

Министерство образования и науки Украины
Запорожский национальный технический университет
Радиоприборостроительный факультет

Системы современных сигналов

Методические указания
к лабораторным (практическим) занятиям
для студентов специальности
"Радиотехника"

2010

Методические указания к лабораторным (практическим) занятиям по дисциплине "Системы современных сигналов" для студентов специальности 7.050901 "Радиотехника" / Сост. Б.Н. Бондарев – Запорожье, ЗНТУ, 2010. 42 с.

Составитель: доц., к.т.н. Б.Н. Бондарев

Рецензент: проф., д.т.н. Д.М. Пиза

Ответственный за выпуск: доц., к.т.н. Б.Н. Бондарев

Утверждено
на заседании кафедры радиотехники
Протокол № 6 от 09. 02. 2010

СОДЕРЖАНИЕ

стр.

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

1. Спектры импульсных сигналов.....	4
2. Спектры модулированных сигналов.....	10
3. Многопозиционные АФМ-сигналы.....	14
4 Корреляционные функции сложных (широкополосных) сигналов.....	20
5 Двумерные функции автокорреляции	27
Приложение 1. Программа “SPECTR”	30
Приложение 2. Сложные (широкополосные) сигналы	34
Приложение 3. Двумерные автокорреляционные функции.....	39

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1

СПЕКТРЫ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ

1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучение основ спектральной теории сигналов и спектров некоторых импульсных сигналов в периодическом и непериодическом режимах.

2 ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

2.1 Изучить по указанной литературе материал в соответствии с приведенными ниже контрольными вопросами.

2.2 Построить спектральную плотность амплитуд одиночного прямоугольного импульса длительностью $\tau_n = N$ (мсек), где N – порядковый номер студента в групповом журнале.

2.3 Построить спектр периодической последовательности прямоугольных радиоимпульсов из п.2.2 с периодом повторения $T_{\Pi} = 5 \cdot \tau_n$.

3 РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Гоноровский И.С., Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Радио и связь. 1994. – 482с. (1986. – 512с.).
2. Баскаков В. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высшая школа. 1988. – 448с.
3. Радиотехнические цепи и сигналы. Под редакцией К.А. Самойло. – М.: Радио и связь. 1982. – 528с.
4. Волощук Ю.І. сигнали та процеси в радіотехніці, т.2 – Харків: СМІТ, 2003. – 400с.
5. Бондарев Б.Н. Основы теории сигналов. Конспект лекций. – Запорожье: ЗНТУ, 2004. – 56с.

4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- 1 Разложение сигналов на “элементарные” (функциональные ряды).
- 2 Функции разложения и требования к ним.
- 3 Системы ортогональных функций.
- 4 Представление сигналов в виде ряда Фурье.
- 5 Тригонометрическая форма ряда Фурье.
- 6 Показательная форма ряда Фурье.
- 7 Амплитудный спектр периодической последовательности прямоугольных импульсов.
- 8 Спектры периодических сигналов.
- 9 Интегральное преобразование Фурье.
- 10 Спектральная плотность амплитуд одиночного прямоугольного импульса.
- 11 Объяснить, как изменяется (качественно) спектр сигнала при изменении формы сигнала (импульса).
- 12 Объяснить, как изменяется (качественно) спектр сигнала при изменении длительности сигнала (импульса).
- 13 Объяснить, как изменяется спектр периодического сигнала при изменении периода повторения.
- 14 Объяснить, как изменяется спектр периодического сигнала при изменении длительности импульса (при $T_{\Pi} = \text{const}$)

5 ПРОГРАМНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При выполнении лабораторной работы используется программа “SPECTR”, описание которой приведено в Приложении.

6 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Задание 1 (непериодические сигналы)

6.1 Из приведенной ниже Таблицы 1 выбрать 2 – 4 вида (формы) импульсных сигналов (прямоугольный импульс, колокольный импульс и две любые формы).

Длительности прямоугольных импульсов τ_n выбирать в соответствии с п.2.2.

Длительности колокольного и экспоненциальных импульсов определяются выбором (подбором) числового значения параметра " α ".

Замечание: параметр h – амплитуда импульса не влияет на форму спектра. Значение h можно выбирать произвольно (1,2...)

6.2 Запустить программу и провести наблюдения выбранных сигналов и рассчитанных спектров в непериодическом режиме.

Зарисовать графики временных функций и рассчитанных спектров, строго следя за масштабом по осям времени и частоты.

6.3 Из выбранных в п.6.1 четырех сигналов выбрать 2 вида сигналов (прямоугольный и любой другой) и увеличить их длительность τ_n или значение параметра α в произвольное целое число раз (2, 3...). Повторить наблюдения по п.6.2.

Зарисовать графики временных функций и рассчитанных спектров.

Задание 2 (периодические сигналы)

6.4 Для 2-х сигналов из п.6.3 провести наблюдения в периодическом режиме. Значение периода повторения периодического сигнала взять равным $T_n = 4 \cdot \tau_n$.

Зарисовать графики спектров.

6.5 Повторить наблюдения п.6.4. при $T_n = 8 \cdot \tau_n$.

Зарисовать полученные графики.

Указание: при выполнении работы внимательно следить за масштабом по осям времени и частоты. В программе вместо функции $S(f)$ на экране строится функция $S(w)$, где w измеряется в рад/сек. В отчете по работе должна быть приведена (дополнительно) вторая шкала (ось) частот в герцах.

7 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

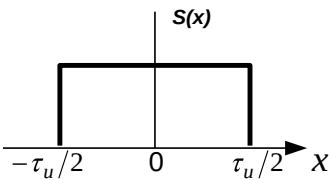
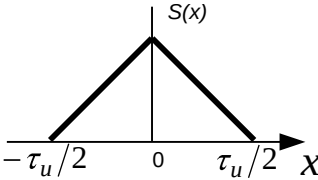
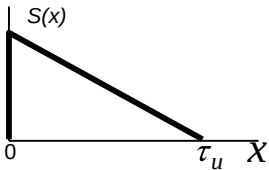
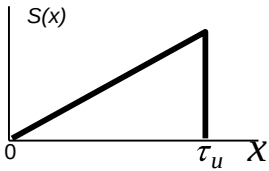
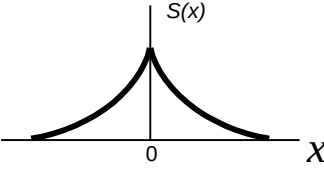
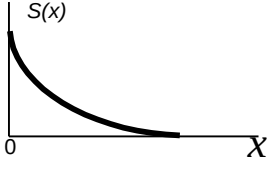
Отчет должен содержать:

7.1 Результаты домашних расчетов.

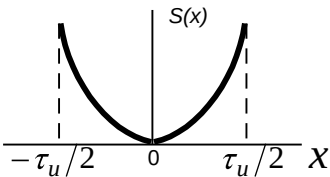
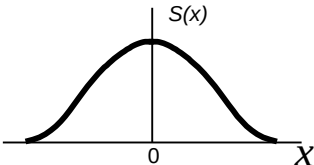
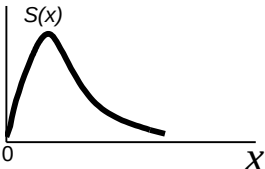
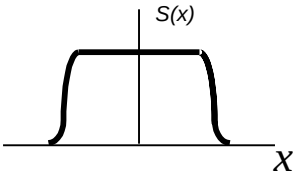
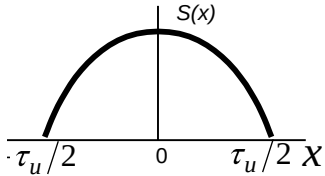
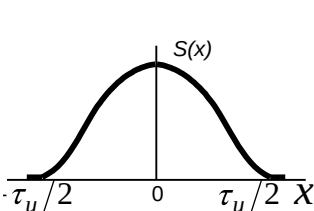
7.2 Графики временных функций (сигналов) и их спектров по п.п. 6.1 – 6.5.

7.3 Краткие выводы о влиянии формы сигнала, его длительности, периода повторения на характер и ширину спектра.

Таблица 1

№	Форма импульса	Временная функция
1		$S(x) = h; \quad -\frac{\tau_u}{2} \leq x \leq \frac{\tau_u}{2}$
2		$S(x) = h \cdot \left[1 - 2 \frac{ x }{\tau_u} \right]; \quad x \leq \frac{\tau_u}{2}$
3		$S(x) = h \cdot \left(1 - \frac{x}{\tau_u} \right); \quad 0 \leq x \leq \tau_u$
4		$S(x) = h \cdot x; \quad 0 \leq x \leq \tau_u$
5		$S(x) = h \cdot \exp(-\alpha \cdot x); \quad x \geq 0$ (двухсторонняя или симметричная экспонента)
6		$S(x) = h \cdot \exp(-\alpha \cdot x); \quad x \geq 0$ (несимметричная экспонента)

Продолжение таблицы 1

№	Форма импульса	Временная функция
7		$S(x) = h \cdot x^2; \quad x \leq \frac{\tau_u}{2};$
8		$S(x) = h \cdot \exp(-\alpha \cdot x^2)$ (гауссова кривая или колокольный импульс)
9		$S(x) = h \cdot x^k \cdot \exp(-\alpha \cdot x^n);$ $k = 1, 2, 3, \dots; n = 1, 2, 3, \dots; x \geq 0$
10		$S(x) = h \cdot \exp(-\alpha \cdot x^{2n});$ $n = 2, 3, \dots$
11		$S(x) = h \cdot \cos\left(\frac{\pi}{\tau_u} \cdot x\right); \quad x \leq \frac{\tau_u}{2}$
12		$S(x) = h \cdot \cos^2\left(\pi \frac{x}{\tau_u}\right) =$ $\frac{1}{2} \cdot h^2 \left(1 + \cos 2\pi \frac{x}{\tau_u}\right); \quad x \leq \frac{\tau_u}{2}$ (косинус-квадратный импульс или приподнятый косинус)

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2

СПЕКТРЫ МОДУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ

1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучение основ спектральной теории сигналов и спектров модулированных (АМ, ЧМ) и манипулированных (АМн, ЧМн и ЛЧМ) сигналов

2 ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

2.1 Изучить по указанной литературе материал в соответствии с приведенными ниже контрольными вопросами.

2.2 Построить спектральную плотность амплитуд одиночного радиоимпульса длительностью $\tau_n = N$ (мсек) (N – порядковый номер студента в групповом журнале) и несущей частотой $f_0 = 10$ кГц.

2.3 Построить спектр периодической последовательности прямоугольных радиоимпульсов из п.2.2 с периодом повторения $T_{\Pi} = 5 \cdot \tau_n$.

3 РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Радиотехнические цепи и сигналы. Под редакцией К.А. Самойло. – М.: Радио и связь. 1982. – 528с.

2. Гоноровский И.С., Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Радио и связь. 1994. – 482с. (1986. – 512с.).

3. Баскаков В. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высшая школа. 1988. – 448с.

4. Волощук Ю.І. Сигнали та процеси в радіотехніці, т.2 – Харків: СМІТ, 2003. – 400с.

5. Бондарев Б.Н. Основы теории сигналов. Конспект лекций. – Запорожье: ЗНТУ, 2004. – 56с.

4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дать определение понятию “модулированные сигналы”.
2. Записать выражение для АМ-сигнала и пояснить смысл числовых параметров.
3. Записать выражение для ЧМ-сигнала и пояснить смысл числовых параметров.
4. Нарисовать спектр АМ-сигнала при модуляции “чистым тоном”.
5. Нарисовать спектр АМ-сигнала при модуляции произвольным сигналом.
6. Нарисовать спектр ЧМ-сигнала при модуляции “чистым тоном”.
7. Нарисовать спектр одиночного радиоимпульса с прямоугольной огибающей.
8. Амплитудный спектр периодической последовательности радиоимпульсов с прямоугольной огибающей.
9. Нарисовать спектр ЧМн-сигнала с произвольным разносом (девиацией) частот.
10. Нарисовать спектр ЧМн-сигнала с разносом частот, обеспечивающим ортогональность сигналов.
11. Дать определение понятию “ЛЧМ-сигнал” и охарактеризовать его спектр.

5 ПРОГРАМНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При выполнении лабораторной работы используется программа “SPECTR”, описание которой приведено в Приложении.

6 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

6.1 Наблюдение спектров АМ-сигналов

Ввести функцию (режим – периодический)

$$S(x) = A + m \cdot \sin(2\pi f_1 x) \cdot \sin(2\pi f_2 x)$$

Установить параметры:

$$t_1 = 0; \quad t_2 = 4 \cdot P; \quad f_1 = 0; \quad f_2 = 20; \quad \text{период} = 4 \cdot P$$

Точность расчета (число рассчитываемых точек) – 256 или 512. Выше буква Р означает число пи.

Запустить программу и зарисовать временные функции сигналов и их спектры для 2 - х значений параметра $m = 1; 0,5$.

6.2 Наблюдение спектров одиночных радиоимпульсов

Ввести функцию (режим – непериодический)

$$S(x) = \sin(\pi \cdot x)$$

Зарисовать временные функции и спектры сигналов для значений параметра t_2 (длительность импульса) при $t = 0$:

$$t_2 = 2 \cdot P \text{ и } t_2 = P.$$

6.3 Наблюдение спектров АМн-сигналов

Ввести функцию (режим – периодический)

$$S(x) = \sin(\pi \cdot x)$$

Зарисовать временные функции и спектры сигналов при значениях параметров

$$t_1 = 0; \quad t_2 = 2 \cdot P; \quad \text{период} = 4 \cdot P, \quad 8 \cdot P.$$

6.4 Наблюдение спектров двух радиоимпульсов с разными частотами (непериодический ЧМн-сигнал)

Ввести функцию

$$S(x) = \sin(\pi \cdot x) \cdot \sin(\pi \cdot x)$$

Зарисовать спектры сигналов при значениях параметра n :

- $n = 15$ (“широкополосная” ЧМн);
- $n = 11$ (“ортогональная” ЧМн);
- $n = 10,5$ (ЧМн с минимальным сдвигом – ММС).

Обратить внимание на уровень внеполосного излучения (боковых лепестков).

6.5 Наблюдение спектров периодических ЧМн-сигналов

Ввести функцию (режим – периодический)

$$S(x) = \sin(0 \cdot x) \cdot \sin(1 \cdot x).$$

Зарисовать спектры при значениях параметров:

$$t_2 = 2 \cdot P; \quad \text{период} = 4 \cdot P; \quad n = 15 \text{ и } 11.$$

6.6 Наблюдение спектров ЧМ-сигналов при модуляции “чистым тоном”

Ввести функцию (режим – периодический)

$$S(x) = \sin(0 + m \cdot \sin(x)) \cdot x.$$

Зарисовать спектры при значениях параметров:

$$t_1 = 0; \quad t_2 = 2 \cdot P; \quad \text{период} = 2 \cdot P; \quad m = 0,5; 1.$$

6.7 Наблюдение спектров ЛЧМ-сигналов

Ввести функцию (режим – непериодический)

$$S(x) = \sin(0 + k \cdot x) \cdot x$$

Установить $f_2 = 40$.

Зарисовать временные функции и спектры при значениях параметров:

$$t_1 = 0; \quad t_2 = 2 \cdot P; \quad k = 0,5; 1.$$

7 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет должен содержать:

- 7.1 Результаты домашних расчетов (п.п.2.2 и 2.3).
- 7.2 Графики временных функций (сигналов) и их спектров по п.п. 6.1; ... 6.7.
- 7.3 Краткие выводы о спектрах модулированных сигналов при разных видах модуляции.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3

МНОГОПОЗИЦИОННЫЕ АФМ-СИГНАЛЫ

1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучение основ спектральной теории сигналов и спектров многопозиционных АФМ-сигналов.

2 ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

2.1 Изучить по указанной литературе материал в соответствии с приведенными ниже контрольными вопросами.

2.2 Построить спектральную плотность амплитуд одиночного прямоугольного импульса длительностью $\tau_{\text{и}} = N$ (мсек), и несущей частотой $f_0 = N$ (кГц), где N – порядковый номер студента в групповом журнале.

2.3 Построить спектр периодической последовательности прямоугольных радиоимпульсов из п.2.2 с периодом повторения $T_{\text{п}} = 5 \cdot \tau_{\text{и}}$.

3 РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Гоноровский И.С., Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Радио и связь. 1994. – 482с. (1986. – 512с.).
2. Баскаков В. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высшая школа. 1988. – 448с.
3. Радиотехнические цепи и сигналы. Под редакцией К.А. Самойло. – М.: Радио и связь. 1982. – 528с.
4. Волощук Ю.І. Сигнали та процеси в радіотехніці, т.2 – Харків: СМІТ, 2003. – 400с.
5. Бондарев Б.Н. Основы теории сигналов. Конспект лекций. – Запорожье: ЗНТУ, 2004. – 56с.

4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дать определение понятию многопозиционные АФМ-сигналы.
2. Нарисовать спектр одиночного радиоимпульса с прямоугольной огибающей.
3. Нарисовать спектр АМн-сигнала.
4. Нарисовать спектр ЧМн-сигнала.
5. Амплитудный спектр периодической последовательности радиоимпульсов с прямоугольной огибающей.
6. Нарисовать спектр ЧМн-сигнала с разнесом частот, обеспечивающим ортогональность сигналов.

5 ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При выполнении лабораторной работы используется программа “SPECTR”, описание которой приведено в приложении.

6 КРАТКАЯ ТЕОРИЯ МНОГОПОЗИЦИОННЫЕ АФМ-СИГНАЛЫ

В настоящее время на сетях связи все еще работают различные системы с частотным уплотнением (разделением) каналов. В таких системах создается виртуальный, так называемый канал тональной частоты (канал ТЧ) или стандартный телефонный канал. Такой канал занимает полосу частот 3100 Гц (300...3400 Гц) (см. рис.1).

Для передачи цифровой информации (данных) по каналу ТЧ используют так называемые модемы с различными видами сигналов (АМн, ЧМн, ФМн). При использовании двоичного кодирования скорость передачи информации R равна скорости передачи символов V (бодовая, символьная скорость):

$$R = \frac{1}{\tau_u} = V \log_2 M,$$

где τ_u — длительность импульса.

Ранее в телеграфии и при передаче данных использовались значения $V = (50 \dots 1200)$ бод ($\tau_u = 20 \text{мс} \dots 0,8 \text{мс}$) с сигналами АМн, ЧМн, ОФМ.

Для повышения скорости передачи информации по каналу ТЧ применяются так называемые многопозиционные сигналы (многопозиционное кодирование). Скорость передачи при этом определяется выражением:

$$R = V \cdot \log_2 M = \frac{1}{\tau_u} \cdot k ,$$

где $M = 2^k$ – число различных сигналов, $k = 1/V$

Рекомендацией МСЭ-Т V-34 для каналов ТЧ предусматриваются многопозиционные АФМн-сигналы со следующими рекомендуемыми числовыми значениями величин V , R и несущей частоты f_0 :

$V = 1200; \mathbf{2400}; 2743; 2800; 3000; \mathbf{3200}; 3429.$

$R = 2400; 4800; 9600; \mathbf{14400}; \mathbf{19200}; 24000; \mathbf{28800}.$

$f_0 = 1600; 1646; 1680; \mathbf{1800}; 1829; 1867; 1920; 1959; \mathbf{2000} \text{ Гц}.$

Длительность периода несущей частоты определяется выражением:

$$T_0 = 1/f_0 ,$$

При этом длительность импульса сигнала (τ_u) соизмерима с периодом T_0 .

Необходимые (высокие) значения скоростей передачи R из приведенного ряда могут быть выражены следующим образом:

$$R = 14400 = 2400 \cdot 6 \quad \log_2 64 = 6 \quad \rangle$$

$$R = 19200 = 2400 \cdot 8 \quad \log_2 256 = 8 \quad \rangle$$

$$R = 28800 = 3200 \cdot 9 \quad \log_2 512 = 9 \quad \rangle$$

На рис.2 показано гармоническое колебание.

$$y(x) = \sin(x + x_0),$$

где $x = \omega_0 t = 2\pi \cdot f_0 \cdot t$; $x_0 = \varphi_0 = 0$; $f_0 = 2\kappa\Gamma\psi$

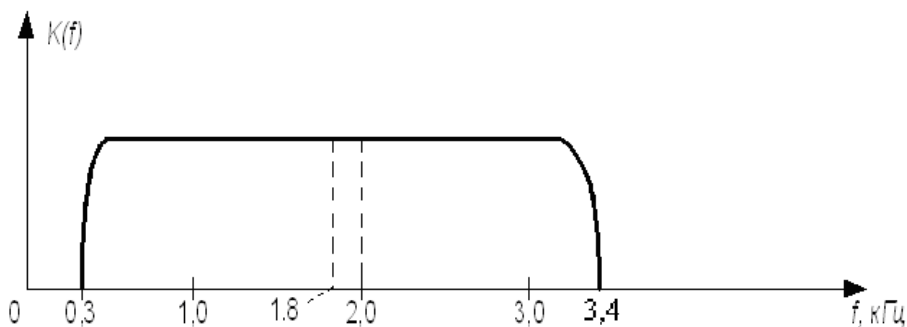


Рисунок 1. – Амплитудно-частотная характеристика канала ТЧ

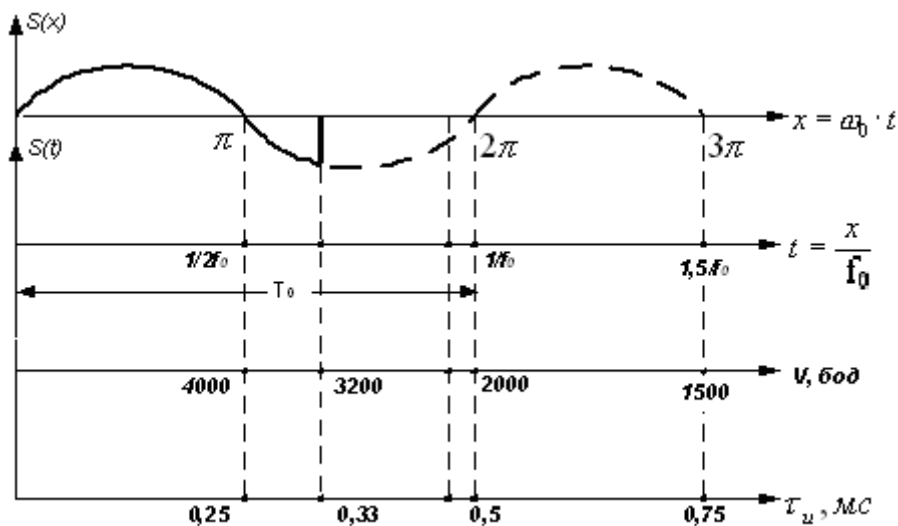


Рисунок 2. – Гармоническое колебание канала ТЧ

Числа 512, 256, 64 (и др.) можно представить в виде произведений

$$512 = 16 \cdot 32;$$

$$256 = 16 \cdot 16;$$

$$64 = 8 \cdot 8.$$

Большое число сигналов (64...512) можно получить путем одновременного использования фазовой и амплитудной манипуляции гармонического колебания с частотой f_0 . Например при $M = 256$ несущее колебание может иметь 16 значений амплитуды и 16 значений начальной фазы (т.е. через $360/16=22,5^\circ$). На рис.2 жирной линией показан один из сигналов для случая $V = 3200$ бод ($\tau_u = 0,33$ мс) и $f_0 = 2$ кГц ($T_0 = 0,5$ мс).

Примечание: Множество из M сигналов с амплитудно-фазовой манипуляцией называют сигнально-кодовой конструкцией (СКК), а множество точек на плоскости – созвездием. На рис.3 показан один из вариантов сигнального созвездия для системы сигналов 16 АФМ

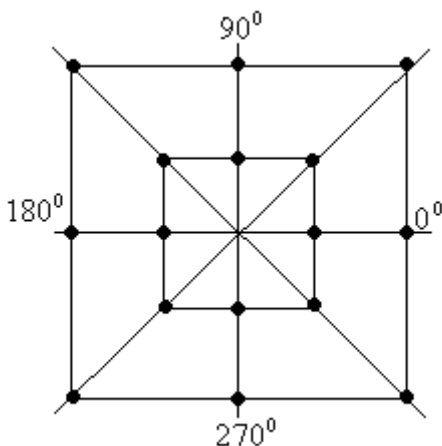


Рисунок 3. – Множество точек для сигналов 16 АФМ.

7 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

7.1 Пользуясь приведенными выше значениями V , f_0 и R выбрать (рассчитать) по своему усмотрению 3 разных длительностей сигнала (от 0,5 до 1,5 периода несущей частоты).

7.2 Для 3-х выбранных длительностей зарисовать амплитудные спектры сигналов при 3-х разных начальных фазах (в пределах $0 \leq x_0 \leq \pi$).

8 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет должен содержать:

8.1 Результаты домашних расчетов (п.п.2.2 и 2.3).

8.2 Графики временных функций (сигналов) и их спектров по п.п. 7.1 и 7.2.

8.3 Краткие выводы о влиянии несущей частоты, длительности импульса и начальной фазы на спектры АФМн-сигналов.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ СЛОЖНЫХ (ШИРОКОПОЛОСНЫХ) СИГНАЛОВ

1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучение основных видов сложных (составных, широкополосных, шумоподобных) сигналов и наблюдение (расчет) на ПК их корреляционных и взаимокорреляционных функций.

2 ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

2.1 Изучить по указанной литературе материал в соответствии с приведенными ниже контрольными вопросами.

2.2 Рассчитать одну из М-последовательностей для п.6.3 лабораторного задания.

3 РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1 Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. - М.: "Сов. Радио", 1994. - 482с. (1986,- 512с.).

2 Кловский Д.Д. Теория передачи сигналов. - М.: Связь, 1973.- 376с.

3 Кловский Д.Д., Шилкин В.А. Теория электрической связи. Сборник задач и упражнений. - М.: "Сов. Радио", 1990. - 280с.

4 Зюко А.Г., Кловский Д.Д., Назаров М.В., Финк Л.М. Теория передачи сигналов. - М.: Связь, 1980. - 288 с.

5 Бондарев Б.Н. Статистическая радиотехника. Конспект лекций. Часть I. Запорожье, ЗГТУ, 2000-71с.

6 Бондарев Б.Н. Статистическая радиотехника. Конспект лекций. Часть III. Запорожье, ЗНТУ, 2005-95с.

7 Приложение 2. Сложные широкополосные сигналы.

4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- 1 Запишите определение автокорреляционной функции сигнала по его временной функции.
- 2 Пояснить математический, вероятностный и физический смысл корреляционных функций.
- 3 Основные свойства автокорреляционной функции.
- 4 Интервал корреляции случайного процесса.
- 5 ЛЧМ-сигнал и его спектр.
- 6 Автокорреляционная функция ЛЧМ-сигнала.
- 7 Коды Баркера и их автокорреляционные функции.
- 8 Двоичные псевдослучайные последовательности (М-последовательности).
- 9 Автокорреляционные функции М-последовательностей.
- 10 Формирование (генерация) М-последовательностей.
- 11 Взаимокорреляционные функции М-последовательностей.
- 12 Пояснить разницу в корреляционных функциях, вычисленных для аperiodического (АФАК, АФВК) и периодического (ПФАК, ПФВК) режимов.

5 ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При выполнении работы используется программа "Корреляция" из программного пакета "NUMERI", которая позволяет рассчитывать и выводить на экран дисплея функции авто- и взаимной корреляции различных сигналов.

Управление программой осуществляется с помощью цифровых клавиш в следующем порядке.

После запуска пакета (numeri.exe) на экране высвечивается меню программ (обозначим как меню 1):

- 6
- 7 Корреляция

При нажатии клавиши 7 на экране высвечивается меню 2:

- 1 Обработка 1-го и 2-го набора данных
- 2 Вычисление корреляции во временной области

- 3 Вычисление корреляции через спектр
- 4

При нажатии клавиши 1 на экране высвечивается меню 3:

- 1 Обработка набора 1
- 2 Обработка набора 2
- 3 Установка параметров шума

При нажатии клавиши 1 на экране высвечивается меню 4:

- 1 Создание данных
- 2 Обработка данных
- 3 Зашумление данных
- 4

При нажатии клавиши 1 на экране высвечивается меню 5:

- 1 Данные из интерпретатора формул
- 2 Данные из файла на диске/дискете
- 3 Ввод данных с клавиатуры
- 4 Генерация стандартных сигналов
- 5

При выполнении работы рекомендуется ввод данных из интерпретатора формул (аналитическая запись формул), с клавиатуры (цифровое задание функции по точкам) и из генератора стандартных сигналов.

При нажатии клавиши 1 (данные из интерпетатора формул) на экране высвечивается :

$y(x) = \dots\dots\dots$

от $x =$

до $x =$

число опорных точек ...(рекомендуется 128;256; 512)

шаг по x (устанавливается автоматически).

В нижней строке - F10 (далее, т.е. расчет).

При нажатии клавиши 2 (ввод данных с клавиатуры) на экране высвечивается:

число пар значений ...
шаг по x ...
начальное значение x ...

В нижней строке - F10 (далее- ввод значений y).
Далее -F10 (расчет).

После ввода данных необходимо последовательным нажатием клавиши "Esc" вернуться в меню 2 и цифровой клавишей 2 включить подпрограмму вычисления корреляционных функций во временной области.

При этом высвечивается "Меню зашумления", которое "отключается" клавишей F10. При этом на экране высвечивается меню, которое обозначим как меню 6:

- 1 Временные сигналы 1,2
- 2 Автокорреляционные функции 1,2
- 3 Корреляционная функция (взаимокорреляционная функция сигналов 1 и 2).

При последующем нажатии какой-либо из клавиш (1,2,3) на экране высвечивается меню (назовем его меню 7):

- 1 График....
- 2 Таблица....

Для вычисления и наблюдения автокорреляционной функции другого сигнала необходимо вернуться в меню 3 и после нажатия клавиши 2 (обработка набора 2) провести аналогичные манипуляции.

Для наблюдения взаимокорреляционных функций 2-х сигналов необходимо полностью провести все операции по вычислению 2-х автокорреляционных функций, вернуться в меню 2, нажать клавишу 2 (вычисление корреляции во временной области) и в появившемся меню 7 нажать клавишу 3 (корреляционные функции).

Для вычисления спектров (амплитудных или мощности) введенных сигналов и вычисления корреляции через спектр необходимо вернуться в меню 2 и нажать клавишу 3 (вычисление корреляции через спектр). При

этом выводится меню "Зашумления", которое "отключается" клавишей F10. После этого высвечивается меню 8:

-
- 2 Автокорреляционные функции 1,2
 - 3 Корреляционная функция (ФВК)
 - 4 Спектр 1
 - 5 Спектр 2
 - 6 Спектральная плотность мощности (СПМ 1,2)

При нажатии любой из клавиш на экране высвечивается меню:

- 1 График
- 2 Таблица

.....

ПРИМЕЧАНИЕ

1 В используемой программе вычисляются корреляционные функции в периодическом режиме (ПФАК), т.е. для периодически повторяющегося введенного сигнала (см. "Приложение 2").

2 В программе при вычислениях спектров используется дискретное преобразование Фурье. Поэтому на экране высвечивается линейчатый спектр. Его огибающая определяет спектр ЛЧМ-сигнала.

6 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Используя интерпретатор формул программы (клавиша 1 в меню 5), ввести для анализа широкополосный ЛЧМ-сигнал

$$S(x) = \sin(\omega_0 x + b * x^2), \quad x = 0 \dots 2P, \quad \omega_0 = 8-10,$$

где ω_0 - несущая частота, b - девиация частоты, P - число пи.

Рекомендуемые значения параметра b : 0.5; 1; 2.

Запустить программу, посмотреть временные графики и зарисовать (для трех рекомендуемых значений параметра b):

- амплитудные спектры сигналов (клавиша 4 в меню 8),
- спектры мощности сигналов (клавиша 6 в меню 8),
- автокорреляционные функции сигналов.

2 Используя клавишу 3 меню 5 (ввод данных с клавиатуры), посмотреть и зарисовать:

- периодическую автокорреляционную функцию (ПФАК) кода Баркера +1+1+1-1+1;
- периодическую автокорреляционную функцию (ПФАК) циклического сдвига на две позиции кода Баркера (+1-1+1+1+1),
- периодическую взаимокорреляционную функцию (ПФВК) указанных выше последовательностей.

ПРИМЕЧАНИЕ

Используемая в работе программа имеет один недостаток. При вводе данных с клавиатуры по точкам (как, например, для кода Баркера) корреляционные функции вычисляются для последовательности прямоугольных импульсов (правильно), а сам введенный сигнал на экране изображается при соединении соседних точек кратчайшими (прямыми) линиями (неправильно).

3. Воспользовавшись методикой, изложенной в "Приложении 3", вычислить элементы М-последовательности для порождающего полинома $P_1(X)$ четвертой степени.

Начальный блок $d_1 d_2 d_3 d_4$ должен представлять собой двоичную запись порядкового номера (1...15) студента в групповом журнале.

При номере, большем 15-ти, его нужно привести по модулю 15 (mod15), т.е. вычесть из него число 15.

4. Запустить программу и зарисовать:

- автокорреляционную функцию (ПФАК) последовательности, рассчитанной в п.3.
- автокорреляционную функцию (ПФАК) последовательности, полученной из рассчитанной путем циклической перестановки на 3-4 элемента,
- взаимную корреляционную функцию (ПФВК) этих двух последовательностей.

5. Рассчитать (аналогично п.3) М-последовательность для порождающего полинома $P_2(X)$ четвертой степени.

6. Повторить операции п.4 для последовательности, полученной в п.5.

7. Прodelать необходимые операции и зарисовать:

- взаимную корреляционную функцию последовательностей

(ПФВК), полученных в п.3 и п.5,

- взаимную корреляционную функцию (ПФВК) последовательности из п.3 и последовательности из п.5, циклически сдвинутой на 3-4 элемента.

8. Вычислить "вручную" апериодическую функцию автокорреляции (АФАК) одной из M-последовательностей (см. пример вычисления для кода Баркера в "Приложении 2").

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5

5 ДВУМЕРНЫЕ ФУНКЦИИ АВТОКОРРЕЛЯЦИИ (ФУНКЦИИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ)

1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучение двумерных автокорреляционных функций (ДАКФ), функций и тел неопределенности и их сечений.

2 ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1 Изучить по указанной литературе материал в соответствии с приведенными ниже контрольными вопросами.

3 РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Чердынцев В.А. Радиотехнические системы. – Минск: Высшая школа, 1988. – 370с.

2. Радиотехнические системы. Под ред. Казаринова Ю.М. – М.: Высшая школа, 1990. – 498с.

3. Приложение 3 (см. ниже).

4. Бондарев Б.Н. Статистическая радиотехника. Часть III. Запорожье, ЗГТУ, 2000.-95с.

4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1 Запишите определение автокорреляционной функции сигнала (отдельной реализации случайного процесса) по его временной функции.

2 Запишите выражение для двумерной автокорреляционной функции сигнала.

3 Поясните математический и физический смысл двумерных автокорреляционных функций.

4 Поясните математический и физический смысл различных сечений двумерных автокорреляционных функций.

5 Основные свойства автокорреляционной функции.

- 4 Интервал корреляции случайного процесса.
- 5 ЛЧМ-сигнал и его спектр.
6. Автокорреляционная функция ЛЧМ-сигнала.

5 ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При выполнении работы используется программа "DAKF".

Управление программой осуществляется клавишами управления курсором (вверх, вниз), Пробел, ENTER и ESC.

Программа запускается файлом "Runme.exe". При этом высвечивается меню 1:

- 1 Ввод формулы.
- 2 Помощь (F1).
- 3 Выход (Esc).

После установки курсора в положение 1 (Ввод формулы) и нажатия клавиши ENTER на экране высвечивается приглашение "Введите функцию $s(t)$ ".

После ввода функции и нажатия клавиши ENTER на экране высвечивается приглашение «Введите длительность импульса».

После ввода длительности сигнала (импульса) и нажатия клавиши ENTER на экране высвечивается меню 2:

- 1 Изменить длительность импульса.
- 2 Вычислить двойной интеграл.
- 3 Построение трехмерного графика.
- 4 Построение графика сигнала.
- 5 Построение графика в сечениях.
- 6 Возвращение в предыдущее меню (ESC).

Проверка правильности ввода функции осуществляется при установке курсора в положение 4 (построение графика сигнала) и нажатии клавиши ENTER.

В лабораторной работе выполняются все задания (позиции) меню 2, кроме вычисления двойного интеграла.

6 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1 В порядке освоения программы провести ввод данных и наблюдения для сигнала в виде прямоугольного импульса единичной амплитуды.

ды и единичной длительности. Зарисовать графики сигнала и сечений двумерной автокорреляционной функции.

Отметить масштабы на осях времени и частоты.

Просмотреть процесс построения графика двумерной функции автокорреляции.

Уменьшить длительность сигнала (импульса) в два раза и повторить все наблюдения. Отметить изменения масштаба по осям.

2 Используя принятые в программе обозначения (см.F1), выполнить задание п.1 для 3-х других (произвольных) форм сигналов (импульсов) при двух значениях длительности.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

При выполнении работы используется программа SPECTR, которая позволяет производить:

- “ручной” ввод (задание) функции $S(x)$ для периодических сигналов произвольной формы;
- выбор функций $S(x)$ для сигналов из нескольких заранее подготовленных и записанных на диске;
- расчет по введенной функции $S(x)$ и построение (наблюдение) на экране временных функций сигналов $S(t)$;
- расчет и наблюдение спектров $S(f)$ одиночных и периодических сигналов (фактически в данной программе рассчитывается и строится функция $S(w)$, где w – круговая частота, измеряемая в рад/сек);
- чтение/запись введенных функций (формул) на диск;
- запись результатов расчетов на диск функций $S(t)$ и $S(f)$;
- вызов программы NUMERI.

В программе могут использоваться два запускающих файла:

- `sr-exe`, при котором управление программой осуществляется с помощью клавиатуры (это более простое управление и рекомендуется при выполнении работы);
- `spstr-exe`, при котором управление программой осуществляется с помощью “мыши”.

После запуска “`sr-exe`” на экране высвечивается главное меню. При последующем нажатии клавиши 1 (задание функции) на экране высвечивается “Ввод данных”. Ввод данных проводится построчно. Переход по строкам производится клавишами со стрелками (вверх-вниз).

На странице “Ввод данных” высвечиваются следующие обозначения и параметры сигналов:

t_1, t_2 – интервал времени, определяющий длительность импульсного сигнала (в программе время задается в секундах).

f_1, f_2 – интервал частот, на котором проводится расчет и наблюдение спектра сигнала (рекомендуется устанавливать $f_1 = 0$ или $f_1 = -f_2$). В программе фактически задаются (вводятся) значения циклических частот w_1, w_2 . значение f_2 (т.е. w_2) выбирается с учетом длительности импульсного сигнала ($w_2 > 10 / T_H$) и далее может уточняться.

$S(x)$ – математическая функция, задающая форму исследуемого сигнала.

“Функция” – периодическая/непериодическая. Период «.....».

“Точность расчета” – число интервалов интегрирования (рассчитываемых точек) – $N > 100$ (128, 256, 512).

“Выбор сигнала” (с диска) «.....».

В строке $S(x)$ набирается математическая функция для сигнала при ручном вводе.

Выбор сигнала – периодический/непериодический – осуществляется клавишей ENTER при установке курсора на данную строку (период повторения T периодического сигнала должен быть больше длительности сигнала непериодического).

Замечание. При вводе для анализа гармонических функций вида $S(x) = \sin \left(\frac{1}{T} \cdot x \right)$ ось частот на экране оказывается проградуированной в значениях циклических частот (герцах).

При ручном вводе функции и параметров сигналов в программе используются следующие обозначения функций и констант (вызываются на экран клавишей F1):

acos(x) – арккосинус

atan(x) – арктангенс

ceil(x) – округление вверх

cos(x) – косинус

tan(x) – тангенс

sinh(x) – синус гиперб.

fabs(x) – модуль числа

log10(x) – дес. логарифм

fmod(x,y) – остаток от x/y

pow(x,y) – x в степени y

sinc(x) – $\sin(x)/x$

P или **M_PI** – число пи

M_LOG10E – $\text{Log}_{10}(e)$

M_LN2 – $\text{Ln}(2)$

M_2_SQRTPI – $2/\sqrt{\pi}$

asin(x) – арксинус

atan2(x,y) – арктангенс x/y
floor(x) – округл. вниз
sin(x) – синус
cosh(x) – косинус гиперб.
tanh(x) – тангенс гиперб.
log(x) – натур. логарифм
exp(x) – экспонента
sqrt(x) – корень квадр.
pow10(x) – 10 в степени y
_1(x) – единичная функция
M_E – число e
M_LOG2E – $\text{Log}_2(e)$
M_LN10 – $\text{Ln}(10)$
M_SQRT2 – корень из 2

На диске хранятся заранее подготовленные (стандартные) сигналы (начинаются с символа @):

@rect – прямоугольный одиночный импульс;
@rect^x^ – периодическая последовательность прямоугольных импульсов $Q - ^x^$;
@exp – экспоненциальный несимметричный импульс ($t > 0$);
@expabs – симметричный экспоненциальный импульс;
@sinc – функция Котельникова;
@colocol – колокольный (гауссов) импульс.

Для выбора сигналов из заранее записанных на диске необходимо нажать клавиши Ctrl – F3. выбор формы осуществляется при установке курсора на строку “Выбор сигнала” клавишами $\uparrow$ или $\downarrow$. При этом выбранная функция автоматически высвечивается в строке $S(x)$, а в остальных строках – ее цифровые (неизменяемые) параметры.

Для наблюдения рассчитанных функций или спектров сигнала необходимо нажать клавишу F10 (“далее”). При этом высвечивается меню:

- 1 Построение спектра.
- 2 Входной сигнал.
- 3 Вернуться.

Построение временной функции сигнала

В поле, расположенное в правом нижнем углу экрана, выводится информация о времени и значении сигнала в данный момент времени.

Наблюдаемый сигнал (функция) может быть записан в файл командой “Сохранить данные”.

При расчетах возможны следующие сообщения:

“Compiling...Wait please” – “Компиляция... Пожалуйста подождите” – требуется время для преобразования формул и расчета. В окне указывает процент рассчитанных данных.

“Error arguments or compiler pathes” – “ошибочные аргументы или пути компилятора” – ошибка в параметрах сигнала или программа была неправильно установлена.

Построение (наблюдение) спектров

По результатам расчетов строятся спектры амплитуд (в верхней панели) и фаз (в нижней панели).

В поле, расположенном в правом нижнем углу экрана, выводится информация о частоте и значении спектра на данной частоте

Результаты расчетов могут быть записаны на диск командой “Сохранить данные”.

При расчетах возможны следующие сообщения:

“Compiling...Wait please” – “Компиляция... Пожалуйста подождите” – требуется время для преобразования формул и расчета. В окне указывает процент рассчитанных данных.

“Error arguments or compiler pathes” – “ошибочные аргументы или пути компилятора” – ошибка в параметрах сигнала или программа была неправильно установлена.

СЛОЖНЫЕ (ШИРОКОПОЛОСНЫЕ) СИГНАЛЫ

В радиотехнических системах различного назначения могут использоваться различные классы (системы) сложных сигналов, которые также называют составными, широкополосными, шумоподобными, псевдослучайными.

Систему сложных сигналов можно охарактеризовать следующими параметрами.

1 Правило (закон, алгоритм) формирования.

2 Общее число различных сигналов (ансамбль) N_s при некоторой базе сигналов B_s .

3 Вид двумерной функции автокорреляции $R(\tau, \omega)$ и ее сечений вдоль временной ($\omega = 0$) и частотной ($\tau = 0$) осей. Величины боковых выбросов.

4 Взаимокорреляционные свойства ансамбля сигналов. Число квазиортогональных (близких к ортогональным) сигналов N_{ko} (N_η).

5 Вид спектра $F_s(j\omega)$.

6 Сложность генерации ШПС и устройств их приема.

Число возможных сигналов N_s при заданной базе B_s определяет ансамбль сигналов, которые можно использовать для создания многоканальной (многоадресной) системы, для сменности сигналов. Из общего ансамбля сигналов лишь только $N_{ko} \ll N_s$ сигналов могут оказаться ортогональными или квазиортогональными.

Большинство ШПС не являются ортогональными при произвольном временном сдвиге, а лишь квазиортогональными (в точках). Степень ортогональности оценивается уровнем (абсолютным или относительным) максимальных боковых выбросов функции взаимной корреляции.

В настоящее время известно большое число сложных (широкополосных) сигналов. Наиболее известными (и прстейшими) из них являются ЛЧМ-сигналы (сигналы с внутриимпульсной линейной частотной модуляцией). Более широкое применение и возможности обеспечивают следующие широкополосные радиосигналы:

- фазокодомодулированные сигналы на основе различных линейных рекуррентных последовательностей (Хаффмена, Циллера, Геймюллера, Пейли-Плоткина);

- многофазные фазоманипулированные ШПС на основе различных многопозиционных последовательностей (Велти, Кузнецова, Фрэнка);

- сигналы, построенные на основе частотно-временной матрицы (ЧВМ).

Здесь кратко рассмотрим два вида сложных сигналов: коды Баркера и псевдослучайные последовательности максимальной длины (последовательности Хаффмена или М-последовательности).

КОДЫ БАРКЕРА

Кодами (последовательностями) Баркера называют двоичные последовательности из элементов +1 и -1, обладающие почти идеальными автокорреляционными функциями (имеющие минимально возможный уровень боковых лепестков). Такие сигналы существуют лишь при длине их 2, 3, 4, 5, 7, 11 и 13 элементов. Кратко (условно) они записываются в виде:

+ - (n = 2); + + - (n = 3); + + - + (n = 4); + + + - + (n = 5);

+ + + - - + - (n = 7); + + + - - - + - - + - (n = 11);

+ + + + + - - + + - - + (n = 13).

Автокорреляционная функция сигнала $S(t)$ длительностью T определяется в общем случае выражением:

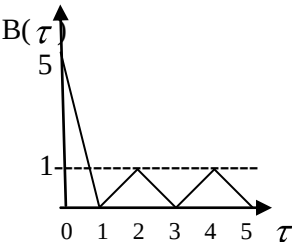
$$B(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T S(t) \cdot S(t + \tau) dt.$$

Вычислим в качестве примера автокорреляционную функцию последовательности при $n = 5$. Процесс вычислений схематично (по точкам) можно проиллюстрировать следующей таблицей

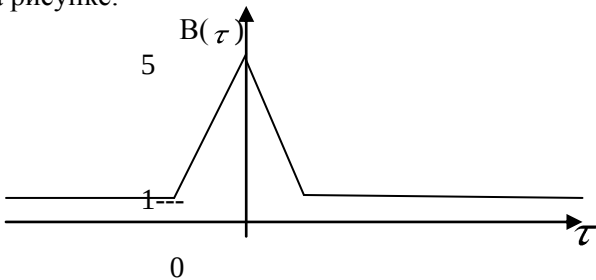
| | | | | | |
|--------|---|---|---|---|---|
| S(t) | + | + | + | - | + |
| S(t) | + | + | + | - | + |
| S(t+1) | + | + | + | - | |
| S(t+2) | + | + | + | | |
| S(t+3) | + | + | | | |
| S(t+4) | + | | | | |
| S(t+5) | - | | | | |

| | | | | | |
|-------------|---|---|---|---|---|
| S(t)*S(t+τ) | | | | | |
| + | + | + | + | + | + |
| + | + | + | - | - | |
| + | + | - | + | | |
| - | + | | | | |
| - | | | | | |

=> 5
=> 0
=> 1
=> 0
=> 1
=> 0



Вычисленную таким образом функцию автокорреляции называют аperiodической и обозначают АФАК. Используют также понятие периодической функции автокорреляции (ПФАК), которая соответствует сигналу, полученному путем периодического повторения исходной последовательности. Процесс вычислений аналогичен вышепоказанному (с суммированием-интегрированием на интервале T) – результат вычислений показан на рисунке.



М - ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

Полное название М-последовательностей (последовательностей Хаффмена) - двоичные линейные рекуррентные последовательности максимального периода (длины). В таких последовательностях значение каждого последующего символа d_j зависит в общем случае от m предыдущих символов и определяется правилом

$$d_j = \sum_{i=1}^m a_i * d_{j-i} = a_1 d_{j-1} \oplus a_2 d_{j-2} \dots \oplus a_m d_{j-m},$$

где сложение производится по модулю 2, символы $d_j = 1$ или 0, а коэффициенты a_i (1 или 0) являются коэффициентами так называемых неприводимых примитивных двоичных многочленов (полиномов) степени m (аналог простых чисел в обычной арифметике). Эти многочлены сведены в таблицы. В качестве примера можно привести следующие многочлены:

- третьей степени

$$P_1(X) = X^3 + X + 1 \Rightarrow 1011 (a_3 = a_1 = 1),$$

$$P_2(X) = X^3 + X^2 + 1 \Rightarrow 1101 (a_3 = a_2 = 1);$$

- четвертой степени

$$P_3(X) = X^4 + X + 1 \Rightarrow 10011 (a_4 = a_1 = 1),$$

$$P_4(X) = X^4 + X^3 + 1 \Rightarrow 11001 (a_4 = a_3 = 1).$$

Количество элементов в последовательности равно $n = 2^m - 1$.

Если записать последовательность в виде

$$d_1 d_1 \dots d_m \dots d_j \dots d_n,$$

то первые m элементов можно назвать начальными комбинациями (блоками), число которых также равно n . Таким образом, на основе одного порождающего полинома можно сформировать n различных последовательностей длиной n элементов (их можно получить также из одной последовательности путем последовательных циклических сдвигов).

Проиллюстрируем процесс формирования M -последовательности на основе порождающего полинома $P_1(X)$ четвертой степени, для которого

$$a_4 = a_1 = 1 (a_3 = a_2 = 0).$$

В этом случае

$$d_j = a_1 * d_{j-1} \oplus a_4 * d_{j-1}.$$

Зададимся начальным блоком

$$d_1 d_2 d_3 d_4 \Rightarrow 1000.$$

Тогда

$$d_5 = a_1 * d_4 \oplus a_4 * d_1 = d_4 \oplus d_1 = 0 \oplus 1 = 1.$$

$$d_6 = d_5 \oplus d_2 = 1 \oplus 0 = 1, \dots, \dots, d_{15} = d_{14} \oplus d_{11}.$$

Вычисления последующих элементов показывают, что последовательность начинает периодически повторяться с периодом, равным 15.

Схемотехническое формирование (генерация) М-последовательностей осуществляется переключательными схемами на основе сдвигающих регистров с обратными связями. При этом коэффициенты порождающего полинома a_i означают наличие (1) или отсутствие (0) обратной связи в данном разряде.

М - последовательности являются псевдослучайными в том смысле, что удовлетворяют следующим трем критериям случайности.

1 Свойство уравниженности. В каждой последовательности количество "единиц" отличается от количества "нулей" не более чем на единицу.

2 Свойство серий. В каждой последовательности половина серий "1" и "0" имеет длину 1, одна четверть серий - длину 2, одна восьмая - длину 3 и т.д.

3 Свойство корреляции. Если последовательность поэлементно сравнить с любым ее циклическим сдвигом (перестановкой), то число совпадений будет отличаться от числа несовпадений не более, чем на единицу.

Заметим, что при одном и том же значении m имеется несколько неприводимых полиномов, т.е. несколько семейств (типов) М-последовательностей или правил кодирования (кодообразования).

Двумерная апериодическая функция автокорреляции ДАФАК (функция неопределенности) для любой последовательности имеет основной выброс (пик) при $\tau = 0$ и $\Omega = 0$ и множество боковых выбросов на плоскости τ, Ω . Величины боковых выбросов различны как для одной последовательности, так и для различных последовательностей. По отношению ко всему ансамблю значения боковых выбросов можно рассматривать как случайную величину с определенными числовыми характеристиками.

Сечение ДАФАК вдоль оси $\Omega(\tau = 0)$ определяет функцию автокорреляции по частоте

$$R(0, \Omega) = \sin(\Omega T_i/2) / (\Omega T_i/2).$$

Двумерные автокорреляционные функции

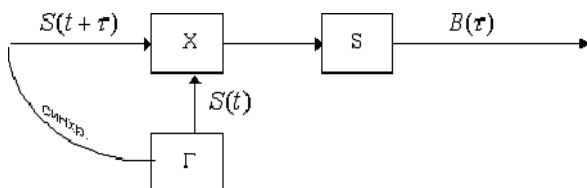
В статистической радиотехнике и электросвязи очень важными являются понятия корреляции и корреляционных функций. Одномерная автокорреляция функций (АКФ) сигнала $S(t)$ определяется выражением

$$B(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T}^T S(t)S(t + \tau)dt, |\tau| \leq T.$$

По форме записи корреляционную функцию можно трактовать:

- с математической точки зрения – как интеграл свёртки;
- с точки зрения теории электрических цепей – как интеграл Дюамеля.

В теории потенциальной помехоустойчивости показывается, что оптимальными методами приёма (обработки) сигналов при нормальных флуктуационных помехах являются корреляционные методы. Одним из способов реализации корреляционного метода обработки является использование так называемого коррелятора (см. рисунок).



В приведенных выше формуле и схеме τ представляет временную задержку сигнала в линии связи, в общем случае неизвестную. Поэтому $B(\tau)$ показывает зависимость уровня сигнала на выходе коррелятора от величины задержки (временного сдвига) τ . В системах передачи информации величина τ должна быть скомпенсирована подсистемой синхронизации по времени.

В системах радиолокации величина τ зависит от расстояния и подлежит измерению. От точности измерения будут зависеть уровни сигнала на выходе коррелятора.

В некоторых радиотехнических системах (радиолокационных, системах связи с подвижными объектами) наблюдается эффект Допплера, т.е. некоторое изменение несущей частоты и спектра принимаемого сигнала относительно передаваемого на некоторую величину Ω . В этом случае сигнал на выходе коррелятора будет зависеть не только от временной задержки сигнала τ , но и от величины частотного сдвига Ω . Для данной ситуации необходимым оказывается понятие двумерной автокорреляционной функции (ДАКФ), которую определяют выражением

$$\Psi(\tau, \Omega) = \frac{1}{2E} \int_0^T \dot{S}_0(t) \dot{S}_0^*(t - \tau) \exp(-j\Omega t) dt,$$

где $\dot{S}_0(t)$ - комплексная огибающая сигнала, звёздочка означает комплексно-сопряжённую величину,

E - энергия сигнала.

Функция

$$\rho_n(\tau, \Omega) = |\Psi(\tau, \Omega)|$$

называется функцией неопределённости сигнала.

Поверхность, определяемая функцией неопределённости, называют поверхностью неопределённости.

Геометрическое тело, ограниченное поверхностью неопределённости и плоскостью $\rho_n = 0$, называют телом неопределённости.

Форма тела неопределённости зависит от вида сигнала. Его можно представить в виде некоторой “шляпы” сложного фасона.

Тело неопределённости, построенное для функции $\rho_n^2(\tau, \Omega)$, обладает следующими важными свойствами:

– при $\tau = \Omega = 0$ функция неопределённости принимает своё наибольшее значение

$$\rho_n^2(0, 0) = 1,$$

– объём числа неопределённости $\rho_n^2(\tau, \Omega)$ не зависит от вида сигнала, т.е.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_n^2(\tau, \Omega) d\tau d\Omega = 2\pi.$$

Горизонтальные сечения тела неопределённости плоскостями $\rho_n = \text{const}$ образует кривые, называемые эллипсами неопределённости. Эти сечения позволяют судить об основных свойствах тела неопределённости на уровнях сильной ($\rho_n = 0.5$) и слабой ($\rho_n = 0.1$) корреляции.

Сечение тела неопределённости вертикальной плоскостью при $\Omega = 0$ представляет собой модуль автокорреляционной функции сигнала (точнее, его комплексной огибающей)

$$\rho_n(\tau, 0) = \frac{1}{2E} \left| \int_0^T \dot{S}_0(t) \dot{S}_0(t - \tau) dt \right|.$$

Сечение тела неопределённости вертикальной плоскостью при $\tau = 0$ даёт функцию

$$\rho_n(0, \Omega) = \frac{1}{2E} \left| \int_0^T |\dot{S}_0(t)|^2 \exp(-j\Omega t) dt \right|,$$

которая определяет модуль спектральной плоскости для квадрата огибающей сигнала.

Функция неопределённости используется при оценке параметров принимаемых сигналов и разрешающей способности системы по времени и частоте.

Сжатие функции $\rho_n(\tau, \Omega)$ по одной оси приводит к её расширению по другой. Концентрация тела неопределённости в окрестностях точки $\tau = \Omega = 0$ приводит к образованию боковых выбросов в других областях на плоскости (τ, Ω) (принцип неопределённости в радиолокации).

Можно показать, что для сигналов любой формы справедливо соотношение:

$$F_{\Omega} \cdot T_{\Omega} \geq \frac{1}{2},$$

где F_{Ω} и T_{Ω} – эффективная ширина спектра и длительность сигнала. Это соотношение называется соотношением неопределённости и показывает, что сигнал не может одновременно иметь сколь угодно малую длительность и произвольно малую ширину спектра.

Форма функции неопределенности (двумерной функции автокорреляции) определяется видом сигнала. Все существующие виды сигналов можно разделить на две группы: простые и сложные (широкополосные).

Простыми сигналами называют сигналы, для которых произведение эффективной длительности $T_{\text{Э}}$ на эффективную ширину спектра $F_{\text{Э}}$ равно приблизительно единице: $F_{\text{Э}} \cdot T_{\text{Э}} = 1$. Параметры сигнала $T_{\text{Э}}$ и $F_{\text{Э}}$ можно определять разными способами. Можно использовать такие определения

$$T_{\text{Э}}^2 = \frac{1}{E} \int_0^T t^2 \cdot S^2 dt ; \quad 4 \cdot \pi^2 \cdot F_{\text{Э}}^2 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot E} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 \cdot S^2 d\omega$$

при условии, что точка отсчета времени и частоты (начало координат) определяется из условий:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot S^2 dt = 0 ; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \omega \cdot S^2 d\omega = 0.$$

К простым сигналам относятся одиночные видео- и радиоимпульсы. Так, например, для радиоимпульса с прямоугольной огибающей и длительностью T_H

$$F_{\text{Э}} = 1/T_H ; F_{\text{Э}} \cdot T_H = 1.$$

Составной сигнал в виде пачки повторяющихся импульсов (или радиоимпульсов) также является простым сигналом.

Сложный сигнал можно получить, например, из простого радиоимпульса путём дополнительной внутриимпульсной модуляции ВЧ колебания по частоте или фазе. Внутриимпульсная модуляция расширяет спектр сигнала. Сложный сигнал характеризуется параметром

$$B = F_{\text{Э}} \cdot T_{\text{Э}} \gg 1,$$

который называют базой сигнала.