітньої Організації Охорони Здоров'я, забруднення повітря є основним екологічним чинником збільшення захворюваності та смертності в світі. За цим показником вже не один рік лідирує Україна. І, як наслідок, має високий відсоток захворюваності на різні хвороби.

Основними забруднювачами повітря в Україні є підприємства чорної металургії, енергетики, вугільної промисловості, хімічної та нафтохімічної промисловості. Однак, значний вплив на це мають також викиди з ТЕЦ та автомобілі, кількість яких щороку зростає.

Зміни у навколишньому природному середовищі відбуваються під впливом природних і антропогенних (зумовлених діяльністю людини) біосферних факторів. Пізнання цих змін неможливе без виокремлення антропогенних процесів на фоні природних, для чого й організовують спеціальні спостереження за різноманітними параметрами біосфери, які змінюються внаслідок людської діяльності. Саме у спостереженні за довкіллям, оцінюванні його фактичного стану, прогнозуванні його розвитку полягає сутність моніторингу.

Моніторинг атмосферного повітря – це система спостережень за станом атмосфери, його забруднення і природними явищами, які відбуваються в ньому, а також оцінки і прогноз стану атмосферного повітря (контроль, аналіз, висновки) [14].

Саме завдяки моніторингу люди змогли дослідити та визначити ступінь небезпеки викидів забруднюючих речовин для навколишнього середовища.

Вважається, що найшкідливішими компонентами забруднення для довкілля є оксиди вуглецю, сірки, азоту, сполучень фосфору, синтетичні органічні речовини, радіоізотопи, протихімічні оксиданти, нафтопродукти.

Найнебезпечнішими для людини та навколишнього природного середовища навіть у дуже низьких концентраціях є тверді частинки.

Particulate matter (PM) це мікроскопічні тверді частинки. Фактично - це все в повітрі, що не є газом, і складається з величезного різноманіття хімічних сполук та матеріалів, деякі з яких можуть бути токсичними. Через невеликий розмір багатьох частинок, що утворюють РМ, деякі з цих токсинів через дихання можуть потрапляти в кров і транспортуватися по всьому тілу, осідаючи в серці, мозку та інших органах.

Тому вплив РМ може призвести до серйозних наслідків для здоров'я, особливо для вразливих груп людей, таких як молодь, люди похилого віку та люди з проблемами дихання.

Тверді частинки класифікуються за розміром:

- Частки грубого пилу (PM₁₀) діаметром від 2,5 до 10 мікрометрів. Джерело: цвіль, спори, пилок, дим, бруд і пил із заводів та сільського господарства.
- Тонкі частки (PM_{2.5}) діаметром 2,5 мікрометра або менші, і їх можна побачити лише електронним мікроскопом. Джерело: процеси горіння, продукуються транспортними засобами, електростанціями. Спалювання деревини (житлові котли тощо), лісові пожежі, спалювання сільськогосподарських відходів та деякі промислові процеси, що продукують токсичні органічні сполуки та важкі метали є також джерелом даного типу часток.

Частинки РМ можуть долати великі відстані в атмосфері - вони переносяться вітрами на сотні кілометрів. Невелика частка РМ надходить із природних джерел, таких як пилок та морські бризки. Ще частина надходить із

сусідніх країн. Однак основна частина концентрацій РМ в Україні надходить з місцевих антропогенних джерел, таких як викиди від спалення палива (промислові підприємства, пожежі у лісових масивах, автотранспорт), знос шин та гальм (колодок та гальмівних дисків) транспортних засобів.

У містах підвищення концентрацій РМ зазвичай спостерігається біля доріг зі жвавим автомобільним трафіком та у безпосередній зоні підприємств-забруднювачів у залежності від напрямку та швидкості вітру. Дуже забруднене повітря буває саме у ті дні, коли вітру немає взагалі (штиль), або вітер дуже слабкий. Тоді у приземному шарі відбувається швидке накопичення частинок забруднення, що не виносяться у верхню атмосферу та за межі населеного пункту. Повітря може мати запах гарі, зменшується видимість, спостерігається смог чи імла. Також можна вважати забрудненим повітря у містах під час серпанку чи туману. Мікроскопічні крапельки води, що літають у повітрі під час туману, вже не є чистою водою. Вони можуть складатися з розчину шкідливих хімічних речовин, що потрапляють в краплі із забрудненого автотранспортом повітря. Адже туман зазвичай буває при дуже слабкому вітрі, а найчастіше - під час штилю.

Законодавством встановлено гранично допустимі норми кількості цих частинок у повітрі. В залежності від концентрації (мкг/м³) РМ у повітрі визначають індекс якості повітря (табл. 2.1).

Таблиця 2.1 – Гранично допустимі норми кількості твердих частинок у повітрі

Індекс якості повітря	PM _{2,5}	PM ₁₀
Добрий	0	0
Задовільний	12	54
Шкідливий для групи ризику	35	154
Шкідливий	55	254
Дуже шкідливий	150	354
Небезпечний	250	424

Для аналізу були використані дані зі станції моніторингу, яка знаходиться у місті Запоріжжя за адресою бульвар Центральний 22А (дані з <https://waqi.info/uk/#/c/7.058/8.869/2.4z> – забруднення повітря у світі: Індекс якості повітря в реальному часі).

Індекс якості повітря базується на вимірюванні твердих часток (PM2.5 та PM10), озону (O₃), діоксиду азоту (NO₂), діоксид сірки (SO₂) та викиди вуглецю (Monophilic carbon monoxide).

Для подальшої роботи були використані середньодобові значення твердих частинок PM2,5 та PM10. Оскільки дані за кожен день протягом трьох років вимірювались не систематично, було вирішено розрахувати середньомісячне значення (табл. 2.2).

Таблиця 2.2 – Середньомісячні дані твердих частинок PM2,5 та PM10

Період	PM2,5	PM10
Січ.20	21,616	51,465
Лют.20	10,842	25,688
Бер.20	10,373	29,449
Кві.20	7,554	17,962
Тра.20	4,389	10,123
Чер.20	4,526	12,222
Лип.20	4,738	12,833
Сер.20	6,555	15,134
Вер.20	6,384	24,849
Жов.20	11,320	33,035
Лис.20	16,321	36,434
Гру.20	16,383	40,661
Січ.21	18,015	43,595
Лют.21	16,803	39,169
Бер.21	16,517	39,263
Кві.21	11,776	24,569
Тра.21	4,257	10,334
Чер.21	7,153	19,263
Лип.21	11,355	23,821
Сер.21	15,487	29,819
Вер.21	12,555	31,212
Жов.21	18,401	40,850
Лис.21	17,137	36,602

Продовження таблиці 2.2

Період	PM2,5	PM10
Гру.21	15,884	36,985
Січ.22	13,203	33,194
Лют.22	14,843	34,042
Бер.22	8,149	19,265
Кві.22	8,377	18,874
Тра.22	3,537	9,037
Чер.22	5,783	13,316
Лип.22	5,521	11,538
Сер.22	11,033	26,343
Вер.22	6,451	12,912
Жов.22	5,835	12,164
Лис.22	14,479	30,410
Гру.22	14,414	32,719
Січ.23	13,003	30,458

Побудуємо графік вихідних даних.

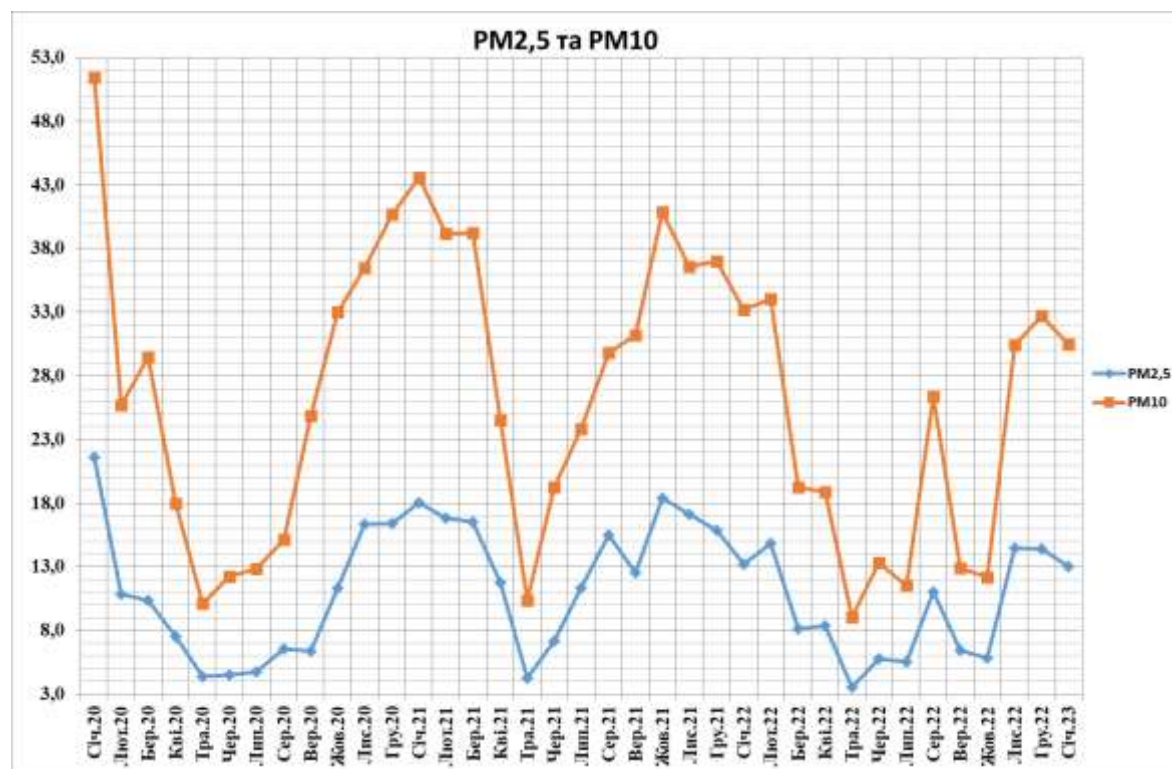


Рисунок 2.1 – Графік вихідних даних

Аналізуючи графік (рис. 2,1), ми можемо сказати, що основна тенденція викидів твердих частинок PM2,5 та PM10 за 2020 – 2022 роки зумовлена на

зменшення. Також на графіку видно, що викиди не є систематичними, у різні місяці вони то зменшуються, то збільшуються. Найчастіше основний пік збільшення викидів припадає на зимову пору року. Це може бути обумовлено тим, що взимку збільшується кількість використання різних обігрівачів, від яких в повітря потрапляють викиди спалювальних елементів. А більшість зелених насаджень, які зменшують концентрацію газів і пилу у повітрі перебувають у сплячці в цей період. Ще помітна тенденція, що з кожним роком загальна кількість викидів зменшується. Ця тенденція обумовлена тим, що у 2020-2021 роках були запроваджені карантинні норми, при яких підприємства певний період не працювали і від них зменшилась кількість викидів, що вплинуло на загальну кількість твердих частинок $PM_{2,5}$ та PM_{10} в повітрі. У 2022 році характерним є зменшення випадів від лютого, оскільки на початку повномасштабного вторгнення повністю припинили функціонувати майже всі підприємства у Запоріжжі. Далі протягом року ми бачимо коливання то зменшення то збільшення викидів, це обумовлено тим, що певні підприємства відновили функціонування, також значна частина викидів надходить від результатів воєнних дій. Таким чином, можемо сказати, що дослідження якості повітря є актуальною темою у будь-який період, оскільки будь-які дії людства впливають на викиди у атмосферу, а міжнародними організаціями доведено, що від кількості викидів залежить існування людства на планеті.

Для аналізу нам необхідно мати дані за кожен місяць протягом трьох років. Дуже часто дані бувають відсутні не тільки декілька днів, а й декілька тижнів, місяців. В таких випадках необхідно відновити відсутні дані. Для цього застосуємо метод апроксимації.

2.2 Постановка задачі апроксимації

Задача апроксимації – це відновлення невідомої функції по заданих вузлах. Нехай функція $y = f(x)$ задана таблицею своїх значень (табл. 2.3).

Таблиця 2.3 – значення функції $y = f(x)$

x	x_0	x_1	...	x_n
y	y_0	y_1	...	y_n

А сама функція вважається невідомою. Побудуємо таку функцію $\varphi(x, c) = \varphi(x, c_0, c_1, \dots, c_m)$, яка не повністю збігається із заданою $f(x)$ в заданих вузлах. На практиці частково виникає задача апроксимації таблично заданої функції, значення якої відомо приблизно. В цьому випадку будують функцію $\varphi(x, c)$, яка проходить поблизу заданих точок, а не точно через них, що дозволяє згладити вплив випадкових помилок в значення функції [12].

Найбільш відомим і ефективним з методів розв'язання задачі апроксимації функцій є метод найменших квадратів (МНК).

2.3 Метод найменших квадратів

Апроксимуюча функція $\varphi(x)$ береться з певного параметричного сімейства функцій, і її параметри підбираються так, щоб сума квадратів відхилень обчислюваних значень $\varphi(x_i)$ від заданих наближених значень y_i була мінімальною. Число даних наближень значень y_i має бути не меншим ніж число параметрів в $\varphi(x)$. Задаємо $y = \varphi(x, a_1, \dots, a_m)$ і шукаємо значення параметрів в a_i , розв'язуючи екстремальну задачу:

$$\sum_{i=0}^n (\varphi(x, a_1, \dots, a_m) - y_i)^2 \rightarrow \min \quad (2.1)$$

Оптимальний набір параметрів може бути знайдений з системи:

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^n (\varphi(x, a_1, \dots, a_m) - y_i) \frac{\partial \varphi}{\partial a_1} \Big|_{x=x_i} = 0 \\ \sum_{i=0}^n (\varphi(x, a_1, \dots, a_m) - y_i) \frac{\partial \varphi}{\partial a_m} \Big|_{x=x_i} = 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

2.4 Апроксимуюча функція для твердих частинок PM2,5

Маємо дані викидів твердих частинок PM2,5 за 2022 рік. Нехай будуть відсутні дані за липень 2022 року. Нам необхідно їх відновити. Для цього використаємо метод апроксимації. Для початку нам необхідно визначитись з вузлами апроксимації. Вузли потрібно обрати таким чином, щоб вони були рівномірно віддалені. Таким чином, маючи дані за всі 12 місяців 2022 року, ми можемо обрати два, три або шість вузлів. Ми обрали шість вузлів (лютий, квітень, червень, серпень, жовтень, грудень). Далі ми будемо апроксимацію на 6-ьох вузлах. Для того щоб відтворене значення було найбільш наближеним до реального, ми вирішили побудувати апроксимаційний многочлен шести ступенів. Скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab.

На початку будемо апроксимаційний многочлен 1-го степеня. Наступний крок обчислення значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Далі, щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки нам потрібно розрахувати залишки (похибку).

Таблиця 2.4 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 1-го степеня твердих частинок PM2,5 за 2022 рік

	PM2,5	Апроксимація 1-го Ступеня	Похибка
Січ.22	13,203	10,435	2,767580645

Продовження таблиці 2.4

	PM_{2,5}	Апроксимація 1-го Ступеня	Похибка
Лют.22	14,843	10,3704	4,4721
Бер.22	8,149	10,3058	2,157133333
Кві.22	8,377	10,2413	1,863892593
Тра.22	3,537	10,1767	6,639914286
Чер.22	5,783	10,1121	4,329468421
Лип.22	5,521	10,0475	4,526209677
Сер.22	11,033	9,9829	1,050433333
Вер.22	6,451	9,9183	3,466966667
Жов.22	5,835	9,8537	4,018283333
Лис.22	14,479	9,7892	4,6898
Гру.22	14,414	9,7246	4,688971429

Оскільки січень не потрапляє в діапазон апроксимації, тому його значення на похибку методу не впливає. При апроксимації 1-го ступеня похибка в липні становить – 4,53. Максимальна похибка у контрольних точках – 6,64. У цьому випадку отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Далі будемо апроксимацію 2-го ступеня. Знову скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab. Потім обчислює значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). І щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки розраховуємо залишки (похибку).

Таблиця 2.5 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 2-го степеня твердих частинок PM_{2,5} за 2022 рік

	PM_{2,5}	Апроксимація 2-го Ступеня	Похибка
Січ.22	13,203	17,4753	4,272719355

Продовження таблиці 2.5

	PM2,5	Апроксимація 2-го Ступеня	Похибка
Лют.22	14,843	14,2281	0,6144
Бер.22	8,149	11,5596	3,410933333
Кві.22	8,377	9,4697	1,092292593
Тра.22	3,537	7,9585	4,421714286
Чер.22	5,783	7,0259	1,243268421
Лип.22	5,521	6,672	1,150709677
Сер.22	11,033	6,8968	4,136533333
Вер.22	6,451	7,7002	1,248866667
Жов.22	5,835	9,0822	3,246783333
Лис.22	14,479	11,0429	3,4361
Гру.22	14,414	13,5823	0,831271429

При апроксимації 2-го ступеня похибка в липні становить – 1,15. Максимальна похибка у контрольних точках – 4,42. Для апроксимації 2-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Далі будуюмо апроксимацію 3-го ступеня. Скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab. Далі обчислює значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Для того, щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки розраховуємо залишки (похибку).

Таблиця 2.6 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 3-го степеня твердих частинок PM2,5 за 2022 рік

	PM2,5	Апроксимація 3-го Ступеня	Похибка
Січ.22	13,203	18,0624	4,859819355
Лют.22	14,843	14,3767	0,4658
Бер.22	8,149	11,4555	3,306833333
Кві.22	8,377	9,2616	0,884192593

Продовження таблиці 2.6

	PM2,5	Апроксимація 3-го Ступеня	Похибка
Тра.22	3,537	7,7578	4,221014286
Чер.22	5,783	6,907	1,124368421
Лип.22	5,521	6,672	1,150709677
Сер.22	11,033	7,0157	4,017633333
Вер.22	6,451	7,9008	1,449466667
Жов.22	5,835	9,2903	3,454883333
Лис.22	14,479	11,1469	3,3321
Гру.22	14,414	13,4336	0,979971429

При апроксимації 3-го ступеня похибка в липні становить – 1,15. Максимальна похибка у контрольних точках – 4,22. У цьому випадку отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Будуємо апроксимаційний многочлен 4-го ступеня. Знову скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab. Наступний крок обчислити значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). І, щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки розраховуємо залишки (похибку).

Таблиця 2.7 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 4-го ступеня твердих частинок PM2,5 за 2022 рік

	PM2,5	Апроксимація 4-го Ступеня	Похибка
Січ.22	13,203	28,6071	15,40451935
Лют.22	14,843	15,1001	0,2576
Бер.22	8,149	8,89	0,741333333
Кві.22	8,377	7,0917	1,285707407
Тра.22	3,537	7,4527	3,915914286

Продовження таблиці 2.7

	PM2,5	Апроксимація 4-го Ступеня	Похибка
Чер.22	5,783	8,3537	2,571068421
Лип.22	5,521	8,8081	3,286809677
Сер.22	11,033	8,4623	2,571033333
Вер.22	6,451	7,5957	1,144366667
Жов.22	5,835	7,1203	1,284883333
Лис.22	14,479	8,5814	5,8976
Гру.22	14,414	14,1569	0,256671429

При апроксимації 4-го ступеня похибка в липні становить – 3,29. Максимальна похибка у контрольних точках – 5,9. У результаті для апроксимуючого многочлена 4-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Далі будуюмо апроксимаційний многочлен 5-го ступеня. Для цього скористаємось вбудованою функцією Matlab. Потім обчислюємо значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Далі розраховуємо залишки (похибку) для того щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки.

Таблиця 2.8 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 5-го степеня твердих частинок PM2,5 за 2022 рік

	PM2,5	Апроксимація 5-го Ступеня	Похибка
Січ.22	13,203	-3,7433	16,94588065
Лют.22	14,843	14,843	0,0005
Бер.22	8,149	14,0153	5,866633333
Кві.22	8,377	8,377	0,000407407
Тра.22	3,537	5,0668	1,530014286

Продовження таблиці 2.8

	PM2,5	Апроксимація 5-го Ступеня	Похибка
Чер.22	5,783	5,783	0,000368421
Лип.22	5,521	8,8081	3,286809677
Сер.22	11,033	11,033	0,000333333
Вер.22	6,451	9,9816	3,530266667
Жов.22	5,835	5,835	0,000416667
Лис.22	14,479	3,4561	11,0229
Гру.22	14,414	14,414	0,000428571

При апроксимації 5-го ступеня похибка в липні становить – 3,29. Максимальна похибка у контрольних точках – 11,02. У апроксимуючого многочлена 5-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні, мінімальну похибку у вузлах та велику максимальну похибку у контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Наступний крок побудувати апроксимаційний многочлен 6-го ступеня. Для цього скористаємось вбудованою функцією Matlab. Далі обчислюємо значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Потім розраховуємо залишки (похибку) для того щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки.

Таблиця 2.9 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 6-го ступеня твердих частинок PM2,5 за 2022 рік

	PM2,5	Апроксимація 6-го Ступеня	Похибка
Січ.22	13,203	13,6874	0,484819355
Лют.22	14,843	14,843	0,0005
Бер.22	8,149	12,4307	4,282033333
Кві.22	8,377	8,377	0,000407407
Тра.22	3,537	5,595	2,058214286

Продовження таблиці 2.9

	PM2,5	Апроксимація 6-го Ступеня	Похибка
Чер.22	5,783	5,783	0,000368421
Лип.22	5,521	8,4308	2,909509677
Сер.22	11,033	11,033	0,000333333
Вер.22	6,451	10,5098	4,058466667
Жов.22	5,835	5,835	0,000416667
Лис.22	14,479	1,8715	12,6075
Гру.22	14,414	14,414	0,000428571

При апроксимації 6-го ступеня похибка в липні становить – 2,91. Максимальна похибка у контрольних точках – 12,61. У апроксимуючого многочлена 6-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні, мінімальну похибку у вузлах та велику максимальну похибку у контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Збільшення ступеню апроксимації (тобто, перехід до інтерполяції) зменшує похибку у вузлах до мінімуму, проте збільшує похибку в контрольній точці. Тому для наших вихідних даних за 2022 рік найкращий апроксимуючий многочлен буде – многочлен 3-го ступеня.

Нехай нам відомі дані викидів твердих частинок PM2,5 за 2021-2022 роки, за виключенням липня 2022 року. Нам необхідно їх відновити. Для цього знову використаємо метод апроксимації. Спочатку нам необхідно визначитись з новими вузлами апроксимації. Вузли потрібно обрати таким чином, щоб вони були рівномірно віддалені. Таким чином, маючи дані за всі 24 місяці 2021-2022 року, ми можемо обрати чотири, п'ять, сім або дванадцять вузлів. Ми обради дванадцять вузлів (лютий 2021р., квітень 2021р., червень 2021р., серпень 2021р., жовтень 2021р., грудень 2021р., лютий 2022р., квітень 2022р., червень 2022р., серпень 2022р., жовтень 2022р., грудень 2022р.).

Далі ми будемо апроксимацію на 12-ти вузлах. Для того щоб відтворене значення було найбільш наближеним до реального, ми вирішили побудувати апроксимаційний многочлен шести ступенів. Скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab.

На початку будемо апроксимаційний многочлен 1-го степеня. Наступний крок обчислення значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Далі, щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки нам потрібно розрахувати залишки (похибку).

Таблиця 2.10 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 1-го степеня твердих частинок PM_{2,5} за 2021-2022 роки

	PM_{2,5}	Апроксимація 1-го Ступеня	Похибка
Січ.21	18,015	14,923	3,092333333
Лют.21	16,803	14,6918	2,1107
Бер.21	16,517	14,4606	2,056819355
Кві.21	11,776	14,2295	2,4535
Тра.21	4,257	13,9983	9,741633333
Чер.21	7,153	13,7672	6,6142
Лип.21	11,355	13,536	2,180642857
Сер.21	15,487	13,3049	2,182491304
Вер.21	12,555	13,0737	0,518366667
Жов.21	18,401	12,8426	5,558169231
Лис.21	17,137	12,6114	4,525151724
Гру.21	15,884	12,3802	3,503993548
Січ.22	13,203	12,1491	1,053480645
Лют.22	14,843	11,9179	2,9246
Бер.22	8,149	11,6868	3,538133333
Кві.22	8,377	11,4556	3,078192593
Тра.22	3,537	11,2245	7,687714286
Чер.22	5,783	10,9933	5,210668421
Лип.22	5,521	10,7621	5,240809677
Сер.22	11,033	10,531	0,502333333
Вер.22	6,451	10,2998	3,848466667
Жов.22	5,835	10,0687	4,233283333
Лис.22	14,479	9,8375	4,6415
Гру.22	14,414	9,6064	4,807171429

Оскільки січень 2021 року не потрапляє в діапазон апроксимації, тому його значення на похибку методу не впливає. При апроксимації 1-го ступеня похибка в липні становить – 5,24. Максимальна похибка у контрольних точках – 9,74. У цьому випадку отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Далі будемо апроксимацію 2-го ступеня. Знову скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab. Потім обчислює значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). І щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки розраховуємо залишки (похибку).

Таблиця 2.11 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 2-го степеня твердих частинок PM_{2,5} за 2021-2022 роки

	PM_{2,5}	Апроксимація 2-го Ступеня	Похибка
Січ.21	18,015	14,6932	3,322133333
Лют.21	16,803	14,5169	2,2856
Бер.21	16,517	14,3358	2,181619355
Кві.21	11,776	14,15	2,374
Тра.21	4,257	13,9594	9,702733333
Чер.21	7,153	13,764	6,611
Лип.21	11,355	13,5638	2,208442857
Сер.21	15,487	13,3589	2,128491304
Вер.21	12,555	13,1492	0,593866667
Жов.21	18,401	12,9348	5,465969231
Лис.21	17,137	12,7155	4,421051724
Гру.21	15,884	12,4915	3,392693548
Січ.22	13,203	12,2628	0,939780645
Лют.22	14,843	12,0292	2,8133
Бер.22	8,149	11,7909	3,642233333
Кві.22	8,377	11,5478	3,170392593
Тра.22	3,537	11,3	7,763214286

Продовження таблиці 2.11

	PM2,5	Апроксимація 2-го Ступеня	Похибка
Чер.22	5,783	11,0474	5,264768421
Лип.22	5,521	10,79	5,268709677
Сер.22	11,033	10,5278	0,505533333
Вер.22	6,451	10,2609	3,809566667
Жов.22	5,835	9,9892	4,153783333
Лис.22	14,479	9,7127	4,7663
Гру.22	14,414	9,4315	4,982071429

При апроксимації 2-го ступеня похибка в липні становить – 5,27. Максимальна похибка у контрольних точках – 9,7. Для апроксимації 2-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Далі будуємо апроксимацію 3-го ступеня. Скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab. Далі обчислює значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Для того, щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки розраховуємо залишки (похибку).

Таблиця 2.12 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 3-го степеня твердих частинок PM2,5 за 2021-2022 роки

	PM2,5	Апроксимація 3-го Ступеня	Похибка
Січ.21	18,015	11,2796	6,735733333
Лют.21	16,803	12,6076	4,1949
Бер.21	16,517	13,6126	2,904819355
Кві.21	11,776	14,3235	2,5475
Тра.21	4,257	14,7694	10,51273333
Чер.21	7,153	14,979	7,826
Лип.21	11,355	14,9813	3,625942857
Сер.21	15,487	14,8054	0,681991304

Продовження таблиці 2.12

	PM2,5	Апроксимація 3-го Ступеня	Похибка
Вер.21	12,555	14,48	1,924666667
Жов.21	18,401	14,0341	4,366669231
Лис.21	17,137	13,4966	3,639951724
Гру.21	15,884	12,8965	2,987693548
Січ.22	13,203	12,2628	0,939780645
Лют.22	14,843	11,6242	3,2183
Бер.22	8,149	11,0099	2,861233333
Кві.22	8,377	10,4486	2,071192593
Тра.22	3,537	9,9693	6,432514286
Чер.22	5,783	9,6009	3,818268421
Лип.22	5,521	9,3725	3,851209677
Сер.22	11,033	9,3128	1,720533333
Вер.22	6,451	9,4509	2,999566667
Жов.22	5,835	9,8156	3,980183333
Лис.22	14,479	10,4359	4,0431
Гру.22	14,414	11,3407	3,072871429

При апроксимації 3-го ступеня похибка в липні становить – 3,85. Максимальна похибка у контрольних точках – 10,51. У цьому випадку отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Будуємо апроксимаційний многочлен 4-го ступеня. Знову скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab. Наступний крок обчислити значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). І, щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки розраховуємо залишки (похибку).

Таблиця 2.13 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 4-го степеня твердих частинок PM_{2,5} за 2021-2022 роки

	PM _{2,5}	Апроксимація 4-го Ступеня	Похибка
Січ.21	18,015	21,3619	3,346566667
Лют.21	16,803	16,1503	0,6522
Бер.21	16,517	12,9928	3,524619355
Кві.21	11,776	11,4249	0,3511
Тра.21	4,257	11,0295	6,772833333
Чер.21	7,153	11,4362	4,2832
Лип.21	11,355	12,3218	0,966442857
Сер.21	15,487	13,4097	2,077691304
Вер.21	12,555	14,4707	1,915366667
Жов.21	18,401	15,3223	3,078469231
Лис.21	17,137	15,8291	1,307451724
Гру.21	15,884	15,9025	0,018306452
Січ.22	13,203	15,5011	2,298519355
Лют.22	14,843	14,6302	0,2123
Бер.22	8,149	13,3423	5,193633333
Кві.22	8,377	11,7368	3,359392593
Тра.22	3,537	9,96	6,423214286
Чер.22	5,783	8,2053	2,422668421
Лип.22	5,521	6,7129	1,191609677
Сер.22	11,033	5,7701	5,263233333
Вер.22	6,451	5,711	0,740333333
Жов.22	5,835	6,917	1,081583333
Лис.22	14,479	9,8161	4,6629
Гру.22	14,414	14,8835	0,469928571

При апроксимації 4-го ступеня похибка в липні становить – 1,19. Максимальна похибка у контрольних точках – 6,77. У апроксимуючого многочлена 4-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Далі будуюмо апроксимаційний многочлен 5-го ступеня. Для цього скористаємось вбудованою функцією Matlab. Потім обчислюємо значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Далі розраховуємо залишки (похибку) для того щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки.

Таблиця 2.14 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 5-го ступеня твердих частинок PM_{2,5} за 2021-2022 роки

	PM_{2,5}	Апроксимація 5-го Ступеня	Похибка
Січ.21	18,015	27,8206	9,805266667
Лют.21	16,803	17,322	0,5195
Бер.21	16,517	11,6541	4,863319355
Кві.21	11,776	9,4011	2,3749
Тра.21	4,257	9,394	5,137333333
Чер.21	7,153	10,6906	3,5376
Лип.21	11,355	12,5553	1,199942857
Сер.21	15,487	14,4394	1,047991304
Вер.21	12,555	15,9609	3,405566667
Жов.21	18,401	16,8846	1,516169231
Лис.21	17,137	17,1023	0,034251724
Гру.21	15,884	16,6126	0,728406452
Січ.22	13,203	15,5011	2,298519355
Лют.22	14,843	13,9201	0,9224
Бер.22	8,149	12,0691	3,920433333
Кві.22	8,377	10,1746	1,797192593
Тра.22	3,537	8,4699	4,933114286
Чер.22	5,783	7,1756	1,392968421
Лип.22	5,521	6,4793	0,958009677
Сер.22	11,033	6,5157	4,517633333
Вер.22	6,451	7,3465	0,895166667
Жов.22	5,835	8,9408	3,105383333
Лис.22	14,479	11,1548	3,3242
Гру.22	14,414	13,7118	0,701771429

При апроксимації 5-го ступеня похибка в липні становить – 0,96. Максимальна похибка у контрольних точках – 5,14. У апроксимуючого многочлена 5-го ступеня отримали невелику похибку у місяці липні та велику

максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Невелика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Наступний крок побудувати апроксимаційний многочлен 6-го ступеня. Для цього скористаємось вбудованою функцією Matlab. Далі обчислюємо значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Потім розраховуємо залишки (похибку) для того щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки.

Таблиця 2.15 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 6-го ступеня твердих частинок PM_{2,5} за 2021-2022 роки

	PM_{2,5}	Апроксимація 6-го Ступеня	Похибка
Січ.21	18,015	28,542	10,52666667
Лют.21	16,803	17,3755	0,573
Бер.21	16,517	11,4895	5,027919355
Кві.21	11,776	9,2504	2,5256
Тра.21	4,257	9,3449	5,088233333
Чер.21	7,153	10,7441	3,5911
Лип.21	11,355	12,6696	1,314242857
Сер.21	15,487	14,5609	0,926491304
Вер.21	12,555	16,0443	3,488966667
Жов.21	18,401	16,904	1,496769231
Лис.21	17,137	17,0547	0,081851724
Гру.21	15,884	16,5154	0,631206452
Січ.22	13,203	15,3857	2,183119355
Лют.22	14,843	13,8229	1,0196
Бер.22	8,149	12,0215	3,872833333
Кві.22	8,377	10,194	1,816592593
Тра.22	3,537	8,5533	5,016514286
Чер.22	5,783	7,2971	1,514468421
Лип.22	5,521	6,5936	1,072309677
Сер.22	11,033	6,5692	4,464133333
Вер.22	6,451	7,2974	0,846066667

Продовження таблиці 2.15

	PM2,5	Апроксимація 6-го Ступеня	Похибка
Жов.22	5,835	8,7902	2,954783333
Лис.22	14,479	10,9902	3,4888
Гру.22	14,414	13,7653	0,648271429

При апроксимації 6-го ступеня похибка в липні становить – 1,07. Максимальна похибка у контрольних точках – 5,09. Для апроксимуючого многочлена 6-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Збільшення ступеню апроксимації (тобто, перехід до інтерполяції) зменшує похибку у вузлах та похибку в контрольній точці. Тому для наших вихідних даних за 2021-2022 роки найкращий апроксимуючий многочлен буде – многочлен 5-го ступеня.

Якщо порівняти результати апроксимацій для даних за один рік та за два роки, можемо зробити висновок, що похибка за два роки у контрольній точці суттєво зменшилась, ніж похибка за один рік. Але ми не можемо сказати чи є ця похибка найменшою. Якщо порівняти похибки у вузлах, то за 1 рік похибки менше, ніж похибки за 2 роки. А якщо порівняти загальні похибки, то похибки за 2 роки менші, ніж за один рік. Таким чином, результат апроксимації за 2 роки краще, ніж за один рік.

Нехай нам відомі дані викидів твердих частинок PM2,5 за 2020-2022 роки, за виключенням липня 2022 року. Нам необхідно їх відновити. Для цього знову використаємо метод апроксимації. Спочатку нам необхідно визначитись з новими вузлами апроксимації. Вузли потрібно обрати таким чином, щоб вони були рівномірно віддалені. Таким чином, маючи дані за всі

36 місяців 2020-2022 року, ми можемо обрати сім, вісім, одинадцять або вісімнадцять вузлів. Ми обради вісімнадцять вузлів (лютий 2020р., квітень 2020р., червень 2020р., серпень 2020р., жовтень 2020р., грудень 2020р., лютий 2021р., квітень 2021р., червень 2021р., серпень 2021р., жовтень 2021р., грудень 2021р., лютий 2022р., квітень 2022р., червень 2022р., серпень 2022р., жовтень 2022р., грудень 2022р.). Далі ми будемо апроксимацію на 12-ти вузлах. Для того щоб відтворене значення було найбільш наближеним до реального, ми вирішили побудувати апроксимаційний многочлен шести ступенів. Скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab.

На початку будемо апроксимаційний многочлен 1-го степеня. Наступний крок обчислення значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Далі, щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки нам потрібно розрахувати залишки (похибку).

Таблиця 2.16 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 1-го степеня твердих частинок PM_{2,5} за 2020-2022 роки

	PM_{2,5}	Апроксимація 1-го Ступеня	Похибка
Січ.20	21,616	10,3716	11,2446069
Лют.20	10,842	10,4218	0,420268966
Бер.20	10,373	10,4721	0,099519355
Кві.20	7,554	10,5223	2,968633333
Тра.20	4,389	10,5726	6,184081481
Чер.20	4,526	10,6228	6,096466667
Лип.20	4,738	10,6731	5,935407692
Сер.20	6,555	10,7233	4,168633333
Вер.20	6,384	10,7736	4,389433333
Жов.20	11,320	10,8238	0,495877419
Лис.20	16,321	10,8741	5,4469
Гру.20	16,383	10,9243	5,458280645
Січ.21	18,015	10,9746	7,040733333
Лют.21	16,803	11,0248	5,7777
Бер.21	16,517	11,0751	5,442319355
Кві.21	11,776	11,1253	0,6507
Тра.21	4,257	11,1756	6,918933333
Чер.21	7,153	11,2258	4,0728

Продовження таблиці 2.16

	PM2,5	Апроксимація 1-го Ступеня	Похибка
Лип.21	11,355	11,2761	0,079257143
Сер.21	15,487	11,3263	4,161091304
Вер.21	12,555	11,3766	1,178733333
Жов.21	18,401	11,4268	6,973969231
Лис.21	17,137	11,4771	5,659451724
Гру.21	15,884	11,5273	4,356893548
Січ.22	13,203	11,5776	1,624980645
Лют.22	14,843	11,6278	3,2147
Бер.22	8,149	11,6781	3,529433333
Кві.22	8,377	11,7283	3,350892593
Тра.22	3,537	11,7786	8,241814286
Чер.22	5,783	11,8288	6,046168421
Лип.22	5,521	11,8791	6,357809677
Сер.22	11,033	11,9293	0,895966667
Вер.22	6,451	11,9796	5,528266667
Жов.22	5,835	12,0298	6,194383333
Лис.22	14,479	12,0801	2,3989
Гру.22	14,414	12,1303	2,283271429

Оскільки січень 2020 року не потрапляє в діапазон апроксимації, тому його значення на похибку методу не впливає. При апроксимації 1-го ступеня похибка в липні становить – 6,36. Максимальна похибка у контрольних точках – 8,24. У цьому випадку отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Далі будуємо апроксимацію 2-го ступеня. Знову скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab. Потім обчислює значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). І щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки розраховуємо залишки (похибку).

Таблиця 2.17 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 2-го степеня твердих частинок PM_{2,5} за 2020-2022 роки

	PM _{2,5}	Апроксимація 2-го Ступеня	Похибка
Січ.20	21,616	6,2088	15,4074069
Лют.20	10,842	6,9326	3,909468966
Бер.20	10,373	7,6178	2,754780645
Кві.20	7,554	8,2646	0,710933333
Тра.20	4,389	8,8728	4,484281481
Чер.20	4,526	9,4426	4,916266667
Лип.20	4,738	9,9739	5,236207692
Сер.20	6,555	10,4667	3,912033333
Вер.20	6,384	10,9211	4,536933333
Жов.20	11,320	11,3369	0,017222581
Лис.20	16,321	11,7143	4,6067
Гру.20	16,383	12,0532	4,329380645
Січ.21	18,015	12,3536	5,661733333
Лют.21	16,803	12,6155	4,187
Бер.21	16,517	12,8389	3,678519355
Кві.21	11,776	13,0239	1,2479
Тра.21	4,257	13,1703	8,913633333
Чер.21	7,153	13,2783	6,1253
Лип.21	11,355	13,3478	1,992442857
Сер.21	15,487	13,3788	2,108591304
Вер.21	12,555	13,3713	0,815966667
Жов.21	18,401	13,3254	5,075369231
Лис.21	17,137	13,2409	3,895651724
Гру.21	15,884	13,118	2,766193548
Січ.22	13,203	12,9566	0,245980645
Лют.22	14,843	12,7567	2,0858
Бер.22	8,149	12,5183	4,369633333
Кві.22	8,377	12,2414	3,863992593
Тра.22	3,537	11,9261	8,389314286
Чер.22	5,783	11,5722	5,789568421
Лип.22	5,521	11,1799	5,658609677
Сер.22	11,033	10,7491	0,284233333
Вер.22	6,451	10,2798	3,828466667
Жов.22	5,835	9,7721	3,936683333
Лис.22	14,479	9,2258	5,2532
Гру.22	14,414	8,6411	5,772471429

При апроксимації 2-го ступеня похибка в липні становить – 5,66. Максимальна похибка у контрольних точках –8,91. Для апроксимації 2-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Далі будуюмо апроксимацію 3-го ступеня. Скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab. Далі обчислює значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Для того, щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки розраховуємо залишки (похибку).

Таблиця 2.18 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 3-го степеня твердих частинок PM_{2,5} за 2020-2022 роки

	PM_{2,5}	Апроксимація 3-го Ступеня	Похибка
Січ.20	21,616	5,5717	16,0445069
Лют.20	10,842	6,4916	4,350468966
Бер.20	10,373	7,3455	3,027080645
Кві.20	7,554	8,1349	0,581233333
Тра.20	4,389	8,8615	4,472981481
Чер.20	4,526	9,5269	5,000566667
Лип.20	4,738	10,1328	5,395107692
Сер.20	6,555	10,6807	4,126033333
Вер.20	6,384	11,1724	4,788233333
Жов.20	11,320	11,6093	0,289622581
Лис.20	16,321	11,9931	4,3279
Гру.20	16,383	12,3255	4,057080645
Січ.21	18,015	12,6081	5,407233333
Лют.21	16,803	12,8424	3,9601
Бер.21	16,517	13,0302	3,487219355
Кві.21	11,776	13,173	1,397
Тра.21	4,257	13,2724	9,015733333
Чер.21	7,153	13,3302	6,1772
Лип.21	11,355	13,3478	1,992442857
Сер.21	15,487	13,3269	2,160491304

Продовження таблиці 2.18

	PM2,5	Апроксимація 3-го Ступеня	Похибка
Вер.21	12,555	13,2692	0,713866667
Жов.21	18,401	13,1762	5,224569231
Лис.21	17,137	13,0496	4,086951724
Гру.21	15,884	12,891	2,993193548
Січ.22	13,203	12,7021	0,500480645
Лют.22	14,843	12,4843	2,3582
Бер.22	8,149	12,2395	4,090833333
Кві.22	8,377	11,9691	3,591692593
Тра.22	3,537	11,6748	8,138014286
Чер.22	5,783	11,3583	5,575668421
Лип.22	5,521	11,0211	5,499809677
Сер.22	11,033	10,6648	0,368533333
Вер.22	6,451	10,2912	3,839866667
Жов.22	5,835	9,9018	4,066383333
Лис.22	14,479	9,4982	4,9808
Гру.22	14,414	9,082	5,331571429

При апроксимації 3-го ступеня похибка в липні становить – 5,5. Максимальна похибка у контрольних точках – 9,06. У апроксимуючого многочлена 3-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Будуємо апроксимаційний многочлен 4-го ступеня. Знову скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab. Наступний крок обчислити значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). І, щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки розраховуємо залишки (похибку).

Таблиця 2.19 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 4-го степеня твердих частинок PM_{2,5} за 2020-2022 роки

	PM _{2,5}	Апроксимація 4-го Ступеня	Похибка
Січ.20	21,616	12,5555	9,060706897
Лют.20	10,842	10,1504	0,691668966
Бер.20	10,373	8,4981	1,874480645
Кві.20	7,554	7,4892	0,064466667
Тра.20	4,389	7,0212	2,632681481
Чер.20	4,526	6,9981	2,471766667
Лип.20	4,738	7,3307	2,593007692
Сер.20	6,555	7,9367	1,382033333
Вер.20	6,384	8,7402	2,356033333
Жов.20	11,320	9,6723	1,647377419
Лис.20	16,321	10,6707	5,6503
Гру.20	16,383	11,6799	4,702680645
Січ.21	18,015	12,651	5,364333333
Лют.21	16,803	13,5419	3,2606
Бер.21	16,517	14,3173	2,200119355
Кві.21	11,776	14,9486	3,1726
Тра.21	4,257	15,4137	11,15703333
Чер.21	7,153	15,6976	8,5446
Лип.21	11,355	15,7917	4,436342857
Сер.21	15,487	15,6943	0,206908696
Вер.21	12,555	15,4105	2,855166667
Жов.21	18,401	14,9518	3,448969231
Лис.21	17,137	14,3367	2,799851724
Гру.21	15,884	13,5905	2,293693548
Січ.22	13,203	12,7449	0,457680645
Лют.22	14,843	11,8387	3,0038
Бер.22	8,149	10,917	2,768333333
Кві.22	8,377	10,0321	1,654692593
Тра.22	3,537	9,2426	5,705814286
Чер.22	5,783	8,6142	2,831568421
Лип.22	5,521	8,219	2,697709677
Сер.22	11,033	8,136	2,897333333
Вер.22	6,451	8,4509	1,999566667
Жов.22	5,835	9,2561	3,420683333
Лис.22	14,479	10,6508	3,8282
Гру.22	14,414	12,7408	1,672771429

При апроксимації 4-го ступеня похибка в липні становить – 2,7. Максимальна похибка у контрольних точках – 11,16. Для апроксимуючого многочлена 4-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Далі будуюмо апроксимаційний многочлен 5-го ступеня. Для цього скористаємось вбудованою функцією Matlab. Потім обчислюємо значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Далі розраховуємо залишки (похибку) для того щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки.

Таблиця 2.20 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 5-го степеня твердих частинок PM_{2,5} за 2020-2022 роки

	PM_{2,5}	Апроксимація 5-го Ступеня	Похибка
Січ.20	21,616	11,615	10,0012069
Лют.20	10,842	9,8146	1,027468966
Бер.20	10,373	8,5445	1,828080645
Кві.20	7,554	7,7459	0,192233333
Тра.20	4,389	7,3602	2,971681481
Чер.20	4,526	7,3289	2,802566667
Лип.20	4,738	7,5942	2,856507692
Сер.20	6,555	8,0996	1,544933333
Вер.20	6,384	8,7902	2,406033333
Жов.20	11,320	9,613	1,706677419
Лис.20	16,321	10,5177	5,8033
Гру.20	16,383	11,4565	4,926080645
Січ.21	18,015	12,3853	5,630033333
Лют.21	16,803	13,2635	3,539
Бер.21	16,517	14,0547	2,462719355
Кві.21	11,776	14,7272	2,9512
Тра.21	4,257	15,254	10,99733333

Продовження таблиці 2.20

	PM2,5	Апроксимація 5-го Ступеня	Похибка
Чер.21	7,153	15,614	8,461
Лип.21	11,355	15,7917	4,436342857
Сер.21	15,487	15,7779	0,290508696
Вер.21	12,555	15,5702	3,014866667
Жов.21	18,401	15,1732	3,227569231
Лис.21	17,137	14,5993	2,537251724
Гру.21	15,884	13,8689	2,015293548
Січ.22	13,203	13,0106	0,191980645
Лют.22	14,843	12,062	2,7805
Бер.22	8,149	11,07	2,921333333
Кві.22	8,377	10,0913	1,713892593
Тра.22	3,537	9,1926	5,655814286
Чер.22	5,783	8,4513	2,668668421
Лип.22	5,521	7,9555	2,434209677
Сер.22	11,033	7,8052	3,228133333
Вер.22	6,451	8,1118	1,660466667
Жов.22	5,835	8,9994	3,163983333
Лис.22	14,479	10,6043	3,8747
Гру.22	14,414	13,0765	1,337071429

При апроксимації 5-го ступеня похибка в липні становить – 2,43. Максимальна похибка у контрольних точках – 10,99. У апроксимуючого многочлена 5-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Наступний крок побудувати апроксимаційний многочлен 6-го ступеня. Для цього скористаємось вбудованою функцією Matlab. Далі обчислюємо значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Потім розраховуємо залишки (похибку) для того щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки.

Таблиця 2.21 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 6-го степеня твердих частинок PM_{2,5} за 2020-2022 роки

	PM _{2,5}	Апроксимація 6-го Ступеня	Похибка
Січ.20	21,616	18,841	2,775206897
Лют.20	10,842	11,3671	0,525031034
Бер.20	10,373	7,2385	3,134080645
Кві.20	7,554	5,4629	2,090766667
Тра.20	4,389	5,2541	0,865581481
Чер.20	4,526	6,0047	1,478366667
Лип.20	4,738	7,2598	2,522107692
Сер.20	6,555	8,6932	2,138533333
Вер.20	6,384	10,0853	3,701133333
Жов.20	11,320	11,3025	0,017177419
Лис.20	16,321	12,2787	4,0423
Гру.20	16,383	12,9985	3,384080645
Січ.21	18,015	13,4822	4,533133333
Лют.21	16,803	13,7728	3,0297
Бер.21	16,517	13,9245	2,592919355
Кві.21	11,776	13,9931	2,2171
Тра.21	4,257	14,0284	9,771733333
Чер.21	7,153	14,0686	6,9156
Лип.21	11,355	14,1354	2,780042857
Сер.21	15,487	14,2324	1,254991304
Вер.21	12,555	14,3446	1,789266667
Жов.21	18,401	14,4391	3,961669231
Лис.21	17,137	14,4691	2,667451724
Гру.21	15,884	14,3782	1,505993548
Січ.22	13,203	14,1074	0,904819355
Лют.22	14,843	13,6039	1,2386
Бер.22	8,149	12,8311	4,682433333
Кві.22	8,377	11,7808	3,403392593
Тра.22	3,537	10,4878	6,951014286
Чер.22	5,783	9,0449	3,262268421
Лип.22	5,521	7,6211	2,099809677
Сер.22	11,033	6,481	4,552333333
Вер.22	6,451	6,0057	0,445633333
Жов.22	5,835	6,7163	0,880883333
Лис.22	14,479	9,2984	5,1806
Гру.22	14,414	14,629	0,215428571

При апроксимації 6-го ступеня похибка в липні становить – 2,09. Максимальна похибка у контрольних точках – 9,77. Для апроксимуючого многочлена 6-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Збільшення ступеню апроксимації (тобто, перехід до інтерполяції) не суттєво зменшує похибку в вузлах та похибку в контрольній точці. Якщо порівняти результати апроксимації за два роки та три роки, то по всіх показниках результати за два роки краще, ніж за три роки. Таким чином, можемо зробити висновки, що збільшення кількості даних не призводить до покращення результатів відновлення даних методом апроксимації.

2.5 Апроксимуюча функція для твердих частинок PM10

Має дані викидів твердих частинок PM10 за 2022 рік. Нехай будуть відсутні дані за липень 2022 року. Нам необхідно їх відновити. Для цього використаємо метод апроксимації. Для початку нам необхідно визначитись з вузлами апроксимації. Вузли потрібно обрати таким чином, щоб вони були рівномірно віддалені. Таким чином, маючи дані за всі 12 місяців 2022 року, ми можемо обрати два, три або шість вузлів. Ми обрали шість вузлів (лютий, квітень, червень, серпень, жовтень, грудень). Далі ми будемо апроксимацію на 6-ьох вузлах. Для того щоб відтворене значення було найбільш наближеним до реального, ми вирішили побудувати апроксимаційний многочлен шести ступенів. Скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab.

На початку будуємо апроксимаційний многочлен 1-го степеня. Наступний крок обчислення значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Далі, щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки нам потрібно розрахувати залишки (похибку).

Таблиця 2.22 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 1-го степеня твердих частинок РМ10 за 2022 рік

	РМ10	Апроксимація 1-го Ступеня	Похибка
Січ.22	33,194	24,0855	9,108693548
Лют.22	34,042	23,8895	10,15264286
Бер.22	19,265	23,6936	4,428933333
Кві.22	18,874	23,4976	4,623155556
Тра.22	9,037	23,3016	14,26481429
Чер.22	13,316	23,1056	9,789284211
Лип.22	11,538	22,9097	11,37163548
Сер.22	26,343	22,7137	3,629262963
Вер.22	12,912	22,5177	9,6057
Жов.22	12,164	22,3218	10,15763333
Лис.22	30,410	22,1258	8,283866667
Гру.22	32,719	21,9298	10,78912857

Оскільки січень не потрапляє в діапазон апроксимації, тому його значення на похибку методу не впливає. При апроксимації 1-го ступеня похибка в липні становить – 11,37. Максимальна похибка у контрольних точках – 14,27. У цьому випадку отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Далі будуємо апроксимацію 2-го ступеня. Знову скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab. Потім обчислює значення апроксимуючої

функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). І щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки розраховуємо залишки (похибку).

Таблиця 2.23 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 2-го ступеня твердих частинок PM10 за 2022 рік

	PM10	Апроксимація 2-го Ступеня	Похибка
Січ.22	33,194	39,7426	6,548406452
Лют.22	34,042	32,4688	1,573342857
Бер.22	19,265	26,4818	7,217133333
Кві.22	18,874	21,7817	2,907255556
Тра.22	9,037	18,3686	9,331814286
Чер.22	13,316	16,2423	2,925984211
Лип.22	11,538	15,4028	3,864735484
Сер.22	26,343	15,8503	10,49266296
Вер.22	12,912	17,5847	4,6727
Жов.22	12,164	20,6059	8,441733333
Лис.22	30,410	24,914	5,495666667
Гру.22	32,719	30,509	2,209928571

При апроксимації 2-го ступеня похибка в липні становить – 3,86. Максимальна похибка у контрольних точках – 10,49. Для апроксимації 2-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Далі будуємо апроксимацію 3-го ступеня. Скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab. Далі обчислює значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Для того, щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки розраховуємо залишки (похибку).

Таблиця 2.24 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 3-го степеня твердих частинок PM10 за 2022 рік

	PM10	Апроксимація 3-го Ступеня	Похибка
Січ.22	33,194	41,0321	7,837906452
Лют.22	34,042	32,7952	1,246942857
Бер.22	19,265	26,2533	6,988633333
Кві.22	18,874	21,3247	2,450255556
Тра.22	9,037	17,9278	8,891014286
Чер.22	13,316	15,9811	2,664784211
Лип.22	11,538	15,4028	3,864735484
Сер.22	26,343	16,1115	10,23146296
Вер.22	12,912	18,0254	5,1134
Жов.22	12,164	21,063	8,898833333
Лис.22	30,410	25,1426	5,267066667
Гру.22	32,719	30,1826	2,536328571

При апроксимації 3-го ступеня похибка в липні становить – 3,97. Максимальна похибка у контрольних точках – 10,23. У цьому випадку отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Будуємо апроксимаційний многочлен 4-го ступеня. Знову скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab. Наступний крок обчислити значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). І, щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки розраховуємо залишки (похибку).

Таблиця 2.25 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 4-го степеня твердих частинок PM10 за 2022 рік

	PM10	Апроксимація 4-го Ступеня	Похибка
Січ.22	33,194	68,6082	35,41400645
Лют.22	34,042	34,6868	0,644657143
Бер.22	19,265	19,544	0,279333333
Кві.22	18,874	15,6499	3,224544444
Тра.22	9,037	17,1298	8,093014286
Чер.22	13,316	19,7643	6,447984211
Лип.22	11,538	20,989	9,450935484
Сер.22	26,343	19,8947	6,448262963
Вер.22	12,912	17,2274	4,3154
Жов.22	12,164	15,3881	3,223933333
Лис.22	30,410	18,4333	11,97636667
Гру.22	32,719	32,0742	0,644728571

При апроксимації 4-го ступеня похибка в липні становить – 9,45. Максимальна похибка у контрольних точках – 11,98. У цьому випадку отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Далі будуємо апроксимаційний многочлен 5-го ступеня. Для цього скористаємось вбудованою функцією Matlab. Потім обчислюємо значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Далі розраховуємо залишки (похибку) для того щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки.

Таблиця 2.26 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 5-го ступеня твердих частинок PM10 за 2022 рік

	PM10	Апроксимація 5-го Ступеня	Похибка
Січ.22	33,194	-12,5395	45,73369355
Лют.22	34,042	34,042	0,000142857
Бер.22	19,265	32,4003	13,13563333
Кві.22	18,874	18,874	0,000444444
Тра.22	9,037	11,145	2,108214286
Чер.22	13,316	13,316	0,000315789
Лип.22	11,538	20,989	9,450935484
Сер.22	26,343	26,343	0,000037037
Вер.22	12,912	23,2122	10,3002
Жов.22	12,164	12,164	0,000166667
Лис.22	30,410	5,577	24,83266667
Гру.22	32,719	32,719	0,000071429

При апроксимації 5-го ступеня похибка в липні становить – 9,45. Максимальна похибка у контрольних точках – 24,83. У апроксимуючого многочлена 5-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні, мінімальну похибку у вузлах та велику максимальну похибку у контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Наступний крок побудувати апроксимаційний многочлен 6-го ступеня. Для цього скористаємось вбудованою функцією Matlab. Далі обчислюємо значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Потім розраховуємо залишки (похибку) для того щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки.

Таблиця 2.27 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 6-го ступеня твердих частинок PM10 за 2022 рік

	PM10	Апроксимація 6-го Ступеня	Похибка
Січ.22	33,194	30,9205	2,273693548
Лют.22	34,042	34,042	0,000142857
Бер.22	19,265	28,4494	9,184733333
Кві.22	18,874	18,874	0,000444444
Тра.22	9,037	12,4619	3,425114286
Чер.22	13,316	13,316	0,000315789
Лип.22	11,538	20,0483	8,510235484
Сер.22	26,343	26,343	0,000037037
Вер.22	12,912	24,5292	11,6172
Жов.22	12,164	12,164	0,000166667
Лис.22	30,410	1,6261	28,78356667
Гру.22	32,719	32,719	0,000071429

При апроксимації 6-го ступеня похибка в липні становить – 8,51. Максимальна похибка у контрольних точках – 28,78. Для апроксимуючого многочлена 6-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні, мінімальну похибку у вузлах та велику максимальну похибку у контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Збільшення ступеню апроксимації (тобто, перехід до інтерполяції) зменшує похибку у вузлах до мінімуму, проте збільшує похибку в контрольній точці. Тому для наших вихідних даних за 2022 рік найкращий апроксимуючий многочлен буде – многочлен 3-го ступеня.

Нехай нам відомі дані викидів твердих частинок PM10 за 2021-2022 роки, за виключенням липня 2022 року. Нам необхідно їх відновити. Для цього знову використаємо метод апроксимації. Спочатку нам необхідно визначитись з новими вузлами апроксимації. Вузли потрібно обрати таким чином, щоб вони

були рівномірно віддалені. Таким чином, маючи дані за всі 24 місяці 2021-2022 року, ми можемо обрати чотири, п'ять, сім або дванадцять вузлів. Ми обрали дванадцять вузлів (лютий 2021р., квітень 2021р., червень 2021р., серпень 2021р., жовтень 2021р., грудень 2021р., лютий 2022р., квітень 2022р., червень 2022р., серпень 2022р., жовтень 2022р., грудень 2022р.). Далі ми будуємо апроксимацію на 12-ти вузлах. Для того щоб відтворене значення було найбільш наближеним до реального, ми вирішили побудувати апроксимаційний многочлен шести ступенів. Скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab.

На початку будуємо апроксимаційний многочлен 1-го степеня. Наступний крок обчислення значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Далі, щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки нам потрібно розрахувати залишки (похибку).

Таблиця 2.28 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 1-го степеня твердих частинок PM10 за 2021-2022 роки

	PM10	Апроксимація 1-го Ступеня	Похибка
Січ.21	43,595	33,3096	10,2854
Лют.21	39,169	32,8124	6,356975
Бер.21	39,263	32,3151	6,947480645
Кві.21	24,569	31,8179	7,249233333
Тра.21	10,334	31,3207	20,9867
Чер.21	19,263	30,8234	11,56006667
Лип.21	23,821	30,3262	6,505128571
Сер.21	29,819	29,8289	0,009769565
Вер.21	31,212	29,3317	1,8803
Жов.21	40,850	28,8345	12,0155
Лис.21	36,602	28,3372	8,264524138
Гру.21	36,985	27,84	9,144516129
Січ.22	33,194	27,3428	5,851393548
Лют.22	34,042	26,8455	7,196642857
Бер.22	19,265	26,3483	7,083633333
Кві.22	18,874	25,851	6,976555556
Тра.22	9,037	25,3538	16,31701429
Чер.22	13,316	24,8566	11,54028421

Продовження таблиці 2.28

	PM10	Апроксимація 1-го Ступеня	Похибка
Лип.22	11,538	24,3593	12,82123548
Сер.22	26,343	23,8621	2,480862963
Вер.22	12,912	23,3648	10,4528
Жов.22	12,164	22,8676	10,70343333
Лис.22	30,410	22,3704	8,039266667
Гру.22	32,719	21,8731	10,84582857

Оскільки січень 2021 року не потрапляє в діапазон апроксимації, тому його значення на похибку методу не впливає. При апроксимації 1-го ступеня похибка в липні становить – 12,82. Максимальна похибка у контрольних точках – 20,99. У цьому випадку отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Далі будуємо апроксимацію 2-го ступеня. Знову скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab. Потім обчислює значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). І щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки розраховуємо залишки (похибку).

Таблиця 2.29 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 2-го степеня твердих частинок PM10 за 2021-2022 роки

	PM10	Апроксимація 2-го Ступеня	Похибка
Січ.21	43,595	33,1083	10,4867
Лют.21	39,169	32,6592	6,510175
Бер.21	39,263	32,2058	7,056780645
Кві.21	24,569	31,7483	7,179633333
Тра.21	10,334	31,2865	20,9525
Чер.21	19,263	30,8206	11,55726667

Продовження таблиці 2.29

	PM10	Апроксимація 2-го Ступеня	Похибка
Лип.21	23,821	30,3506	6,529528571
Сер.21	29,819	29,8763	0,057169565
Вер.21	31,212	29,3979	1,8141
Жов.21	40,850	28,9153	11,9347
Лис.21	36,602	28,4285	8,173224138
Гру.21	36,985	27,9375	9,047016129
Січ.22	33,194	27,4423	5,751893548
Лют.22	34,042	26,943	7,099142857
Бер.22	19,265	26,4395	7,174833333
Кві.22	18,874	25,9318	7,057355556
Тра.22	9,037	25,42	16,38321429
Чер.22	13,316	24,9039	11,58758421
Лип.22	11,538	24,3837	12,84563548
Сер.22	26,343	23,8593	2,483662963
Вер.22	12,912	23,3308	10,4188
Жов.22	12,164	22,7979	10,63373333
Лис.22	30,410	22,261	8,148666667
Гру.22	32,719	21,7199	10,99902857

При апроксимації 2-го ступеня похибка в липні становить – 12,85. Максимальна похибка у контрольних точках – 20,95. Для апроксимації 2-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Далі будуюмо апроксимацію 3-го ступеня. Скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab. Далі обчислює значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Для того, щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки розраховуємо залишки (похибку).

Таблиця 2.30 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 3-го степеня твердих частинок PM10 за 2021-2022 роки

	PM10	Апроксимація 3-го Ступеня	Похибка
Січ.21	43,595	27,0753	16,5197
Лют.21	39,169	29,2848	9,884575
Бер.21	39,263	30,9276	8,334980645
Кві.21	24,569	32,055	7,486333333
Тра.21	10,334	32,7181	22,3841
Чер.21	19,263	32,968	13,70466667
Лип.21	23,821	32,8558	9,034728571
Сер.21	29,819	32,4327	2,613569565
Вер.21	31,212	31,7497	0,5377
Жов.21	40,850	30,8581	9,9919
Лис.21	36,602	29,8089	6,792824138
Гру.21	36,985	28,6533	8,331216129
Січ.22	33,194	27,4423	5,751893548
Лют.22	34,042	26,2272	7,814942857
Бер.22	19,265	25,0591	5,794433333
Кві.22	18,874	23,989	5,114555556
Тра.22	9,037	23,0681	14,03131429
Чер.22	13,316	22,3476	9,031284211
Лип.22	11,538	21,8785	10,34043548
Сер.22	26,343	21,7119	4,631062963
Вер.22	12,912	21,8991	8,9871
Жов.22	12,164	22,4912	10,32703333
Лис.22	30,410	23,5392	6,870466667
Гру.22	32,719	25,0943	7,624628571

При апроксимації 3-го ступеня похибка в липні становить – 10,34. Максимальна похибка у контрольних точках – 22,38. Для апроксимуючого многочлена 3-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Будуємо апроксимаційний многочлен 4-го ступеня. Знову скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab. Наступний крок обчислити значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). І, щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки розраховуємо залишки (похибку).

Таблиця 2.31 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 4-го ступеня твердих частинок РМ10 за 2021-2022 роки

	PM10	Апроксимація 4-го Ступеня	Похибка
Січ.21	43,595	50,7673	7,1723
Лют.21	39,169	37,698	1,471375
Бер.21	39,263	29,4711	9,791480645
Кві.21	24,569	25,2436	0,674933333
Тра.21	10,334	23,9299	13,5959
Чер.21	19,263	24,643	5,379666667
Лип.21	23,821	26,6061	2,785028571
Сер.21	29,819	29,1531	0,666030435
Вер.21	31,212	31,728	0,516
Жов.21	40,850	33,8854	6,9646
Лис.21	36,602	35,2899	1,311824138
Гру.21	36,985	35,7169	1,267616129
Січ.22	33,194	35,0519	1,857706452
Лют.22	34,042	33,2909	0,751242857
Бер.22	19,265	30,5401	11,27543333
Кві.22	18,874	27,0163	8,141855556
Тра.22	9,037	23,0464	14,00961429
Чер.22	13,316	19,068	5,751684211
Лип.22	11,538	15,6288	4,090735484
Сер.22	26,343	13,3869	12,95606296
Вер.22	12,912	13,111	0,199
Жов.22	12,164	15,6798	3,515633333
Лис.22	30,410	22,0827	8,326966667
Гру.22	32,719	33,4193	0,700371429

При апроксимації 4-го ступеня похибка в липні становить – 4,09. Максимальна похибка у контрольних точках – 14,01. У апроксимуючого многочлена 4-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні та велику

максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Далі будуюмо апроксимаційний многочлен 5-го ступеня. Для цього скористаємось вбудованою функцією Matlab. Потім обчислюємо значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Далі розраховуємо залишки (похибку) для того щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки.

Таблиця 2.32 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 5-го ступеня твердих частинок PM10 за 2021-2022 роки

	PM10	Апроксимація 5-го Ступеня	Похибка
Січ.21	43,595	64,0152	20,4202
Лют.21	39,169	40,0131	0,843725
Бер.21	39,263	26,7253	12,53728065
Кві.21	24,569	21,0925	3,476166667
Тра.21	10,334	20,5753	10,2413
Чер.21	19,263	23,1136	3,850266667
Лип.21	23,821	27,0852	3,264128571
Сер.21	29,819	31,2651	1,445969565
Вер.21	31,212	34,7845	3,5725
Жов.21	40,850	37,0898	3,7602
Лис.21	36,602	37,9015	1,299775862
Гру.21	36,985	37,1735	0,188983871
Січ.22	33,194	35,0519	1,857706452
Лют.22	34,042	31,8343	2,207842857
Бер.22	19,265	27,9285	8,663833333
Кві.22	18,874	23,8118	4,937355556
Тра.22	9,037	19,9899	10,95311429
Чер.22	13,316	16,956	3,639684211
Лип.22	11,538	15,1497	3,611635484
Сер.22	26,343	14,9163	11,426662963
Вер.22	12,912	16,4656	3,5536

Продовження таблиці 2.32

	PM10	Апроксимація 5-го Ступеня	Похибка
Жов.22	12,164	19,831	7,666833333
Лис.22	30,410	24,8285	5,581166667
Гру.22	32,719	31,016	1,702928571

При апроксимації 5-го ступеня похибка в липні становить – 3,61. Максимальна похибка у контрольних точках – 12,54. Для апроксимуючого многочлена 5-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Наступний крок побудувати апроксимаційний многочлен 6-го ступеня. Для цього скористаємось вбудованою функцією Matlab. Далі обчислюємо значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Потім розраховуємо залишки (похибку) для того щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки.

Таблиця 2.33 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 6-го степеня твердих частинок PM10 за 2021-2022 роки

	PM10	Апроксимація 6-го Ступеня	Похибка
Січ.21	43,595	65,6833	22,0883
Лют.21	39,169	40,1367	0,967325
Бер.21	39,263	26,3448	12,91778065
Кві.21	24,569	20,744	3,824666667
Тра.21	10,334	20,4616	10,1276
Чер.21	19,263	23,2372	3,973866667
Лип.21	23,821	27,3495	3,528428571
Сер.21	29,819	31,5461	1,726969565
Вер.21	31,212	34,9775	3,7655

Продовження таблиці 2.33

	PM10	Апроксимація 6-го Ступеня	Похибка
Жов.21	40,850	37,1348	3,7152
Лис.21	36,602	37,7914	1,189675862
Гру.21	36,985	36,9487	0,035816129
Січ.22	33,194	34,7851	1,590906452
Лют.22	34,042	31,6095	2,432642857
Бер.22	19,265	27,8185	8,553833333
Кві.22	18,874	23,8568	4,982355556
Тра.22	9,037	20,1829	11,14611429
Чер.22	13,316	17,237	3,920684211
Лип.22	11,538	15,414	3,875935484
Сер.22	26,343	15,0399	11,303062963
Вер.22	12,912	16,3519	3,4399
Жов.22	12,164	19,4826	7,318433333
Лис.22	30,410	24,448	5,961666667
Гру.22	32,719	31,1396	1,579328571

При апроксимації 6-го ступеня похибка в липні становить – 3,88. Максимальна похибка у контрольних точках – 12,92. У апроксимуючого многочлена 6-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Збільшення ступеню апроксимації (тобто, перехід до інтерполяції) зменшує похибку у вузлах та похибку в контрольній точці. Тому для наших вихідних даних за 2021-2022 роки найкращий апроксимуючий многочлен буде – многочлен 5-го ступеня.

Якщо порівняти результати апроксимацій для даних за один рік та за два роки, можемо зробити висновок, що похибка за два роки у контрольній точці зменшилась не суттєво, ніж похибка за один рік. І вона все ще залишається

великою. Якщо порівняти похибки у вузлах, то за 1 рік похибки менше, ніж похибки за 2 роки. А якщо порівняти загальні похибки, то похибки за 2 роки не набагато менші, ніж за один рік. Виходячи з цих висновків, можемо казати, що результат апроксимації за 2 роки краще, ніж за один рік.

Нехай нам відомі дані викидів твердих частинок PM10 за 2020-2022 роки, за виключенням липня 2022 року. Нам необхідно їх відновити. Для цього знову використаємо метод апроксимації. Спочатку нам необхідно визначитись з новими вузлами апроксимації. Вузли потрібно обрати таким чином, щоб вони були рівномірно віддалені. Таким чином, маючи дані за всі 36 місяців 2020-2022 року, ми можемо обрати сім, вісім, одинадцять або вісімнадцять вузлів. Ми обрали вісімнадцять вузлів (лютий 2020р., квітень 2020р., червень 2020р., серпень 2020р., жовтень 2020р., грудень 2020р., лютий 2021р., квітень 2021р., червень 2021р., серпень 2021р., жовтень 2021р., грудень 2021р., лютий 2022р., квітень 2022р., червень 2022р., серпень 2022р., жовтень 2022р., грудень 2022р.). Далі ми будемо апроксимацію на 12-ти вузлах. Для того щоб відтворене значення було найбільш наближеним до реального, ми вирішили побудувати апроксимаційний многочлен шести ступенів. Скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab.

На початку будемо апроксимаційний многочлен 1-го степеня. Наступний крок обчислення значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Далі, щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки нам потрібно розрахувати залишки (похибку).

Таблиця 2.34 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 1-го степеня твердих частинок PM10 за 2020-2022 роки

	PM10	Апроксимація 1-го Ступеня	Похибка
Січ.20	51,465	25,6096	25,85557241
Лют.20	25,688	25,6462	0,042075862
Бер.20	29,449	25,6827	3,766332258
Кві.20	17,962	25,7193	7,757633333
Тра.20	10,123	25,7558	15,63320741

Продовження таблиці 2.34

	PM10	Апроксимація 1-го Ступеня	Похибка
Чер.20	12,222	25,7924	13,57006667
Лип.20	12,833	25,8289	12,99543846
Сер.20	15,134	25,8655	10,7315
Вер.20	24,849	25,902	1,05325
Жов.20	33,035	25,9386	7,095916129
Лис.20	36,434	25,9751	10,45856667
Гру.20	40,661	26,0117	14,64926774
Січ.21	43,595	26,0482	17,5468
Лют.21	39,169	26,0848	13,084575
Бер.21	39,263	26,1213	13,14128065
Кві.21	24,569	26,1579	1,589233333
Тра.21	10,334	26,1944	15,8604
Чер.21	19,263	26,231	6,967666667
Лип.21	23,821	26,2675	2,446428571
Сер.21	29,819	26,304	3,515130435
Вер.21	31,212	26,3406	4,8714
Жов.21	40,850	26,3771	14,4729
Лис.21	36,602	26,4137	10,18802414
Гру.21	36,985	26,4502	10,53431613
Січ.22	33,194	26,4868	6,707393548
Лют.22	34,042	26,5233	7,518842857
Бер.22	19,265	26,5599	7,295233333
Кві.22	18,874	26,5964	7,721955556
Тра.22	9,037	26,633	17,59621429
Чер.22	13,316	26,6695	13,35318421
Лип.22	11,538	26,7061	15,16803548
Сер.22	26,343	26,7426	0,399637037
Вер.22	12,912	26,7792	13,8672
Жов.22	12,164	26,8157	14,65153333
Лис.22	30,410	26,8523	3,557366667
Гру.22	32,719	26,8888	5,830128571

Оскільки січень 2020 року не потрапляє в діапазон апроксимації, тому його значення на похибку методу не впливає. При апроксимації 1-го ступеня похибка в липні становить – 15,17. Максимальна похибка у контрольних точках – 17,59. У цьому випадку отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка

апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Далі будемо апроксимацію 2-го ступеня. Знову скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab. Потім обчислює значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). І щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки розраховуємо залишки (похибку).

Таблиця 2.35 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 2-го степеня твердих частинок PM10 за 2020-2022 роки

	PM10	Апроксимація 2-го Ступеня	Похибка
Січ.20	51,465	16,6074	34,85777241
Лют.20	25,688	18,1004	7,587875862
Бер.20	29,449	19,5102	9,938832258
Кві.20	17,962	20,8367	2,875033333
Тра.20	10,123	22,0801	11,95750741
Чер.20	12,222	23,2401	11,01776667
Лип.20	12,833	24,317	11,48353846
Сер.20	15,134	25,3106	10,1766
Вер.20	24,849	26,2211	1,37235
Жов.20	33,035	27,0482	5,986316129
Лис.20	36,434	27,7922	8,641466667
Гру.20	40,661	28,4529	12,20806774
Січ.21	43,595	29,0305	14,5645
Лют.21	39,169	29,5247	9,644675
Бер.21	39,263	29,9358	9,326780645
Кві.21	24,569	30,2636	5,694933333
Тра.21	10,334	30,5082	20,1742
Чер.21	19,263	30,6696	11,40626667
Лип.21	23,821	30,7478	6,926728571
Сер.21	29,819	30,7427	0,923569565
Вер.21	31,212	30,6544	0,5576
Жов.21	40,850	30,4829	10,3671
Лис.21	36,602	30,2282	6,373524138
Гру.21	36,985	29,8902	7,094316129

Продовження таблиці 2.35

	PM10	Апроксимація 2-го Ступеня	Похибка
Січ.22	33,194	29,469	3,725193548
Лют.22	34,042	28,9646	5,077542857
Бер.22	19,265	28,377	9,112333333
Кві.22	18,874	27,7061	8,831655556
Тра.22	9,037	26,952	17,91521429
Чер.22	13,316	26,1147	12,79838421
Лип.22	11,538	25,1941	13,65603548
Сер.22	26,343	24,1904	2,152562963
Вер.22	12,912	23,1034	10,1914
Жов.22	12,164	21,9332	9,769033333
Лис.22	30,410	20,6797	9,729966667
Гру.22	32,719	19,3431	13,37582857

При апроксимації 2-го ступеня похибка в липні становить – 13,66. Максимальна похибка у контрольних точках –20,17. Для апроксимації 2-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Далі будуюмо апроксимацію 3-го ступеня. Скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab. Далі обчислює значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Для того, щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки розраховуємо залишки (похибку).

Таблиця 2.36 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 3-го степеня твердих частинок PM10 за 2020-2022 роки

	PM10	Апроксимація 3-го Ступеня	Похибка
Січ.20	51,465	13,5282	37,93697241
Лют.20	25,688	15,9693	9,718975862
Бер.20	29,449	18,1939	11,25513226

Продовження таблиці 2.36

	PM10	Апроксимація 3-го Ступеня	Похибка
Кві.20	17,962	20,2099	2,248233333
Тра.20	10,123	22,0252	11,90260741
Чер.20	12,222	23,6476	11,42526667
Лип.20	12,833	25,0849	12,25143846
Сер.20	15,134	26,3449	11,2109
Вер.20	24,849	27,4355	2,58675
Жов.20	33,035	28,3645	4,670016129
Лис.20	36,434	29,1399	7,293766667
Гру.20	40,661	29,7692	10,89176774
Січ.21	43,595	30,2606	13,3344
Лют.21	39,169	30,6217	8,547675
Бер.21	39,263	30,8603	8,402280645
Кві.21	24,569	30,9845	6,415833333
Тра.21	10,334	31,0019	20,6679
Чер.21	19,263	30,9204	11,65706667
Лип.21	23,821	30,7478	6,926728571
Сер.21	29,819	30,492	0,672869565
Вер.21	31,212	30,1608	1,0512
Жов.21	40,850	29,7621	11,0879
Лис.21	36,602	29,3036	7,298124138
Гру.21	36,985	28,7933	8,191216129
Січ.22	33,194	28,2389	4,955293548
Лют.22	34,042	27,6483	6,393842857
Бер.22	19,265	27,0293	7,764633333
Кві.22	18,874	26,3898	7,515355556
Тра.22	9,037	25,7376	16,70081429
Чер.22	13,316	25,0804	11,76408421
Лип.22	11,538	24,4263	12,88823548
Сер.22	26,343	23,7829	2,560062963
Вер.22	12,912	23,1582	10,2462
Жов.22	12,164	22,56	10,39583333
Лис.22	30,410	21,996	8,413666667
Гру.22	32,719	21,4742	11,24472857

При апроксимації 3-го ступеня похибка в липні становить – 12,89. Максимальна похибка у контрольних точках – 20,67. У апроксимуючого многочлена 3-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка

апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Будуємо апроксимаційний многочлен 4-го ступеня. Знову скористаємось для цього вбудованою функцією Matlab. Наступний крок обчислити значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). І, щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки розраховуємо залишки (похибку).

Таблиця 2.37– Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 4-го ступеня твердих частинок РМ10 за 2020-2022 роки

	РМ10	Апроксимація 4-го Ступеня	Похибка
Січ.20	51,465	26,725	24,74017241
Лют.20	25,688	22,883	2,805275862
Бер.20	29,449	20,3719	9,077132258
Кві.20	17,962	18,9899	1,028233333
Тра.20	10,123	18,5477	8,425107407
Чер.20	12,222	18,869	6,646666667
Лип.20	12,833	19,7899	6,956438462
Сер.20	15,134	21,1596	6,0256
Вер.20	24,849	22,8396	2,00915
Жов.20	33,035	24,7043	8,330216129
Лис.20	36,434	26,6409	9,792766667
Гру.20	40,661	28,5492	12,11176774
Січ.21	43,595	30,3416	13,2534
Лют.21	39,169	31,9434	7,225975
Бер.21	39,263	33,2925	5,970080645
Кві.21	24,569	34,3397	9,771033333
Тра.21	10,334	35,0481	24,7141
Чер.21	19,263	35,3939	16,13056667
Лип.21	23,821	35,3659	11,54482857
Сер.21	29,819	34,9656	5,146469565
Вер.21	31,212	34,2071	2,9951
Жов.21	40,850	33,1173	7,7327

Продовження таблиці 2.37

	PM10	Апроксимація 4-го Ступеня	Похибка
Лис.21	36,602	31,7358	4,865924138
Гру.21	36,985	30,115	6,869516129
Січ.22	33,194	28,3199	4,874293548
Лют.22	34,042	26,4282	7,613942857
Бер.22	19,265	24,5304	5,265733333
Кві.22	18,874	22,7296	3,855155556
Тра.22	9,037	21,1416	12,10481429
Чер.22	13,316	19,8952	6,578884211
Лип.22	11,538	19,1314	7,593335484
Сер.22	26,343	19,0043	7,338662963
Вер.22	12,912	19,6807	6,7687
Жов.22	12,164	21,3399	9,175733333
Лис.22	30,410	24,174	6,235666667
Гру.22	32,719	28,3879	4,331028571

При апроксимації 4-го ступеня похибка в липні становить – 7,59. Максимальна похибка у контрольних точках – 24,71. У цьому випадку отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Далі будуємо апроксимаційний многочлен 5-го ступеня. Для цього скористаємось вбудованою функцією Matlab. Потім обчислюємо значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Далі розраховуємо залишки (похибку) для того щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки.

Таблиця 2.38 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 5-го степеня твердих частинок PM10 за 2020-2022 роки

	PM10	Апроксимація 5-го Ступеня	Похибка
Січ.20	51,465	25,7537	25,71147241
Лют.20	25,688	22,5362	3,152075862
Бер.20	29,449	20,4199	9,029132258
Кві.20	17,962	19,255	1,293333333
Тра.20	10,123	18,8979	8,775307407
Чер.20	12,222	19,2106	6,988266667
Лип.20	12,833	20,062	7,228538462
Сер.20	15,134	21,3279	6,1939
Вер.20	24,849	22,8912	1,95755
Жов.20	33,035	24,6432	8,391316129
Лис.20	36,434	26,4829	9,950766667
Гру.20	40,661	28,3185	12,34246774
Січ.21	43,595	30,0672	13,5278
Лют.21	39,169	31,6559	7,513475
Бер.21	39,263	33,0213	6,241280645
Кві.21	24,569	34,111	9,542333333
Тра.21	10,334	34,8832	24,5492
Чер.21	19,263	35,3076	16,04426667
Лип.21	23,821	35,3659	11,54482857
Сер.21	29,819	35,0519	5,232769565
Вер.21	31,212	34,372	3,16
Жов.21	40,850	33,346	7,504
Лис.21	36,602	32,007	4,594724138
Гру.21	36,985	30,4026	6,581916129
Січ.22	33,194	28,5943	4,599893548
Лют.22	34,042	26,6589	7,383242857
Бер.22	19,265	24,6884	5,423733333
Кві.22	18,874	22,7908	3,916355556
Тра.22	9,037	21,09	12,05321429
Чер.22	13,316	19,7269	6,410584211
Лип.22	11,538	18,8593	7,321235484
Сер.22	26,343	18,6627	7,680262963
Вер.22	12,912	19,3305	6,4185
Жов.22	12,164	21,0747	8,910533333
Лис.22	30,410	24,1261	6,283566667
Гру.22	32,719	28,7347	3,984228571

При апроксимації 5-го ступеня похибка в липні становить – 7,32. Максимальна похибка у контрольних точках – 24,55. Для апроксимуючого многочлена 5-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Наступний крок побудувати апроксимаційний многочлен 6-го ступеня. Для цього скористаємось вбудованою функцією Matlab. Далі обчислюємо значення апроксимуючої функції в точках, що задані в умові (табл. 2.2). Потім розраховуємо залишки (похибку) для того щоб проаналізувати отримані результати та зробити висновки.

Таблиця 2.39 – Розрахунок значень та залишків апроксимуючої функції 6-го ступеня твердих частинок PM10 за 2020-2022 роки

	PM10	Апроксимація 6-го Ступеня	Похибка
Січ.20	51,465	46,7603	4,704872414
Лют.20	25,688	27,0495	1,361224138
Бер.20	29,449	16,6232	12,82583226
Кві.20	17,962	12,6179	5,343766667
Тра.20	10,123	12,7752	2,652607407
Чер.20	12,222	15,3611	3,138766667
Лип.20	12,833	19,0899	6,256438462
Сер.20	15,134	23,0535	7,9195
Вер.20	24,849	26,6563	1,80755
Жов.20	33,035	29,5546	3,479916129
Лис.20	36,434	31,6024	4,831266667
Гру.20	40,661	32,8012	7,859767742
Січ.21	43,595	33,256	10,339
Лют.21	39,169	33,1365	6,032875
Бер.21	39,263	32,6427	6,619880645
Кві.21	24,569	31,9769	7,408233333
Тра.21	10,334	31,3202	20,9862

Продовження таблиці 2.39

	PM10	Апроксимація 6-го Ступеня	Похибка
Чер.21	19,263	30,8148	11,55146667
Лип.21	23,821	30,5508	6,729728571
Сер.21	29,819	30,559	0,739869565
Вер.21	31,212	30,8091	0,4029
Жов.21	40,850	31,2119	9,6381
Лис.21	36,602	31,6284	4,973324138
Гру.21	36,985	31,8831	5,101416129
Січ.22	33,194	31,783	1,411193548
Лют.22	34,042	31,1415	2,900642857
Бер.22	19,265	29,8079	10,54323333
Кві.22	18,874	27,7023	8,827855556
Тра.22	9,037	24,8551	15,81831429
Чер.22	13,316	21,4525	8,136184211
Лип.22	11,538	17,8871	6,349035484
Сер.22	26,343	14,8131	11,529862963
Вер.22	12,912	13,2078	0,2958
Жов.22	12,164	14,4376	2,273433333
Лис.22	30,410	20,3295	10,08016667
Гру.22	32,719	33,248	0,529071429

При апроксимації 6-го ступеня похибка в липні становить – 6,35. Максимальна похибка у контрольних точках – 20,99. У апроксимуючого многочлена 6-го ступеня отримали велику похибку у місяці липні та велику максимальну похибку у вузлах та контрольних точках. Велика похибка апроксимації у місяці липні впливатиме на подальший аналіз даних та результати прогнозування. Велика максимальна похибка у контрольних точках свідчить про те, що даний многочлен апроксимації не доцільно використовувати у випадках, коли відсутні дані за інші місяці, крім розглянутого.

Збільшення ступеню апроксимації (тобто, перехід до інтерполяції) не зменшує похибку в вузлах та зменшує похибку в контрольній точці. Якщо порівняти результати апроксимації за два роки та три роки, то по всім показникам результати за два роки краще, ніж за три роки. Таким чином,

можемо зробити висновки, що збільшення кількості даних не призводить до покращення результатів відновлення даних методом апроксимації.

Якщо порівняти результати апроксимацій для твердих частинок PM_{2,5} та PM₁₀, то можемо сказати, що тенденція результатів зберігається, але є суттєва різниця, яку видно у результатах загальної похибки. Для твердих частинок PM₁₀ похибка дуже велика, ніж у твердих частинок PM_{2,5}. Це може бути обумовлено тим, що у вихідних даних по твердим частинкам PM₁₀ скачки у певні періоди дуже великі. Таким чином ми можемо сказати, що чим більші перепади між даними, то тим менше підходить для відновлення даних лінійна функція апроксимацій.

3 ЗАДАЧА ПРОГНОЗУВАННЯ ВИКИДІВ ТВЕРДИХ ЧАСТИНОК

3.1 Що таке прогнозування

Прогнозування — процес передбачення майбутнього стану предмета чи явища на основі аналізу його минулого і сучасного, систематично оцінювана інформація про якісні й кількісні характеристики розвитку обраного предмета чи явища в перспективі. Результатом прогнозування є прогноз — знання про майбутнє і про ймовірний розвиток сьогочасних тенденцій конкретного явища-об'єкта в подальшому існуванні.

В сучасний період прогнозування все ширше входить практично в усі області розвитку суспільства.

Головні напрямки прогнозування:

- економічне;
- демографічне;
- соціальне;
- науково-технічне;
- освоєння природних ресурсів;
- зовнішньополітичне.

Прогнозування засноване на зберіганні загальної тенденції розвитку явищ у часі, тому на практиці процес прогнозування зводиться до добору на підставі даних минулих періодів аналітичних залежностей досліджуваного параметра від чинників, що впливають, і екстраполяції цих залежностей на майбутнє. Прогноз показника одержують підстановкою необхідного значення чинника в отримане регресійне рівняння. Таким чином, прогнозне значення є точковою оцінкою середнього значення показника при даних рівнях чинників

Статистичні спостереження в соціально-економічних дослідженнях зазвичай проводяться регулярно через рівні відрізки часу і представляються у вигляді часових рядів x_t , де $t = 1, 2, \dots, n$. Як інструмент статистичного прогнозування часових рядів служать трендові регресійні моделі, параметри

яких оцінюються за наявної статистичної бази, а потім основні тенденції (тренди) екстраполюються на заданий інтервал часу.

Методологія статистичного прогнозування передбачає побудову та випробування багатьох моделей для кожного часового ряду, їх порівняння на основі статистичних критеріїв і відбір найкращих з них для прогнозування.

Основою більшості методів прогнозування є екстраполяція, пов'язана з поширенням закономірностей, зв'язків і співвідношень, що діють в досліджуваному періоді, за його межі, або – у більш широкому сенсі слова – це отримання уявлень про майбутнє на основі інформації, що відноситься до минулого і сучасного.

Найбільш відомі і широко застосовуються трендові та адаптивні методи прогнозування. Серед останніх можна виділити такі, як методи авторегресії, ковзного середнього (Боксу - Дженкінса і адаптивної фільтрації), методи експоненціального згладжування (Хольта, Брауна і експоненційної середньої) та ін. [13].

Трендова модель – це модель, котра визначає загальний напрям розвитку, головну тенденцію (тренд) часових рядів (рядів динаміки).

Види трендових моделей:

- лінійна ($y = ax + b$);
- параболічна ($y = ax^2 + bx + c$);
- кубічна параболо ($y = ax^3 + bx^2 + cx + d$);
- показникова ($y = ab^x$);
- експоненціальна ($y = ae^{bt}$);
- степенева ($y = ax^b$);
- гіперболічна ($y = a + b\frac{1}{x}$).

Розробка прогнозу потребує визначення його точності та надійності.

Точність прогнозу можна визначити розрахувавши помилку прогнозу, тобто різницю між прогнозними та фактичними значеннями. Такий підхід застосовують у двох випадках: коли прогнозний період вже настав і відомі

фактичні значення прогнозованого показника, або, коли проводиться ретроспективний аналіз прогнозних значень, тобто розраховуються прогнозні значення для минулих періодів.

Основними мірами точності прогнозу є:

- 1) Середня квадратична помилка прогнозу за періодів:

$$\text{MSE} = \frac{1}{\tau} \sum_{i=T+1}^{T+\tau} (y - y_t)^2 \quad (3.1)$$

- 2) Корінь із середньоквадратичної помилки:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{\tau} \sum_{i=T+1}^{T+\tau} (y - y_t)^2} \quad (3.2)$$

- 3) Середня абсолютна помилка:

$$\text{MAD} = \frac{1}{\tau} \sum_{i=T+1}^{T+\tau} |y - y_t| \quad (3.3)$$

- 4) Корінь із середньоквадратичної помилки прогнозу у відсотках від фактичних значень:

$$\text{RMSPE} = 100 \sqrt{\frac{1}{\tau} \sum_{i=T+1}^{T+\tau} \left(\frac{y - y_t}{y} \right)^2} \quad (3.4)$$

- 5) середня абсолютна помилка прогнозу у відсотках:

$$\text{MAPE} = \frac{100}{\tau} \sum_{i=T+1}^{T+\tau} \left| \frac{y - y_t}{y} \right| \quad (3.5)$$

Останні дві міри точності прогнозу визначаються у відсотках, тому визначити якість прогнозів можна використовуючи наступну градацію (табл. 3.1).

Таблиця 3.1 – Класифікація прогнозів за якістю

MAPE, RMSPE	Точність прогнозу
Менше 10%	Висока
10% – 20%	Хороша
20% – 40%	Задовільна
40% – 50%	Погана
Більше 50%	Незадовільна

3.2 Прогнозування викидів твердих частинок PM_{2,5}

Маємо вихідні дані викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2022 рік та січень 2023 року (табл. 3.2).

Таблиця 3.2 – Вихідні дані викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2022 рік та січень 2023 року

Період	PM_{2,5}
Січ.22	13,203
Лют.22	14,843
Бер.22	8,149
Кві.22	8,377
Тра.22	3,537
Чер.22	5,783
Лип.22	5,521
Сер.22	11,033
Вер.22	6,451
Жов.22	5,835
Лис.22	14,479
Гру.22	14,414
Січ.23	13,003

Для прогнозу нам необхідно побудувати трендові моделі (рис. 3.4). Для побудови трендових моделей будемо використовувати період січень – жовтень 2022 року. Ми обрали три основні види трендових моделей: лінійна (рис. 3.1), степенева (рис. 3.2), параболічна (рис. 3.3).

ВИВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ									
Регресійна статистика									
Множинний R	0,586262193	y = -0,7087*x + 12,1713							
R-квадрат	0,343703359								
Нормований R-квадрат	0,261666279								
Стандартна помилка	3,14503923								
Спостереження	10								
Дисперсійний аналіз									
	df	SS	MS	F	Значущість F				
Регресія	1	41,4405697	41,44056965	4,1896099	0,074873035				
Залишок	8	79,1301741	9,891271761						
Всього	9	120,570744							
	Коефіцієнти	Стандарт на помилка	t-статистика	P-Значення	Нижні 95%	Верхні 95%	Нижні 95,0%	Верхні 95,0%	
Y-перетин	12,17125505	2,14847081	5,665078154	0,0004731	7,216872479	17,1256	7,21687	17,1256	
Змінна X 1	-0,70873827	0,34625742	-2,046853648	0,074873	-1,50720932	0,08973	-1,50721	0,08973	

Рисунок 3.1 – Регресійний аналіз для лінійної моделі викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2022 рік

Таблиця 3.3 – Розрахунок значень лінійної моделі, суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу для викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2022 рік

x	Y	Лінійна модель	$(y - y_{\text{л}})^2$	MAPE
1	13,2026	11,4625	3,0278	0,1318
2	14,8425	10,7538	16,7176	0,2755
3	8,1487	10,0450	3,5962	0,2327
4	8,3774	9,3363	0,9195	0,1145
5	3,5368	8,6276	25,9160	1,4394
6	5,7826	7,9188	4,5633	0,3694
7	5,5213	7,2101	2,8520	0,3059
8	11,0333	6,5013	20,5389	0,4108
9	6,4513	5,7926	0,4339	0,1021
10	5,8354	5,0839	0,5648	0,1288
		Sum	79,1302	3,5108

ВИВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ								
Регресійна статистика								
Множинний R	0,62418249							
R-квадрат	0,389603781	y = 13,4*x^(-0,3771)						
Нормований R-квадрат	0,313304253							
Стандартна помилка	0,366954252							
Спостереження	10							
Дисперсійний аналіз								
	df	SS	MS	F	Значущість F			
Регресія	1	0,687583053	0,687583053	5,1062411	0,053747578			
Залишок	8	1,077243386	0,134655423					
Всього	9	1,76482644						
	Коефіцієнти	Стандартна помилка	t-статистика	P-Значення	Нижні 95%	Верхні 95%	Нижні 95,0%	Верхні 95,0%
Y-перетин	2,595257908	0,277473836	9,353162616	1,395E-05	1,955402095	3,235114	1,955402	3,235114
Змінна X 1	-0,37707107	0,166867806	-2,259699333	0,0537476	-0,76186892	0,007727	-0,76187	0,007727
ехр у-пер	13,4000429							

Рисунок 3.2 – Регресійний аналіз для степеневій моделі викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2022 рік

Таблиця 3.4 – Розрахунок значень степеневій моделі, суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу для викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2022 рік

Ln(x)	Ln(y)	Степенева модель	$(y - y_c)^2$	MAPE
0,0000	2,5804	13,4000	0,0390	0,0150
0,6931	2,6975	10,3180	20,4709	0,3048
1,0986	2,0979	8,8552	0,4992	0,0867
1,3863	2,1255	7,9449	0,1871	0,0516
1,6094	1,2632	7,3037	14,1899	1,0651
1,7918	1,7549	6,8185	1,0730	0,1791
1,9459	1,7086	6,4335	0,8320	0,1652
2,0794	2,4009	6,1175	24,1650	0,4455
2,1972	1,8643	5,8518	0,3594	0,0929
2,3026	1,7639	5,6239	0,0448	0,0363
		Sum	61,8602	2,4273

ВИВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ								
Регресійна статистика								
Множинний R	0,74827053							
R-квадрат	0,559908786	y = 0,2222*x^2 - 3,1529*x + 17,0596						
Нормований R-квадрат	0,434168439							
Стандартна помилка	2,75323511							
Спостереження	10							
Дисперсійний аналіз								
	df	SS	MS	F	Значущість F			
Регресія	2	67,50861875	33,75430937	4,45289678	0,056545682			
Залишок	7	53,06212499	7,58030357					
Всього	9	120,5707437						
	Коефіцієнти	Стандартна помилка	t-статистика	P-Значення	Нижні 95%	Верхні 95%	Нижні 95,0%	Верхні 95,0%
Y-перетин	17,05957907	3,238222754	5,268191956	0,00116291	9,402399009	24,71676	9,402399	24,71676
Змінна X 1	-3,152900277	1,352418341	-2,331305471	0,05251286	-6,350861484	0,045061	-6,35086	0,045061
Змінна X 2	0,222196546	0,119819179	1,854432227	0,10607488	-0,061130789	0,505524	-0,06113	0,505524

Рисунок 3.3 – Регресійний аналіз для параболічної моделі викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2022 рік

Таблиця 3.5 – Розрахунок значень параболічної моделі, суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу для викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2022 рік

x	x ²	Y	Параболічна модель	$(y - y_n)^2$	MAPE
1	1	13,2026	14,1289	0,8580	0,0702
2	4	14,8425	11,6426	10,2396	0,2156
3	9	8,1487	9,6006	2,1082	0,1782
4	16	8,3774	8,0031	0,1401	0,0447
5	25	3,5368	6,8500	10,9773	0,9368
6	36	5,7826	6,1413	0,1286	0,0620
7	49	5,5213	5,8769	0,1265	0,0644
8	64	11,0333	6,0570	24,7643	0,4510
9	81	6,4513	6,6814	0,0529	0,0357
10	100	5,8354	7,7502	3,6665	0,3281
Sum				53,0621	2,3867

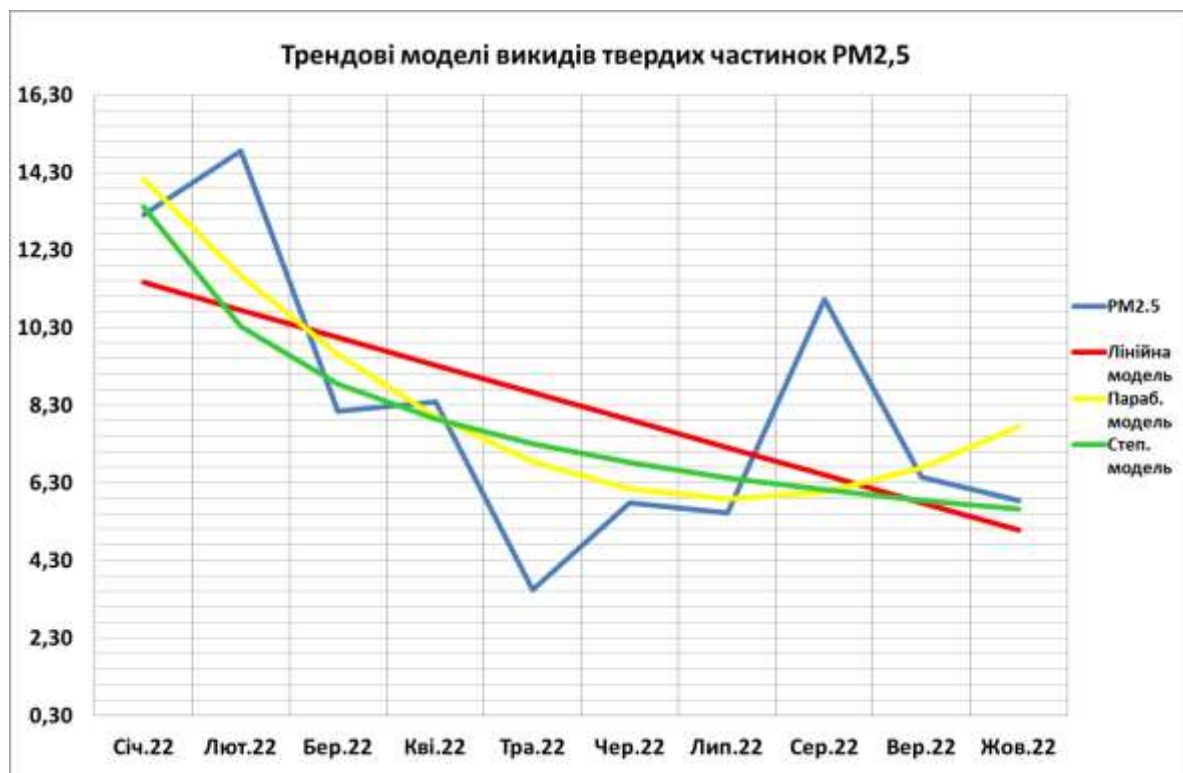


Рисунок 3.4 – Графік трендових моделей викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2022 рік

Щоб визначити, яка модель найкраще описує початкові дані, у якості критерію вибору ми обираємо: суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу (MAPE). Обидва критерії повинні мати найменше значення (табл. 3.3 – 3.5). Нам підходить третя модель – параболічна.

Ще один критерій перевірки наскільки регресія описує початкові дані, це подивитись на коефіцієнт детермінації кожної трендової моделі (табл. 3.6)

Коефіцієнт детермінації (позначається як R^2 - R-квадрат) — статистичний показник, що використовується в статистичних моделях як міра залежності варіації залежної змінної від варіації незалежних змінних. Іншими словами, чисельно показує, яка частина варіації залежної змінної пояснена моделлю. Вказує, наскільки отримані спостереження підтверджують модель.

В умовах класичної лінійної множинної регресії, коефіцієнт приймає значення від 0 до 1. Вважається, що чим ближче коефіцієнт до 1, тим кращою є модель. Коефіцієнт детермінації росте із кожним вступуючим до моделі предиктором (незалежною змінною). Однак, це зовсім не обов'язково зазначає

перевагу моделі із більшим числом предикторів над моделлю із меншим числом предикторів. Тому, коефіцієнт детермінації має використовуватися лише як одна із метрик для посудження вірності моделі.

Таблиця 3.6 – Значення коефіцієнта детермінації для трендових моделей викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2022 рік

	Лінійна модель	Степенева модель	Параболічна модель
Коефіцієнт детермінації	0,3437	0,3896	0,5599

За значенням коефіцієнта детермінації нам також підходить – параболічна модель.

Для обраної моделі перевіряємо гіпотезу про правильність вибору виду тренду застосовуючи критерій серій, оснований на медіані вибірки.

Найбільш простим способом перевірки припущення про випадковість ε_t є визначення коефіцієнту кореляції між відхиленнями від тренду ε_t і чинником часу t та перевірка його значущості. Однак цей зв'язок може бути нелінійним. Тому характер відхилень доцільно вивчати за допомогою непараметричних критеріїв, таких як, заснований на медіані вибірки, критерій “зростаючих” та “спадаючих” серій тощо. Позначимо e_t розходження між фактичними і розрахованими за моделлю рівнями часового ряду $\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t, (t = 1, 2, \dots, n)$.

Критерій серій, оснований на медіані вибірки. Згідно з критерієм серій ряд з величин e_t розташовують у порядку зростання їх значень і знаходять медіану e_m одержаного варіаційного ряду, тобто значення, що знаходиться в середині для непарного n або середню арифметичну з двох середніх значень для n парного.

Повертаючись до вхідної послідовності e_t і порівнюючи значення цієї послідовності з e_m , ставлять знак «плюс», якщо значення e_t , перевищує медіану, і знак «мінус», якщо воно менше за медіану; у випадку однаковості порівнюваних величин відповідне значення e_t пропускається.

Отже, отримуємо послідовність, яка складається із плюсів та мінусів, загальна кількість яких не перевищує n . Послідовність поспіль розташованих плюсів або мінусів називається серією. Для того щоб послідовність e_t була випадковою вибіркою, довжина найдовшої серії не повинна бути занадто великою, а загальна кількість серій – занадто малою.

Позначимо довжину найдовшої серії через k_{max} , а загальну кількість серій - через v . Вибірка вважається випадковою, якщо виконуються наступні нерівності для 5-го рівня значущості:

$$k_{max} < [3.3(\ln n + 1)], \quad (3.6)$$

$$v > \left\lceil \frac{1}{2} (n + 1 - 1.96\sqrt{n - 1}) \right\rceil, \quad (3.7)$$

де квадратні дужки означають цілу частину числа.

Якщо хоча б одна з цих нерівностей порушується, то гіпотеза про випадковий характер відхилень рівнів часового ряду від тренду спростовується і, отже, модель тренду признається неадекватною.

Таблиця 3.7 – Розрахунок залишків та серій для параболічної моделі викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2022 рік

Залишки		
-0,9263	-	1
3,1999	+	1
-1,4520	-	1
0,3743	+	1
-3,3132	-	
-0,3586	-	2
-0,3556	+	
4,9764	+	
-0,2301	+	3
-1,9148	-	1
Медіана	-0,3571	

Оскільки за підрахунком кількості серій та найдовшої з них в нас вийшло, що $v = 7$, $k_{max} = 3$,. Ми можемо порівняти їх із розрахованими значеннями:

$$v = 7 > 2.56, \quad (3.8)$$

рівність виконується, тобто модель тренду є адекватною;

$$k_{max} = 3 < 10.90, \quad (3.9)$$

рівність виконується, тобто вибірка вважається випадковою.

Для побудови прогнозу викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2022 рік в атмосферне повітря на листопад 2022 – січень 2023 року (табл. 3.8) ми використовуємо параболічну модель:

$$y = 0,2222x^2 - 3,1529x + 17,0596 \quad (3.10)$$

Таблиця 3.8 – Прогноз викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2022 рік на листопад 2022 – січень 2023 року

Період	PM _{2,5}	Прогноз
Січ.22	13,2026	14,1289
Лют.22	14,8425	11,6426
Бер.22	8,1487	9,6006
Кві.22	8,3774	8,0031
Тра.22	3,5368	6,8500
Чер.22	5,7826	6,1413
Лип.22	5,5213	5,8769
Сер.22	11,0333	6,0570
Вер.22	6,4513	6,6814
Жов.22	5,8354	7,7502
Лис.22	14,4790	9,2635
Гру.22	14,4136	11,2211
Січ.23	13,0030	13,6231

Наступний крок, це за формулами (3.1) – (3.5) визначити міри точності прогнозу, за умови що $\tau = 3$.

Для визначення мір точності прогнозів необхідно обрати глибину періоду розрахунку, в нашому випадку $\tau = 3$. Слід також зазначити, що якщо ряд, який аналізується є не дуже великим, наприклад має 10 значень, то для розрахунків можна використовувати всі 10 значень ряду. У випадку коли прогнозний період вже настав і відомі фактичні значення прогнозованого показника, то для розрахунку міри точності прогнозу ми використовуємо формули (3.1) – (3.5) у початковому вигляді.

Нам необхідно розрахувати дані за якими будемо перевіряти прогноз. У нас є $\tau = 3$ та $T = 10$. Отже:

$$i = T + 1 = 10 + 1 = 11 \quad (3.11)$$

Тоді для розрахунків перевірки прогнозів ми будемо брати значення з 11 по 13 (табл. 3.9 – 3.10).

Таблиця 3.9 – Перший етап розрахунків для визначення мір точності прогнозу викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2022 рік

x	PM _{2,5}	Прогноз	$ y - y_n $	$(y - y_n)^2$	$\left \frac{y - y_n}{y} \right $	$\left(\frac{y - y_n}{y} \right)^2$
11	14,4790	9,2635	5,2155	27,2019	0,3602	0,1298
12	14,4136	11,2211	3,1925	10,1920	0,2215	0,0491
13	13,0030	13,6231	0,6201	0,3845	0,0477	0,0023

Таблиця 3.10 – Другий етап розрахунків для визначення мір точності прогнозу викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2022 рік

SUM _{11–13}	0,26735
SUM _{11–13}	0,03153
SUM _{11–13}	0,54954
SUM _{11–13}	0,12940

Таблиця 3.11 – Значення мір точності прогнозу викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2022 рік

MSE	RMSE	MAD	RMSPE	MAPE
12,5928	3,5486	3,0094	24,5688	20,9798

Значення RMSPE та значення MAPE (табл. 3.11) потрапляють в діапазон 20% – 40%, що означає, що точність прогнозу викидів твердих частинок PM_{2,5} на листопад 2022 – січень 2023 року задовільна.



Рисунок 3.5 – Графік прогнозу викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2022 рік на листопад 2022 – січень 2023 року

Можемо зробити висновок, що по прогнозам викиди твердих частинок PM_{2,5} за 2022 рік на листопад 2022 – січень 2023 року мають тенденцію на збільшення (рис. 3.5).

Маємо вихідні дані викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2021 - 2022 роки та січень 2023 року (табл. 3.12).

Таблиця 3.12 – Вихідні дані викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2021-2022 роки та січень 2023 року

Період	PM _{2,5}
Січ.21	18,015
Лют.21	16,803
Бер.21	16,517
Кві.21	11,776
Тра.21	4,257
Чер.21	7,153
Лип.21	11,355
Сер.21	15,487
Вер.21	12,555
Жов.21	18,401
Лис.21	17,137
Гру.21	15,884
Січ.22	13,203
Лют.22	14,843
Бер.22	8,149
Кві.22	8,377
Тра.22	3,537
Чер.22	5,783
Лип.22	5,521
Сер.22	11,033
Вер.22	6,451
Жов.22	5,835
Лис.22	14,479
Гру.22	14,414
Січ.23	13,003

Для прогнозу нам необхідно побудувати трендові моделі (рис. 3.9). Для побудови трендових моделей будемо використовувати період січень 2021 – жовтень 2022 років. Ми обрали три основні види трендових моделей: лінійна (рис. 3.6), степенева (рис. 3.7), параболічна (рис. 3.8).

ВИВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ								
Регресійна статистика								
Множинний R	0,554786366							
R-квадрат	0,307787912	y = -0,4196*x + 16,1006						
Нормований R-квадрат	0,273177308							
Стандартна помилка	4,186566439							
Спостереження	22							
Дисперсійний аналіз								
	df	SS	MS	F	Значущість F			
Регресія	1	155,8684986	155,8684986	8,8928789	0,007366729			
Залишок	20	350,546771	17,52733855					
Всього	21	506,4152697						
	Коефіцієнти	Стандартна помилка	t-статистика	P-Значення	Нижні 95%	Верхні 95%	Нижні 95,0%	Верхні 95,0%
Y-перетин	16,10085894	1,847814006	8,713462984	3,039E-08	12,24638647	19,95533	12,24639	19,95533
Змінна X 1	-0,419551128	0,140690154	-2,982093035	0,0073667	-0,713025647	-0,12608	-0,71303	-0,12608

Рисунок 3.6 – Регресійний аналіз для лінійної моделі викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2021 - 2022 роки

Таблиця 3.13 – Розрахунок значень лінійної моделі, суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу для викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2021 - 2022 роки

x	y	Лінійна модель	$(y - y_{\text{л}})^2$	MAPE
1	18,0153	15,6813	5,4477	0,1296
2	16,8025	15,2618	2,3739	0,0917
3	16,5174	14,8422	2,8063	0,1014
4	11,7760	14,4227	7,0048	0,2247
5	4,2567	14,0031	94,9930	2,2897
6	7,1530	13,5836	41,3520	0,8990
7	11,3554	13,1640	3,2712	0,1593
8	15,4874	12,7444	7,5237	0,1771
9	12,5553	12,3249	0,0531	0,0184
10	18,4008	11,9053	42,1905	0,3530
11	17,1366	11,4858	31,9310	0,3297
12	15,8842	11,0662	23,2126	0,3033
13	13,2026	10,6467	6,5326	0,1936
14	14,8425	10,2271	21,3015	0,3110
15	8,1487	9,8076	2,7520	0,2036
16	8,3774	9,3880	1,0214	0,1206

Продовження таблиці 3.13

х	у	Лінійна модель	$(y - y_{\text{л}})^2$	MAPE
17	3,5368	8,9685	29,5034	1,5358
18	5,7826	8,5489	7,6525	0,4784
19	5,5213	8,1294	6,8022	0,4724
20	11,0333	7,7098	11,0456	0,3012
21	6,4513	7,2903	0,7038	0,1300
22	5,8354	6,8707	1,0719	0,1774
		Sum	350,5468	9,0009

ВИВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ								
Регресійна статистика								
Множинний R	0,466872213	y = 19,05*x^(-0,28)						
R-квадрат	0,217969664							
Нормований R-квадрат	0,178868147							
Стандартна помилка	0,459540261							
Спостереження	22							
Дисперсійний аналіз								
	df	SS	MS	F	Значущість F			
Регресія	1	1,17719818	1,17719818	5,5744554	0,028486338			
Залишок	20	4,223545028	0,211177251					
Всього	21	5,400743208						
	Коефіцієнти	Стандартна помилка	t-статистика	P-Значення	Нижні 95%	Верхні 95%	Нижні 95,0%	Верхні 95,0%
У-перетин	2,946988607	0,286033279	10,3029571	1,911E-09	2,350333641	3,543644	2,350334	3,543644
Змінна X 1	-0,2879766	0,121970837	-2,361028473	0,0284863	-0,542403327	-0,03355	-0,5424	-0,03355
exp у-пер	19,048505							

Рисунок 3.7 – Регресійний аналіз для степеневій моделі викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2021 - 2022 роки

Таблиця 3.14 – Розрахунок значень степеневій моделі, суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу для викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2021 - 2022 роки

Ln(x)	Ln(y)	Степенева модель	$(y - y_c)^2$	MAPE
0,0000	2,8912	19,0500	1,0705	0,0574
0,6931	2,8215	15,6894	1,2390	0,0662
1,0986	2,8044	14,0056	6,3093	0,1521
1,3863	2,4661	12,9217	1,3125	0,0973
1,6094	1,4485	12,1390	62,1314	1,8518

Продовження таблиці 3.14

Ln(x)	Ln(y)	Степенева модель	$(y - y_c)^2$	MAPE
1,7918	1,9675	11,5349	19,2008	0,6126
1,9459	2,4297	11,0476	0,0947	0,0271
2,0794	2,7400	10,6422	23,4763	0,3129
2,1972	2,5301	10,2969	5,1005	0,1799
2,3026	2,9124	9,9976	70,6136	0,4567
2,3979	2,8412	9,7343	54,7932	0,4320
2,4849	2,7653	9,5000	40,7578	0,4019
2,5649	2,5804	9,2895	15,3125	0,2964
2,6391	2,6975	9,0987	32,9913	0,3870
2,7081	2,0979	8,9246	0,6021	0,0952
2,7726	2,1255	8,7648	0,1501	0,0462
2,8332	1,2632	8,6173	25,8112	1,4365
2,8904	1,7549	8,4804	7,2782	0,4665
2,9444	1,7086	8,3530	8,0187	0,5129
2,9957	2,4009	8,2339	7,8367	0,2537
3,0445	1,8643	8,1222	2,7918	0,2590
3,0910	1,7639	8,0171	4,7597	0,3739
		Sum	391,6518	8,7177

ВИВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ								
Регресійна статистика								
Множинний R	0,577386197							
R-квадрат	0,33337482	y = -0,0214*x^2 + 0,0723*x + 14,1335						
Нормований R-квадрат	0,263203749							
Стандартна помилка	4,215192886							
Спостережень	22							
Дисперсійний аналіз								
	df	SS	MS	F	Значущість F			
Регресія	2	168,8260994	84,4130497	4,7508868	0,021226397			
Залишок	19	337,5891703	17,7678511					
Всього	21	506,4152697						
	Коефіцієнти	Стандартна помилка	t-статистика	P-Значення	Нижні 95%	Верхні 95%	Нижні 95,0%	Верхні 95,0%
Y-перетин	14,13351246	2,961173733	4,77294267	0,0001323	7,935704609	20,33132	7,935705	20,33132
Змінна X 1	0,072285492	0,593102304	0,12187694	0,9042763	-1,169091897	1,313663	-1,16909	1,313663
Змінна X 2	-0,021384201	0,025040799	-0,8539744	0,403758	-0,073795195	0,031027	-0,0738	0,031027

Рисунок 3.8 – Регресійний аналіз для параболічної моделі викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2021 - 2022 роки

Таблиця 3.15 – Розрахунок значень параболічної моделі, суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу для викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2021 - 2022 роки

X	x ²	Y	Параболічна модель	(y – y _п) ²	MAPE
1	1	18,0153	14,1844	14,6759	0,2126
2	4	16,8025	14,1925	6,8119	0,1553
3	9	16,5174	14,1579	5,5673	0,1428
4	16	11,7760	14,0805	5,3108	0,1957
5	25	4,2567	13,9603	94,1612	2,2796
6	36	7,1530	13,7974	44,1480	0,9289
7	49	11,3554	13,5917	5,0012	0,1969
8	64	15,4874	13,3432	4,5975	0,1384
9	81	12,5553	13,0520	0,2466	0,0396
10	100	18,4008	12,7179	32,2945	0,3088
11	121	17,1366	12,3412	22,9957	0,2798
12	144	15,8842	11,9216	15,7020	0,2495
13	169	13,2026	11,4593	3,0390	0,1320
14	196	14,8425	10,9542	15,1188	0,2620
15	225	8,1487	10,4063	5,0971	0,2771
16	256	8,3774	9,8157	2,0688	0,1717
17	289	3,5368	9,1823	31,8722	1,5962
18	324	5,7826	8,5062	7,4177	0,4710
19	361	5,5213	7,7872	5,1345	0,4104
20	400	11,0333	7,0255	16,0624	0,3632
21	441	6,4513	6,2211	0,0530	0,0357
22	484	5,8354	5,3738	0,2131	0,0791
Sum				337,5892	8,9266

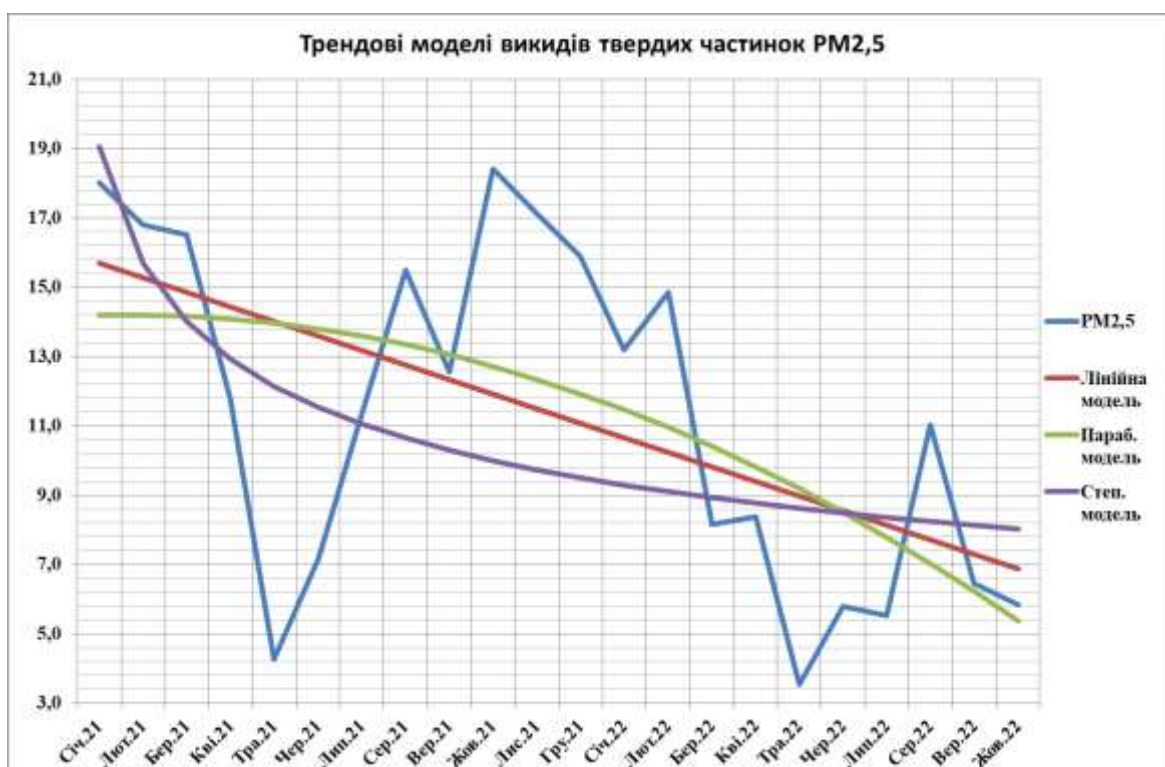


Рисунок 3.9 – Графік трендових моделей викидів твердих частинок PM2,5 за 2021 - 2022 роки

Щоб визначити, яка модель найкраще описує початкові дані, у якості критерію вибору ми обираємо: суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу (MAPE). Обидва критерії повинні мати найменше значення (табл. 3.13 – 3.15). Серед цих моделей у однієї сума квадратів помилок менше ніж у двох інших, а ось MAPE менше у іншій моделі. У такому випадку ми звертаємо увагу на ту модель, де сума квадратів помилок дає найменше значення. У такому випадку нам підходить параболічна модель.

Ще один критерій перевірки наскільки регресія описує початкові дані, це подивитись на коефіцієнт детермінації кожної трендової моделі (табл. 3.16)

Таблиця 3.16 – Значення коефіцієнта детермінації для трендових моделей викидів твердих частинок PM2,5 за 2021 - 2022 роки

	Лінійна модель	Степенева модель	Параболічна модель
Коефіцієнт детермінації	0,30778	0,2179	0,3334

За значенням коефіцієнта детермінації нам також підходить – параболічна модель.

Для обраної моделі перевіряємо гіпотезу про правильність вибору виду тренду застосовуючи критерій серій, оснований на медіані вибірки.

Таблиця 3.17 – Розрахунок залишків та серій для параболічної моделі викидів твердих частинок РМ_{2,5} за 2021 - 2022 роки

Залишки		
3,8309	+	1
2,6100	+	1
2,3595	+	1
-2,3045	-	
-9,7037	-	
-6,6444	-	
-2,2363	-	4
2,1442	+	1
-0,4966	-	1
5,6828	+	
4,7954	+	
3,9626	+	
1,7433	+	
3,8883	+	5
-2,2577	-	
-1,4383	-	
-5,6455	-	
-2,7235	-	
-2,2659	-	5
4,0078	+	1
0,2303	-	1
0,4616	+	1
Медіана		-0,3571

Оскільки за підрахунком кількості серій та найдовшої з них в нас вийшло, що $v = 11$, $k_{max} = 5$,. Ми можемо порівняти їх із розрахованими значеннями:

$$v = 11 > 6.62, \quad (3.12)$$

рівність виконується, тобто модель тренду є адекватною;

$$k_{max} = 5 < 13.35, \quad (3.13)$$

рівність виконується, тобто вибірка вважається випадковою.

Для побудови прогнозу викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2021 - 2022 роки в атмосферне повітря на листопад 2022 – січень 2023 року (табл. 3.18) ми використовуємо параболічну модель:

$$y = -0,0214x^2 + 0,0723x + 14,1335 \quad (3.14)$$

Таблиця 3.18 – Прогноз викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2021 - 2022 роки на листопад 2022 – січень 2023 року

Період	PM _{2,5}	Прогноз
Січ.21	18,0153	14,1844
Лют.21	16,8025	14,1925
Бер.21	16,5174	14,1579
Кві.21	11,7760	14,0805
Тра.21	4,2567	13,9603
Чер.21	7,1530	13,7974
Лип.21	11,3554	13,5917
Сер.21	15,4874	13,3432
Вер.21	12,5553	13,0520
Жов.21	18,4008	12,7179
Лис.21	17,1366	12,3412
Гру.21	15,8842	11,9216
Січ.22	13,2026	11,4593
Лют.22	14,8425	10,9542
Бер.22	8,1487	10,4063
Кві.22	8,3774	9,8157
Тра.22	3,5368	9,1823
Чер.22	5,7826	8,5062
Лип.22	5,5213	7,7872
Сер.22	11,0333	7,0255
Вер.22	6,4513	6,2211
Жов.22	5,8354	5,3738

Продовження таблиці 3.18

Лис.22	14,4790	4,4838
Гру.22	14,4136	3,5511
Січ.23	13,0030	2,5755

Наступний крок, це за формулами (3.1) – (3.5) визначити міри точності прогнозу, за умови що $\tau = 3$.

Для визначення мір точності прогнозів необхідно обрати глибину періоду розрахунку, в нашому випадку $\tau = 3$. Слід також зазначити, що якщо ряд, який аналізується є не дуже великим, наприклад має 22 значення, то для розрахунків можна використовувати всі 22 значення ряду. У випадку коли прогнозний період вже настав і відомі фактичні значення прогнозованого показника, то для розрахунку міри точності прогнозу ми використовуємо формули (3.1) – (3.5) у початковому вигляді.

Нам необхідно розрахувати дані за якими будемо перевіряти прогноз. У нас є $\tau = 3$ та $T = 22$. Отже:

$$i = T + 1 = 22 + 1 = 23 \quad (3.15)$$

Тоді для розрахунків перевірки прогнозів ми будемо брати значення з 23 по 25 (табл. 3.19 – 3.20).

Таблиця 3.19 – Перший етап розрахунків для визначення мір точності прогнозу викидів твердих частинок РМ_{2,5} за 2021 - 2022 роки

x	РМ _{2,5}	Прогноз	$ y - y_n $	$(y - y_n)^2$	$\left \frac{y - y_n}{y} \right $	$\left(\frac{y - y_n}{y} \right)^2$
23	14,4790	4,4838	9,9952	99,9033	0,6903	0,4765
24	14,4136	3,5511	10,8625	117,9941	0,7536	0,5680
25	13,0030	2,5755	10,4275	108,7323	0,8019	0,6431

Таблиця 3.20 – Другий етап розрахунків для визначення мір точності прогнозу викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2021 - 2022 роки

SUM ₂₃₋₂₅	31,2851
SUM ₂₃₋₂₅	326,6296
SUM ₂₃₋₂₅	2,2459
SUM ₂₃₋₂₅	1,6876

Таблиця 3.21 – Значення мір точності прогнозу викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2021 - 2022 роки

MSE	RMSE	MAD	RMSPE	MAPE
108,8765	10,4344	10,4284	75,0020	74,8627

Значення RMSPE та значення MAPE (табл. 3.21) потрапляють в діапазон більше 50% що означає, що точність прогнозу викидів твердих частинок PM_{2,5} на листопад 2022 – січень 2023 року незадовільна.



Рисунок 3.10 – Графік прогнозу викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2021 - 2022 роки листопад 2022 – січень 2023 року

Можемо зробити висновок, що по прогнозам викиди твердих частинок PM_{2,5} за 2021 - 2022 роки на листопад 2022 – січень 2023 року мають тенденцію до зменшення (рис. 3.10).

Маємо вихідні дані викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2020 - 2022 роки та січень 2023 року (табл. 3.22).

Таблиця 3.22 – Вихідні дані викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2020 - 2022 роки та січень 2023 року

Період	PM_{2,5}
Січ.20	21,616
Лют.20	10,842
Бер.20	10,373
Кві.20	7,554
Тра.20	4,389
Чер.20	4,526
Лип.20	4,738
Сер.20	6,555
Вер.20	6,384
Жов.20	11,320
Лис.20	16,321
Гру.20	16,383
Січ.21	18,015
Лют.21	16,803
Бер.21	16,517
Кві.21	11,776
Тра.21	4,257
Чер.21	7,153
Лип.21	11,355
Сер.21	15,487
Вер.21	12,555
Жов.21	18,401
Лис.21	17,137
Гру.21	15,884
Січ.22	13,203
Лют.22	14,843
Бер.22	8,149
Кві.22	8,377
Тра.22	3,537
Чер.22	5,783

Продовження таблиці 3.22

Період	PM2,5
Лип.22	5,521
Сер.22	11,033
Вер.22	6,451
Жов.22	5,835
Лис.22	14,479
Гру.22	14,414
Січ.23	13,003

Для прогнозу нам необхідно побудувати трендові моделі (рис. 3.14). Для побудови трендових моделей будемо використовувати період січень 2020 – жовтень 2022 років. Ми обрали три основні види трендових моделей: лінійна (рис. 3.11), степенева (рис. 3.12), параболічна (рис. 3.13).

ВИВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ								
Регресійні								
Множинне	0,128155806							
R-квадрат	0,016423911				$y = -0,0655 \cdot x + 12,0019$			
Нормоване	-0,014312842							
Стандартне	5,128395608							
Спостережене	34							
Дисперсійний аналіз								
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значущість F</i>			
Регресія	1	14,05340707	14,05340707	0,5343411	0,470106406			
Залишок	32	841,6141286	26,30044152					
Всього	33	855,6675356						
	<i>Коефіцієнти</i>	<i>Стандартна помилка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значення</i>	<i>Нижні 95%</i>	<i>Верхні 95%</i>	<i>Нижні 95,0%</i>	<i>Верхні 95,0%</i>
Y-перетин	12,00185121	1,798558774	6,673038095	1,57E-07	8,338306876	15,6654	8,338307	15,6654
Змінна X	-0,065531632	0,089648224	-0,730986394	0,4701064	-0,24813909	0,117076	-0,24814	0,117076

Рисунок 3.11 – Регресійний аналіз для лінійної моделі викидів твердих частинок PM2,5 за 2020 - 2022 роки

Таблиця 3.23 – Розрахунок значень лінійної моделі, суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу для викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2021 - 2022 роки

х	у	Лінійна модель	$(y - y_{\text{л}})^2$	MAPE
1	21,6162	11,9363	93,7002	0,4478
2	10,8421	11,8708	1,0583	0,0949
3	10,3726	11,8053	2,0526	0,1381
4	7,5537	11,7397	17,5231	0,5542
5	4,3885	11,6742	53,0811	1,6602
6	4,5263	11,6087	50,1594	1,5647
7	4,7377	11,5431	46,3140	1,4364
8	6,5547	11,4776	24,2353	0,7511
9	6,3842	11,4121	25,2798	0,7876
10	11,3197	11,3465	0,0007	0,0024
11	16,3210	11,2810	25,4016	0,3088
12	16,3826	11,2155	26,6990	0,3154
13	18,0153	11,1499	47,1336	0,3811
14	16,8025	11,0844	32,6966	0,3403
15	16,5174	11,0189	30,2340	0,3329
16	11,7760	10,9533	0,6768	0,0699
17	4,2567	10,8878	43,9721	1,5578
18	7,1530	10,8223	13,4636	0,5130
19	11,3554	10,7568	0,3583	0,0527
20	15,4874	10,6912	23,0033	0,3097
21	12,5553	10,6257	3,7235	0,1537
22	18,4008	10,5602	61,4752	0,4261
23	17,1366	10,4946	44,1152	0,3876
24	15,8842	10,4291	29,7581	0,3434
25	13,2026	10,3636	8,0600	0,2150
26	14,8425	10,2980	20,6522	0,3062
27	8,1487	10,2325	4,3423	0,2557
28	8,3774	10,1670	3,2025	0,2136
29	3,5368	10,1014	43,0946	1,8561
30	5,7826	10,0359	18,0903	0,7355
31	5,5213	9,9704	19,7943	0,8058
32	11,0333	9,9048	1,2735	0,1023
33	6,4513	9,8393	11,4784	0,5252
34	5,8354	9,7738	15,5107	0,6749
		Sum	841,6141	18,6200

ВИВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ											
Регресійна статистика											
Множинний R	0,077307204										
R-квадрат	0,005976404	y = 10,8589*x^(-0,0463)									
Нормований R-квадрат	-0,025086834										
Стандартна помилка	0,522165066										
Спостереження	34										
Дисперсійний аналіз											
	df	SS	MS	F	Значущість F						
Регресія	1	0,052457652	0,052457652	0,19239475	0,663878162						
Залишок	32	8,725003381	0,272656356								
Всього	33	8,777461033									
	Коефіцієнти	Стандартна помилка	t-статистика	P-Значення	Нижні 95%	Верхні 95%	Нижні 95,0%	Верхні 95,0%			
У-перетин	2,384993274	0,289319885	8,243447473	2,0394E-09	1,795667954	2,974319	1,795668	2,974319			
Змінна X 1	-0,046317547	0,105596359	-0,43862826	0,66387816	-0,261410292	0,168775	-0,26141	0,168775			
exp y-пер	10,85898963										

Рисунок 3.12 – Регресійний аналіз для степеневі моделі викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2020 - 2022 роки

Таблиця 3.24 – Розрахунок значень степеневі моделі, суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу для викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2020 - 2022 роки

Ln(x)	Ln(y)	Степенева модель	$(y - y_c)^2$	MAPE
0,0000	3,0734	10,9000	114,8371	0,4957
0,6931	2,3834	10,6019	0,0577	0,0221
1,0986	2,3392	10,4314	0,0035	0,0057
1,3863	2,0220	10,3120	7,6086	0,3652
1,6094	1,4790	10,2204	34,0108	1,3289
1,7918	1,5099	10,1461	31,5821	1,2416
1,9459	1,5556	10,0838	28,5805	1,1284
2,0794	1,8802	10,0300	12,0783	0,5302
2,1972	1,8538	9,9829	12,9509	0,5637
2,3026	2,4265	9,9409	1,9010	0,1218
2,3979	2,7925	9,9031	41,1895	0,3932
2,4849	2,7962	9,8687	42,4308	0,3976
2,5649	2,8912	9,8371	66,8829	0,4540
2,6391	2,8215	9,8080	48,9227	0,4163
2,7081	2,8044	9,7810	45,3795	0,4078
2,7726	2,4661	9,7558	4,0813	0,1716
2,8332	1,4485	9,7321	29,9809	1,2863

Продовження таблиці 3.24

Ln(x)	Ln(y)	Степенева модель	$(y - y_c)^2$	MAPE
2,8904	1,9675	9,7099	6,5378	0,3575
2,9444	2,4297	9,6889	2,7769	0,1468
2,9957	2,7400	9,6691	33,8527	0,3757
3,0445	2,5301	9,6502	8,4396	0,2314
3,0910	2,9124	9,6323	76,8862	0,4765
3,1355	2,8412	9,6152	56,5710	0,4389
3,1781	2,7653	9,5988	39,5059	0,3957
3,2189	2,5804	9,5832	13,1002	0,2741
3,2581	2,6975	9,5681	27,8189	0,3554
3,2958	2,0979	9,5537	1,9741	0,1724
3,3322	2,1255	9,5398	1,3512	0,1388
3,3673	1,2632	9,5264	35,8759	1,6935
3,4012	1,7549	9,5135	13,9196	0,6452
3,4340	1,7086	9,5011	15,8386	0,7208
3,4657	2,4009	9,4890	2,3850	0,1400
3,4965	1,8643	9,4773	9,1566	0,4690
3,5264	1,7639	9,4660	13,1813	0,6222
		Sum	881,6495	16,4882

ВИВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ									
Регресійна статистика									
Множинний F	0,360613723	y = -0,0197*x^2 + 0,6228*x + 7,8716							
R-квадрат	0,130042257								
Нормований R-квадрат	0,073915951								
Стандартна помилка	4,900278458								
Спостережень	34								
Дисперсійний аналіз									
	df	SS	MS	F	Значущість F				
Регресія	2	111,2729378	55,6364689	2,31695735	0,115404155				
Залишок	31	744,3945978	24,01272896						
Всього	33	855,6675356							
	Коефіцієнти	Стандартна помилка	t-статистика	P-Значення	Нижні 95%	Верхні 95%	Нижні 95,0%	Верхні 95,0%	
Y-перетин	7,871608085	2,677106782	2,940341468	0,00614832	2,411612805	13,3316	2,411613	13,3316	
Змінна X 1	0,622842222	0,352673198	1,766060553	0,08723353	-0,096439506	1,342124	-0,09644	1,342124	
Змінна X 2	-0,019667824	0,00977463	-2,012129835	0,05296522	-0,039603314	0,000268	-0,0396	0,000268	

Рисунок 3.13 – Регресійний аналіз для параболічної моделі викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2020 - 2022 роки

Таблиця 3.25 – Розрахунок значень параболічної моделі, суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу для викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2020 - 2022 роки

X	x ²	y	Параболічна модель	(y - y _п) ²	MAPE
1	1	21,6162	8,4748	172,6970	0,6079
2	4	10,8421	9,0386	3,2524	0,1663
3	9	10,3726	9,5631	0,6552	0,0780
4	16	7,5537	10,0483	6,2232	0,3303
5	25	4,3885	10,4941	37,2784	1,3913
6	36	4,5263	10,9006	40,6315	1,4083
7	49	4,7377	11,2678	42,6420	1,3783
8	64	6,5547	11,5956	25,4111	0,7691
9	81	6,3842	11,8841	30,2492	0,8615
10	100	11,3197	12,1332	0,6619	0,0719
11	121	16,3210	12,3431	15,8240	0,2437
12	144	16,3826	12,5135	14,9694	0,2362
13	169	18,0153	12,6447	28,8438	0,2981
14	196	16,8025	12,7365	16,5323	0,2420
15	225	16,5174	12,7890	13,9013	0,2257
16	256	11,7760	12,8021	1,0529	0,0871
17	289	4,2567	12,7759	72,5778	2,0014
18	324	7,1530	12,7104	30,8846	0,7769
19	361	11,3554	12,6055	1,5629	0,1101
20	400	15,4874	12,4613	9,1571	0,1954
21	441	12,5553	12,2778	0,0770	0,0221
22	484	18,4008	12,0549	40,2699	0,3449
23	529	17,1366	11,7927	28,5568	0,3118
24	576	15,8842	11,4912	19,2988	0,2766
25	625	13,2026	11,1503	4,2120	0,1554
26	676	14,8425	10,7701	16,5848	0,2744
27	729	8,1487	10,3505	4,8481	0,2702
28	784	8,3774	9,8916	2,2928	0,1807
29	841	3,5368	9,3934	34,2998	1,6559
30	900	5,7826	8,8558	9,4446	0,5315
31	961	5,5213	8,2789	7,6046	0,4995
32	1024	11,0333	7,6627	11,3611	0,3055
33	1089	6,4513	7,0071	0,3089	0,0862
34	1156	5,8354	6,3122	0,2274	0,0817
			Sum	744,3946	16,4759

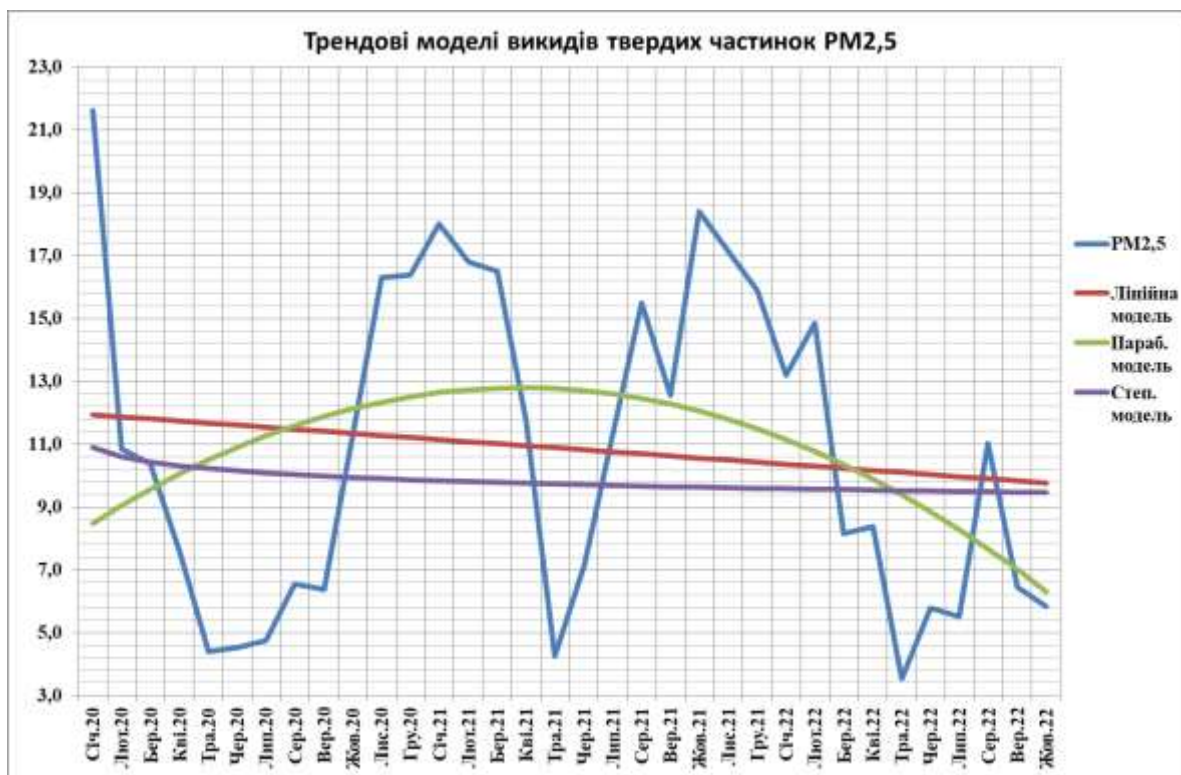


Рисунок 3.14 – Графік трендових моделей викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2020 - 2022 роки

Щоб визначити, яка модель найкраще описує початкові дані, у якості критерію вибору ми обираємо: суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу (MAPE). Обидва критерії повинні мати найменше значення (табл. 3.23 – 3.25). Нам підходить третя модель – параболічна.

Ще один критерій перевірки наскільки регресія описує початкові дані, це подивитись на коефіцієнт детермінації кожної трендової моделі (табл. 3.26)

Таблиця 3.26 – Значення коефіцієнта детермінацій для трендових моделей викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2020 - 2022 роки

	Лінійна модель	Степенева модель	Параболічна модель
Коефіцієнт детермінації	0,0164	0,0059	0,1301

За значенням коефіцієнта детермінації нам також підходить – параболічна модель.

Для обраної моделі перевіряємо гіпотезу про правильність вибору виду тренду застосовуючи критерій серій, оснований на медіані вибірки.

Таблиця 3.27 – Розрахунок залишків та серій для параболічної моделі викидів твердих частинок РМ_{2,5} за 2020 - 2022 роки

Залишки		
13,1414	+	
1,8034	+	
0,8095	+	3
-2,4946	-	
-6,1056	-	
-6,3743	-	
-6,5301	-	
-5,0409	-	
-5,4999	-	
-0,8136	-	7
3,9779	+	
3,8690	+	
5,3706	+	
4,0660	+	
3,7284	+	5
-1,0261	-	
-8,5193	-	
-5,5574	-	
-1,2502	-	4
3,0261	+	
0,2775	+	
6,3459	+	
5,3439	+	
4,3930	+	
2,0523	+	
4,0724	+	7
-2,2018	-	
-1,5142	-	
-5,8566	-	
-3,0732	-	
-2,7576	-	5
3,3706	+	1
-0,5558	-	1
-0,4768	+	1
Медіана	-0,5163	

Оскільки за підрахунком кількості серій та найдовшої з них в нас вийшло, що $v = 9$, $k_{max} = 7$,. Ми можемо порівняти їх із розрахованими значеннями:

$$v = 9 < 11.87, \quad (3.16)$$

рівність не виконується, тобто модель тренду не є адекватною;

$$k_{max} = 7 < 14.94, \quad (3.17)$$

рівність виконується, тобто вибірка вважається випадковою.

Для побудови прогнозу викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2020 - 2022 роки в атмосферне повітря на листопад 2022 – січень 2023 року (табл. 3.28) ми використовуємо параболічну модель:

$$y = -0,0197x^2 + 0,6228x + 7,8716 \quad (3.18)$$

Таблиця 3.28 – Прогноз викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2021 - 2022 роки на листопад 2022 – січень 2023 року

Період	PM _{2,5}	Прогноз
Січ.20	21,6162	8,4748
Лют.20	10,8421	9,0386
Бер.20	10,3726	9,5631
Кві.20	7,5537	10,0483
Тра.20	4,3885	10,4941
Чер.20	4,5263	10,9006
Лип.20	4,7377	11,2678
Сер.20	6,5547	11,5956
Вер.20	6,3842	11,8841
Жов.20	11,3197	12,1332
Лис.20	16,3210	12,3431
Гру.20	16,3826	12,5135
Січ.21	18,0153	12,6447
Лют.21	16,8025	12,7365
Бер.21	16,5174	12,7890

Продовження таблиці 3.28

Період	PM2,5	Прогноз
Кві.21	11,7760	12,8021
Тра.21	4,2567	12,7759
Чер.21	7,1530	12,7104
Лип.21	11,3554	12,6055
Сер.21	15,4874	12,4613
Вер.21	12,5553	12,2778
Жов.21	18,4008	12,0549
Лис.21	17,1366	11,7927
Гру.21	15,8842	11,4912
Січ.22	13,2026	11,1503
Лют.22	14,8425	10,7701
Бер.22	8,1487	10,3505
Кві.22	8,3774	9,8916
Тра.22	3,5368	9,3934
Чер.22	5,7826	8,8558
Лип.22	5,5213	8,2789
Сер.22	11,0333	7,6627
Вер.22	6,4513	7,0071
Жов.22	5,8354	6,3122
Лис.22	14,4790	5,5780
Гру.22	14,4136	4,8044
Січ.23	13,0030	3,9915

Наступний крок, це за формулами (3.1) – (3.5) визначити міри точності прогнозу, за умови що $\tau = 3$.

Для визначення мір точності прогнозів необхідно обрати глибину періоду розрахунку, в нашому випадку $\tau = 3$. Для розрахунків будемо використовувати всі 34 значення ряду. У випадку коли прогнозний період вже настав і відомі фактичні значення прогнозованого показника, то для розрахунку міри точності прогнозу ми використовуємо формули (3.1) – (3.5) у початковому вигляді.

Нам необхідно розрахувати дані за якими будемо перевіряти прогноз. У нас є $\tau = 3$ та $T = 34$. Отже:

$$i = T + 1 = 34 + 1 = 35 \quad (3.19)$$

Тоді для розрахунків перевірки прогнозів ми будемо брати значення з 35 по 37 (табл. 3.29 – 3.30).

Таблиця 3.29 – Перший етап розрахунків для визначення мір точності прогнозу викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2020 - 2022 роки

x	PM _{2,5}	Прогноз	$ y - y_p $	$(y - y_p)^2$	$\left \frac{y - y_p}{y}\right $	$\left(\frac{y - y_p}{y}\right)^2$
35	14,4790	5,5780	8,9010	79,2278	0,6148	0,3779
36	14,4136	4,8044	9,6091	92,3356	0,6667	0,4445
37	13,0030	3,9915	9,0115	81,2068	0,6930	0,4803

Таблиця 3.30 – Другий етап розрахунків для визначення мір точності прогнозу викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2020 - 2022 роки

SUM ₃₅₋₃₇	27,5216
SUM ₃₅₋₃₇	252,7702
SUM ₃₅₋₃₇	1,9745
SUM ₃₅₋₃₇	1,3027

Таблиця 3.31 – Значення мір точності прогнозу викидів твердих частинок PM_{2,5} за 2020 - 2022 роки

MSE	RMSE	MAD	RMSPE	MAPE
84,2567	9,1791	9,1739	65,8955	65,8152

Значення RMSPE та значення MAPE (табл. 3.31) потрапляють в діапазон більше 50% що означає, що точність прогнозу викидів твердих частинок PM_{2,5} на листопад 2022 – січень 2023 року незадовільна.



Рисунок 3.15 – Графік прогнозу викидів твердих частинок PM2,5 за 2020 - 2022 роки листопад 2022 – січень 2023 року

Можемо зробити висновок, що по прогнозам викиди твердих частинок PM2,5 за 2020 - 2022 роки на листопад 2022 – січень 2023 року мають тенденцію до зменшення (рис. 3.15).

Проаналізувавши всі три прогнози, можемо зробити висновок, що перший прогноз дав найближчий результат до реальних значень, але тенденція прогнозу з реальними даними не збігається. Також, дивлячись на результати другого та третього прогнозу, можемо зробити висновок, що для випадкових даних з великими не системними коливаннями необхідно використовувати інший метод прогнозування.

3.3 Прогнозування викидів твердих частинок PM10

Маємо вихідні дані викидів твердих частинок PM10 за 2022 рік та січень 2023 року (табл. 3.32).

Таблиця 3.32 – Вихідні дані викидів твердих частинок PM10 за 2022 рік та січень 2023 року

Період	PM10
Січ.22	33,194
Лют.22	34,042
Бер.22	19,265
Кві.22	18,874
Тра.22	9,037
Чер.22	13,316
Лип.22	11,538
Сер.22	26,343
Вер.22	12,912
Жов.22	12,164
Лис.22	30,410
Гру.22	32,719
Січ.23	30,458

Для прогнозу нам необхідно побудувати трендові моделі (рис. 3.19). Для побудови трендових моделей будемо використовувати період січень – жовтень 2022 року. Ми обрали три основні види трендових моделей: лінійна (рис. 3.16), степенева (рис. 3.17), параболічна (рис. 3.18).

ВИВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ								
Регресійна статистика								
Множинний R	0,641087332							
R-квадрат	0,410992967	y = -1,9365*x + 29,7192						
Нормований R-квадрат	0,337367088							
Стандартна помилка	7,444546943							
Спостереження	10							
Дисперсійний аналіз								
	df	SS	MS	F	Значущість F			
Регресія	1	309,3715997	309,3715997	5,5821808	0,045767514			
Залишок	8	443,3702335	55,42127919					
Всього	9	752,7418332						
	Коефіцієнти	Стандартна помилка	t-статистика	P-Значення	Нижні 95%	Верхні 95%	Нижні 95,0%	Верхні 95,0%
Y-перетин	29,71921999	5,085593733	5,843805374	0,0003855	17,99181981	41,44662	17,99182	41,44662
Змінна X 1	-1,936481031	0,819617643	-2,362663917	0,0457675	-3,826522706	-0,04644	-3,82652	-0,04644

Рисунок 3.16 – Регресійний аналіз для лінійної моделі викидів твердих частинок PM10 за 2022 рік

Таблиця 3.33 – Розрахунок значень лінійної моделі, суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу для викидів твердих частинок РМ10 за 2022 рік

х	Y	Лінійна модель	$(y - y_{\text{л}})^2$	MAPE
1	33,1942	27,7827	29,2838	0,1630
2	34,0421	25,8463	67,1725	0,2408
3	19,2647	23,9098	21,5770	0,2411
4	18,8744	21,9733	9,6029	0,1642
5	9,0368	20,0368	121,0006	1,2173
6	13,3163	18,1003	22,8868	0,3593
7	11,5381	16,1639	21,3979	0,4009
8	26,3430	14,2274	146,7876	0,4599
9	12,9120	12,2909	0,3858	0,0481
10	12,1642	10,3544	3,2752	0,1488
		Sum	443,3702	3,4433

ВИВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ								
Регресійна статистика								
Множинний R	0,700661991							
R-квадрат	0,490927226	y = 33,7764*x^(-0,4441)						
Нормований R-квадрат	0,427293129							
Стандартна помилка	0,351601566							
Спостереження	10							
Дисперсійний аналіз								
	df	SS	MS	F	Значущість F			
Регресія	1	0,953737447	0,953737447	7,714846	0,024014774			
Залишок	8	0,988989289	0,123623661					
Всього	9	1,942726736						
	Коефіцієнти	Стандартна помилка	t-статистика	P-значення	Нижні 95%	Верхні 95%	Нижні 95,0%	Верхні 95,0%
Y-перетин	3,519763483	0,265864844	13,23892029	1,01E-06	2,906678052	4,13285	2,90668	4,13285
Змінна X 1	-0,444094146	0,159886366	-2,777561072	0,024015	-0,812792767	-0,0754	-0,81279	-0,0754
exp y-пер	33,77643881							

Рисунок 3.17 – Регресійний аналіз для степеневі моделі викидів твердих частинок РМ10 за 2022 рік

Таблиця 3.34 – Розрахунок значень степеневі моделі, суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу для викидів твердих частинок PM10 за 2022 рік

Ln(x)	Ln(y)	Степенева модель	$(y - y_c)^2$	MAPE
0,0000	3,5024	33,7764	0,3390	0,0175
0,6931	3,5276	24,8272	84,9147	0,2707
1,0986	2,9583	20,7361	2,1651	0,0764
1,3863	2,9378	18,2491	0,3910	0,0331
1,6094	2,2013	16,5274	56,1098	0,8289
1,7918	2,5890	15,2420	3,7082	0,1446
1,9459	2,4457	14,2335	7,2652	0,2336
2,0794	3,2712	13,4140	167,1592	0,4908
2,1972	2,5582	12,7304	0,0330	0,0141
2,3026	2,4985	12,1484	0,0002	0,0013
		Sum	322,0855	2,0935

ВИВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ								
Регресійна статистика								
Множинний R	0,779545333							
R-квадрат	0,607690927	y = 0,5295*x^2 - 7,7615*x + 41,3693						
Нормований R-квадрат	0,49560262							
Стандартна помилка	6,495135002							
Спостереження	10							
Дисперсійний аналіз								
	df	SS	MS	F	Значущість F			
Регресія	2	457,4343823	228,7171912	5,42153723	0,037818059			
Залишок	7	295,3074509	42,1867787					
Всього	9	752,7418332						
	Коефіцієнти	Стандартна помилка	t-статистика	P-Значення	Нижні 95%	Верхні 95%	Нижні 95,0%	Верхні 95,0%
Y-перетин	41,3692937	7,639265488	5,415349651	0,00099204	23,30530126	59,43329	23,3053	59,43329
Змінна X 1	-7,761517885	3,190479328	-2,432712168	0,04524012	-15,30580268	-0,21723	-15,3058	-0,21723
Змінна X 2	0,529548805	0,282664469	1,873418356	0,10315856	-0,138846454	1,197944	-0,13885	1,197944

Рисунок 3.18 – Регресійний аналіз для параболічної моделі викидів твердих частинок PM10 за 2022 рік

Таблиця 3.35 – Розрахунок значень параболічної моделі, суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу для викидів твердих частинок PM10 за 2022 рік

X	x^2	Y	Параболічна модель	$(y - y_n)^2$	MAPE
1	1	33,1942	34,1373	0,8895	0,0284
2	4	34,0421	27,9645	36,9383	0,1785
3	9	19,2647	22,8507	12,8595	0,1861
4	16	18,8744	18,7960	0,0062	0,0042
5	25	9,0368	15,8004	45,7468	0,7485
6	36	13,3163	13,8639	0,2999	0,0411
7	49	11,5381	12,9866	2,0981	0,1255
8	64	26,3430	13,1683	173,5724	0,5001
9	81	12,9120	14,4091	2,2413	0,1159
10	100	12,1642	16,7090	20,6555	0,3736
			Sum	295,3075	2,3021

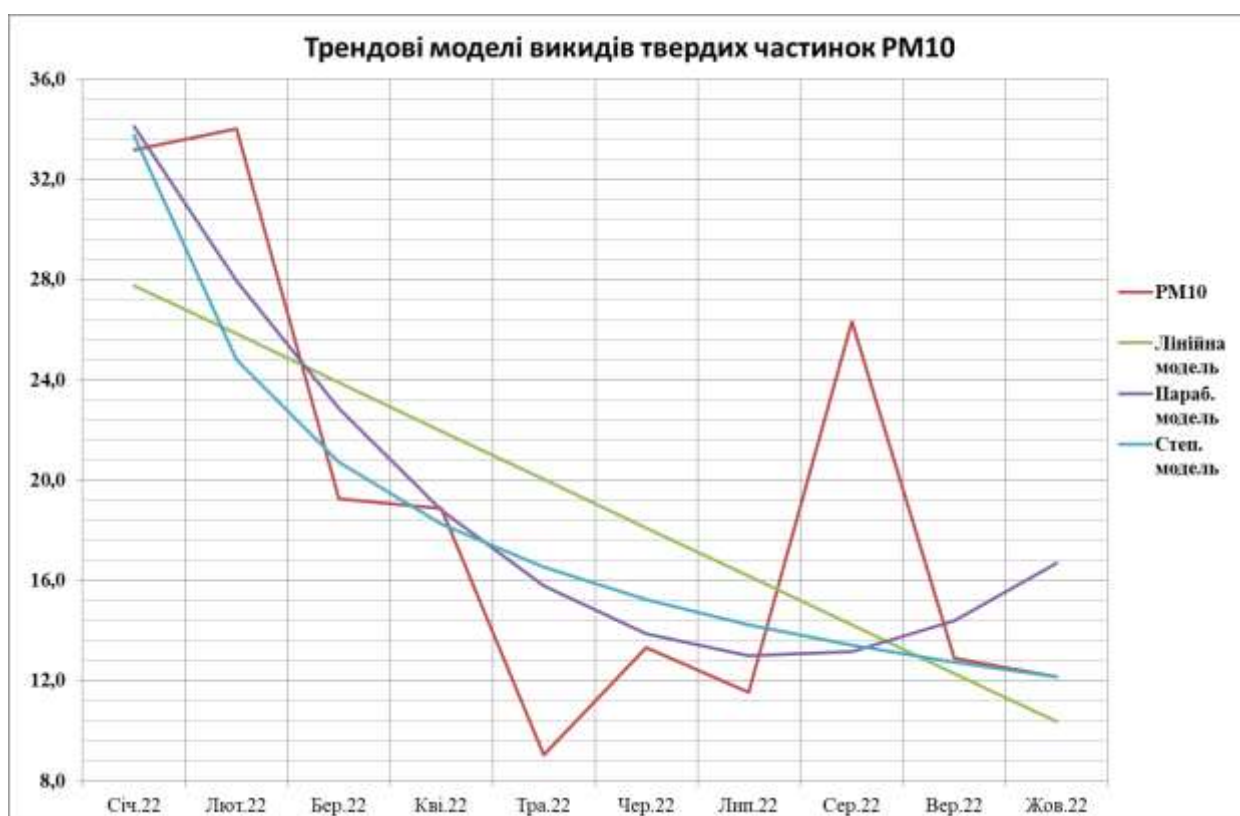


Рисунок 3.19 – Графік трендових моделей викидів твердих частинок PM10 за 2022 рік

Щоб визначити, яка модель найкраще описує початкові дані, у якості критерію вибору ми обираємо: суму квадратів помилок та середню абсолютну

помилку прогнозу (MAPE). Обидва критерії повинні мати найменше значення (табл. 3.33 – 3.35). Нам підходить третя модель – параболічна.

Ще один критерій перевірки наскільки регресія описує початкові дані, це подивитись на коефіцієнт детермінації кожної трендової моделі (табл. 3.36)

Таблиця 3.36 – Значення коефіцієнта детермінацій для трендових моделей викидів твердих частинок PM10 за 2022 рік

	Лінійна модель	Степенева модель	Параболічна модель
Коефіцієнт детермінації	0,4109	0,4909	0,6077

За значенням коефіцієнта детермінації нам також підходить – параболічна модель.

Таблиця 3.37 – Розрахунок залишків та серій для параболічної моделі викидів твердих частинок PM10 за 2022 рік

Залишки		
-0,9431	+	
6,0777	+	2
-3,5860	-	1
0,0784	+	1
-6,7636	-	1
-0,5476	+	1
-1,4485	-	1
13,1747	+	1
-1,4971	-	
-4,5448	-	2
Медіана	-1,1958	

Оскільки за підрахунком кількості серій та найдовшої з них в нас вийшло, що $v = 8$, $k_{max} = 2$, Ми можемо порівняти їх із розрахованими значеннями:

$$v = 8 > 2.56, \quad (3.20)$$

рівність виконується, тобто модель тренду є адекватною;

$$k_{max} = 2 < 10.90, \quad (3.21)$$

рівність виконується, тобто вибірка вважається випадковою.

Для побудови прогнозу викидів твердих частинок PM10 за 2022 рік в атмосферне повітря на листопад 2022 – січень 2023 року (табл. 3.38) ми використовуємо параболічну модель:

$$y = 0,5295x^2 - 7,7615x + 41,3693 \quad (3.22)$$

Таблиця 3.38 – Прогноз викидів твердих частинок PM10 за 2022 рік на листопад 2022 – січень 2023 року

Період	PM10	Прогноз
Січ.22	33,1942	34,1373
Лют.22	34,0421	27,9645
Бер.22	19,2647	22,8507
Кві.22	18,8744	18,7960
Тра.22	9,0368	15,8004
Чер.22	13,3163	13,8639
Лип.22	11,5381	12,9866
Сер.22	26,3430	13,1683
Вер.22	12,9120	14,4091
Жов.22	12,1642	16,7090
Лис.22	30,4097	20,0680
Гру.22	32,7189	24,4861
Січ.23	30,4580	29,9633

Наступний крок, це за формулами (3.1) – (3.5) визначити міри точності прогнозу, за умови що $\tau = 3$.

Для визначення мір точності прогнозів необхідно обрати глибину періоду розрахунку, в нашому випадку $\tau = 3$. Слід також зазначити, що якщо ряд, який аналізується є не дуже великим, наприклад має 10 значень, то для розрахунків

можна використовувати всі 10 значень ряду. У випадку коли прогнозний період вже настав і відомі фактичні значення прогнозованого показника, то для розрахунку міри точності прогнозу ми використовуємо формули (3.1) – (3.5) у початковому вигляді.

Нам необхідно розрахувати дані за якими будемо перевіряти прогноз. У нас $\epsilon \tau = 3$ та $T = 10$. Отже:

$$i = T + 1 = 10 + 1 = 11 \quad (3.23)$$

Тоді для розрахунків перевірки прогнозів ми будемо брати значення з 11 по 13 (табл. 3.39 – 3.40).

Таблиця 3.39 – Перший етап розрахунків для визначення мір точності прогнозу викидів твердих частинок PM10 за 2022 рік

x	PM10	Прогноз	$ y - y_n $	$(y - y_n)^2$	$\left \frac{y - y_n}{y} \right $	$\left(\frac{y - y_n}{y} \right)^2$
11	30,4097	20,0680	10,3417	106,9500	0,3401	0,1157
12	32,7189	24,4861	8,2328	67,7794	0,2516	0,0633
13	30,4580	29,9633	0,4947	0,2447	0,0162	0,0003

Таблиця 3.40 – Другий етап розрахунків для визначення мір точності прогнозу викидів твердих частинок PM10 за 2022 рік

SUM ₁₁₋₁₃	19,0692
SUM ₁₁₋₁₃	174,9741
SUM ₁₁₋₁₃	0,6079
SUM ₁₁₋₁₃	0,1792

Таблиця 3.41 – Значення мір точності прогнозу викидів твердих частинок PM10 за 2022 рік

MSE	RMSE	MAD	RMSPE	MAPE
58,3247	7,6371	6,3564	24,4425	20,2648

Значення RMSPE та значення MAPE (табл. 3.41) потрапляють в діапазон 20% – 40%, що означає, що точність прогнозу викидів твердих частинок PM10 на листопад 2022 – січень 2023 року задовільна.



Рисунок 3.20 – Графік прогнозу викидів твердих частинок PM10 за 2022 рік на листопад 2022 – січень 2023 року

Можемо зробити висновок, що по прогнозам викиди твердих частинок PM10 за 2022 рік на листопад 2022 – січень 2023 року мають тенденцію на збільшення (рис. 3.20).

Маємо вихідні дані викидів твердих частинок PM10 за 2021 - 2022 роки та січень 2023 року (табл. 3.42).

Таблиця 3.42 – Вихідні дані викидів твердих частинок PM10 за 2021-2022 роки та січень 2023 року

Період	PM10
Січ.21	43,595
Лют.21	39,169
Бер.21	39,263

Продовження таблиці 3.42

Кві.21	24,569
Тра.21	10,334
Чер.21	19,263
Лип.21	23,821
Сер.21	29,819
Вер.21	31,212
Жов.21	40,850
Лис.21	36,602
Гру.21	36,985
Січ.22	33,194
Лют.22	34,042
Бер.22	19,265
Кві.22	18,874
Тра.22	9,037
Чер.22	13,316
Лип.22	11,538
Сер.22	26,343
Вер.22	12,912
Жов.22	12,164
Лис.22	30,410
Гру.22	32,719
Січ.23	30,458

Для прогнозу нам необхідно побудувати трендові моделі (рис. 3.24). Для побудови трендових моделей будемо використовувати період січень 2021 – жовтень 2022 років. Ми обрали три основні види трендових моделей: лінійна (рис. 3.21), степенева (рис. 3.22), параболічна (рис. 3.23).

ВИВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ								
Регресійна статт								
Множинний R	0,575603304	y = -1,002*x + 37,2582						
R-квадрат	0,331319164							
Нормований R-квадрат	0,297885122							
Стандартна помилка	9,472053668							
Спостереження	22							
Дисперсійний аналіз								
	df	SS	MS	F	Значущість F			
Регресія	1	889,090511	889,090511	9,9096354	0,00506231			
Залишок	20	1794,396014	89,7198007					
Всього	21	2683,486525						
	Коефіцієнти	Стандартна помилка	t-статистика	P-Значення	Нижні 95%	Верхні 95%	Нижні 95,0%	Верхні 95,0%
Y-перетин	37,25816146	4,18065584	8,912037462	2,115E-08	28,5374662	45,97886	28,53747	45,97886
Змінна X 1	-1,002025341	0,318309696	-3,147957334	0,0050623	-1,666007731	-0,33804	-1,66601	-0,33804

Рисунок 3.21 – Регресійний аналіз для лінійної моделі викидів твердих частинок PM10 за 2021 - 2022 роки

Таблиця 3.43 – Розрахунок значень лінійної моделі, суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу для викидів твердих частинок PM10 за 2021 - 2022 роки

x	y	Лінійна модель	$(y - y_{\text{л}})^2$	MAPE
1	43,5950	36,256	53,8589	0,1683
2	39,1694	35,254	15,3293	0,1000
3	39,2626	34,252	25,1051	0,1276
4	24,5687	33,250	75,3666	0,3534
5	10,3340	32,248	480,2249	2,1206
6	19,2633	31,246	143,5845	0,6220
7	23,8211	30,244	41,2538	0,2696
8	29,8191	29,242	0,3331	0,0194
9	31,2120	28,240	8,8332	0,0952
10	40,8500	27,238	185,2890	0,3332
11	36,6017	26,236	107,4507	0,2832
12	36,9845	25,234	138,0780	0,3177
13	33,1942	24,232	80,3239	0,2700
14	34,0421	23,230	116,9066	0,3176
15	19,2647	22,228	8,7800	0,1538
16	18,8744	21,226	5,5287	0,1246
17	9,0368	20,224	125,1477	1,2379
18	13,3163	19,222	34,8736	0,4435

Продовження таблиці 3.43

х	у	Лінійна модель	$(y - y_{\text{л}})^2$	MAPE
19	11,5381	18,220	44,6440	0,5791
20	26,3430	17,218	83,2713	0,3464
21	12,9120	16,216	10,9140	0,2559
22	12,1642	15,214	9,2991	0,2507
		Sum	1794,3960	8,7897

ВИВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ										
Регресійна статистика										
Множинний R	0,503548286									
R-квадрат	0,253560877	y = 45,54*x^(-0,309)								
Нормований R-квадрат	0,216238921									
Стандартна помилка	0,446889617									
Спостережень	22									
Дисперсійний аналіз										
	df	SS	MS	F	Значущість F					
Регресія	1	1,356807936	1,356807936	6,7938796	0,016887487					
Залишок	20	3,994206594	0,19971033							
Всього	21	5,35101453								
	Коефіцієнти	Стандартна помилка	t-статистика	P-Значення	Нижні 95%	Верхні 95%	Нижні 95,0%	Верхні 95,0%		
Y-перетин	3,818670027	0,278159094	13,72836664	1,2182E-11	3,238440324	4,3989	3,23844	4,3989		
Змінна X 1	-0,309165928	0,118613112	-2,606507165	0,01688749	-0,556588545	-0,06174	-0,55659	-0,06174		
ехр у-пер	45,54359628									

Рисунок 3.22 – Регресійний аналіз для степеневій моделі викидів твердих частинок PM10 за 2021 - 2022 роки

Таблиця 3.44 – Розрахунок значень степеневій моделі, суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу для викидів твердих частинок PM10 за 2021 - 2022 роки

Ln(x)	Ln(y)	Степенева модель	$(y - y_c)^2$	MAPE
0,0000	3,7749	45,5400	3,7830	0,0446
0,6931	3,6679	36,7599	5,8054	0,0615
1,0986	3,6703	32,4312	46,6682	0,1740
1,3863	3,2015	29,6727	26,0508	0,2077
1,6094	2,3354	27,6956	301,4263	1,6800
1,7918	2,9582	26,1785	47,8191	0,3590

Продовження таблиці 3.44

Ln(x)	Ln(y)	Степенева модель	$(y - y_c)^2$	MAPE
1,9459	3,1706	24,9608	1,2989	0,0478
2,0794	3,3952	23,9518	34,4255	0,1968
2,1972	3,4408	23,0958	65,8735	0,2600
2,3026	3,7099	22,3559	342,0301	0,4527
2,3979	3,6001	21,7071	221,8485	0,4069
2,4849	3,6105	21,1313	251,3248	0,4286
2,5649	3,5024	20,6151	158,2347	0,3790
2,6391	3,5276	20,1483	193,0375	0,4081
2,7081	2,9583	19,7234	0,2104	0,0238
2,7726	2,9378	19,3339	0,2111	0,0243
2,8332	2,2013	18,9751	98,7703	1,0998
2,8904	2,5890	18,6429	28,3727	0,4000
2,9444	2,4457	18,3340	46,1853	0,5890
2,9957	3,2712	18,0457	68,8439	0,3150
3,0445	2,5582	17,7757	23,6558	0,3767
3,0910	2,4985	17,5220	28,7067	0,4405
		Sum	1994,5824	8,3314

ВИВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ												
 (Ctrl) ▾												
Регресійна статистика												
Множинний I	0,59333525											
R-квадрат	0,352046719	y = -0,0443*x^2 + 0,0169*x + 33,1821										
Нормований R-квадрат	0,28384111											
Стандартна помилка	9,566316726											
Спостережень	22											
Дисперсійний аналіз												
	df	SS	MS	F	Значущість F							
Регресія	2	944,7126267	472,3563133	5,16155088	0,016205599							
Залишок	19	1738,773898	91,5144157									
Всього	21	2683,486525										
	Коефіцієнти	Стандартна помилка	t-статистика	P-Значення	Нижні 95%	Верхні 95%	Нижні 95,0%	Верхні 95,0%				
Y-перетин	33,18208514	6,720339158	4,937561091	9,1409E-05	19,11625363	47,24792	19,11625	47,24792				
Змінна X 1	0,016993739	1,346036741	0,012625019	0,99005859	-2,800293537	2,834281	-2,80029	2,834281				
Змінна X 2	-0,044305177	0,056829716	-0,779612863	0,44522208	-0,163251139	0,074641	-0,16325	0,074641				

Рисунок 3.23 – Регресійний аналіз для параболічної моделі викидів твердих частинок PM10 за 2021 - 2022 роки

Таблиця 3.45 – Розрахунок значень параболічної моделі, суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу для викидів твердих частинок PM10 за 2021 - 2022 роки

X	x^2	Y	Параболічна модель	$(y - y_n)^2$	MAPE
1	1	43,5950	33,1548	108,9983	0,2395
2	4	39,1694	33,0389	37,5833	0,1565
3	9	39,2626	32,8343	41,3225	0,1637
4	16	24,5687	32,5412	63,5609	0,3245
5	25	10,3340	32,1594	476,3492	2,1120
6	36	19,2633	31,6891	154,3987	0,6450
7	49	23,8211	31,1301	53,4217	0,3068
8	64	29,8191	30,4825	0,4401	0,0222
9	81	31,2120	29,7463	2,1482	0,0470
10	100	40,8500	28,9215	142,2890	0,2920
11	121	36,6017	28,0081	73,8506	0,2348
12	144	36,9845	27,0061	99,5695	0,2698
13	169	33,1942	25,9154	52,9804	0,2193
14	196	34,0421	24,7362	86,6009	0,2734
15	225	19,2647	23,4683	17,6708	0,2182
16	256	18,8744	22,1119	10,4809	0,1715
17	289	9,0368	20,6668	135,2568	1,2870
18	324	13,3163	19,1331	33,8349	0,4368
19	361	11,5381	17,5108	35,6735	0,5177
20	400	26,3430	15,7999	111,1564	0,4002
21	441	12,9120	14,0004	1,1846	0,0843
22	484	12,1642	12,1122	0,0027	0,0043
Sum				1738,7739	8,4265



Рисунок 3.24 – Графік трендових моделей викидів твердих частинок PM10 за 2021 - 2022 роки

Щоб визначити, яка модель найкраще описує початкові дані, у якості критерію вибору ми обираємо: суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу (MAPE). Обидва критерії повинні мати найменше значення (табл. 3.43 – 3.45). Серед цих моделей у однієї сума квадратів помилок менше ніж у двох інших, а ось MAPE менше у іншій моделі. У такому випадку ми звертаємо увагу на ту модель, де сума квадратів помилок дає найменше значення. У такому випадку нам підходить параболічна модель.

Ще один критерій перевірки наскільки регресія описує початкові дані, це подивитись на коефіцієнт детермінації кожної трендової моделі (табл. 3.46)

Таблиця 3.46 – Значення коефіцієнта детермінацій для трендових моделей викидів твердих частинок PM10 за 2021 - 2022 роки

	Лінійна модель	Степенева модель	Параболічна модель
Коефіцієнт детермінації	0,3313	0,2536	0,3521

За значенням коефіцієнта детермінації нам також підходить – параболічна модель.

Для обраної моделі перевіряємо гіпотезу про правильність вибору виду тренду застосовуючи критерій серій, оснований на медіані вибірки.

Таблиця 3.47 – Розрахунок залишків та серій для параболічної моделі викидів твердих частинок РМ10 за 2021 - 2022 роки

Залишки		
10,4402	+	
6,1305	+	
6,4283	+	3
-7,9725	-	
-21,8254	-	
-12,4257	-	
-7,3090	-	
-0,6634	-	5
1,4657	+	
11,9285	+	
8,5936	+	
9,9785	+	
7,2788	+	
9,3060	+	6
-4,2037	-	
-3,2374	-	
-11,6300	-	
-5,8168	-	
-5,9727	-	5
10,5431	+	1
-1,0884	-	1
0,0519	+	1
Медіана	-0,3057	

Оскільки за підрахунком кількості серій та найдовшої з них в нас вийшло, що $v = 7$, $k_{max} = 6$, Ми можемо порівняти їх із розрахованими значеннями:

$$v = 7 > 6.62, \quad (3.24)$$

рівність виконується, тобто модель тренду є адекватною;

$$k_{max} = 6 < 13.35, \quad (3.25)$$

рівність виконується, тобто вибірка вважається випадковою.

Для побудови прогнозу викидів твердих частинок РМ10 за 2021 - 2022 роки в атмосферне повітря на листопад 2022 – січень 2023 року (табл. 3.48) ми використовуємо параболічну модель:

$$y = -0,0443x^2 + 0,0169x + 33,1821 \quad (3.26)$$

Таблиця 3.48 – Прогноз викидів твердих частинок РМ10 за 2021 - 2022 роки на листопад 2022 – січень 2023 року

Період	РМ10	Прогноз
Січ.21	43,595	33,1548
Лют.21	39,169	33,0389
Бер.21	39,263	32,8343
Кві.21	24,569	32,5412
Тра.21	10,334	32,1594
Чер.21	19,263	31,6891
Лип.21	23,821	31,1301
Сер.21	29,819	30,4825
Вер.21	31,212	29,7463
Жов.21	40,850	28,9215
Лис.21	36,602	28,0081
Гру.21	36,985	27,0061
Січ.22	33,194	25,9154
Лют.22	34,042	24,7362
Бер.22	19,265	23,4683
Кві.22	18,874	22,1119
Тра.22	9,037	20,6668
Чер.22	13,316	19,1331
Лип.22	11,538	17,5108
Сер.22	26,343	15,7999
Вер.22	12,912	14,0004
Жов.22	12,164	12,1122

Продовження таблиці 3.48

Лис.22	30,410	10,1355
Гру.22	32,719	8,0702
Січ.23	30,458	5,9162

Наступний крок, це за формулами (3.1) – (3.5) визначити міри точності прогнозу, за умови що $\tau = 3$.

Для визначення мір точності прогнозів необхідно обрати глибину періоду розрахунку, в нашому випадку $\tau = 3$. Слід також зазначити, що якщо ряд, який аналізується є не дуже великим, наприклад має 22 значення, то для розрахунків можна використовувати всі 22 значення ряду. У випадку коли прогнозний період вже настав і відомі фактичні значення прогнозованого показника, то для розрахунку міри точності прогнозу ми використовуємо формули (3.1) – (3.5) у початковому вигляді.

Нам необхідно розрахувати дані за якими будемо перевіряти прогноз. У нас є $\tau = 3$ та $T = 22$. Отже:

$$i = T + 1 = 22 + 1 = 23 \quad (3.27)$$

Тоді для розрахунків перевірки прогнозів ми будемо брати значення з 23 по 25 (табл. 3.49 – 3.50).

Таблиця 3.49 – Перший етап розрахунків для визначення мір точності прогнозу викидів твердих частинок РМ10 за 2021 - 2022 роки

x	PM10	Прогноз	$ y - y_n $	$(y - y_n)^2$	$\left \frac{y - y_n}{y}\right $	$\left(\frac{y - y_n}{y}\right)^2$
23	30,410	10,1355	20,2742	411,0417	0,6667	0,4445
24	32,719	8,0702	24,6488	607,5622	0,7533	0,5675
25	30,458	5,9162	24,5418	602,3003	0,8058	0,6492

Таблиця 3.50 – Другий етап розрахунків для визначення мір точності прогнозу викидів твердих частинок PM10 за 2021 - 2022 роки

SUM_{23-25}	69,4647
SUM_{23-25}	1620,9042
SUM_{23-25}	2,2258
SUM_{23-25}	1,6613

Таблиця 3.51 – Значення мір точності прогнозу викидів твердих частинок PM10 за 2021 - 2022 роки

MSE	RMSE	MAD	RMSPE	MAPE
540,3014	23,2444	23,1549	74,4149	74,1936

Значення RMSPE та значення MAPE (табл. 3.51) потрапляють в діапазон більше 50% що означає, що точність прогнозу викидів твердих частинок PM10 на листопад 2022 – січень 2023 року незадовільна.



Рисунок 3.25 – Графік прогнозу викидів твердих частинок PM10 за 2021 - 2022 роки листопад 2022 – січень 2023 року

Можемо зробити висновок, що по прогнозам викиди твердих частинок PM10 за 2021 - 2022 роки на листопад 2022 – січень 2023 року мають тенденцію до зменшення (рис. 3.25).

Маємо вихідні дані викидів твердих частинок PM10 за 2020 - 2022 роки та січень 2023 року (табл. 3.52).

Таблиця 3.52 – Вихідні дані викидів твердих частинок PM10 за 2020 - 2022 роки та січень 2023 року

Період	PM10
Січ.20	51,465
Лют.20	25,688
Бер.20	29,449
Кві.20	17,962
Тра.20	10,123
Чер.20	12,222
Лип.20	12,833
Сер.20	15,134
Вер.20	24,849
Жов.20	33,035
Лис.20	36,434
Гру.20	40,661
Січ.21	43,595
Лют.21	39,169
Бер.21	39,263
Кві.21	24,569
Тра.21	10,334
Чер.21	19,263
Лип.21	23,821
Сер.21	29,819
Вер.21	31,212
Жов.21	40,850
Лис.21	36,602
Гру.21	36,985
Січ.22	33,194
Лют.22	34,042
Бер.22	19,265
Кві.22	18,874
Тра.22	9,037
Чер.22	13,316

Продовження таблиці 3.52

Період	PM10
Лип.22	11,538
Сер.22	26,343
Вер.22	12,912
Жов.22	12,164
Лис.22	30,410
Гру.22	32,719
Січ.23	30,458

Для прогнозу нам необхідно побудувати трендові моделі (рис. 3.29). Для побудови трендових моделей будемо використовувати період січень 2020 – жовтень 2022 років. Ми обрали три основні види трендових моделей: лінійна (рис. 3.26), степенева (рис. 3.27), параболічна (рис. 3.28).

ВИВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ								
Регресійна стат								
Множинний R	0,226868368							
R-квадрат	0,051469256	y = -0,2665*x + 30,4293						
Нормований R-квадрат	0,02182767							
Стандартна помилка	11,57010833							
Спостереження	34							
Дисперсійний аналіз								
	df	SS	MS	F	Значущість F			
Регресія	1	232,4455892	232,4455892	1,7363867	0,196953822			
Залишок	32	4283,757017	133,8674068					
Всього	33	4516,202607						
	Коефіцієнти	Стандартна помилка	t-статистика	P-Значення	Нижні 95%	Верхні 95%	Нижні 95,0%	Верхні 95,0%
Y-перетин	30,42934406	4,057705653	7,499150176	1,544E-08	22,16406812	38,69462	22,16407	38,69462
Змінна X 1	-0,266514491	0,202254223	-1,317720279	0,1969538	-0,678492861	0,145464	-0,67849	0,145464

Рисунок 3.26 – Регресійний аналіз для лінійної моделі викидів твердих частинок PM10 за 2020 - 2022 роки

Таблиця 3.53 – Розрахунок значень лінійної моделі, суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу для викидів твердих частинок РМ10 за 2021 - 2022 роки

х	у	Лінійна модель	$(y - y_{\text{л}})^2$	МАРЕ
1	51,4652	30,1628	453,7898	0,4139
2	25,6883	29,8963	17,7076	0,1638
3	29,4490	29,6298	0,0327	0,0061
4	17,9617	29,3633	129,9969	0,6348
5	10,1226	29,0968	360,0195	1,8744
6	12,2223	28,8303	275,8231	1,3588
7	12,8335	28,5637	247,4417	1,2257
8	15,1340	28,2972	173,2706	0,8698
9	24,8488	28,0307	10,1249	0,1281
10	33,0345	27,7642	27,7762	0,1595
11	36,4337	27,4977	79,8518	0,2453
12	40,6610	27,2312	180,3595	0,3303
13	43,5950	26,9647	276,5684	0,3815
14	39,1694	26,6981	155,5317	0,3184
15	39,2626	26,4316	164,6334	0,3268
16	24,5687	26,1651	2,5486	0,0650
17	10,3340	25,8986	242,2567	1,5062
18	19,2633	25,6321	40,5610	0,3306
19	23,8211	25,3656	2,3855	0,0648
20	29,8191	25,0991	22,2791	0,1583
21	31,2120	24,8325	40,6975	0,2044
22	40,8500	24,5660	265,1678	0,3986
23	36,6017	24,2995	151,3445	0,3361
24	36,9845	24,0330	167,7419	0,3502
25	33,1942	23,7665	88,8817	0,2840
26	34,0421	23,5000	111,1375	0,3097
27	19,2647	23,2335	15,7513	0,2060
28	18,8744	22,9669	16,7485	0,2168
29	9,0368	22,7004	186,6950	1,5120
30	13,3163	22,4339	83,1305	0,6847
31	11,5381	22,1674	112,9827	0,9212
32	26,3430	21,9009	19,7321	0,1686
33	12,9120	21,6344	76,0797	0,6755
34	12,1642	21,3679	84,7078	0,7566
		Sum	4283,7570	17,5867

ВИВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ											
Регресійна статистика.....											
Множинний R	0,165212667										
R-квадрат	0,027295225	y = 29,5761*x^(-0,0968)									
Нормований R-квадрат	-0,003101799										
Стандартна помилка	0,50519883										
Спостережень:	34										
Дисперсійний аналіз											
	df	SS	MS	F	Значущість F						
Регресія	1	0,229181886	0,229181886	0,8979572	0,350431652						
Залишок	32	8,167227465	0,255225858								
Всього	33	8,396409351									
	Коефіцієнти	Стандартна помилка	t-статистика	P-Значення	Нижні 95%	Верхні 95%	Нижні 95,0%	Верхні 95,0%			
Y-перетин	3,386965552	0,279919277	12,09979388	1,762E-13	2,816788643	3,957142	2,816789	3,957142			
Змінна X 1	-0,096812464	0,102165312	-0,947606013	0,3504317	-0,304916396	0,111291	-0,30492	0,111291			
exp y-пер	29,57606891										

Рисунок 3.27 – Регресійний аналіз для степеневій моделі викидів твердих частинок PM10 за 2020 - 2022 роки

Таблиця 3.54 – Розрахунок значень степеневій моделі, суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу для викидів твердих частинок PM10 за 2020 - 2022 роки

Ln(x)	Ln(y)	Степенева модель	$(y - y_c)^2$	MAPE
0,0000	3,9409	29,5761	479,1329	0,4253
0,6931	3,2460	27,6565	3,8739	0,0766
1,0986	3,3827	26,5919	8,1633	0,0970
1,3863	2,8882	25,8615	62,4072	0,4398
1,6094	2,3148	25,3088	230,6207	1,5002
1,7918	2,5033	24,8660	159,8620	1,0345
1,9459	2,5521	24,4977	136,0533	0,9089
2,0794	2,7169	24,1830	81,8843	0,5979
2,1972	3,2128	23,9088	0,8835	0,0378
2,3026	3,4976	23,6662	87,7659	0,2836
2,3979	3,5955	23,4488	168,6067	0,3564
2,4849	3,7053	23,2521	303,0685	0,4281
2,5649	3,7749	23,0726	421,1682	0,4708
2,6391	3,6679	22,9077	264,4430	0,4152
2,7081	3,6703	22,7552	272,4945	0,4204
2,7726	3,2015	22,6134	3,8229	0,0796
2,8332	2,3354	22,4811	147,5522	1,1755

Продовження таблиці 3.54

Ln(x)	Ln(y)	Степенева модель	$(y - y_c)^2$	MAPE
2,8904	2,9582	22,3570	9,5711	0,1606
2,9444	3,1706	22,2403	2,4988	0,0664
2,9957	3,3952	22,1302	59,1203	0,2579
3,0445	3,4408	22,0259	84,3849	0,2943
3,0910	3,7099	21,9269	358,0838	0,4632
3,1355	3,6001	21,8327	218,1229	0,4035
3,1781	3,6105	21,7430	232,3048	0,4121
3,2189	3,5024	21,6572	133,1021	0,3476
3,2581	3,5276	21,5751	155,4264	0,3662
3,2958	2,9583	21,4964	4,9808	0,1158
3,3322	2,9378	21,4209	6,4844	0,1349
3,3673	2,2013	21,3482	151,5719	1,3624
3,4012	2,5890	21,2783	63,3930	0,5979
3,4340	2,4457	21,2108	93,5628	0,8383
3,4657	3,2712	21,1458	27,0110	0,1973
3,4965	2,5582	21,0829	66,7628	0,6328
3,5264	2,4985	21,0220	78,4614	0,7282
		Sum	4576,6460	15,7017

ВИВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ									
Регресійна статистика									
Множинний R	0,39758326	y = -0,0438*x^2 + 1,2654*x + 21,2382							
R-квадрат	0,158072449								
Нормований R-квадрат	0,103754542								
Стандартна помилка	11,07498693								
Спостереження	34								
Дисперсійний аналіз									
	df	SS	MS	F	Значущість F				
Регресія	2	713,8872048	356,9436024	2,9101351	0,069463744				
Залишок	31	3802,315402	122,6553355						
Всього	33	4516,202607							
	Коефіцієнти	Стандартна помилка	t-статистика	P-Значення	Нижні 95%	Верхні 95%	Нижні 95,0%	Верхні 95,0%	
Y-перетин	21,23817677	6,0504567	3,510177466	0,0013945	8,898188972	33,57816	8,898189	33,57816	
Змінна X 1	1,265346725	0,797067164	1,587503264	0,1225476	-0,360282474	2,890976	-0,36028	2,890976	
Змінна X 2	-0,043767463	0,022091377	-1,981201242	0,0564986	-0,088823124	0,001288	-0,08882	0,001288	

Рисунок 3.28 – Регресійний аналіз для параболічної моделі викидів твердих частинок PM10 за 2020 - 2022 роки

Таблиця 3.55 – Розрахунок значень параболічної моделі, суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу для викидів твердих частинок PM10 за 2020 - 2022 роки

X	x^2	y	Параболічна модель	$(y - y_n)^2$	MAPE
1	1	51,4652	22,4598	841,3142	0,5636
2	4	25,6883	23,5938	4,3868	0,0815
3	9	29,4490	24,6403	23,1238	0,1633
4	16	17,9617	25,5993	58,3332	0,4252
5	25	10,1226	26,4707	267,2614	1,6150
6	36	12,2223	27,2546	225,9699	1,2299
7	49	12,8335	27,9510	228,5399	1,1780
8	64	15,1340	28,5598	180,2530	0,8871
9	81	24,8488	29,0811	17,9131	0,1703
10	100	33,0345	29,5149	12,3877	0,1065
11	121	36,4337	29,8611	43,1983	0,1804
12	144	40,6610	30,1198	111,1157	0,2592
13	169	43,5950	30,2910	176,9969	0,3052
14	196	39,1694	30,3746	77,3479	0,2245
15	225	39,2626	30,3707	79,0656	0,2265
16	256	24,5687	30,2793	32,6108	0,2324
17	289	10,3340	30,1003	390,7056	1,9127
18	324	19,2633	29,8338	111,7339	0,5487
19	361	23,8211	29,4797	32,0202	0,2375
20	400	29,8191	29,0381	0,6100	0,0262
21	441	31,2120	28,5090	7,3062	0,0866
22	484	40,8500	27,8924	167,9006	0,3172
23	529	36,6017	27,1882	88,6151	0,2572
24	576	36,9845	26,3964	112,1074	0,2863
25	625	33,1942	25,5172	58,9365	0,2313
26	676	34,0421	24,5504	90,0934	0,2788
27	729	19,2647	23,4961	17,9047	0,2196
28	784	18,8744	22,3542	12,1087	0,1844
29	841	9,0368	21,1248	146,1200	1,3376
30	900	13,3163	19,8079	42,1402	0,4875
31	961	11,5381	18,4034	47,1327	0,5950
32	1024	26,3430	16,9114	88,9546	0,3580
33	1089	12,9120	15,3319	5,8557	0,1874
34	1156	12,1642	13,6648	2,2518	0,1234
			Sum	3802,3154	15,5243



Рисунок 3.29 – Графік трендових моделей викидів твердих частинок PM10 за 2020 - 2022 роки

Щоб визначити, яка модель найкраще описує початкові дані, у якості критерію вибору ми обираємо: суму квадратів помилок та середню абсолютну помилку прогнозу (MAPE). Обидва критерії повинні мати найменше значення (табл. 3.53 – 3.55). Нам підходить третя модель – параболічна.

Ще один критерій перевірки наскільки регресія описує початкові дані, це подивитись на коефіцієнт детермінації кожної трендової моделі (табл. 3.56)

Таблиця 3.56 – Значення коефіцієнта детермінації для трендових моделей викидів твердих частинок PM10 за 2020 - 2022 роки

	Лінійна модель	Степенева модель	Параболічна модель
Коефіцієнт детермінації	0,0515	0,0273	0,1581

За значенням коефіцієнта детермінації нам також підходить – параболічна модель.

Для обраної моделі перевіряємо гіпотезу про правильність вибору виду тренду застосовуючи критерій серій, оснований на медіані вибірки.

Таблиця 3.57 – Розрахунок залишків та серій для параболічної моделі викидів твердих частинок РМ10 за 2020 - 2022 роки

Залишки		
29,0054	+	
2,0945	+	
4,8087	+	3
-7,6376	-	
-16,3481	-	
-15,0323	-	
-15,1175	-	
-13,4258	-	
-4,2324	-	6
3,5196	+	
6,5725	+	
10,5411	+	
13,3040	+	
8,7948	+	
8,8919	+	6
-5,7106	-	
-19,7663	-	
-10,5704	-	
-5,6586	-	4
0,7810	+	
2,7030	+	
12,9576	+	
9,4136	+	
10,5881	+	
7,6770	+	
9,4918	+	7
-4,2314	-	
-3,4797	-	
-12,0880	-	
-6,4915	-	
-6,8653	-	5
9,4316	+	1
-2,4199	-	
-1,5006	-	2
Медіана	-0,3598	

Оскільки за підрахунком кількості серій та найдовшої з них в нас вийшло, що $v = 8$, $k_{max} = 7$,. Ми можемо порівняти їх із розрахованими значеннями:

$$v = 8 < 11.87, \quad (3.28)$$

рівність не виконується, тобто модель тренду не є адекватною;

$$k_{max} = 7 < 14.94, \quad (3.29)$$

рівність виконується, тобто вибірка вважається випадковою.

Для побудови прогнозу викидів твердих частинок РМ10 за 2020 - 2022 роки в атмосферне повітря на листопад 2022 – січень 2023 року (табл. 3.58) ми використовуємо параболічну модель:

$$y = -0,0438x^2 + 1,2653x + 21,2382 \quad (3.30)$$

Таблиця 3.58 – Прогноз викидів твердих частинок РМ10 за 2021 - 2022 роки на листопад 2022 – січень 2023 року

Період	РМ10	Прогноз
Січ.20	51,4652	22,4598
Лют.20	25,6883	23,5938
Бер.20	29,4490	24,6403
Кві.20	17,9617	25,5993
Тра.20	10,1226	26,4707
Чер.20	12,2223	27,2546
Лип.20	12,8335	27,9510
Сер.20	15,1340	28,5598
Вер.20	24,8488	29,0811
Жов.20	33,0345	29,5149
Лис.20	36,4337	29,8611
Гру.20	40,6610	30,1198
Січ.21	43,5950	30,2910
Лют.21	39,1694	30,3746
Бер.21	39,2626	30,3707

Продовження таблиці 3.58

Період	PM10	Прогноз
Кві.21	24,5687	30,2793
Тра.21	10,3340	30,1003
Чер.21	19,2633	29,8338
Лип.21	23,8211	29,4797
Сер.21	29,8191	29,0381
Вер.21	31,2120	28,5090
Жов.21	40,8500	27,8924
Лис.21	36,6017	27,1882
Гру.21	36,9845	26,3964
Січ.22	33,1942	25,5172
Лют.22	34,0421	24,5504
Бер.22	19,2647	23,4961
Кві.22	18,8744	22,3542
Тра.22	9,0368	21,1248
Чер.22	13,3163	19,8079
Лип.22	11,5381	18,4034
Сер.22	26,3430	16,9114
Вер.22	12,9120	15,3319
Жов.22	12,1642	13,6648
Лис.22	30,4097	11,9102
Гру.22	32,7189	10,0680
Січ.23	30,4580	8,1383

Наступний крок, це за формулами (3.1) – (3.5) визначити міри точності прогнозу, за умови що $\tau = 3$.

Для визначення мір точності прогнозів необхідно обрати глибину періоду розрахунку, в нашому випадку $\tau = 3$. Для розрахунків будемо використовувати всі 34 значення ряду. У випадку коли прогнозний період вже настав і відомі фактичні значення прогнозованого показника, то для розрахунку міри точності прогнозу ми використовуємо формули (3.1) – (3.5) у початковому вигляді.

Нам необхідно розрахувати дані за якими будемо перевіряти прогноз. У нас є $\tau = 3$ та $T = 34$. Отже:

$$i = T + 1 = 34 + 1 = 35 \quad (3.31)$$

Тоді для розрахунків перевірки прогнозів ми будемо брати значення з 35 по 37 (табл. 3.59 – 3.60).

Таблиця 3.59 – Перший етап розрахунків для визначення мір точності прогнозу викидів твердих частинок PM10 за 2020 - 2022 роки

x	PM10	Прогноз	$ y - y_p $	$(y - y_p)^2$	$\left \frac{y - y_p}{y}\right $	$\left(\frac{y - y_p}{y}\right)^2$
35	30,4097	11,9102	18,4995	342,2314	0,6083	0,3701
36	32,7189	10,0680	22,6509	513,0634	0,6923	0,4793
37	30,4580	8,1383	22,3197	498,1669	0,7328	0,5370

Таблиця 3.60 – Другий етап розрахунків для визначення мір точності прогнозу викидів твердих частинок PM10 за 2020 - 2022 роки

SUM ₃₅₋₃₇	63,4701
SUM ₃₅₋₃₇	1353,4616
SUM ₃₅₋₃₇	2,0334
SUM ₃₅₋₃₇	1,3863

Таблиця 3.61 – Значення мір точності прогнозу викидів твердих частинок PM10 за 2020 - 2022 роки

MSE	RMSE	MAD	RMSPE	MAPE
451,1539	21,2404	21,1567	67,9789	67,7810

Значення RMSPE та значення MAPE (табл. 3.61) потрапляють в діапазон більше 50% що означає, що точність прогнозу викидів твердих частинок PM10 на листопад 2022 – січень 2023 року незадовільна.



Рисунок 3.30 – Графік прогнозу викидів твердих частинок PM10 за 2020 - 2022 роки листопад 2022 – січень 2023 року

Можемо зробити висновок, що по прогнозам викиди твердих частинок PM10 за 2020 - 2022 роки на листопад 2022 – січень 2023 року мають тенденцію до зменшення (рис. 3.30).

Проаналізувавши всі три прогнози, можемо зробити висновок, що перший прогноз дав найближчий результат до реальних значень, але тенденція прогнозу з реальними даними не збігається. Також, дивлячись на результати другого та третього прогнозу, можемо зробити висновок, що для випадкових даних з великими не системними коливаннями необхідно використовувати інший метод прогнозування.

Переглянувши результати прогнозів для твердих частинок PM2,5 та PM10 можемо сказати, що основна тенденція результатів у них однакова. Щоб отримати більш точний прогноз необхідно спробувати або інші трендові моделі, або інші методи прогнозування.

ВИСНОВКИ

В дипломній роботі було зроблено наступне:

- Розглянуто задачу аналізу якості атмосферного повітря в м. Запоріжжя. Проаналізовано стан забруднення повітря твердими частинками PM_{2.5} та PM₁₀ за період 2020-2023 рр.

- Розглянуто задачу відновлення даних у випадку відсутності значень за певний період. Досліджено метод відновлення даних для значень PM_{2.5} та PM₁₀ для різної кількості вузлів та різних ступенів апроксимації. В задачі відновлення даних за один місяць (липень 2022 року) для твердих частинок PM_{2.5} найменша похибка при апроксимації лінійним многочленом 5 ступеня по 12 вузлам. В задачі відновлення даних за один місяць (липень 2022 року) для твердих частинок PM₁₀ для різних ступенів многочлену апроксимації та різної кількості вузлів отримана велика похибка відновлення. Для цієї задачі доцільно дослідити нелінійні функції апроксимації.

- Розглянуто задачу прогнозування даних. Описано алгоритм побудови трендових моделей та метод критерію серій. Побудовано прогнози викидів твердих частинок за різну кількість років та оцінено їх міру точності. Визначено, що параболічна модель дає меншу похибку. Прогноз на основі даних за 2022 рік для твердих частинок PM_{2.5} та PM₁₀ дає найкращий результат з точки зору точності прогнозу та наближення прогнозного значення до реального, але загальна тенденція у цих прогнозах була на збільшення викидів. Тенденція прогнозів на основі двох та трьох років навпаки йде на зменшення, але точність прогнозів незадовільна, Також необхідно враховувати, вплив сторонніх факторів, оскільки для аналізу обрали дані за 2020 – 2022 роки, на які припали пандемія та повномасштабна війна.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. **Гавриленко О.П.** Сучасний стан та основні проблеми ресурсів атмосферного повітря в Україні [Текст] / О.П. Гавриленко // Екогеографія України: навчальний посібник /. - К. : Знання, 2008. – С. 646.

2. **Барабаш, О. В.** Оцінка рівня забруднення атмосферного повітря методом дендроіндикації [Текст] / О. В. Барабаш // Екологічні науки. – 2019 – № 4. – С. 102–107.

3. **Барановський, М. О.** Забруднення довкілля і захворюваність населення: математико-статистичні підходи до оцінки залежності та регіональних відмінностей [Текст] / М. В. Барановський, О. В. Барановська, А. О. Гребень // Науковий вісник ХДУ – 2017.– №7.– С.9–15.

4. **Гринчишин, Н. М.** Якість атмосферного повітря за вістом твердих мікрочастинок (PM_{2,5}) у містах України в умовах карантину та воєнного стану [Текст] / Н. М. Гринчишин // Вісник Львівського державного університету безпеки життєдіяльності – 2023.– т. 27.– С.6–15.

5. **Рабош, І. О.** Оцінювання ризиків для здоров'я населення внаслідок забруднення довкілля автотранспортом (на прикладі міста Києва) [Текст] / І. О. Рабош, О.В. Кофанова // Енергетика: економіка, технології, екологія – 2018.– № 4.– С.115–123.

6. **Баран, П. І.** Ефективні методи апроксимації та прогнозування осідань інженерних споруд [Текст] / П. І. Баран // Геодезія, картографія і аерофотознімання – 2018.– № 87.– С.5–15.

7. **Мельник, І. В.** Порівняльний аналіз методів інтерполяції та апроксимації граничної траєкторії короткофокусного електронного пучка за умови його транспортування в іонізованому газі [Текст] / І. В. Мельник, А. В. Починок // Вісник Університету «Україна» Серія Інформатика, обчислювальна техніка та кібернетика – 2020.– т. 1, № 28.– С.106–123.

8. **Гребенюк, Т. В.** Математичне моделювання перенесення марганцю у водному середовищі на прикладі річок Хомора і Случ [Текст] / Т. В. Гребенюк, Д. П. Науменко, В. О. Броницький // Теоретична екологія – 2018.– № 4(23).– С.92–95.

9. **Резцов, В. Ф.** Вимоги щодо забезпечення екологічних факторів при впровадженні технологій фотоенергетики в Україні/ В. Ф. Резцов, Т. В. Суржик, В. О. Пундєв, В. І. Шевчук, Л. А. Кирнос, І. О. Шейко // Відновлюв. енергетика. - 2019. - № 4. - С. 29-36.

10. **Юдіна, С. В.** Роль економічних прогнозів на підприємстві [Текст] / С. В. Юдіна, К. С. Злобіна, С. В. Нестеренко // Науковий вісник Ужгородського Національного Університету – 2020.– В.33, ч.2.– С.134–138.

11. **Міщук, О. С.** Багатокрокове прогнозування тренду показників забруднення атмосферного повітря [Текст] / О. С. Міщук // Науковий вісник НЛТУ України – 2019.– т. 28, № 8.– С.142–146.

12. **Калабіна К. А.** Аналіз стану забруднення атмосферного повітря м. Запоріжжя [Текст] / К. А. Калабіна, О.О. Подковаліхіна // Інформаційні технології: теорія і практика: Тези доповідей VI-ї Всеукраїнської науково-практичної інтернет-конференції здобувачів вищої освіти і молодих учених 2023 рік, м. Харків – Харків: ХНУМГ ім. Бекетова., 2023 – С.46-50.

13. **Калабіна К. А.** Дослідження методу відновлення даних [Текст] / К. А. Калабіна, О.О. Подковаліхіна // Сучасні інформаційні технології: теорія, практика, перспективи : збірник тез доповідей Всеукраїнської науково-практичної конференції здобувачів вищої освіти і молодих учених 2023 рік м. Дніпро – Дніпро: УДУНТ, 2023 – С.72-73.

14. **Клименко М. О.** Моніторинг довкілля [Текст]: Підручник/ – М.О. Клименко, А. М. Прищона, Н.М. Вознюк – К.:Видавничий центр «Академія», 2006 – 360с.

15. **Задачин В. М.** Чисельні методи [Текст] : навчальний посібник / В.М. Задачин, І.Г. Конюшенко. – Х. : Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с.

16. **Єріна, А. М.** Статистичне моделювання та прогнозування [Текст] : навч. Посібник / А. М, Єріна. – К.: КНЕУ, 2001. – 170 с