

УДК621.318.1

Ларченко М.С.¹, Карпенко Д.Г.¹ Дівчук А.А.²

¹ студ. гр Е-222м НУ «Запорізька політехніка»

² студ. гр Е-211 НУ «Запорізька політехніка»

ЗАСТОСУВАННЯ КОМБІНОВАНОГО ПІДХОДУ ДО РОЗРАХУНКІВ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ ПРИСТРОЇВ

Електромеханічні пристрої мають дуже широке застосування у промисловості. Теорія таких пристроїв до теперішнього часу розроблена доволі детально. Однак, разом з тим, у цій області залишаються недостатньо дослідженими такі явища як вихрові струми у магнітопроводах при різних процесах, наприклад перехідних. Вид характеру протікання перехідних процесів у електромеханічних пристроях суттєво залежить надійність їх роботи. Врахування впливу на перехідні процеси вихрових струмів пов'язано зі значними труднощами. Вихрові струми виникають в магнітопроводах, які містять поряд з шихтованими також і масивні елементи. Складність процесів і умов, при яких порушуються вихрові струми, не дозволяє з високою точністю врахувати їх вплив на перехідні процеси в силових ланцюгах постійного струму. Тому зазвичай, при складанні та розрахунках схемних моделей електромеханічних пристроїв, впливом вихрових струмів або нехтують, або враховують наближено.

В останні роки широке застосування отримали прикладні пакети програм, що дозволяються виконувати розрахунки електромагнітних полів методом скінчених елементів, наприклад FEMM. Перевагою пакету FEMM є відкрита ліцензія, що дає змогу його безоплатного використання.

Рішення задач за допомогою ПЗ FEMM базуються на диференційних рівняннях в частинних похідних, аналітичне рішення яких можливо отримати тільки в разі простих форм рівнянь, граничних умов та конфігурацій границь. Тому для рішення більшості задач застосовується чисельний метод, який називається методом скінчених елементів. Ідея цього методу полягає в тому що розрахункова область розбивається на велику кількість окремих простих областей в яких шукана функція апроксимується простим виразом. Якщо області доволі малі, то ці прості функції достатньо точно описують шукану функцію. В результаті диференційні рівняння в часткових похідних перетворюються в систему лінійних рівнянь, кількість невідомих яких сягає кілька десятків тисяч. Однак існують алгоритми, які вирішують такі задачі за відносно невеликий час.

Дана програма розбиває область на трикутні елементи з лінійною залежністю потенціалу всередині трикутника. В основі метода лежить мінімізація функціонала, який визначає енергію системи (система завжди прагне до положення, в якому енергія мінімальна). Розглянемо загальний підхід до рішення на прикладі пласкої задачі.

В цьому випадку приймається, що всередині кожного трикутного елемента шукана функція визначається простою формулою

$$A = a + b \cdot x + c \cdot y, \quad (1)$$

В (1) можливо визначити коефіцієнт полінома через функції в вершинах трикутника:

$$\begin{aligned} A_1 &= a + b \cdot x_1 + c \cdot y_1, \quad A_2 = a + b \cdot x_2 + c \cdot y_2, \\ A_3 &= a + b \cdot x_3 + c \cdot y_3, \end{aligned} \quad (2)$$

де A_i - значення функції в вершинах трикутника.

Тоді

$$a = f_1(A_1, A_2, A_3), \quad b = f_2(A_1, A_2, A_3), \quad c = f_3(A_1, A_2, A_3) \quad (3)$$

Підставивши в (1) значення (3) отримаємо вираз для шуканої функції в залежності від координат вершин трикутника та значення шуканої функції у вершинах трикутника

$$A = f(a, b, c, x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3, A_1, A_2, A_3, x, y) \quad (4)$$

Енергія поля для рівняння Лапласа

$$F(A) = \frac{1}{2} \cdot \int |\nabla \bar{A}|^2 \cdot dS \quad (5)$$

Енергія поля для рівняння Пуассона

$$F(A) = \frac{1}{2} \cdot \int |\nabla \bar{A}|^2 \cdot dS - \mu \cdot \int \bar{A} \cdot \bar{J} \cdot dS \quad (6)$$

Рівняння (5, 6) є функціоналом енергії у випадку лінійного середовища.

У випадку нелінійного середовища для пласкої задачі

$$F(A) = \frac{1}{2} \cdot \int W(A) \cdot dS - \int \bar{A} \cdot \bar{J} \cdot dS, \quad (7)$$

де $W(A) = \int \bar{H} \cdot d\bar{B}$ - щільність енергії.

Мінімізуючи функціонал енергії для невідомих значень потенціалу во внутрішніх вузлах сітки, отримаємо систему алгебраїчних рівнянь.

$$\frac{d}{dA_i} \sum_{m=1}^n F^m = 0, i = 1 \dots I, \quad (8)$$

де I - кількість невідомих вершин трикутника; n - кількість трикутників; F^m - вклад енергії кожного трикутника в функціонал.

Система (8) повинна бути доповнена граничними умовами.

Застосування такого комбінованого підходу, дозволить поєднати переваги обох методів розрахунку, простоту і швидкодію схемного методу, та високу точність польового моделювання. Такий комбінований метод можна застосовувати для будь-яких електромеханічних, а також, електротехнічних пристроїв. Це дасть змогу забезпечити єдність підходів для розрахунку таких пристроїв, систематизувати такі розрахунки та суттєво підвищити їх точність, що в свою чергу дозволить проєктувати нові пристрої з високими показниками енергоефективності та надійності.