

)

УДК 519.65

Похила Н.Ю.<sup>1</sup>, Коротунова О.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> студ. гр. КНТ-220 НУ «Запорізька політехніка»

<sup>2</sup> канд. техн. наук, доц. НУ «Запорізька політехніка»

## **МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО В ЧИСЕЛЬНОМУ ІНТЕГРУВАННІ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ**

Методом Монте-Карло називають універсальний метод статистичних випробувань. Використовується для розв'язування задач, які мають випадковий характер вихідних даних, у фізиці, математиці, економіці,

оптимізації, теорії управління тощо. Зокрема, метод Монте-Карло застосовують для наближеного обчислення інтегралів, у тому числі і кратних.

Цьому сприяє простота структури обчислювального алгоритму та цілком прийнятна похибка обчислень, яка визначається похибкою генерації псевдовипадкової послідовності чисел, що згенеровані на ЕОМ, та обсягом вибірки. Як правило,  $O\left(N^{-\frac{1}{2}}\right)$ , де  $N$  – число спроб.

Одна з реалізацій методу базується на геометричній інтерпретації визначеного інтегралу і геометричному визначенні ймовірності. Нехай графік функції  $y = f(x)$  цілком лежить усередині прямокутника з основою  $(b-a)$  і висотою  $(d-c)$  (рис. 1).

Геометрично  $\int_a^b f(x)dx$  – це площа області під кривою  $y = f(x)$ .

Дослід, що складається в киданні навмання точок в прямокутник, замінюють формуванням  $N$  пар довільних чисел  $(x_i, y_i)$ , які повинні рівномірно заповнити даний прямокутник:  $a < x_i < b$ ,  $c < y_i < d$ .

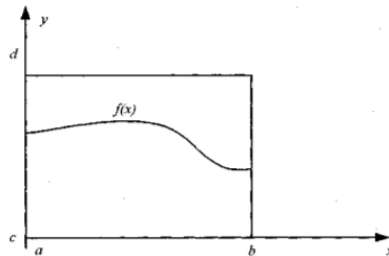


Рисунок 1 – Геометрична інтерпретація.

Тоді частина  $n$  точок  $(x_i, y_i)$ , що задовольняють умову  $y_i \leq f(x_i)$ , є оцінкою відношення інтеграла від функції  $f(x)$  до площі даного прямокутника  $S$ . Значення визначеного інтеграла, згідно даного методу може бути обчислено за формулою

$$\int_a^b f(x)dx = S \frac{n}{N}. \quad (1)$$

Значення визначеного інтеграла можна також обчислити і іншим способом, якщо розглядати його як середнє значення функції  $f(x)$  на відрізку  $[a;b]$

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i), \quad (2)$$

де  $x_i$  – послідовність випадкових чисел рівномірно розподілених на відрізку  $[a;b]$ .

В якості прикладу методом Монте-Карло було обчислено наближене значення інтеграла  $\int_1^e \sqrt[3]{x} \ln x dx$ . Розрахунки було проведено для 20; 50 та 100 чисел  $t_i$ ,  $i = \overline{1, N}$ , які згенеровано із відрізка  $[0;1]$ . Відповідні значення  $x_i$  зв'язані з  $t_i$  співвідношеннями  $x_i = 1 + (e-1)t_i$ .

Значення функції, які обчислено із застосуванням формули (2) для кожного із значень  $N$ : 1,29569 ( $N=20$ ), 1,27046 ( $N=50$ ), ... , 1,27679 ( $N=100$ ).

Аналітичний розрахунок дає результат:  $\int_1^e \sqrt[3]{x} \ln x dx \approx 1,27381$ .

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Мусіяка, В. Г. Основи числових методів [Текст] / В. Г. Мусіяка. – Дніпро: ЛІРА, 2017. – 256 с.
2. Самборська, О. М. Чисельні методи: навчальний посібник для студентів вищих технічних навчальних закладів [Текст] / О. М. Самборська, Б.Г.Шелестовський. – Тернопіль: ТНТУ імені Івана Пулюя, 2010. – 164 с.