

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

Факультет радіоелектроніки та телекомунікацій
(повне найменування факультету)

Кафедра радіотехніки та телекомунікацій
(повне найменування кафедри)

Пояснювальна записка

до дипломного проєкту (роботи)
магістра
(ступінь вищої освіти)

на тему: ІНТЕГРАЛЬНА ЛІНЗОВА АНТЕНА

Виконав: студент 2 курсу, групи РТ-911м

Спеціальності _____

172 «Телекомунікації та радіотехніка»
(код і найменування спеціальності)

Освітня програма (спеціалізація) _____

«Інформаційні мережі зв'язку»

ТИМОХОВ Антон Миколайович
(прізвище та ініціали)

Керівник БУГРОВА Тетяна Іванівна
(прізвище та ініціали)

Рецензент МАЛИЙ Олександр Юрійович
(прізвище та ініціали)

2022 рік

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»
 (повне найменування закладу вищої освіти)

Інститут, факультет Факультет радіоелектроніки та телекомунікацій
 Кафедра Радіотехніки та телекомунікацій
 Ступінь вищої освіти магістр
 Спеціальність 172 «Телекомунікації та радіотехніка»
 (код і найменування)
 Освітня програма (спеціалізація) Інформаційні мережі зв'язку
 (назва освітньої програми (спеціалізації))

ЗАТВЕРДЖУЮ

Т.в.о. завідувача кафедри РТТ
 к.ф.-м.н., доц. Сергій САМОЙЛИК

« » грудня 2022 року

З А В Д А Н Н Я
НА ДИПЛОМНИЙ ПРОЄКТ (РОБОТУ) СТУДЕНТА

ТИМОХОВУ Антону Миколайовичу

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема проєкту (роботи) Інтегральна лінзова антена

керівник проєкту (роботи) БУГРОВА Тетяна Іванівна, к.т.н., доцент
 (прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом закладу вищої освіти від «10» листопада 2022 року № 377

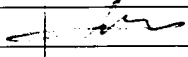
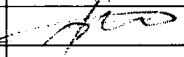
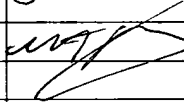
2. Строк подання студентом проєкту (роботи) 25 листопада 2022 року

3. Вихідні дані до проєкту (роботи) Вирішити дисперсійне рівняння метало-діелектричних решіток, вирішити задачу про дифракцію плоскої поверхневої H_1 – хвилі діелектричної пластини на напівнескінченних решітках вузьких металевих стрічок, розробити наближені математичні моделі елементів ДУС БА, структурну схему ДУС БА квазіоптичного типу, розробити відповідні алгоритми та програми, спроектувати інтегральну лінзову антену міліметрового діапазону хвиль

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити) Аналітичний огляд лінзових антен, дослідження власних хвиль, розв'язання дисперсійного рівняння, розв'язання дифракційної задачі, математичне моделювання інтегральної лінзової антени, розробка конструкції багатопроменевої лінзової антени міліметрових хвиль.

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень)
Презентація роботи в Microsoft PowerPoint

6. Консультанти розділів проекту (роботи)

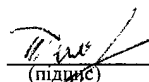
Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	прийняв виконане завдання
1-6	БУГРОВА Т.І., доцент каф. РТТ		
Нормоконтроль	МОРОЗ Г.В., ст. викладач каф. РТТ		

7. Дата видачі завдання «20» вересня 2022 року.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів дипломного проекту (роботи)	Строк виконання етапів проекту (роботи)	Примітка
1	Аналітичний огляд лінзових антен	2 тижні	
2	Дослідження власних хвиль щільної решітки як базової структури опромінювачів та лінзи	3 тижні	
3	Розв'язання дисперсійного рівняння	2 тижні	
4	Розв'язання дифракційної задачі	2 тижні	
5	Моделювання інтегральної лінзової антени	1 тиждень	
6	Розробка конструкції інтегральної лінзової антени	1 день	
7	Оформлення ПЗ і презентації	1 тиждень	
8	Перевірка тексту	1 день	
9	Рецензування	1 день	
10	Захист МР	1 день	

Студент


(підпис)

Антон ТИМОХОВ
(прізвище та ініціали)

Керівник проекту (роботи)


(підпис)

Тетяна БУГРОВА
(прізвище та ініціали)

РЕФЕРАТ

ПЗ: 69 сторінок, 22 рисунки, 2 таблиці, 13 джерел

Об'єктом дослідження є інтегральна лінзова антена міліметрового діапазону хвиль призначена для використання у телекомукаційній системі.

Метою роботи є розрахунок конструктивних параметрів інтегральної лінзи з попереднім дослідженням хвильових властивостей ключової структури лінзи – решітки тонких ідеально провідних металевих смужок.

Методи дослідження – метод інтегрального рівняння: метод Вінера-Хопфа; чисельні методи: метод дихотомії, метод двовимірної лінійної апроксимації, метод Галеркіна; апертурний метод; феноменологічні методи теорії зв'язаних ліній.

Отримані результати – чисельно розв'язана дисперсійна задача решітки тонких ідеально провідних металевих смужок нанесених симетрично по обидва боки тонкої діелектричної пластини; чисельно розв'язана дифракційна задача падіння плоскої поверхневої хвилі діелектричної пластини на металеву решітку, отримані залежності коефіцієнтів відбиття від кута падіння хвилі, кута повороту смужок відносно напрямку розповсюдження падаючої хвилі та відносної геометрії структури, розроблено конструкцію інтегральної лінзової антени міліметрового діапазону хвиль.

ІНТЕГРАЛЬНА ЛІНЗА, ОПРОМІНЮВАЧ, ВЛАСНА ХВИЛЯ, ДІАГРАМА СПРЯМОВАНOSTІ, КОЕФІЦІЕНТ ВІДБИТТЯ, ДИСПЕРСІЙНЕ РІВНЯННЯ, ГРАНИЧНІ УМОВИ, ДИФРАКЦІЯ, КУТ ПАДІННЯ, МЕТАЛЕВО-ДІЕЛЕКТРИЧНА РЕШІТКА, ДІЕЛЕКТРИЧНО-ЩІЛЬОВИЙ ХВИЛЕВІД, ДІАГРАМОУТВОРЮЮЧА СХЕМА, БАГАТОПРОМЕНЕВА АНТЕНА

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ.....	7
ВСТУП	8
1 ЛІНЗОВІ АНТЕНИ. АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД.....	10
1.1 Призначення лінзових антен.....	10
1.2 Лінзи Люнеберга	11
1.3 Різновиди радіолінз.....	12
1.4 Фокусуючі одноповерхневі лінзи з однорідного діелектрика.....	13
1.4.1 Фокусуючі одноповерхневі лінзи з освітленою заломлюючою поверхнею	14
1.4.2 Фокусуючі одноповерхневі лінзи з тіньовою поверхнею що заломлює	17
1.5 Амплітудний розподіл поля по розкриву лінзи та структура ІЛА.....	18
2 ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСНИХ ХВИЛЬ ЩІЛИННОЇ РЕШІТКИ ЯК БАЗОВОЇ СТРУКТУРИ ОПРОМІНЮВАЧІВ ТА ЛІНЗИ. СКЛАДАННЯ ДИСПЕРСІЙНОГО РІВНЯННЯ СТРУКТУРИ	21
2.1 Постановка граничного завдання	24
2.2 Виведення наближеного дисперсійного рівняння	26
2.3 Класифікація типів хвиль	31
2.4 Дослідження основної хвилі	33
2.5 Вищі типи хвиль структури	34
3 РОЗВ'ЯЗАННЯ ДИСПЕРСІЙНОГО РІВНЯННЯ	37
4 РОЗВ'ЯЗАННЯ ДИФРАКЦІЙНОЇ ЗАДАЧІ	43
4.1 Отримання інтегрального рівняння.....	43
4.2 Функціональне рівняння типу Вінера-Хопфа	43
4.3 Факторизація функцій, що входять до ядра інтегрального рівняння	44
4.4 Матриця розсіювання решітки	45
4.5 Вплив параметрів структури на узгодження решіток із пластиною	47
5 РОЗРОБКА КОНСТРУКЦІЇ ІНТЕГРАЛЬНОЇ ЛІНЗОВОЇ АНТЕНИ.....	55

5.1 Опис складових елементів конструкції ІЛА	55
5.2 Розрахунок радіолінзи	56
5.3 Підвідні хвильоводно-щілинні лінії	59
ВИСНОВКИ.....	62
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ.....	65
ДОДАТОК А.....	67

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

АР	—	антенна решітка
АФР	—	амплітудно-фазовий розподіл
БФ	—	блок фазозсувачів
ДЗ	—	ділянка зв'язку
ДС	—	діаграма спрямованості
ДУС	—	діаграмоутворююча схема
ЗВЧ	—	занадто високі часиоти
ІЛА	—	інтегральна лінзова антена
КСД	—	коефіцієнт спрямованої дії
ОС	—	оптична система
ФАР	—	фазована антенна решітка
ХЩЛ	—	хвильоводно-щілинна лінія
ШСЗ	—	штучний супутник Землі

ВСТУП

Для поліпшення функціонування систем радіозв'язку замість всеспрямованих антен малого радіусу дії з малим посиленням застосовують гостронаправлені антени великого радіусу дії. Такі антени дозволяють збільшити кількість абонентів, що знаходяться в одному напрямку, але не дають змоги використовувати систему на інших напрямках. Цю проблему вирішують багатопроменеві антени. Вони дозволяють отримати сумарне кругове покриття як у всеспрямованій антені, але із суттєвим збільшенням кількості абонентів у всіх напрямках.

Багатопроменева антена – це антена, що має багатопелюсткову діаграму спрямованості. Зазвичай вона має кілька незалежних входів/виходів, кожному з яких відповідає своя діаграма спрямованості – свій промінь. У багатопроменевої антени виконується паралельний огляд простору, тобто. одночасно формується безліч променів, розташованих дискретно кожен у своєму секторі сканування. Сигнали, що надходять на антену з різних напрямків, можуть бути розділені та передані на різні порти антени. Такий самий просторовий поділ сигналів можна реалізувати і в зворотному каналі зв'язку. Багатопроменева антена дозволяє збільшити число секторів. Оскільки багатопроменеві системи можна повторно використовувати доступні частоти в різних секторах, число абонентів істотно збільшується. При цьому на значну відстань і в різних напрямках можуть передаватися дані, мовлення та відеосигнали без ретрансляційних станцій. В результаті зменшуються експлуатаційні витрати і істотно збільшуються ємність, надійність та якість роботи мережі. Основними компонентами багатопроменевої антени є власне антена і пристрій формування променя. Антена складається з великої кількості антенних елементів, наприклад інтегральної лінзової антени. Пристрій формування променя (фазозсувач) забезпечує необхідну фазу РЧ-сигналів, що підводяться до всіх елементів антени для того, щоб сформувати промені в різних напрямках. Для реалізації

необхідних характеристик багатопроменевої антеної системи однаково важливі електричні та конструктивні параметри обох компонентів.

Область застосування електромагнітних хвиль міліметрового діапазону (30-40 ГГц) нині швидко розширюється, охоплюючи нові галузі техніки зв'язку. Супутниковий інтернет Star Link передбачає використовувати Ka діапазон (27.5-30.0 ГГц) для передачі інформації від наземного телепорту (гейтвея) на ШСЗ. В майбутньому цей частотний діапазон буде використовувати і мобільний зв'язок та WiFi. Це пояснюється тим, що міліметрові хвилі – найбільш короткі з тих, які поширюються з відносно малим загасанням в атмосфері та діелектричних середовищах, якщо довжина хвилі відповідає так званим вікнам прозорості. Тому системи міліметрового діапазону вигідно відрізняються від систем оптичного та інфрачервоного діапазонів можливістю виявлення об'єктів у оптично непрозорих середовищах та за відсутності видимості.

Широке використання міліметрових хвиль стримувалося значною мірою відсутністю розвиненої елементної бази, при створенні якої довелося зіткнутися з низкою труднощів, таких як різке зростання втрат, зменшення граничної пропускної потужності та підвищення вимог до точності виготовлення елементів. Ці труднощі обмежили застосування стандартної хвилеводної техніки на основі одномодових металевих хвилеводів та мікросмужкових ліній довгохвильовою частиною діапазону (5-10 мм).

Специфіка конструювання антен міліметрових хвиль полягає у підвищених порівняно з більш довгохвильовими діапазонами вимогах до точності їх виготовлення та необхідності ретельного узгодження їх із хвилеводними трактами. Однією з основних переваг, що дає використання міліметрових хвиль є можливість зменшення габаритів антен (у порівнянні, наприклад, з сантиметровим діапазоном).

1 ЛІНЗОВІ АНТЕНИ. АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД

1.1 Призначення лінзових антен

Лінзові антени відносяться до антени оптичного типу і використовуються, як правило, в діапазоні сантиметрових та дециметрових хвиль для створення досить вузьких ДС. У деяких випадках лінзова антена може використовуватися як допоміжний елемент будь-якої антени, що покращує її характеристики (наприклад, для вирівнювання фази в розкритті рупорної антени).

Лінзова антена є обмежене зазвичай двома поверхнями прозоре для радіохвиль тіло, коефіцієнт заломлення якого відмінний від коефіцієнта заломлення навколишнього середовища. На поверхнях лінзи відбувається заломлення хвилі і, як наслідок, трансформація форми поверхні фронту хвилі первинного джерела, що опромінює лінзу. Основна відмінність між оптичними та радіолінзами полягає в тому, що оптичні лінзи мають значно більші відносно довжини хвилі розміри. Разом з тим у радіолінзах виявилось можливим використовувати складнішу форму заломлюючих поверхонь, здійснити конструкції, які неможливо реалізувати в оптичному діапазоні, створити середовища зі змінним коефіцієнтом заломлення, застосовувати більш короткофокусні лінзи.

Порівняно з однодзеркальними антени, що відносяться також до антени оптичного типу, лінзові антени мають ряд переваг. Наявність двох заломлюючих поверхонь (двох ступенів свободи) дозволяє не тільки здійснити трансформацію форми фронту хвилі, але й отримати додаткові якості, такі як ширококутне сканування діаграми спрямованості (ДС) або необхідний розподіл амплітуди та фази поля розкриття. У радіолінзах є ще один ступінь свободи – закон зміни коефіцієнта заломлення за обсягом. Тому радіолінза з двома заломлюючими поверхнями та змінним коефіцієнтом заломлення еквівалентна тридзеркальній антені. До переваг радіолінз

відноситься відсутність затінення розкриття опромінювачем і нижчі вимоги до точності виготовлення.

До недоліків лінзових антен слід віднести великі об'єм і масу лінзи, втрати в матеріалі лінзи і відображення від її поверхонь, вищу вартість порівняно з дзеркальними антенами. Зазначені недоліки, незважаючи на можливість усунення деяких із них, обмежують застосування радіолінз.

1.2 Лінзи Люнеберга

Серед лінзових антен унікальні властивості мають лінзи з неоднорідного діелектрика зі сферичною симетрією, звані на ім'я автора лінзами Люнеберга. Встановлено, що якщо показник заломлення у сферичній лінзі змінюється вздовж радіусу за законом:

$$n = \sqrt{2 - (R/R_{MAX})^2}, \quad (1.1)$$

де – R_{MAX} – радіус сфери;

R – поточний радіус точки всередині сфери, така лінза перетворює сферичний фронт хвилі точкового джерела, розташованого на поверхні сфери, на плоский фронт хвилі.

Переміщуючи первинне джерело (наприклад, відкритий кінець хвилеводу або рупор) поверхнею сфери, можна переміщувати промінь антени по всіх напрямках без спотворення форми ДС. Однак частіше сферичну лінзу Люнеберга постачають ґратами опромінювачів, кожному з яких відповідає своя нерухома гостронаправлена ДС. Виникає багатопроменева антенна система, здатна обслуговувати одночасно кілька передавачів та приймачів. Можливо здійснювати безперервний радіолокаційний контроль навколишнього оточення у широкому секторі кутів, а також вести спрямований радіозв'язок з багатьма кореспондентами.

У конструктивному відношенні лінза Люнеберга може бути набором однорідних концентричних шарів з радіочастотної пенокераміки, причому щільність шарів повинна зменшуватися від центру до периферії, щоб забезпечити апроксимацію закону зміни показника заломлення (1.1).

Поряд із сферичними існують ще й циліндричні лінзи Люнеберга, що допускають неспотворене переміщення променя лише в одній площині.

1.3 Різновиди радіолінз

Класифікацію радіолінз проводять за цілою низкою ознак. Так, залежно від відношення фазової швидкості в лінзі v до фазової швидкості v_0 в середовищі, в якій розташовані лінза і опромінювач, розрізняють лінзи, що уповільнюють ($v < v_0$, $n > n_0$) і прискорюють лінзи ($v > v_0$, $n < n_0$). Зазвичай $v_0 = c$ і $n_0 = 1$. Як уповільнюючі, так і прискорюючі лінзи можуть бути з змінним коефіцієнтом заломлення (неоднорідні лінзи).

Існують лінзи з $v = v_0$ і $n_0 = 1$, в яких трансформація фронту хвилі опромінювача, що поширюється між металевими поверхнями, здійснюється шляхом плавного згину або зламу цих поверхонь (металоповітряні або геодезичні лінзи), що призводить до неоднакової зміни геометричної довжини шляху різних променів.

Залежно від виду заломлюючого середовища розрізняють радіолінзи діелектричні ($n > n_0$), металопластинчасті ($n < n_0$), лінзи зі штучного діелектрика, які в свою чергу ділять на металодіелектричні ($n > n_0$), «дірчасті» ($n < n_0$) та металеві дірчасті ($n < n_0$), а також металоповітряні ($n = n_0$) лінзи, дія яких заснована на використанні хвиль вищих типів, що поширюються між металевими поверхнями, з фазовою швидкістю, відмінною від фазової швидкості в діелектриці, що заповнює простір між поверхнями.

Залежно від форми поверхні лінзи поділяють на осесиметричні, поверхні яких є поверхнями, отриманими при обертанні деякої кривої (профілю) навколо осі симетрії, і циліндричні, поверхні яких утворюються шляхом переміщення прямої лінії (утворюючі) уздовж профілю (напрямної) перпендикулярно до площини, якій розташований профіль. У першому випадку як опромінювач використовують точкове джерело, а в другому – лінійний.

Залежно від кількості поверхонь, на яких відбувається заломлення, радіолінзи ділять на одноповерхові та двоповерхові. Вочевидь, що у першому випадку форма однієї з поверхонь лінзи має збігатися з формою поверхні однієї з хвильових фронтів.

1.4 Фокусуючі одноповерхневі лінзи з однорідного діелектрика

Основною вимогою до лінз, що фокусують, є отримання синфазного поля в розкритті лінзи при опроміненні її точковим або лінійним опромінювачем. У першому випадку поверхня фронту хвилі опромінювача є поверхнею сфери, і лінза, очевидно, повинна мати осьову симетрію. Поверхня фронту хвилі лінійного опромінювача є поверхнею кругового циліндра, і, отже, лінза матиме циліндричні поверхні.

У випадках осесиметричних і циліндричних лінз досить розглянути плоску задачу про перетворення променів, що розходяться з деякої точки (фокусу), в паралельний пучок. Очевидно, що заломлюючою поверхнею може бути поверхня, звернена до опромінювача (освітлена поверхня), або протилежна (тіньова) сторона.

1.4.1 Фокусуючі одноповерхневі лінзи з освітленою заломлюючою поверхнею

Для таких лінз рівняння кривої, що визначає поверхню заломлення в полярній системі координат, має вигляд:

$$\rho = f \frac{n-1}{n \cos \psi - 1} , \quad (1.2)$$

а у прямокутній системі координат:

$$y = \sqrt{(n^2 - 1)z^2 + 2(n-1)fz} . \quad (1.3)$$

Позначення наведено на рисунку 1.1. Відстань f називається фокусною відстанню лінзи.

При отриманні рівняння (1.2) передбачалося, що коефіцієнт заломлення довкілля дорівнює одиниці: $n_0 = 1$. Якщо ж $n_0 \neq 1$, то рівняння (1.2) також справедливо, якщо під коефіцієнтом заломлення n у ньому розуміти ставлення коефіцієнта заломлення матеріалу лінзи n' до коефіцієнта заломлення середовища n_0 , тобто, $n = n'/n_0$. Це зауваження є справедливим для всіх наступних співвідношень.

Так як тіньова сторона в цьому випадку є непереломною, то очевидно, що для фокусування променів, паралельних осі лінзи, вона повинна являти собою площину, перпендикулярну осі.

При $n > 1$ рівняння (1.2) буде рівнянням гіперболи і заломлююча поверхня осесиметричної лінзи є поверхнею гіперболоїда, а циліндричної – поверхня гіперболічного циліндра.

При $n < 1$ рівняння (1.2) є рівнянням еліпса і для осесиметричної лінзи заломлююча поверхня є поверхнею еліпсоїда обертання, а заломлююча поверхня циліндричної лінзи – поверхня еліптичного циліндра.

Форма заломлюючої поверхні істотно впливає на амплітудний розподіл поля по поверхні розкриву, що необхідно враховувати при виборі типу лінзи.

При розрахунку вісесиметричної лінзи відомі розміри її розкриву у двох площинах Ar_x та Ar_y (або діаметр круглої лінзи D), які визначаються виходячи із ширини діаграми спрямованості та рівнябічних пелюсток.

Для радіолінз фокальне число, що дорівнює відношенню f/D , може лежати в межах 0,7-1,6.

Однак на практиці частіше вибирають $f \approx D$. Коефіцієнт заломлення визначається матеріалом, з якого виготовлено лінзу. Для лінз із природного діелектрика він зазвичай дорівнює 1,5-1,6. У разі штучного діелектрика коефіцієнт заломлення обирають не більше 1,5-2. Для прискорюючих лінз коефіцієнт заломлення вибирають не більше 0,5-0,7.

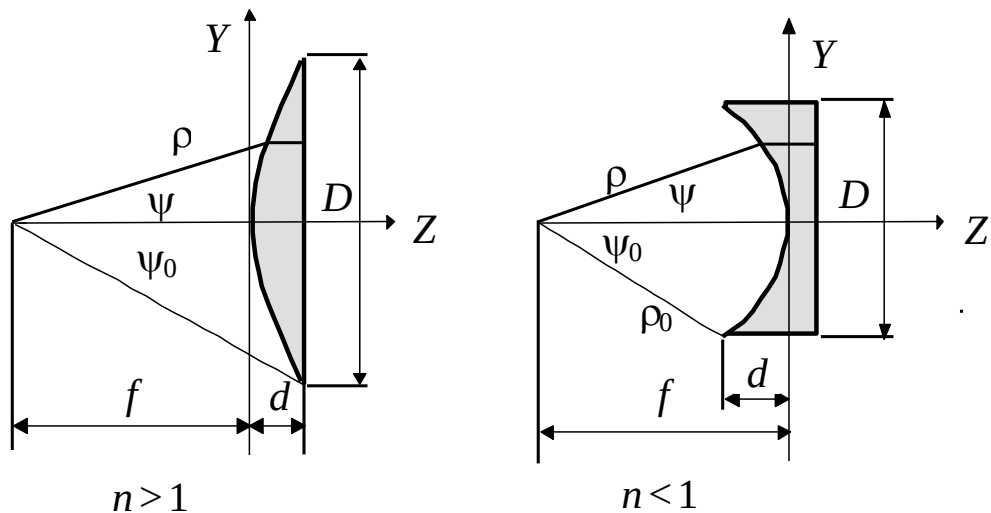


Рисунок 1.1 – Геометрія лінзи

Вибравши матеріал лінзи, можна, знаючи n , D і f визначити її товщину:

$$d = \sqrt{\frac{f^2}{(n+1)^2} + \frac{D^2}{4(n^2-1)}} - \frac{f}{n+1}, \quad n > 1, \quad (1.4)$$

$$d = \frac{f}{n+1} - \sqrt{\frac{f^2}{(n+1)^2} - \frac{D^2}{4(1-n^2)}}, \quad n < 1. \quad (1.5)$$

З другого співвідношення видно, що для лінз, що прискорюють, повинна виконуватися нерівність:

$$f^2 > \frac{1+n}{1-n} \frac{D^2}{4}. \quad (1.6)$$

При відомих D і d можна визначити кут розкриття лінзи із очевидних співвідношень:

$$\operatorname{tg} \psi_0 = \frac{D}{2(f+d)}, \quad n > 1, \quad (1.7)$$

$$\operatorname{tg} \psi_0 = \frac{D}{2(f-d)}, \quad n < 1. \quad (1.8)$$

Знання кута розкриття $2\psi_0$ дозволяє вибрати або розрахувати опромінювач лінзи. Зокрема, для отримання максимального КСД рекомендується використовувати опромінювач, у якого ширина ДС на рівні 0,1 за потужністю (-10 дБ) $2\psi_{0,1}$ дорівнює куту розкриття лінзи $2\psi_0$.

1.4.2 Фокусуючі одноповерхневі лінзи з тіньовою поверхнею що заломлює

Для таких лінз освітлювана поверхня є поверхнею сфери у разі осесиметричної лінзи та поверхнею кругового циліндра для циліндричної лінзи. Рівняння кривої, що утворює заломлюючу поверхню такої лінзи, має у полярній системі координат вигляд:

$$\rho_1 = f \frac{n-1}{n - \cos \psi}, \quad (1.9)$$

а в прямокутній:

$$y_1 = \sqrt{2 \frac{n-1}{n} f z_1 - \frac{n^2-1}{n^2} z_1^2}. \quad (1.10)$$

Позначення подані на рисунку 1.2. При $n > 1$ рівняння (1.9) представляє собою рівняння еліпса, а при $n < 1$ – гіперболи.

Рівняння кола, що утворює освітлену поверхню лінзи, буде в полярній системі координат мати вигляд:

$$\rho_2 = f - d = \text{const}, \quad (1.11)$$

а в прямокутній:

$$y_2 = \sqrt{(f-d)^2 - (z_2 + f)^2}. \quad (1.12)$$

Товщина лінзи визначається співвідношеннями:

$$d = \frac{nf}{n+1} - n \sqrt{\frac{f^2}{(n+1)^2} - \frac{D^2}{4(n^2-1)}}, \quad n > 1; \quad (1.13)$$

$$d = n \sqrt{\frac{f^2}{(1+n)^2} + \frac{D^2}{4(1-n^2)}} - \frac{nf}{1+n}, \quad n < 1. \quad (1.14)$$

Вочевидь, що з $n > 1$ має також виконуватися нерівність (1.6).
Співвідношення мають вигляд:

$$\operatorname{tg} \psi_0 = \frac{D}{2(f-d)}, \quad n > 1; \quad (1.15)$$

$$\operatorname{tg} \psi_0 = \frac{D}{2(f+d)}, \quad n < 1. \quad (1.16)$$

Необхідно врахувати, що за $n < 1$ повна товщина лінзи дорівнюватиме:

$$d_{\Pi} = d + d_1 = d + f - \rho_2 \cos \psi_0, \quad (1.17)$$

оскільки формула (1.14) визначає лише товщину заломлюючої частини лінзи.

1.5 Амплітудний розподіл поля по розкриву лінзи та структура ІЛА

Для розрахунку ДС антени необхідно знати амплітудно-фазовий розподіл поля з її випромінюючої поверхні (розкриву). Для фокусуючих лінз фаза на поверхні розкриву постійна (синфазний розкрив) і визначенню підлягає тільки розподіл амплітуд поля по розкриву. Для визначення зазвичай користуються законом рівності енергії в трубці променів. При

цьому нехтують втратами у матеріалі лінзи та втратами на відбиття від її поверхні.

Вираз, що описує амплітудний розподіл поля в розкриті вісесиметричних лінз з освітленою заломлюючою поверхнею, має наступний вигляд:

$$A(\psi, \varphi) = F_{\text{обл}}(\psi, \varphi) \sqrt{\frac{(n \cos \psi - 1)^3}{(n - 1)^2 (n - \cos \psi)}}. \quad (1.18)$$

Для вісесиметричних лінз з тіньовою поверхнею, що заломлює:

$$A(\psi, \varphi) = F_{\text{обл}}(\psi, \varphi) \sqrt{\frac{(n - \cos \psi)^3}{(n - 1)^2 (n \cos \psi - 1)}}. \quad (1.19)$$

Вирази (1.18) і (1.19) записані в такій формі, що вони справедливі як для лінз, що уповільнюють ($n > 1$), так і для прискорюючих лінз ($n < 1$). На основі аналітичного огляду пропонується наступна схема інтегральної лінзової антени (ІЛА) (рис. 1.2).

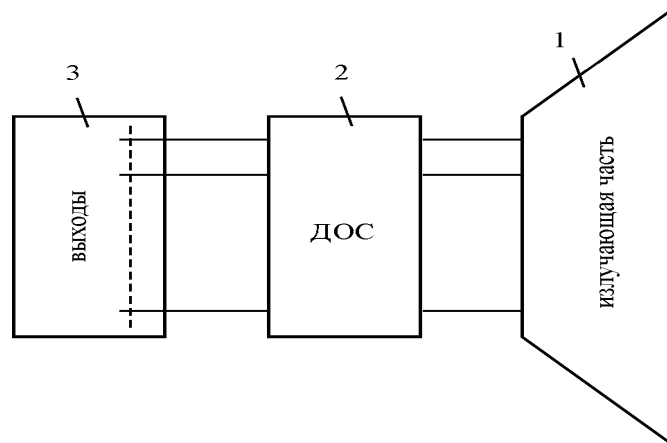


Рисунок 1.2 – Структурна схема ІЛА

Функціональна схема БА у вигляді ІЛА представлена на рисунку 1.2. Вона включає в себе приймально-випромінювальну частину 1, яка може бути виконана у вигляді антеної решітки (АР) або розкриву апертурної антени, діаграмоутворюючої схеми 2 – основного елемента функціональної схеми, який призначений для формування необхідних амплітудно-фазових розподілів поля випромінюючої частини БА, та виходів антени 3, що являють собою поперечні перерізи будь-яких ліній передачі з єдиним типом хвилі, що поширюється.

2 ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСНИХ ХВИЛЬ ЩІЛИННОЇ РЕШІТКИ ЯК БАЗОВОЇ СТРУКТУРИ ОПРОМІНЮВАЧІВ ТА ЛІНЗИ. СКЛАДАННЯ ДИСПЕРСІЙНОГО РІВНЯННЯ СТРУКТУРИ

У зв'язку з розвитком техніки ЗВЧ діапазону великий інтерес представляють дослідження інтегральних антен, що вже знайшли широке застосування більш низьких частотах. До них відносяться періодичні ґрати, які в діапазоні ЗВЧ можна побудувати на щілинних лініях передачі. Щілинна лінія передачі являє собою вузьку щілину в провідному шарі, розташованому на одній стороні діелектричного листа з високою проникністю. У щілинній лінії поширюється уповільнена Н-хвиля, електромагнітне поле якої концентрується поблизу щілини. Критична частота цієї основної хвилі дорівнює нулю, проте має місце значна дисперсія. Щілинні лінії можуть поміщатися у прямокутні екрани. Такі хвилеводно-лужні лінії зручно поєднуються з трактами на прямокутних хвилеводах і, крім того, часто застосовують у конструкціях хвилеводно-смушкових випромінювачів.

Ці лінії поряд з такими перевагами, як широкосмуговий, некритичність до допусків, малі втрати (10-15 Дб/м на частоті 115 ГГц) забезпечують режим розповсюдження квазіосновних типів хвиль порожнього прямокутного хвилеводу, що дозволяє використовувати досить плавні переходи хвилевід-ХЩЛ. Верхня межа застосування ХЩЛ обмежена частотою близько 150 ГГц, що обумовлює широке застосування ХЩЛ в інтегральних схемах вхідних пристроїв КВЧ-діапазону.

Тому для живлення структури з щілинних зв'язаних ліній найбільше підходять хвилеводно-щілинні лінії.

Таке рішення забезпечить найменший рівень найвищих типів хвиль, що виникають на неоднорідностях у місцях сполучення.

Конструкторське рішення завдання сполучення в тому, що хвилеводно-щілинна лінія являє собою ніби продовження лінії шолому виконаної на діелектричній пластині, тому металеві стрічки решітки закінчуються вже на

стінках хвилеводу, де припадають. У розділі 6 розглядатимуться чисельні рішення конструкторських величин. Щілинні ґрати опромінювачів грає роль фазованої антеної решітки. Ця ФАР опромінює лінзу, виконану також у вигляді діелектричної пластини, навантаженої металевими ґратами. Провідники на лінзі розташовані по гіперболічних утворюючих. Опромінювачі – за еліптичною твірною. Розрахунок геометрії лінзи виконано у розділі 6.

Ключовою (базовою) структурною схемою ІЛА буде решітка інтегральних хвилеводів, зображена на рисунку 2.1.

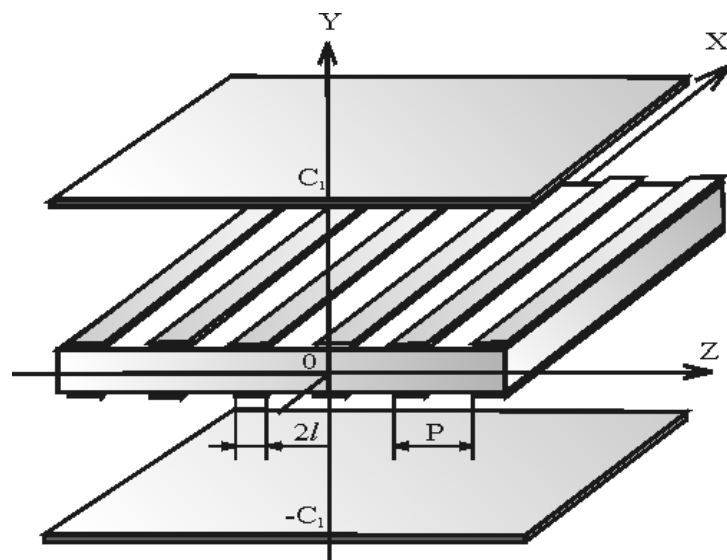


Рисунок 2.1 – Базова структура ІЛА

Щілинні лінії можуть грати роль фазованих антенних решіток. Ключовим для розрахунку таких структур є завдання про похиле падіння хвилі на решітку. Як видно з рисунку 2.2, у всіх випадках у вільний простір випромінює періодична структура, що складається з вузьких металевих стрічок, яка при $X < 0$ плавно або стрибкоподібно переходить у решітку щілинних ліній. Тому для вирішення загального завдання про дифракцію поверхневої хвилі діелектричної пластини на решітці достатньо вирішити її для вузьких металевих стрічок.

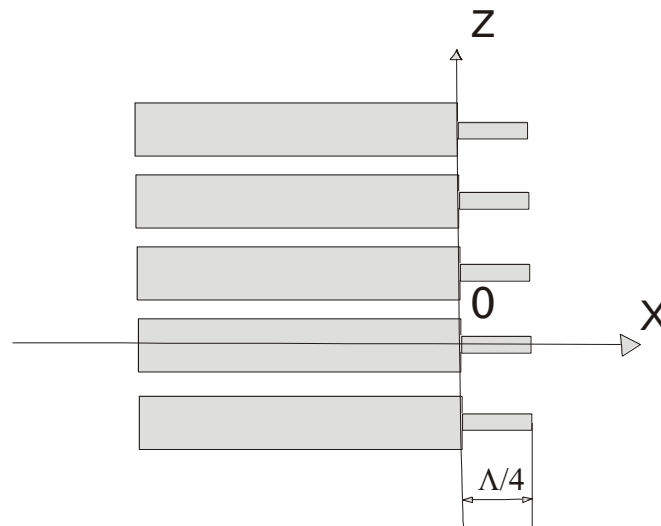


Рисунок 2.2 – Періодична решітка

Отримаємо розв'язання задачі про власні хвилі решітки зв'язаних ДЩХ при гіпотетичному розміщенні магнітної стінки в площині симетрії структури. Виведемо наближене дисперсійне рівняння решітки для випадку вузьких металевих стрічок. Дослідимо просторову дисперсію основної хвилі та найближчих вищих типів. Визначимо лінійний коефіцієнт зв'язку у системі ДЩХ. Наведемо аналоги отриманих результатів із феноменологічною теорією нескінченних періодичних структур на основі зв'язаних хвильоводів.

У цій частині магістерської роботи розглянемо власні хвилі решітки, яка є послідовністю щілинних хвильовідних каналів, розділених вузькими металевими стрічками, симетрично нанесеними на поверхнях діелектричної пластини по обидва боки пластини.

Розглянемо падіння плоскої поверхневої H_1 -хвилі екранованої діелектричної пластини на решітку напівнескінченних металевих стрічок, нанесених симетрично на протилежні сторони діелектричної пластини. Металеві стрічки відіграють роль елементів зв'язку між ДЩХ. Геометрію задачі показано на рисунку 2.3.

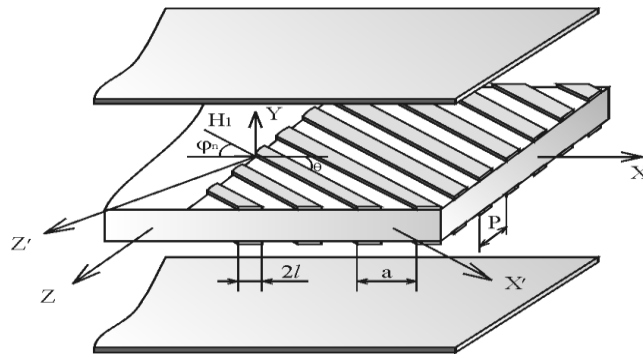


Рисунок 2.3 – Геометрія задачі

При цьому як кут падіння ϕ_0 , так і кути розвороту стрічок решітки щодо межі «решітка-пластина» будемо вважати довільними. Допустимо також, що ширина металевих стрічок решітки є малою порівняно з довжиною хвилі ($2l \ll \lambda$). Обмежень на величину періоду решітки накладати не будемо. Визначимо коефіцієнт зв'язку між хвилеводами на основній хвилі, дослідимо його залежність від параметрів структури і визначимо межі однохвильового режиму.

2.1 Постановка граничного завдання

Розглянемо однорідну немагнітну діелектричну екрановану пластину товщиною $2d$ з нанесеними на неї симетрично з двох сторін решітками з тонких металевих стрічок шириною $2l$. Систему координат введемо, як показано на рисунку 2.3.

Під власними хвилями аналізованої структури розумітимемо рішення граничної задачі для електромагнітного поля, що мають гармонійну залежність по координаті X виду $\exp(-j\alpha X)$ квазіперіодичну – по Z виду $E(Z + nP) = E(Z)e^{-j\beta nP}$, де n – номер смужки.

З області $X < 0$ на решітку набігає H_1 -хвиля діелектричної пластини:

$$\overline{E}_n = e_0 e^{-j\beta Z - j\alpha X}, \quad (2.1)$$

де e_0 – амплітуда основної хвилі;

β, α – спектральні параметри, що визначають напрям поширення хвиль, а саме, поздовжнє та поперечне хвильові числа H_1 – хвилі, відповідно.

Залежність напруженостей полів від часу мається на увазі у вигляді $e^{-j\omega t}$, яка далі для стислості опускається. Аналізована структура екранована з двох сторін паралельними металевими площинами, отже, цікавитимемося полем при $|y| > C_1$ (лінійний коефіцієнт зв'язку між каналами дорівнює нулю). Зважаючи на симетрію структури щодо площини $y = 0$ тут можна гіпотетично розмістити електричну або магнітну стінку. В результаті виходять два незалежні класи рішень. Ми обмежимося в даній роботі аналізом хвиль, що відповідають розміщенню магнітної стінки у площині симетрії досліджуваної структури.

Прийнята нами умова вузькості стрічок решітки призводить до того, що амплітуди поздовжніх складових струмів набагато перевищують амплітуди поперечних складових ($I_x \gg I_z$). Це дозволяє при формулюванні крайової задачі використовувати лише одну з граничних умов. Оскільки смужки вважаються ідеальними, то $E_x = 0$ на металізаціях.

Отримаємо наближене дисперсійне рівняння, що пов'язує спектральні параметри структури α, β її не спектральними параметрами $R/\lambda, 2d/\lambda, 2l/\lambda$ та ε – відносною діелектричною проникністю пластини.

Вторинне поле E_x виразимо через щільність струмів I_x , що біжать по стрічках:

$$E_x = \int_S \hat{G}(X^\circ; \tilde{X}^\circ; Z^\circ; \tilde{Z}^\circ) I_x(\tilde{X}^\circ; \tilde{Z}^\circ) d\tilde{X}^\circ d\tilde{Z}^\circ, \quad (2.2)$$

де $\hat{G}(X, \tilde{X}^\circ; Z, \tilde{Z}^\circ)$ – деяка відома для екранованої паралельними металевими площинами діелектричної пластини функція (функція Гріна);

S – область існування джерел.

2.2 Виведення наближеного дисперсійного рівняння

Враховуючи еквідистантність решітки, струми на кожній смужці відрізняються фазовим множником. Введемо умову періодичності для струмів, на смужках:

$$I_{x,n} = e^{-j\beta nP} I_{x'0}(Z' - nP; X' + nP), \quad (2.3)$$

де $I_{x'0}$ – щільність струму на нульовій смужці.

Відомо, що розподіл струму поперек смужки описується у статичному наближенні функцією виду $I/\sqrt{I - (Z'/\ell)^2}$. Враховуючи це та, скориставшись граничними умовами на стрічках металу $E_x = 0$, з урахуванням області розташування джерел:

$$\left. \begin{aligned} -\ell + nP \cos \theta < Z' < \ell + nP \cos \theta; \\ -nP \sin \theta < X' < \infty; \\ n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots; \\ P = a / \cos \theta. \end{aligned} \right\}$$

Запишемо інтегральне рівняння щодо щільності струму:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-nP \sin \theta - \ell + nP}^{+\infty} \int_{\ell + nP}^{\ell + nP} G(X, \tilde{X}^{\odot}; Z, \tilde{Z}^{\odot}) \frac{I(\tilde{X}^{\odot} + nP \sin \theta)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\tilde{Z}^{\odot} - nP}{\ell}\right)^2}} e^{-j\beta nP} d\tilde{X}^{\odot} d\tilde{Z}^{\odot} = 0, \quad (2.4)$$

де $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – номер смужки.

Введемо нові змінні:

$$\left. \begin{aligned} X' + nP &= \tilde{X}; \\ Z' - nP &= \tilde{Z}'. \end{aligned} \right\}$$

Функція G (Гріна) може бути представлена у вигляді інтеграла Фур'є:

$$G(X; \tilde{X}; Z; \tilde{Z}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\mathfrak{x}; \alpha) e^{-j(X-\tilde{X})\mathfrak{x} - j(Z-\tilde{Z})\alpha} d\mathfrak{x} d\alpha, \quad (2.5)$$

$$\text{де } g(\mathfrak{x}, \alpha) = (\mathfrak{x}^2 H_1 - \alpha^2 E_2) \frac{j\omega\mu_a \Phi(\mathfrak{x})}{(2\pi)^2 (\mathfrak{x}^2 + \alpha^2) H_1 E_2};$$

$$\Phi(\mathfrak{x}) = s \cdot sh(sa_1) \cos(qd);$$

$$E_2(\mathfrak{x}) = \frac{1}{q} [\varepsilon_0 s \cdot \sin(qd) sh(sa_1) + k_0^2 q \cos(qd) sh(sa_1)];$$

$$H_1(\mathfrak{x}) = s [q \sin(qd) sh(sa_1) - s \cdot \cos(qd) ch(sa_1)];$$

$$s = \sqrt{\mathfrak{x}^2 + \alpha^2 - k^2}; q = \sqrt{\varepsilon_0 k_0^2 - \mathfrak{x}^2 - \alpha^2}; a_1 = c_1 - d; k_0 = 2\pi/\lambda.$$

Сенс геометричних розмірів зрозумілий із рисунку 2.3.

Обчислимо інтеграл по α у виразі (2.5) для випадку $n \neq 0$ за допомогою теореми Коші, замикаючи контур інтегрування послідовно у верхній та нижній напівплощинах залежно від знака різниці $Z - \tilde{Z}$. Оскільки функції, що входять до (2.5), не мають точок розгалуження, то інтеграл по α дорівнює нескінченній сумі лишків у точках $\alpha_m = \pm \sqrt{\beta_m^2 - \mathfrak{x}^2}$. Де β_m – постійні поширення E - та H -хвиль пластини, які визначаються як нулі функцій H_1 та E_2 , а $m = 0, 1, 2, \dots$.

Обговорюваний інтеграл (2.4) пов'язаний з власним опором відокремленої смужки при $n=0$ і взаємним опором між смужками – при $n \neq 0$. Справді, якщо уявити розподіл струмів на стрічках, як доданок $I(X, Z) = I(X) I_n(Z)$, де $I_n(Z) = I_n [1 - (Z - nP)^2]^{-1/2}$ – розподіл струму по

поперечній координаті, то амплітуду електричного поля на металевій стрічці зі струмом, що тече по цій стрічці, можна пов'язати виразом (2.6):

$$E_x = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-nP \sin \theta - \ell + nP}^{+\infty} \int_{\ell + nP}^{\ell + nP} G(X, \tilde{X}'; Z, \tilde{Z}') I_x(X') I_n(Z') d\tilde{X}' d\tilde{Z}', \quad (2.6)$$

а з врахуванням нових координат $\tilde{Z}' = Z' - mP$ і дискретності розподілу току вздовж вісі OZ' $E_x(\tilde{Z}^\odot + mP) = E_{xm}$, $E_{xm} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} I_n Z_{nm}$, де Z_{nm} – інтеграли, що входять у (2.6).

При $n = 0$ вони пов'язують амплітуду поля E_x на смужці з нульовим номером і струм, що тече смужкою з номером m . Тому величини Z_{mn} мають сенс власного та взаємних опорів стрічок. Зважаючи на періодичність решіток по OZ амплітуди струмів на смужках пов'язані співвідношенням (2.3) і $I_n = I_0 e^{-j\beta nP}$. Тому I_n у явному вигляді в рівнянні (2.6) і далі в роботі відсутня. Завдяки періодичності решітки в площині XOZ задача про власні хвилі зводиться не до системи, а до єдиного рівняння, яке виходить внаслідок задовільнення граничних умов на смужці з номером $n = 0$. Умови на інших смужках через періодичність решіток задовольняються автоматично.

З урахуванням того, що розподіл струму вздовж смужки мається на увазі у вигляді $I(\tilde{X}^\odot) = e^{-j\alpha \tilde{X}}$, інтегрування по X' (2.4) проводиться тривіально. Цей інтеграл дорівнює $2\pi\delta(\xi - \alpha)$, де символ δ позначає функцію Дірака. Це дозволяє потім у (2.5) легко обчислити інтеграл по ξ . В результаті отримуємо:

$$\pi^2 \ell^2 \int_{-\infty}^{+\infty} g(\alpha; \alpha) J_0^2(\alpha \ell) d\alpha + 2\pi \sum_{m=0}^{+\infty} \tilde{g}(\alpha; \alpha_m) (f + S_m) = 0, \quad (2.8)$$

де $f = \pi^2 \ell^2 \int_{-\infty}^{+\infty} J_0^2(\alpha \ell) d\alpha$,

$$\tilde{S}_m = \pi^2 \ell^2 J_0^2(\alpha_m \ell) \sum_{q=0}^{+\infty} 2 \cos(q\beta P) e^{-j\alpha_m q P}, \quad (2.9)$$

$$\tilde{g}(\alpha; \alpha_m) = \operatorname{Re} sg(\alpha; \alpha) \Big|_{\alpha=\alpha_m},$$

де $J_0(\alpha_m; \ell)$ – функція Бесселя першого роду нульового порядку.

У рівнянні (2.9) α_m – спектральні параметри пластини, що лежать у області дійсних значень практично цікавого діапазону конструктивних розмірів тільки для перших двох хвиль, тобто при $n = 0, 1$. З (2.9) видно, що функції $\tilde{S}_m$ дуже швидко згасають зі зростанням m . Тому $\tilde{S}_{10} \neq 0$, а для всіх $m > 1$ $\tilde{S}_m = 0$. Зауважимо також в подальшому, що $J_0(\alpha_m \ell) \cong 1$, оскільки ширина смужки мала $(2l/\lambda) \ll 1$.

Виразимо суму ряду (2.9) аналітично:

$$\tilde{S}_m = \pi^2 \ell^2 J_0^2(\alpha_m \ell) [\cos(\alpha_m P) - \cos(\beta P)], \quad (2.10)$$

тоді рівняння (2.8) прийме вигляд:

$$\pi^2 \ell^2 \int_{-\infty}^{+\infty} g(\alpha; \alpha) J_0^2(\alpha \ell) d\alpha + 2\pi j [\tilde{S}_0 \tilde{g}(\alpha, \alpha_h) + \tilde{S}_1 g(\alpha, \alpha_e)] = 0. \quad (2.11)$$

Розглянемо невластний інтеграл по α (2.11). Як зазначалося вище, величина його пропорційна власному опору металевій смужки. Обчислення інтегралів такого типу пов'язане зі значними обчислювальними витратами машинного часу, пов'язаними з необхідністю виділення особливих точок

підінтегральної функції для поліпшення збіжності інтеграла при $\alpha \rightarrow \infty$. Цього вдається уникнути, виразивши інтеграл через функції, що можуть бути визначені чисельно-аналітичним шляхом:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(\mathfrak{a}; \alpha) J_0^2(\alpha \ell) d\alpha = -j \frac{\pi}{2} \frac{J_0^2(\mathfrak{a} \ell) \varphi(\mathfrak{a})}{H_1'(\mathfrak{a}) K_0} \left(\frac{Z}{W} + \frac{\mathfrak{a}^2 \beta_1^2 \eta_s^2}{K_0^3 \mathfrak{a}_1} + \frac{\mathfrak{a} K_0}{\beta^2} \right), \quad (2.12)$$

де $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{a}_e$ – спрямовані вздовх осі X компоненти хвильових векторів H_1 - та E_2 -хвиль пластини:

$$\mathfrak{a}_{h,e} = \sqrt{\beta_{h,e}^2 - \mathfrak{a}^2};$$

$$\eta_s^2 - \Phi(\mathfrak{a}_e) [\Phi(\mathfrak{a}_h)]^{-1} J_0^2(\mathfrak{a}_e \ell) [J_0^2(\mathfrak{a}_h \ell)]^{-1} H_1'(\mathfrak{a}_h) [E_2'(\mathfrak{a}_e)]^{-1} k_0^4 \beta_e^{-4},$$

де $Z_\ell(\mathfrak{a})/W$ – нормований до хвильового опору хвилі H_1 поверхневий імпеданс зв'язаних металевих смужок. Це відома функція, апроксимація для якої отримана в [11]:

$$H_1'(\mathfrak{a}) = \mathcal{A}H_1 / \partial \mathfrak{a}, \text{ при } \mathfrak{a} = \mathfrak{a}_\ell;$$

$$E_2'(\mathfrak{a}) = \mathcal{A}E_2 / \partial \mathfrak{a}, \text{ при } \mathfrak{a} = \mathfrak{a}_e,$$

де H_1 та E_2 – дисперсійні функції H_1 та E_2 – хвиль діелектричної пластини.

У разі відсутності втрат величина $Z_1(\mathfrak{a})/W$ має суто уявний характер і апроксимується мероморфною функцією. Таким чином, з урахуванням (2.12), рівняння (2.11) набуває остаточного вигляду:

$$\frac{Z}{W} D_e D_h + j \frac{\alpha k_0}{\beta_h^2} \sin(\alpha_h P) D_e + j \frac{\alpha^2 \beta_e^2 \eta_s}{k_0^3 \alpha_e} \sin(\alpha_e P) D_h = 0, \quad (2.13)$$

$$\text{де} \quad D_{e,h}(\alpha) = \cos(\alpha_{e,h} P) - \cos(\beta P). \quad (2.13 \text{ а})$$

Рівняння (2.13) пов'язує поперечні (β) і поздовжні (α) складові постійних поширення власних хвиль планарних металодіелектричних решіток і є наближеним дисперсійним рівнянням аналізованої структури. Рівняння (2.13) є трансцендентним і не піддається аналітичному рішенню. Тому дисперсійне рівняння решіток вирішувалося чисельно.

2.3 Класифікація типів хвиль

У решітці, як правило, умови однохвильового режиму не виконуються, оскільки вже в екранованій діелектричній пластині, не навантаженій решіткою, зазвичай поширюються хвилі H_1 -і E_2 -типів. У решітках вони перетворюються на споріднені до них за структурою хвилі HE_{11} і EH_{21} . Спрямовуючи до нуля ширину металевих стрічок, з (2.13) можна отримати дисперсійне рівняння ненавантаженої пластини $Z_\ell(\alpha) D_e(\alpha) D_h(\alpha) = 0$, оскільки при $2\ell \rightarrow 0$ $Z_\ell \rightarrow \infty$. Хвилі в решітці, що розглядаються, відрізняються від хвиль в діелектричній пластині, в першу чергу, квазіперіодичною залежністю поля від Z (2.3). Величини α і β є спектральними параметрами хвилі, що визначають її хвильовий вектор $\gamma \left(|\gamma| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \right)$, який лежить у площині XOZ . Зважаючи на періодичність решіток для визначення типів хвиль істотним виявляється не тільки кількість варіацій поля по осі OY , але і їх число на періоді решітки P . Тому хвилі мають подвійну індексацію. Загалом поле будь-якої хвилі має всі шість компонентів. Розглядаючи хвилі структури як хвилі пластини, збурені стрічками, можна встановити, що частина з них близька до H_{2n-1} хвиль, а частина – до E_{2n} хвиль ($n = 1, 2, 3, \dots$),

що мають тільки п'ять компонент (E_y або H_y дорівнюють нулю). Хвилі, подібні до хвиль H_{2n-1} , ми позначимо $HE_{2n-1,m}$, у той час як близькі до $E_{2n} - EH_{2n,m}$, тим самим, відзначаючи подібність їх електродинамічної структури відповідною до хвиль пластини. Індекс m пов'язаний з періодичністю решіток і позначає число варіацій переважаючої у-складової поля (E_y або H_y) на періоді решітки P . Тому хвилі мають подвійну індексацію. Загалом поле будь-якої хвилі має всі шість компонентів. Розглядаючи хвилі структури як хвилі пластини, обурені стрічками, можна встановити, що частина з них близька до H_{2n-1} хвиль, а частина – до E_{2n} хвиль ($n = 1, 2, 3, \dots$), що мають тільки п'ять компонент (E_y або H_y дорівнюють нулю). Хвилі, подібні до хвиль H_{2n-1} , ми позначимо $HE_{2n-1, m}$, у той час як близькі до $E_{2n} - EH_{2n,m}$, тим самим, відзначаючи подібність їх електродинамічної структури відповідним хвиль пластини. Індекс m пов'язаний з періодичністю ґрат і позначає число варіацій переважаючої у-складової поля (E_y або H_y) на період ґрати P .

Структура поля власних хвиль металодіелектричних решіток у загальному випадку досить складна. Її можна визначити з допомогою співвідношень типу $E = \int_s \int G Ids$, що є предметом окремого дослідження. У цьому розділі нашою метою було лише отримання рівняння (2.13) та дослідження залежностей $\alpha(\beta)$.

Незважаючи на багатохвильову структуру, можна відповідним вибором її параметрів створити ситуацію, коли буде поширюватися лише основна хвиля HE_{11} . При збільшенні періоду решітки в ній починає поширюватися хвиля HE_{12} , потім HE_{13} , HE_{22} і т.д.

Слід зазначити, що внаслідок анізотропії структури властивості хвилі залежить від напрямку її поширення, що задається α і β . Тому за деяких значень (α, β) результуючий хвильовий вектор γ може бути дійсним, а за інших – уявним. Це означає, що хвиля поширюється лише у деякому секторі

кутів. Якщо цей сектор дорівнює нулю, то ми вважаємо, що дана хвиля вже поширюється. Однак, за інших (α, β) вона може бути поза межею поширення.

2.4 Дослідження основної хвилі

Розглянемо залежність спрямованого вздовж смуг нормованого хвильового числа $v = \alpha / k_0 H E_{11}$ хвилі від нормованого поперечного хвильового числа β / β_h . Видно, що при $\beta = 0$ (коли хвиля поширюється вздовж смуг), коефіцієнт уповільнення дорівнює коефіцієнту уповільнення H_1 -хвилі діелектричної пластини за будь-яких параметрів структури. Це пов'язано з тим, що цього разу у електричного поля немає поздовжніх компонент ($E_x = 0$) і воно збурюється вузькими стрічками решітки. За зміни напрямку поширення ($\beta \neq 0$) коефіцієнт v збільшується. Розрахунки показують [11], що це збільшення є незначним, а в деякій області параметрів залежність $v(\beta)$ зникає взагалі.

Існування залежності $v(\beta)$ може бути інтерпретовано з іншої позиції, якщо розглядати решітку як сукупність зв'язаних щілинних хвилеводів. У відсутності зв'язку v не залежить від β і коефіцієнт сповільнення хвилі дорівнює коефіцієнту уповільнення відокремленого хвилеводу. Якщо ж лінійний коефіцієнт зв'язку C дорівнює нулю, то v вже є функцією β . Згідно з феноменологічною теорією нескінченних зв'язаних ліній передачі [5], у наближенні слабкого зв'язку (тобто коли кожен хвилевід пов'язаний лише з двома сусідніми), розподіл поля OZ у хвилеводі з номером n описується диференціальним рівнянням:

$$\frac{dU_0}{dX} = j\alpha_0 U_0 + jCU_{+1} + jCU_{-1} = 0. \quad (2.14)$$

Тут $U_0, U_{\pm 1}$ – амплітуди хвиль у хвилеводах з номерами $n = 0, \pm 1$.

При квазіоптичному збудженні хвильоводів решітки амплітуди хвиль U_n пов'язані з U_0 наступним чином:

$$U_n(Z) = U_0(Z) e^{-j\beta n P}, \quad (2.15)$$

де β – спектральний параметр, що задає фазовий набіг на періоді.

Таким чином, рішення диференційного рівняння (2.14) щодо амплітуди U_0 можна подати у вигляді:

$$U_0(Z) = e^{-j(\alpha + 2C \cos \beta P)X}. \quad (2.16)$$

У виразах (2.14) та (2.16), (2.17) C – лінійний коефіцієнт зв'язку:

$$\alpha(\beta) = \alpha_0 + 2C \cos \beta P. \quad (2.17)$$

Можна бачити, що залежність $\alpha(\beta)$ нагадує косинусоїдну. Апроксимація за двома точками ($\beta P = 0$ та $\beta P = \pi$) дає наступний наближений результат для лінійного коефіцієнта зв'язку:

$$C \cong 0.25 [\alpha(0) - \alpha(\pi)]. \quad (2.18)$$

З (2.18) дійсно видно, що менше змінюється α , тим меншим є коефіцієнт зв'язку між хвильоводами. Розрахунки показують, що при зменшенні ширини смужок $2l$ коефіцієнт зв'язку зростає.

2.5 Вищі типи хвиль структури

Цікавою є поведінка найближчих вищих типів хвиль решіток. Характерно, що, починаючи з деякого критичного значення P коефіцієнт

уповільнення HE_{12} хвилі різко зростає, досягаючи величин, порівнянних з v для HE_{11} хвилі. Близькість коефіцієнтів уповільнення двох аналогічних за структурою хвиль створює ситуацію, сприятливу для їхнього ефективного енергетичного обміну. Звідси випливає, що бажано виключити умови, за яких HE_{12} хвиля є поширюваною.

Говорячи про EH_{21} – хвилю, необхідно зазначити, що вона за своїми властивостями близька до E_2 – хвилі діелектричної пластини, яка слабо збурюється решіткою. Формально це випливає з рівняння (2.13), якщо врахувати, що η_s – малий параметр, що описує зв'язок Е- та Н-хвиль на стрічках решітки. При $\eta_s = 0$ (2.13) розпадається на два рівняння, що описують окремо Е- і Н-хвилі, причому рівняння для Е-хвиль дає рішення, що збігаються з рішеннями для незбурненої пластини. Таким чином, хвилі сімейств HE і EH слабо пов'язані один з одним, і поява EH_{21} хвилі є менш небезпечною, ніж HE_{12} хвилі. Досліджуючи зв'язок хвиль, цікаво також відзначити, що рівняння, яке відповідає критичним умовам, а саме $v = 0$, завжди розпадається на два незалежні рівняння для Е- і Н-хвиль, так як доданок, що відповідає за зв'язок між хвилями, згортається в нуль.

Умови відсічення хвиль вищих типів (HE_{12} та EH_{21}) були отримані з дисперсійного рівняння:

$$\begin{aligned}\beta_{HE_{12}}^{\text{отс}} &= \frac{1}{P} \arccos \left(\frac{k_0 W}{\beta Z(0)} \sin \beta_h P + \cos \beta_h P \right); \\ \beta_{EH_{21}}^{\text{отс}} &= \beta_e.\end{aligned}\tag{2.19}$$

При чисельному рішенні дисперсійного рівняння (2.13) ідентифікація хвиль не є тривіальним завданням, оскільки для даної структури дисперсійне рівняння не поділяється на відповідні рівняння хвиль Н- і Е-типів. З умов відсічення (2.19) можна лише з певністю встановити, що для всіх $\beta > \max \{ \beta_{HE_{12}}^{\text{отс}}, \beta_{HE_{22}}^{\text{отс}} \}$ виконується однохвильовий режим досліджуваної

структури з хвилею HE_{11} . Залежність поздовжнього хвильового числа від поперечного є періодичною з періодом $2\pi/P$.

Таким чином, результати проведеного дослідження дозволяють вирішувати два практично важливі питання: визначення лінійного коефіцієнта зв'язку в системі ДЦХ, а також умов, що забезпечують мінімальну кількість хвиль, які поширюються в досліджуваній структурі. Знання цих характеристик є необхідним для проектування розподільчих пристроїв та діаграмоутворювальних схем на основі щілинних хвелеводів.

3 РОЗВ'ЯЗАННЯ ДИСПЕРСІЙНОГО РІВНЯННЯ

Рішення дисперсійного рівняння, тобто знаходження поздовжніх і поперечних складових хвиль, здійснюється на ПЯ за допомогою середовища математичного розрахунку Mathcad. Програма та алгоритм обчислень за допомогою пакету програм Mathcad наводиться у додатку А.

З рисунку 3.1 видно, що менше змінюється χ , тим менше коефіцієнт зв'язку між хвилеводами. З порівняння даних рисунку 3.1 очевидно, що при зменшенні ширини смужок 2ℓ коефіцієнт зв'язку C зростає. Можна також помітити, що для нижчої хвилі решіток спостерігається нормальна дисперсія коефіцієнта уповільнення. При цьому існує область параметрів, в якій з достатнім для інженерних застосувань ступенем точності цією дисперсією взагалі можна знехтувати (область «плато» рис. 3.1), причому цей момент настає раніше в решітці з більшою відносною шириною металевих смужок (вже в секторі просторових кутів більше 40° при $2l/\lambda = 0,00625$).

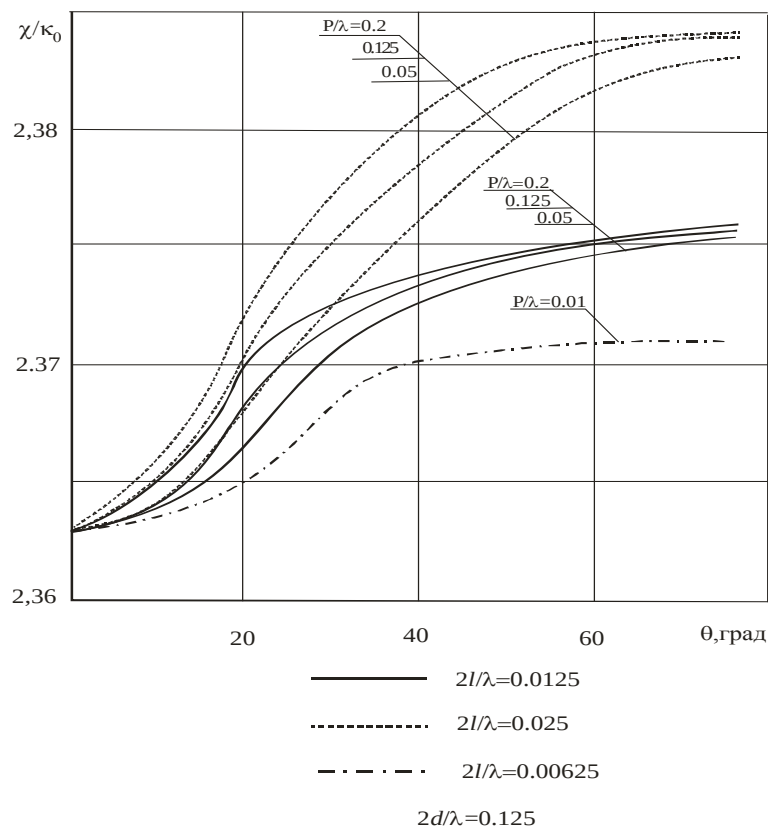


Рисунок 3.1 – Дисперсійні характеристики хвилі HE_{11}

Розрахунки показують також, що зі збільшенням товщини діелектричної підкладки просторова дисперсія основної хвилі слабшає. Особливо невелика вона при малій ширині металевої смужки (рис. 3.1), оскільки середовище стає близьким до ізотропної діелектричної пластини.

Цікавим є поведінка найближчих вищих типів хвиль решітки. На рисунках 3.2 та 3.3 наводяться залежності коефіцієнта уповільнення v HE_{12} -хвилі від β/β_h при різних періодах структури. Характерно, що, починаючи від деякого критичного значення періоду $P/\lambda = 0,2$, коефіцієнт уповільнення HE_{12} -хвилі різко зростає, досягаючи величин, співставних з v для HE_{11} -хвилі. Близькість коефіцієнтів уповільнення двох аналогічних за структурою хвиль створює ситуацію, сприятливу їхньому ефективному енергетичному обміну. Звідси випливає, що бажано виключити умови, за яких HE_{12} -хвиля є поширеною. На рисунку 3.4 зображено просторову дисперсію коефіцієнта уповільнення цієї хвилі. Говорячи про EH_{21} -хвилю, необхідно зазначити, що вона за своїми властивостями близька до E_2 -хвилі діелектричної пластини, яка слабо збурюється решітками. Хвилі сімейств HE і EH слабо пов'язані один з одним, і поява EH_{21} хвилі є менш небезпечною, ніж HE_{12} хвилі. Досліджуючи зв'язок хвиль, цікаво також відзначити, що рівняння, що відповідає критичним умовам, а саме $v = 0$, завжди розпадається на два незалежні рівняння для E - і H -хвиль, так як доданок, відповідальний за зв'язок між хвилями, згортається в нуль.

Умови відсічення хвиль вищих типів (HE_{12} та EH_{21}) можна отримати з дисперсійного рівняння:

$$\begin{aligned}\beta_{HE_{12}}^{omc} &= \frac{1}{P} \arccos \left(\frac{k_0 W}{\beta Z(0)} \sin \beta_h P + \cos \beta_h P \right); \\ \beta_{EH_{21}}^{omc} &= \beta_e.\end{aligned}\tag{3.1}$$

При чисельному розв'язанні дисперсійного рівняння ідентифікація хвиль не є тривіальним завданням, тому що для даної структури дисперсійне рівняння не поділяється на відповідні рівняння хвиль H - і E -типів.

З умов відсічення (3.1) можна лише з певністю укласти, що для всіх $\beta > \max\{\beta_{HE_{12}}^{omc}, \beta_{HE_{22}}^{omc}\}$ виконується однохвильовий режим досліджуваної структури з хвилею HE_{11} . Залежність поздовжнього хвильового числа від поперечного періодична з періодом $2\pi/P$.

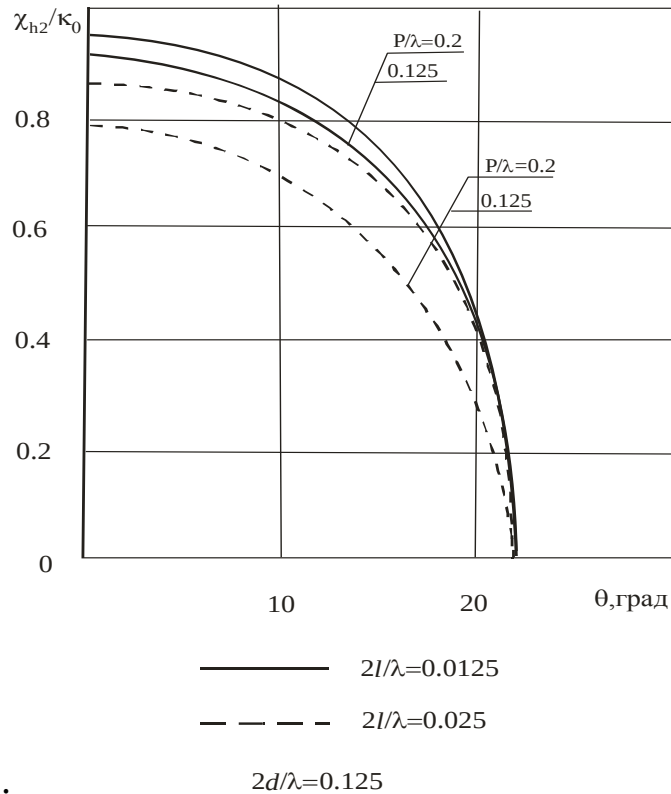


Рисунок 3.2 – Коефіцієнти уповільнення HE_{12} - і EH_{21} -хвиль при великій відносній товщині підкладки

На рисунках 3.2-3.5 видно, що хвилі вищих типів решітки мають аномальну просторову дисперсію.

З порівняння рисунків 3.2-3.5 випливає, що у аналізованому діапазоні відносних розмірів решітки хвилі вищих типів існують обмеженому діапазоні кутів поширення ($0 \dots 32^\circ$), і можна відповідною оптимізацією цих розмірів зробити їх вплив зневажливо малим. Зокрема, за малого відносного періоду ($P/\lambda = 0,05$) існування хвиль вищих типів обмежується діапазонів просторових кутів $0 \dots 30^\circ$. При великих відносних періодах цей сектор розширюється до 60 і більше градусів.

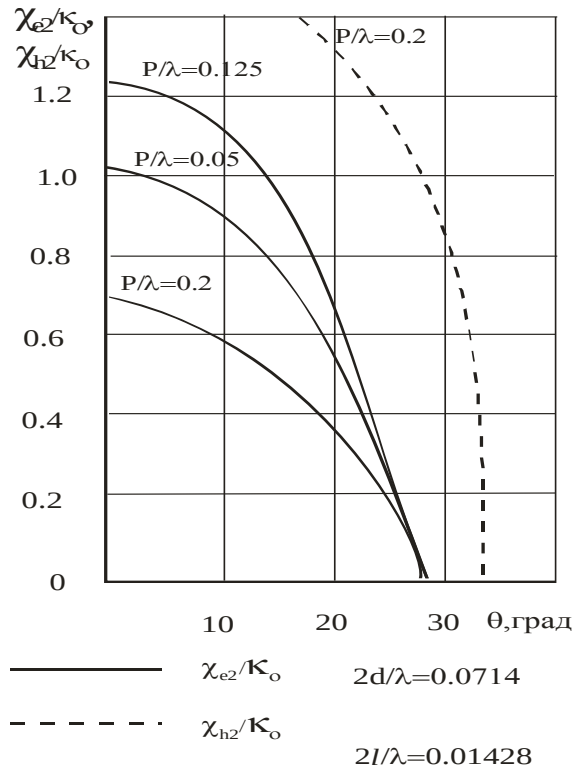


Рисунок 3.3 – Коефіцієнти сповільнення HE₁₂ і EH₂₁-хвиль при малій відносній товщині діелектричної підкладки

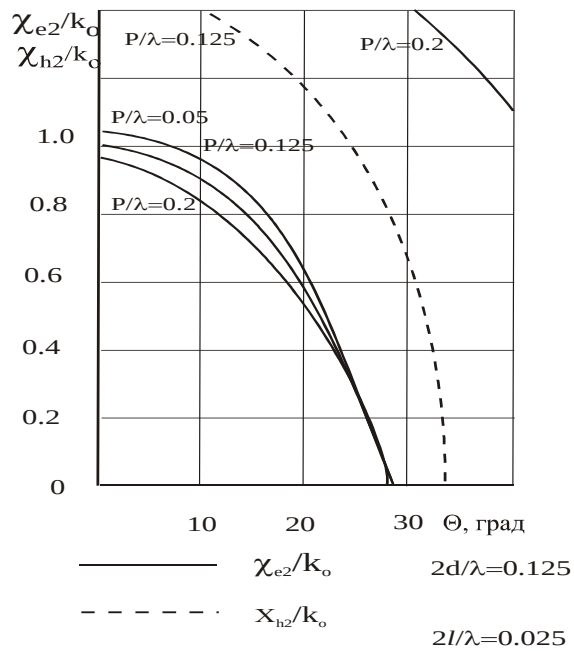


Рисунок 3.4 – Дисперсійні характеристики HE₁₂- і EH₂₁-хвиль при великій відносній товщині діелектричної підкладки

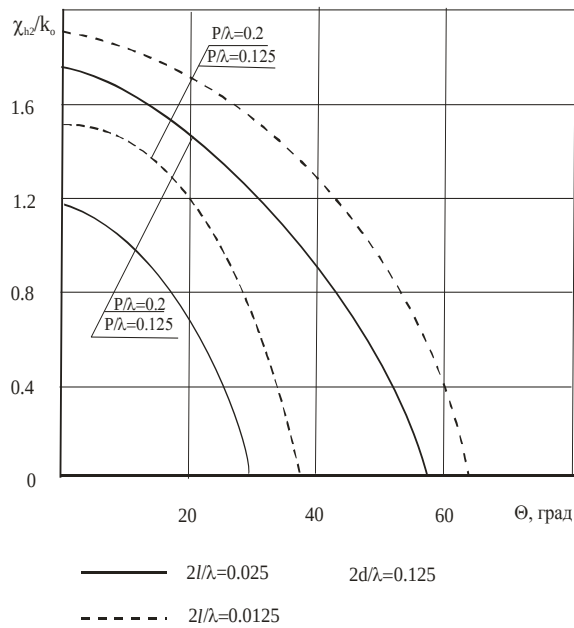


Рисунок 3.5 – Вплив товщини смужки на просторову дисперсію вищих хвиль

Коефіцієнти уповільнення гібридних Н-хвиль трохи вище за аналогічні коефіцієнти гібридних Е-хвиль, вони ніде не перетинаються, і тому можна диференціювати хвилі між собою за величинами їх коефіцієнтів уповільнення. Очевидно також, що в рівних умовах дисперсійні характеристики гібридних НЕ та ЕН хвиль залежать від відносної товщини смужки. При звуженні її вдвічі відбувається збільшення коефіцієнтів уповільнення на 25-30%.

Навіть при великій товщині діелектричної підкладки область існування вищих типів хвиль можна обмежити відповідним вибором відносного періоду інтегральних решіток $P/\lambda \leq 0,125$ (рис. 3.3).

Розрахунки показують, що зі зростанням товщини діелектричної підкладки просторова дисперсія хвиль як Н- так і Е-типів слабшає.

Тож, доцільно зауважити, що успішно поставлено і вирішено завдання про власні хвилі нескінченних решіток ДЦХ. Виведено наближене дисперсійне рівняння метало-діелектричних решіток у припущенні вузькості металевих стрічок та отримано чисельне його рішення.

Окрім того, досліджено залежності коефіцієнтів уповільнення основної хвилі та найближчих вищих типів від геометричних та електрофізичних параметрів структури та сформульовано умови однохвильової решітки ДЩХ. У результаті дослідження просторової дисперсії основної хвилі решітки встановлено нормальну, а й у вищих типів хвиль – аномальну просторову дисперсію. Встановлено, що кількість хвиль, що поширюються, залежить від відносного періоду решітки і швидко зростає в міру його збільшення, а в рівних умовах дисперсійні характеристики гібридних HE і EH хвиль залежать від відносної товщини смужки. За відносного звуження її вдвічі відбувається збільшення коефіцієнтів уповільнення вищих гібридних хвиль на 25-30%. Виявлено, що зі збільшенням товщини діелектричної підкладки просторова дисперсія хвиль H і E типів слабшає.

У наближенні лінійного зв'язку в рамках феноменологічної теорії зв'язаних ліній побудовано просту модель зв'язаних ДЩХ. Встановлено, що коефіцієнт зв'язку основної хвилі зростає при зменшенні відносної товщини металевої смужки та діелектричної підкладки. При цьому відносна зміна коефіцієнта зв'язку становить менше ніж 1% при дворазовому зменшенні відносної товщини металевої смужки.

Таким чином, результати проведеного в даному розділі дослідження дозволяють вирішувати два практично важливі питання: визначення коефіцієнта зв'язку в лінійному наближенні у системі ДЩВ, а також умов, які забезпечують однохвильовий режим розповсюдження. Знання цих характеристик необхідне для проектування розподільних пристроїв та діаграмоутворювальних схем на основі щілинних хвилеводів у складі квазіоптичної БА.

4 РОЗВ'ЯЗАННЯ ДИФРАКЦІЙНОЇ ЗАДАЧІ

4.1 Отримання інтегрального рівняння

У рівнянні (2.13) чисельник виразу у квадратних дужках при перетворюється на дисперсійне рівняння решітки металевих смужок. Саме рівняння (2.13) належить до рівнянь, розв'язуваних методом Вінера-Хопфа.

Введемо позначення:

$$\begin{aligned} R(\mathfrak{a}) &= D_\ell D_h \frac{Z}{W} + j \frac{\mathfrak{a}_h^2 k_0}{\beta^2 h} \sin(\chi_h a) D_\ell + j \frac{\mathfrak{a}^2 \beta^2 \eta_s}{k_0^3 \mathfrak{a}_\ell} \sin(\mathfrak{a}_h a) D_h; \\ S(\mathfrak{a}) &= D_\ell D_h; \\ g(\bar{X} - \tilde{X}) &= C \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{R(\mathfrak{a})}{S(\mathfrak{a})} e^{-j\chi(\bar{X} - \tilde{X})} d\mathfrak{a}; \\ A(\bar{X}) &= e_0 J_0 (\beta \cdot \ell \cos \theta + \mathfrak{a}_h \ell \sin \theta) e^{-j\bar{X}(\mathfrak{a}_h \cos \theta - \beta \sin \theta)}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Тоді рівняння (2.11) перетворюється на рівняння Вінера-Хопфа:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} I_{X'}(X) g(X - X') dX' = a^+(X). \quad (4.2)$$

4.2 Функціональне рівняння типу Вінера-Хопфа

Формальна процедура вирішення рівняння типу (4.2) докладно викладена [42]. Тому зупинимося лише на особливостях нашого завдання. Для того, щоб рівняння (4.2) мало вигляд інтеграла згортки і до нього можна було застосувати перетворення Фур'є з отриманням результуючого рівняння в просторі зображень щодо Фур'є-образу щільності струму, розширимо область визначення рівняння (4.2) для всіх від $-\infty$ до $+\infty$. Виконаємо тепер Фур'є-перетворення ядра та правої частини інтегрального рівняння (4.2):

$$\begin{aligned}
 G(\alpha) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\alpha) e^{-j\alpha\alpha} d\alpha = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} C \frac{R(\alpha)}{S(\alpha)} e^{-j\alpha(\alpha-\alpha)} d\alpha d\alpha = \sqrt{2\pi} C \frac{R(\alpha)}{S(\alpha)} \\
 A_+(\alpha) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} a_+(\alpha) e^{-j\alpha\alpha} d\alpha = \frac{C}{\alpha + \alpha_h},
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

де

$$\begin{aligned}
 C &= j \frac{e_0 J_0(\beta \cdot \ell \cos \alpha + \alpha_h \ell \sin \theta)}{\sqrt{2\pi}}. \\
 \alpha_h &= \beta \sin \theta - \alpha_h \cos \theta.
 \end{aligned}$$

Застосування до (4.2) перетворення Фур'є дає рівняння щодо Фур'є-образу щільності струму на стрічках решітки $I_+(\alpha): I_+(\alpha) = A_+(\alpha) - B_-(\alpha)$, де $G(\alpha)$ і $A_+(\alpha)$ визначаються виразами (4.3), а $I_+(\alpha)$ та $B_-(\alpha)$ підлягають визначенню.

4.3 Факторизація функцій, що входять до ядра інтегрального рівняння

Ключовим моментом в рівняннях (4.3) є факторизація функції $G(\alpha)$ [2]: $G(\alpha) = G(\alpha)_+ G(\alpha)_-$, де $G(\alpha)_+$ та $G(\alpha)_-$ регулярні відповідно у верхній та нижній напівплощинах комплексної площини α . Для нашого завдання функція $G(\alpha)$ не є ні парною, ні непарною (виняток становить випадок перпендикулярного розвороту смуг решітки до границі, коли $G(\alpha)$ стає парною). Отже, доводиться користуватися узагальненою теоремою про факторизацію функції $G(\alpha)$ [42]. З виразів (2.13 а) видно, що функція $G(\alpha)$ може мати нулі та полюси на дійсній осі, які відповідають кореням характеристичних рівнянь решітки та пластини. Тому для факторизації перетворимо $G(\alpha)$ таким чином, щоб знову побудована функція нулів і полюсів на дійсній осі не мала і прагнула до одиниці при нескінченному аргументі. Асимптотична поведінка

$G(\alpha)$ при прагненні аргументу до нескінченності дає лінійну залежність G від α :

$$\lim_{a \rightarrow \infty} G(a) = \lim_{a \rightarrow \infty} C \frac{R(a)}{S(a)} = A \cdot a. \quad (4.4)$$

Тут A – деяка стала величина. Нехай $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ – полюси функції $G(\alpha)$ на дійсній осі, а $\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_m$ – нулі цієї функції на тій же осі. Тоді функцію, яка має необхідні для факторизації властивості, можна записати у вигляді:

$$G(\tilde{\beta}) = G(\beta) \frac{\prod_{i=1}^n (\beta - \beta_i)}{\prod_{j=1}^m (\beta - \tilde{\beta}_j) [A \sqrt{\beta^k - \beta_0^k}]}. \quad (4.5)$$

Тепер функція $G(\beta)$ дорівнює:

$$G(\beta) = G(\tilde{\beta}) \left[\frac{\prod_{j=1}^m (\beta - \tilde{\beta}_j)}{\prod_{i=1}^n (\beta - \beta_i)} A \sqrt{\beta^k - \beta_0^k} \right], \quad (4.6)$$

де $k = n - m$ – різниця числа нулів та полюсів $G(\beta)$.

У виразі (4.6) множник у квадратних дужках факторизується безпосередньо, а $G(\tilde{\beta})$ – по узагальненій теоремі факторизації.

4.4 Матриця розсіювання решітки

Тепер, скориставшись рівняннями (2.13) та (4.2), з урахуванням того, що для нашого завдання (згідно з теоремою Ліувіля), $B_+(\alpha) = 0$, можна визначити щільність струмів на смужках, здійснивши зворотне перетворення

Фур'є виразу (2.2). Вторинне поле дорівнює:

$$E_{x'}(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{G_-(\alpha_0)} \int_{-\infty}^{+\infty} A_+(\alpha) G_-(\alpha) e^{-j\alpha\alpha} d\alpha. \quad (4.7)$$

Для знаходження коефіцієнта відбиття R_{hh} H_1 -хвилі необхідно замкнути контур інтегрування (4.7) у верхній півплощині. Інтеграл дорівнюватиме лишкові підінтегральної функції у точці $-\alpha_h$, де α_h – проекція хвильового числа H_1 -хвилі, спрямована вздовж смужки. При цьому коефіцієнт відбиття дорівнює:

$$\dot{R}_{hh} = -\frac{\sin|\theta - \varphi_n|}{\sin|\theta + \varphi_n|} \frac{\text{Res}[G_-(\alpha)]_{\alpha = -\alpha_h}}{G(\alpha_0)} \frac{1}{-\alpha_h + \alpha_0}, \quad (4.8)$$

а його модуль:

$$|\dot{R}_{hh}| = \sqrt{\frac{R(-\alpha_h)}{S(-\alpha_h)} \frac{S(-\alpha_0)}{R(-\alpha_0)} \frac{\prod_{i=1}^n (\alpha_h + \alpha_i)}{\prod_{j=1}^m (\alpha_h + \alpha_j)}} \sqrt{\frac{\prod_{j=1}^m (\alpha + \alpha_j)}{\prod_{i=1}^n (\alpha + \alpha_i)}}, \quad (4.9)$$

де α_i – нулі;

α_j – полюси функції $G(\chi)$.

Оскільки аналізована структура є екранованою, на межі решітки безперервний спектр випромінювання хвиль не виникає, і для визначення коефіцієнта проходження хвиль через решітку в одномодовому режимі можна скористатися законом збереження енергії:

$$|\dot{T}_{hh}| = \sqrt{I - |\dot{R}_{hh}|^2}. \quad (4.10)$$

Таким чином, в результаті постановки та вирішення задачі дифракції плоскої поверхневої H_1 -хвилі плоскої діелектричної пластини на напівнескінченних решітках вузьких металевих стрічок отримані вирази для елементів матриці розсіювання решітки. В результаті припущення вузькості стрічок решітки вдалося уникнути векторної постановки задачі і отримати прості вирази для коефіцієнтів відбиття та проходження в решітку, а також їх модулів при однохвильовому режимі роботи. Дані вирази можна використовувати при дослідженні узгодження інтегральних решіток, а також для їх проектування при побудові багатопроменевих антен, діаграмоутворюючих схем і просто випромінювачів на основі таких решіток.

4.5 Вплив параметрів структури на узгодження решіток із пластиною

Звернувшись до чисельних результатів, наведених на рисунках 4.1-4.9 можна помітити, що незалежно від геометричних параметрів структури модуль коефіцієнта відображення завжди дорівнює нулю при збігу кута падіння хвилі і кута нахилу смуг решітки до осі X . Дане явище «прозорості» решітки пояснюється тим, що поле падаючої хвилі не збурюється решітками, оскільки її електричне поле в даному випадку орієнтоване перпендикулярно до смужок. При цьому падаюча хвиля не зазнає заломлення на границі і поширюється у решітках з тим самим уповільненням, що й поза нею (тобто, як у ненавантаженої пластині).

При великих кутах розвороту стрічок ґрати до кордону в кутових залежностях обох коефіцієнтів виникають ділянки нерегулярності – звані аномалії Вуда, пов'язані з виникненням чи зникненням хвиль вищих типів у досліджуваних ґратах. Разом про те, подібних явищ можна уникнути, не виводячи параметри структури межі встановленого раніше режиму однохвильовості (3.1).

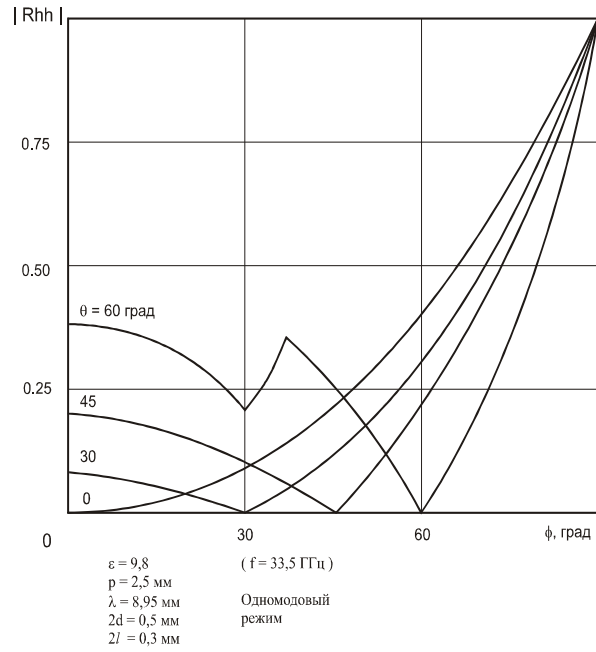


Рисунок 4.1 – Залежність коефіцієнта відбиття H_1 -хвилі пластини на межі напівнескінченних решіток від кута падіння хвилі при різних кутах нахилу стрічок решітки, малому періоді для випадку дуже вузьких смужок

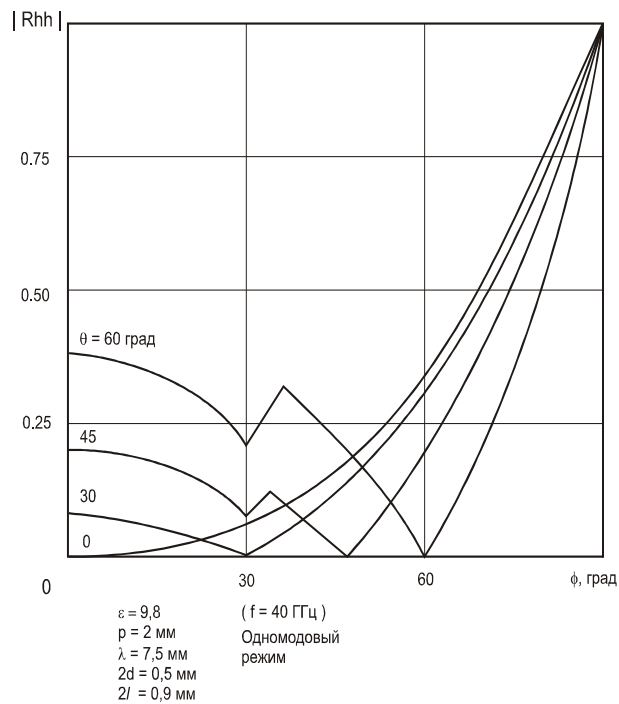


Рисунок 4.2 – Залежність коефіцієнта відбиття H_1 -хвилі пластини від межі напівнескінченних решіток від кута падіння хвилі при різних кутах нахилу стрічок решітки та широких смужках

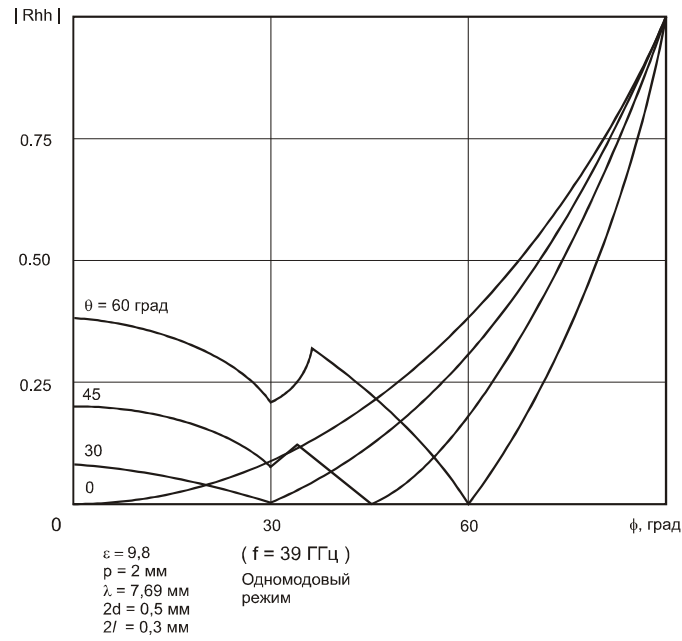


Рисунок 4.3 – Залежність коефіцієнта відбиття H_1 -хвилі пластини від границі напівнескінченної решітки від кута падіння хвилі при різних кутах нахилу стрічок решітки

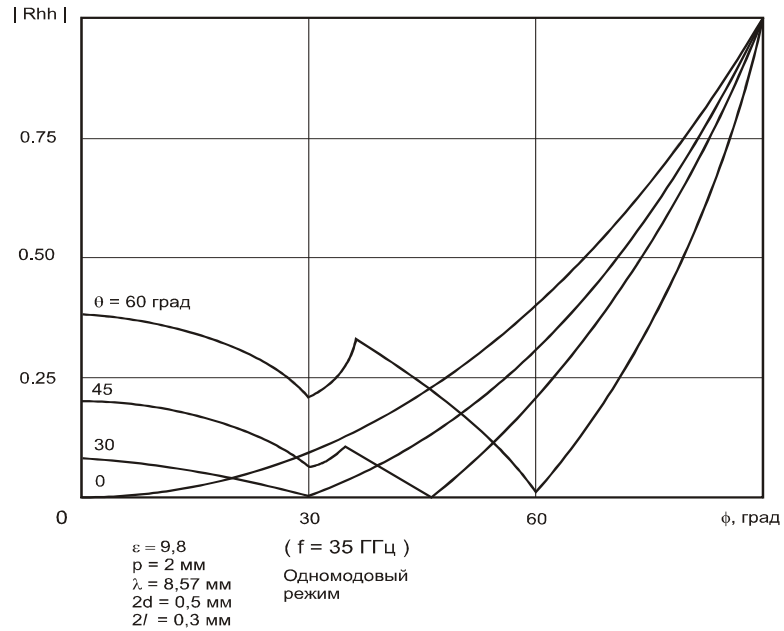


Рисунок 4.4 – Залежність коефіцієнта відбиття H_1 -хвилі пластини від границі напівнескінченної решітки від кута падіння хвилі при різних кутах нахилу стрічок решітки і дуже вузьких смужках

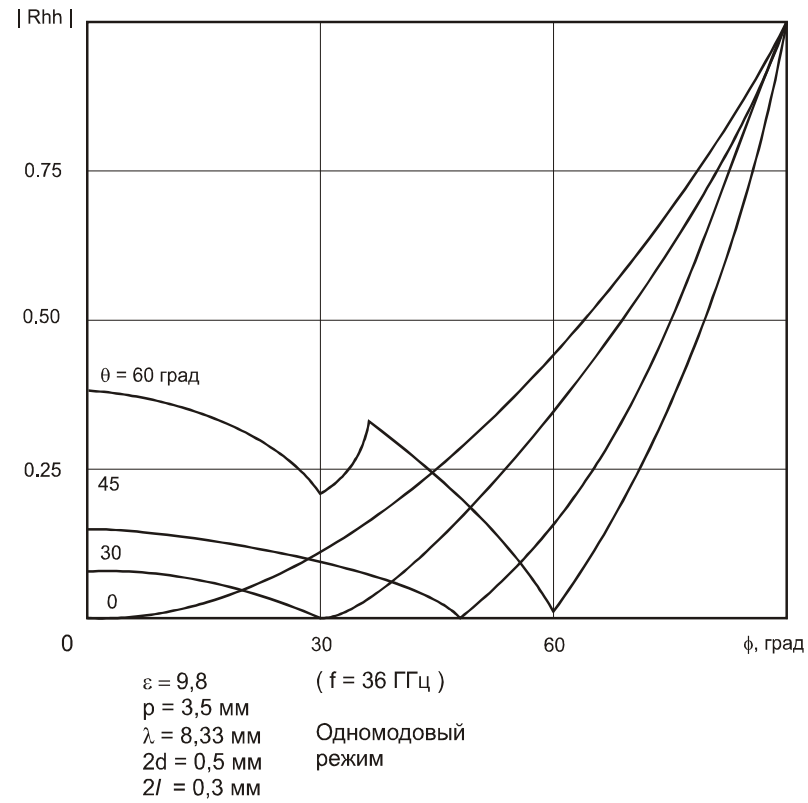


Рисунок 4.5 – Одномодовый режим (частота 36 ГГц)

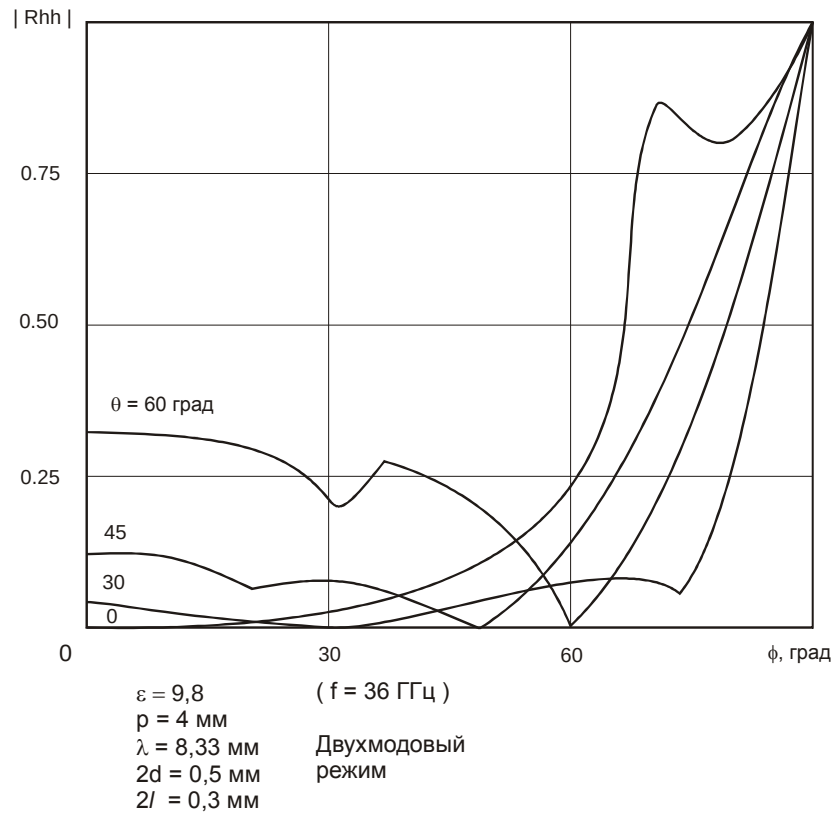


Рисунок 4.6 – Багатомодовий режим при великому періоді

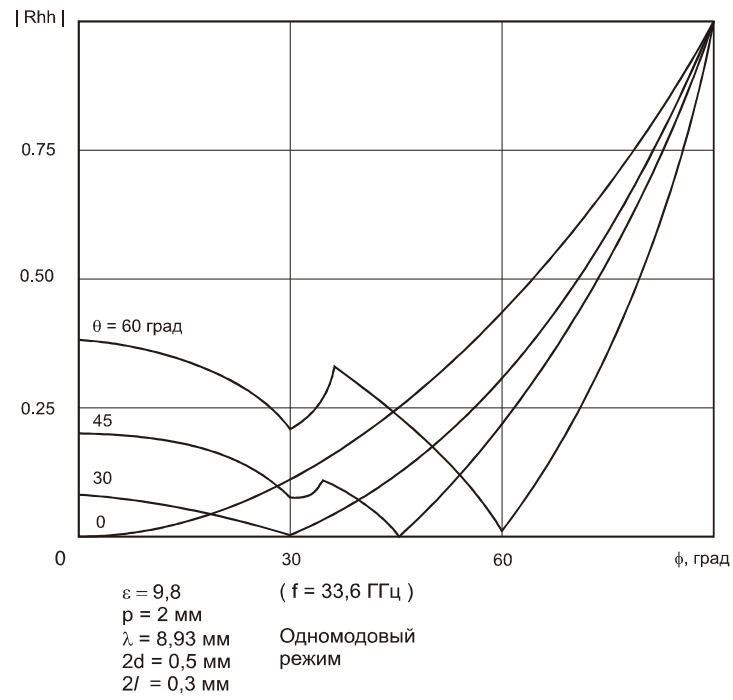


Рисунок 4.7 – Одномодовый режим (частота 33,6 ГГц)

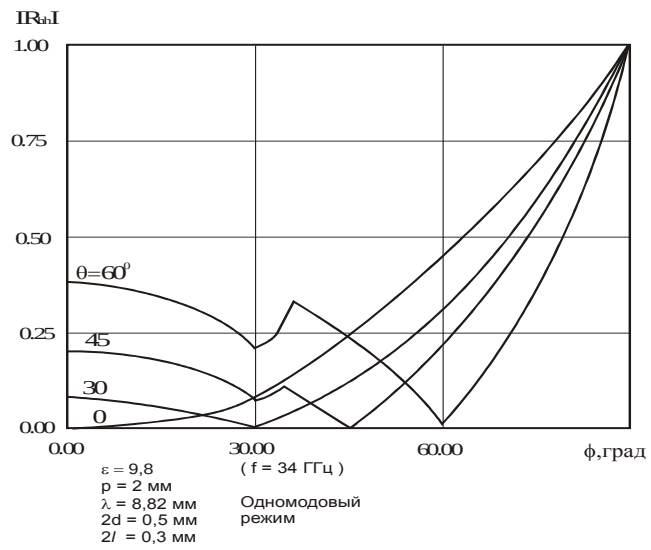


Рисунок 4.8 – Одномодовый режим (частота 34 ГГц)

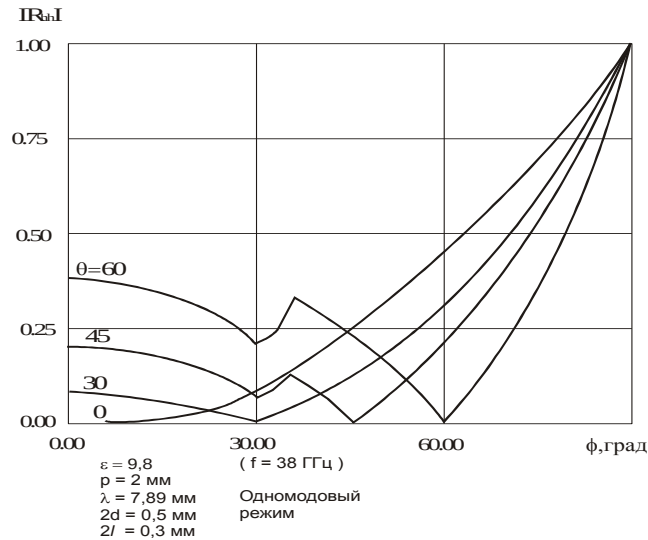


Рисунок 4.9 – Просторова дисперсія коефіцієнта відбиття при частоті 38 ГГц

З кутових залежностей $|R_{hh}(\varphi)|$, зображених на рисунках 4.1-4.9, випливає, що в широкому діапазоні кутів падіння та зміни параметрів самої структури решітка досить добре узгоджена з пластиною. Ця область параметрів відповідає близьким до нуля значенням коефіцієнтів відбиття та близьким до одиниці коефіцієнтам проходження.

Вплив ефекту перетворення типів хвиль на межі пластина-решітка можна суттєво послабити шляхом відповідного вибору параметрів структури (зменшенням відносного періоду решітки та відносної товщини діелектричної пластини).

З рисунків 4.2-4.4, 4.5, 4.7 і 4.8 видно, що при кутах падіння в межах $0...30^\circ$ аномалій Вуда не соостерігається і модулі коефіцієнта відбиття за напруженістю знаходяться в межах $0...0,1$, а за потужністю ще менше ($0...0,01$), тобто решітка для конкретних, практично важливих у ДУС, значень кутів падіння та розвороту стрічок решітки добре узгоджена з пластиною ($0 \leq \theta \leq 30^\circ$, $0 \leq \varphi \leq 30^\circ$, $0,2 \text{ мм} \leq 2l \leq 0,3 \text{ мм}$, $P \leq 2 \text{ мм}$).

На рисунку 4.10 зображено просторову дисперсію коефіцієнта відбиття при частоті 37 ГГц.

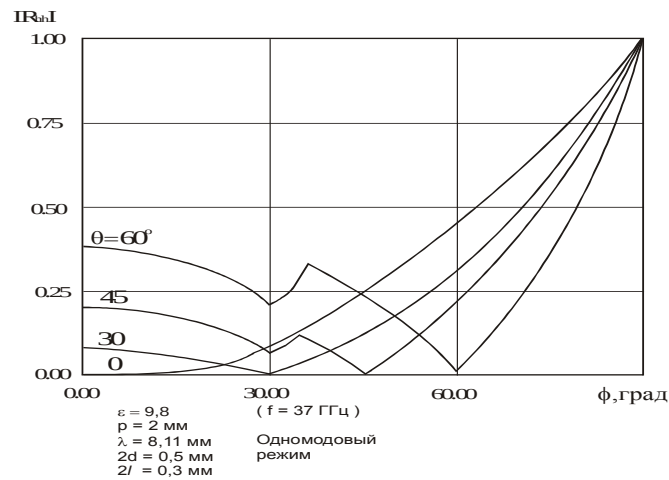


Рисунок 4.10 – Просторова дисперсія коефіцієнта відбиття при частоті 37 ГГц

Ступінь узгодження зростає із зменшенням відносної товщини пластини та відносного періоду решітки. Багатомодовий режим (рис. 4.6), який настає при великому відносному періоді решіток, навпаки, погіршує взаємне узгодження решіток і пластини. Про це свідчать локальні максимуми модуля коефіцієнта відображення, що спостерігаються навіть при невеликих кутах розвороту ґрат до межі розділу. ($\theta = 45^\circ$, $\varphi < 30^\circ$).

Наостанок доцільно зазначити, що розглянуто явище дифракції H_1 -хвилі екранованої діелектричної пластини на прямолінійному кордоні з ґратами вузьких металевих стрічок. Завдання дифракції плоскої поверхневої хвилі пластини на решітці сформульована у вигляді крайової задачі за допомогою інтегрального рівняння щодо щільностей струмів, що поточні вздовж смуг решітки. Отримане інтегральне рівняння для густин струмів вирішено методом Вінера-Хопфа. Встановлено, що умови одномодовості порушуються при великих кутах розвороту стрічок решітки до осі X .

Показано, що у широкому діапазоні зміни параметрів решітка вузьких металевих стрічок добре узгоджена з пластиною (у діапазоні просторових

кутів $0...45^0$ коефіцієнт відображення змінюється від 0 до 0,25, а в діапазоні $0...30^0$ – від 0 до 0,1). Встановлено співвідношення параметрів структури, за яких у кутових залежностях коефіцієнтів відображення та проходження виникають нерегулярні ділянки – так звані аномалії Вуда, пов'язані з появою або зникненням вищих типів хвиль. Показано, що появи аномалій Вуда в досліджуваній структурі можна уникнути, зменшуючи відносний період ґрат $P/\lambda \leq 0,2$ та відносну товщину пластини $2d/\lambda \leq 0,125$.

Виявлено ефект відсутності відбиття H_1 хвилі діелектричної пластини від межі решітки у разі, коли вектор Пойнтинга, що визначає напрямок поширення хвилі, орієнтований вздовж стрічок решітки. Встановлено, що при збігу кута падіння хвилі і кута розвороту решіток ортогонально смугам, що лежать у площині пластини, складова вектора E збуджуваного решіткою поля не збурюється смугами решітки. Показано, що за цих умов уповільнення хвилі, що пройшла, збігається з уповільненням падаючої, яка в даному випадку не помічає границі середовищ.

Встановлено, що існує область параметрів решіток, в якій коефіцієнти перетворення потужності основної хвилі у потужність хвиль вищих типів малі, і в цій області явищем перетворення типів хвиль можна знехтувати з точністю, достатньою для інженерних застосувань.

Отримано прості аналітичні співвідношення для коефіцієнтів відбиття та проходження, які можна надалі використовувати при моделюванні інтегральних антенних елементів на основі стрічкових решіток та використовувати їх для створення математичних моделей квазіоптичних ДУС БА.

5 РОЗРОБКА КОНСТРУКЦІЇ ІНТЕГРАЛЬНОЇ ЛІНЗОВОЇ АНТЕНИ

5.1 Опис складових елементів конструкції ІЛА

Один з можливих варіантів конструкції антенної системи наведено на рисунку 5.1.

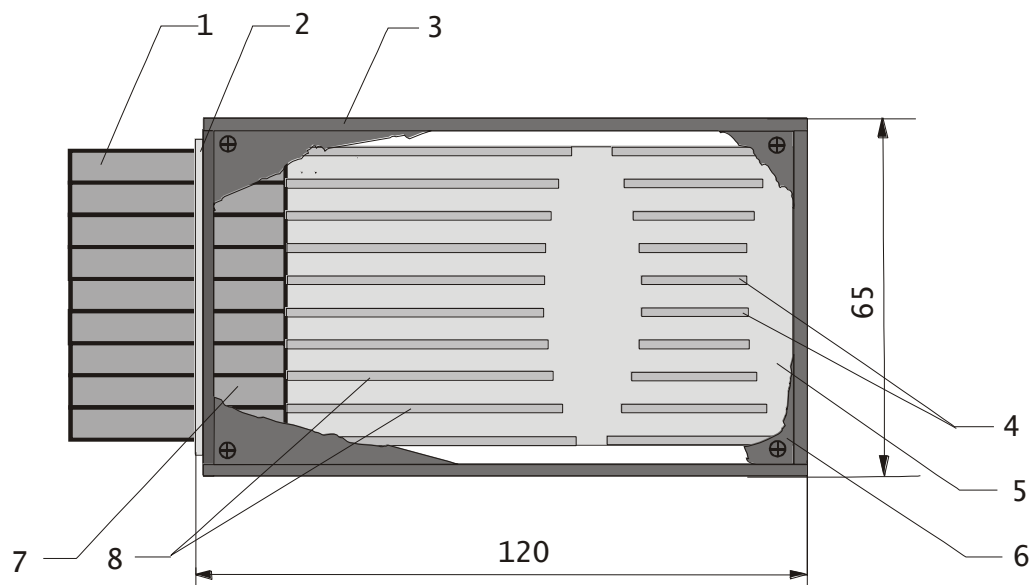


Рисунок 5.1 – Конструкція ІЛА

Система складається з хвильоводів 1, якими подається і приймається сигнал, за допомогою загального для них фланця 2 ці хвильоводи механічно кріпляться до корпусу 3, і сполучаються з хвильоводно-щілинними лініями 7, розташованими в корпусі, і призначеними для збудження діелектричних щілинних зв'язаних хвильоводів 8, виконаних на діелектричній пластині 5, на цій же пластині розміщена планарна радіолінза 4, з випромінюючого кінця корпус не має стінки, зате має знімну кришку 6. Розміри корпусу 120 мм x 65 мм.

5.2 Розрахунок радіолінзи

Приймемо орієнтовно, що $2\Theta_{0.5}^{\circ} = 9^{\circ}$, тоді необхідна висота лінзи:

$$D = (65...70) \frac{\lambda}{2\Theta_{0.5}^{\circ}} = 60.$$

Приймемо $D = 60 \text{ мм}$. Для радіолінз фокальне число, яке дорівнює відношенню f/D_0 , може лежати в межах $0.7 \div 1.6$, однак, на практиці частіше вибирають $f \approx D_0 = 60 \text{ мм}$. Коефіцієнт заломлення визначається матеріалом, з якого виготовлена лінза.

Властивості діелектрика в діапазоні радіохвиль характеризуються коефіцієнтом заломлення n та тангенсом кута втрат $\text{tg} \delta$. Коефіцієнт заломлення пов'язаний із відносною діелектричною проникністю ϵ_r співвідношенням: $n = \sqrt{\epsilon_r}$. Для $\lambda = 8 \text{ мм}$ діелектрик виберемо з таблиці 5.1.

Таблиця 5.1 – Властивості діелектриків

Матеріал	ϵ	$\text{tg} \delta$	Теплопровідність $10^{-3} \text{ Вт/(мм, } ^{\circ}\text{C)}$	ТКЛР, $10^{-7} / ^{\circ}\text{C}$
Полікор	9,49..9,8	0,0001	25..37,7	75
Сапфір	13,2	0,0001	24	66,6
Сапфірит	9,3..10,1	0,0001	21..25	62
22ХС	9,2..9,4	0,001	13,4	60
ГМ	9,5..10	0,00009	21..25	64
СТ32-1	10	0,0004	1,045	32
ФЛАН 2,8	2,8	0,0015		350
ФЛАН 7,2	7,2	0,0015		400

Найбільш поширений матеріал у конструкціях НВЧ – полікор, $\varepsilon_r = 9.6$
при цьому $n = \sqrt{\varepsilon_r} = 3.1$

Товщина лінзи:

$$d = \sqrt{\frac{f^2}{(n+1)^2} + \frac{D_0^2}{4(n^2-1)}} - \frac{f}{(n+1)} \quad (5.1)$$

$$d = \sqrt{\frac{3600}{16.81} + \frac{3600}{4 \cdot 8.61}} - \frac{60}{4.1} = 21 \text{ мм.}$$

Кут розкриву лінзизначають зі співвідношення:

$$\operatorname{tg} \psi_0 = \frac{D_0}{2 \cdot (f + d)}, \quad (5.2)$$

$$\operatorname{tg} \psi_0 = \frac{60}{2 \cdot (60 + 21)} = \frac{60}{162} = 0.37,$$

$$\psi_0 = \operatorname{arctg}(0.37) \approx 0.354 \approx 20.3^\circ$$

Лінзовим антенам притаманні наступні неточності при виготовленні:

– крива профілю лінзи відрізняється від розрахункової, причому опромінювач знаходиться точно у фокусі. При значеннях допустимих фазових відхилень, які дорівнюють $\psi_{\text{макс}} = \pi/2$, неточність профіля лінзи:

$$|a_{\text{макс}}| \leq \pm \frac{\lambda}{8 \cdot (n-1)} = \frac{0.008}{8 \cdot 2.1} \approx 0.00047 \text{ м;}$$

– опромінювач зміщений щодо фокусу в напрямку, перпендикулярному до осі, а профіль лінзи відповідає розрахунковому. Для неточностей другого виду для $\psi_{2\max} = \pi/2$, отримаємо:

$$|a_{2\max}| \leq F^2 \cdot \lambda = 0.008 \text{ м},$$

де $F = f/D_0$ – фокальне число;

– опромінювач зміщений щодо фокусу в напрямку, перпендикулярному до осі, а профіль лінзи відповідає розрахунковому. Неточності третього виду викликають відхилення головного максимуму ДС антени лише на $1.5 \div 2.0^\circ$.

Для фокусуючої одноповерхневої лінзи рівняння кривої, що визначає поверхню, яка утворюється з планарних смужок, у прямокутній системі координат. Відлік z проводиться у міліметрах:

$$y = \sqrt{(n^2 - 1) \cdot z^2 + 2 \cdot (n - 1) \cdot f \cdot z}, \quad (5.3)$$

$$y = \sqrt{8.61z^2 + 25.2z}. \quad (5.4)$$

Розмір планарних щілин виберемо рівним половині довжини хвилі в діелектриці:

$$s_{\text{щели}} = \lambda_{\text{полікор}} / 2 = \frac{\lambda}{2\sqrt{\epsilon_{\text{эфф}}}}, \quad (5.5)$$

$$s_{\text{щели}} = \frac{\lambda}{2\sqrt{\epsilon_{\text{эфф}}}} = \frac{8}{2 \cdot \sqrt{9.8}} = 1.2 \text{ мм}.$$

Розмір металевої смужки повинен бути набагато меншим за довжину хвилі. Виберемо її розмір рівним 0.2 мм. На рисунку 5.2 зображено спроектовану планарну інтегральну радіолінзу з визначеними вище параметрами.

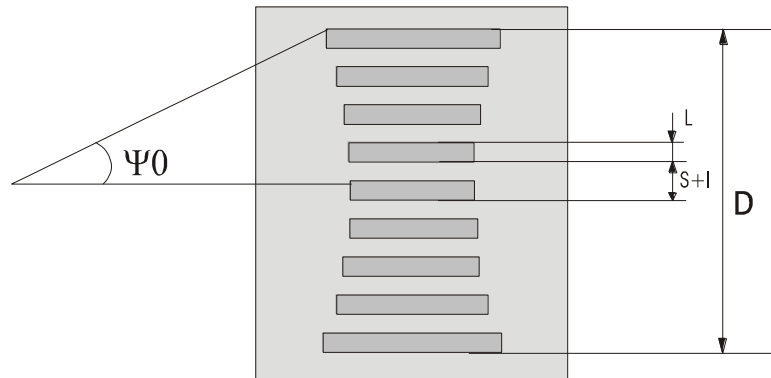


Рисунок 5.2 – Планарна радіолінза та її параметри

5.3 Підвідні хвильоводно-щілинні лінії

Хвильоводно-щілинна лінія в системі забезпечує мінімальну появу хвиль вищих типів. Вид випромінюючої структури з підвідного торця наведено на рисунку 5.3.

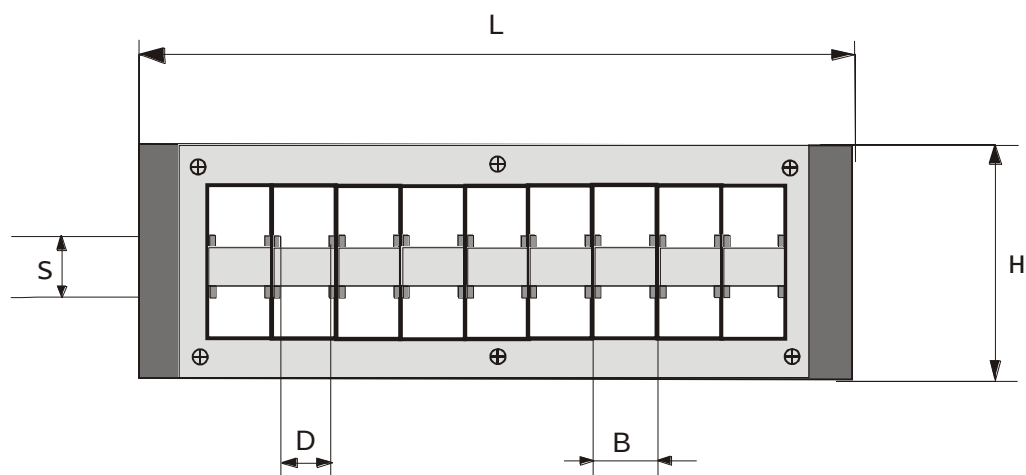


Рисунок 5.3 – Хвильоводно-щілинні лінії

Такі хвильоводно-щілинні лінії (рис. 5.3) зручно поєднуються з трактами на прямокутних хвильоводах і, крім того, часто застосовуються у конструкціях хвильоводно-смушкових випромінювачів.

Ці лінії поряд з такими перевагами, як широкосмуговість, нечутливість до допусків, малі втрати (10-15 Дб/м на частоті 115 ГГц), забезпечують режим поширення квазіосновних типів хвиль порожнього прямокутного хвильоводу, що дозволяє використовувати досить плавні переходи хвильвід-ХЩЛ.

Верхня межа застосування ХЩЛ обмежена частотою близько 150 ГГц, що обумовлює широке застосування ХЩЛ в інтегральних схемах вхідних пристроїв ЗВЧ-діапазону.

Виберемо з таблиці 5.2 стандартних хвильоводів хвильвід R320.

Таблиця 5.2 – Зарубіжні стандарти на прямокутні хвильоводи

Позначення			Частота, ГГц	Розміри поперечного перерізу хвильоводів	
53-IEC	RCSC	IEA		мм	дюйм
R48	WG10	WR284	2.6-3.95	72×34	2.84×1.34
-	WG11A	WR229	3.3-4.9	59×29	2.29×1.145
R49	WG12	WR187	3.95-5.85	48×22	1.872×0.872
-	WG13	WR159	4.9-7.05	40×20	1.59×0.795
R50	WG14	WR137	5.85-8.2	35×16	1.372×0.622
R84	WG15	WR112	7.05-10	29×13	1.122×0.497
R100	WG16	WR90	8.12-12.4	23×10	0.9×0.4
R120	WG17	WR75	10-15	19×8.5	0.75×0.375
R140	WG18	WR62	12.4-18	16×7.9	0.622×0.311
R180	WG19	WR51	15-22	13×5.8	0.51×0.255
R220	WG20	WR42	18-26.5	11×4.3	0.49×0.24
R260	WG21	WR34	22.0-33.0	8.6×4.3	0.34×0.17
R320	WG22	WR28	26.5-40.0	7.1×3.6	0.28×0.14
R400	WG23	WR22	33-50	5.7×2.9	0.224×0.112
R500	WG24	WR19	40-60	4.8×2.4	0.188×0.094
R620	WG25	WR15	50-75	3.8×1.9	0.148×0.074
R740	WG26	WR12	60-90	3.1×1.6	0.122×0.061
R900	WG27	WR10	75-110	2.4×1.3	0.1×0.05
R1200	WG28	WR8	90-140	2.0×1.0	0.08×0.04
-	WG29	WR7	110-170	1.7×0.82	0.065×0.0325
-	WG30	WR5	140-220	1.3×0.65	0.051×0.0255

Поперечні розміри хвилевода виберемо такими: $b = 3.6$ мм; $a = 7.1$ мм. Розмір щілини відповідає розміру щілинних решіток, які живляться від ХЦЛ. Тому значення $s = 1.2$ мм.

ВИСНОВКИ

Вирішена актуальна науково-прикладна задача подальшого розвитку теорії інтегральних багатопроменевих антен квазіоптичного типу діапазону міліметрових хвиль, яка складається з розв'язання крайових електродинамічних завдань для ключової модельної структури у вигляді решітки тонких металевих стрічок, симетрично нанесених на обидві сторони екранованої діелектричної пластини: задачі про власне Завдання дифракції H_1 -хвилі діелектричної пластини на решітці. Надалі, на підставі отриманих результатів, розроблено наближені математичні моделі елементів ДУС БА, алгоритм та програмні засоби для параметричного синтезу ДУС БА на рівні інтегральної топології.

Основні результати, коротко зводяться до наступного:

- сформульовано у строгій електродинамічній постановці та вирішено чисельно-аналітичним шляхом у наближенні вузькості металевих стрічок завдання про власні хвилі нескінченних метало-діелектричних решіток. У наближенні лінійного зв'язку в рамках феноменологічної теорії зв'язаних ліній побудовано просту модель пов'язаних ДЩХ. Коефіцієнт зв'язку з основної хвилі зростає при зменшенні відносної товщини металевої смужки та діелектричної підкладки. При цьому відносна зміна коефіцієнта зв'язку становить менше ніж 1% при дворазовому зменшенні відносної товщини металевої смужки. Встановлено, що кількість хвиль, що поширюються, залежить від відносного періоду решітки і швидко зростає в міру його збільшення, а в рівних умовах дисперсійні характеристики гібридних HE і EH хвиль залежать від відносної товщини смужки. При звуженні її вдвічі відбувається збільшення коефіцієнтів уповільнення хвиль на 25-30%. Визначено умови однохвильової решітки, за яких забезпечуються мінімальні втрати потужності в ДУС;

- сформульовано у строгій електродинамічній постановці у вигляді інтегрального рівняння та вирішено аналітично відомим методом Вінера-

Хопфа завдання про дифракцію плоскої поверхневої H_1 -хвилі діелектричної пластини на напівнескінченних решіток вузьких металевих стрічок. Встановлено, що в широкому діапазоні просторових кутів ($0 \dots 300^\circ$) грати досить добре узгоджені з пластиною – коефіцієнт відображення на межі решітка-пластина змінюється від 0 до 0,1;

- розроблено наближені математичні моделі елементів ДУС БА на основі дисперсійних та дифракційних властивостей решіток ДЩХ (модель ділянки зв'язаних ліній передачі на феноменологічному рівні; ділянки фіксованих фазозсувників; випромінювання з решітки зв'язаних ліній передачі; модель усієї інтегральної ДУС БА квазіоптичного типу в цілому). Здійснено синтез поліфокальних лінз (отримані рівняння профілів та рівняння для коефіцієнтів заломлення лінз із примусовим заломленням);

- досліджено ефекти, що виникають при поширенні хвиль у решітках ДЩХ та у квазіоптичних елементах, побудованих на їх основі. Досліджено особливості прояву аномалій Вуда в таких ґратах та вироблено рекомендації щодо їх ослаблення для підвищення енергетичної ефективності квазіоптичних ДУС БА. Досліджено умови «прозорості» решіток за певних умов;

- отримано структурну схему ДУС БА на зв'язаних лініях передачі, інваріантну до типу лінії та побудовано алгоритм функціонування ДУС БА квазіоптичного типу. Розроблено рекомендації для проектування квазіоптичних інтегральних ЛАБА. Розроблено алгоритми та програмні засоби для аналізу нескінченних решіток та діелектричної пластини, навантаженої на напівнескінченні стрічкові решітки. Іншими авторами неодноразово показувалося, що у МА система ізольованих випромінювачів нездатна створити АФР, яке одночасно забезпечувало б близьке просторове розташування ДС окремих каналів та високий ступінь ортогональності сусідніх променів. Але, саме введення до складу ДУС ділянки зв'язку та блоку фіксованих фазозсувників, включених через канал, дозволило успішно вирішити це завдання, підвищивши цим ефективність квазіоптичної ДУС;

- розроблено алгоритм та програмні засоби для параметричного синтезу інтегральної ДУС в цілому;
- за отриманими даними спроектовано інтегральну лінзову антену міліметрового діапазону хвиль.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Бахрах Л.Д. Проблемы антенной техники [Текст] / Л.Д. Бахрах, Д.И. Воскресенский. – М.: Радио и связь, 2009. – 386 с.
2. Сазонов Д.М. Основы матричной теории антенных решеток: Сборник науч.-метод. статей по прикладной электродинамике [Текст] / Д.М.Сазонов. – М.: Высшая школа, 1993. – 685 с.
3. Михеев С.М. Активные антенные решетки на диаграммообразующих схемах с коммутационным управлением [Текст] / С.М. Михеев, Н.С. Остроухов // Радиотехника и электроника. – 2010. – С.25-29.
4. Максимов В.М. Синтез матрицы рассеяния фидерной системы для переизлучающей антенной решетки [Текст] / В.М. Максимов, С.М. Михеев, Н.С. Остроухов // Антенны. Сб. статей: Под ред. А.А. Пистолькорса. – М.: Связь, 2009. – С. 37-45.
5. Воскресенский Д.И. Антенны и устройства диапазона миллиметровых волн [Текст] / Д.И. Воскресенский, В.М. Максимова, С.В. Рудь, И.Г. Сухарев // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 1991. – №3. – С. 54-66.
6. Максимов В.М. Диаграммообразующие схемы на основе многоволновых волноводов [Текст] / В.М. Максимов // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 1999. – №6. – С. 52-64.
7. Максимов В.М. Исследование результирующего амплитудно-фазового распределение поля в регулярной многоволновой линии передачи [Текст] / В.М. Максимов, С.М. Михеев // Радиотехника и электроника. – 2018. – С. 23-36.
8. Хансен Р.С. Сканирующие антенные системы СВЧ: пер. с англ. [Текст] / Под ред. Г.Т. Маркова и А.Ф. Чаплина. – М.: Радио и связь. – 1999. – 278 с.

9. Воскресенский Д.И. Развитие антенных систем [Текст] / Д.И. Воскресенский, В.М. Максимова // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 1987. – С. 39-46.
10. Бугрова Т.И. Моделирование диаграммообразующей схемы многолучевой антенны квазиоптического типа [Текст] / Т.И. Бугрова // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – Запоріжжя: ЗНТУ. – 2018. – №1. – С. 5-8.
11. Бугрова Т.И. Возбуждение решеток диэлектрических щелевых волноводов плоской поверхностной H_1 -волной диэлектрической пластины [Текст] / Т.И. Бугрова // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – Запоріжжя: ЗНТУ. – 2017. – №2. – С. 6-9.
12. Взятышев В.Ф. Пучки диэлектрических волноводов как среда [Текст] / В.Ф. Взятышев, Е.А. Ермолаев // Труды моск. энерг. ин-та. – М.: МЭИ, 2009. – Вып.351. – С. 67-70.
13. Миттра Р. Аналитические методы теории волноводов [Текст] / Р.Миттра, С. Ли. – М.: Мир, 1974. – 327 с.

ДОДАТОК А

ЛІСТИНГ ПРОГРАМИ

```

λ := 8·10-3

εr := 9.6
k :=  $\frac{(2 \cdot \pi)}{\lambda}$ 
βe := 2.57·k
βh := 2.2·k
β := 1.005k
d1 := 0.5·10-3
d :=  $\frac{d1}{\lambda}$ 
c1 := 1.5·10-2
c :=  $\frac{c1}{\lambda}$ 
P1 := λ·0.2
P :=  $\frac{P1}{\lambda}$ 
χe :=  $\sqrt{(\beta e)^2 - \beta^2}$ 
P1 = 1.6 × 10-3
l :=  $\frac{(\lambda \cdot 0.025)}{2}$ 
 $\frac{\chi e}{k} = 2.365$ 
χh :=  $\sqrt{(\beta h)^2 - \beta^2}$ 
l = 1 × 10-4 ■
 $\frac{\chi h}{k} = 1.957$ 
a1 := c - d
H11(χh) :=  $\frac{d}{d\chi h}$  H1(χh)
qh(χh) :=  $\sqrt{\epsilon r \cdot \left(\frac{k}{k}\right)^2 - \left(\frac{\chi h}{k}\right)^2 - \left(\frac{\beta h}{k}\right)^2}$ 
qe(χe) :=  $\sqrt{\epsilon r \cdot \left(\frac{k}{k}\right)^2 - \left(\frac{\chi e}{k}\right)^2 - \left(\frac{\beta e}{k}\right)^2}$ 
Ssh(χh) :=  $\sqrt{\left(\frac{\chi h}{k}\right)^2 + \left(\frac{\beta h}{k}\right)^2 - \left(\frac{k}{k}\right)^2}$ 
Sse(χe) :=  $\sqrt{\left(\frac{\chi e}{k}\right)^2 + \left(\frac{\beta e}{k}\right)^2 - \left(\frac{k}{k}\right)^2}$ 
E22(χl) :=  $\frac{d}{d\chi e}$  E2(χe)
χe := 10
χh := 0

```

Given

$$\text{Ssh}(\chi_h) \cdot (\text{qh}(\chi_h) \cdot \sin(\text{qh}(\chi_h) \cdot d) \cdot \sinh(\text{Ssh}(\chi_h) \cdot a1) - \text{Ssh}(\chi_h) \cdot \cos(\text{qh}(\chi_h) \cdot d) \cdot \cosh(\text{Ssh}(\chi_h) \cdot a1)) = 0$$

qr := Find(χ_h)

$$\text{Ssh}(\chi_h) \cdot a1 = 3.552$$

$$a1 = 1.813$$

$$\cosh(\text{Ssh}(\chi_h) \cdot a1) = 17.452$$

end

$$\text{FF}(\chi_h) := \text{Ssh}(\chi_h) \cdot (\text{qh}(\chi_h) \cdot \sin(\text{qh}(\chi_h) \cdot d) \cdot \sinh(\text{Ssh}(\chi_h) \cdot a1) - \text{Ssh}(\chi_h) \cdot \cos(\text{qh}(\chi_h) \cdot d) \cdot \cosh(\text{Ssh}(\chi_h) \cdot a1))$$

$$\text{H11}(\chi_h) := \frac{d}{d\chi_h} \text{H1}(\chi_h)$$

$$\text{qh}(\chi_h) := \sqrt{\epsilon_r \cdot \left(\frac{k}{k}\right)^2 - \left(\frac{\chi_h}{k}\right)^2 - \left(\frac{\beta_h}{k}\right)^2}$$

$$\text{qe}(\chi_e) := \sqrt{\epsilon_r \cdot \left(\frac{k}{k}\right)^2 - \left(\frac{\chi_e}{k}\right)^2 - \left(\frac{\beta_e}{k}\right)^2}$$

$$\text{Ssh}(\chi_h) := \sqrt{\left(\frac{\chi_h}{k}\right)^2 + \left(\frac{\beta_h}{k}\right)^2 - \left(\frac{k}{k}\right)^2}$$

$$\text{Sse}(\chi_e) := \sqrt{\left(\frac{\chi_e}{k}\right)^2 + \left(\frac{\beta_e}{k}\right)^2 - \left(\frac{k}{k}\right)^2}$$

$$\text{H1}(\chi_h) := \text{Ssh}(\chi_h) \cdot (\text{qh}(\chi_h) \cdot \sin(\text{qh}(\chi_h) \cdot d) \cdot \sinh(\text{Ssh}(\chi_h) \cdot a1) - \text{Ssh}(\chi_h) \cdot \cos(\text{qh}(\chi_h) \cdot d) \cdot \cosh(\text{Ssh}(\chi_h) \cdot a1))$$

$$\text{E2a}(\chi_e) := \epsilon_r \cdot \left(\frac{k}{k}\right)^2 \cdot \text{Sse}(\chi_e) \cdot \sin(\text{qe}(\chi_e) \cdot d) \cdot \sinh(\text{Sse}(\chi_e) \cdot a1)$$

$$\text{E2}(\chi_e) := \left(\frac{1}{\text{qe}(\chi_e)}\right) \cdot \left[\text{E2a}(\chi_e) + \left(\frac{k}{k}\right)^2 \cdot \text{qe}(\chi_e) \cdot \cos(\text{qe}(\chi_e) \cdot d) \cdot \sinh(\text{Sse}(\chi_e) \cdot a1) \right]$$

$$\text{H111}(\chi_h) := (\sin(\text{qh}(\chi_h) \cdot d)) \cdot \sinh(\text{Ssh}(\chi_h) \cdot a1) \cdot \left[\left(\frac{\text{qh}(\chi_h)}{2 \cdot \text{Ssh}(\chi_h)}\right) - \left(\frac{\text{Ssh}(\chi_h)}{2 \cdot \text{qh}(\chi_h)}\right) \right]$$

$$\text{H112}(\chi_h) := (\cos(\text{qh}(\chi_h) \cdot d) \cdot \cosh(\text{Ssh}(\chi_h) \cdot a1))$$

$$\text{H113}(\chi_h) := \cos(\text{qh}(\chi_h) \cdot d) \cdot \sinh(\text{Ssh}(\chi_h) \cdot a1) \cdot \left[\left(\frac{\text{Ssh}(\chi_h) \cdot d}{2}\right) - \left(\frac{\text{Ssh}(\chi_h) \cdot a1}{2}\right) \right]$$

$$\text{H114}(\chi_h) := \sin(\text{qh}(\chi_h) \cdot d) \cdot \cosh(\text{Ssh}(\chi_h) \cdot a1) \cdot \left[\left(\frac{\text{qh}(\chi_h) \cdot a1}{2}\right) - \left(\frac{\text{Ssh}(\chi_h)^2 \cdot d}{2 \cdot \text{qh}(\chi_h)}\right) \right]$$

$$\text{H11}(\chi_h) := 2 \cdot [\text{H111}(\chi_h) - \text{H112}(\chi_h) - \text{H113}(\chi_h) + \text{H114}(\chi_h)]$$

$$\text{E221}(\chi_e) := (\sin(\text{qe}(\chi_e) \cdot d)) \cdot \sinh(\text{Sse}(\chi_e) \cdot a1) \cdot \left[\frac{\left[\epsilon_r \cdot \left(\frac{k}{k}\right)^2\right]}{2 \cdot \text{qe}(\chi_e)} \right] \cdot \left[\left(\frac{1}{2 \cdot \text{Sse}(\chi_e)}\right) - \left(\frac{\text{Sse}(\chi_e)}{2 \cdot \text{qe}(\chi_e)^2}\right) \right]$$

$$\text{E222}(\chi_e) := \cos(\text{qe}(\chi_e) \cdot d) \cdot \sinh(\text{Sse}(\chi_e) \cdot a1) \cdot \left[\frac{\left(\frac{k}{k}\right)^2}{2 \cdot \text{qe}(\chi_e)} \right]$$

$$\text{E223}(\chi_e) := \left[\frac{(\epsilon_r \cdot \text{Sse}(\chi_e) \cdot d)}{\text{qe}(\chi_e)} \right] - \left[\frac{(\text{qe}(\chi_e) \cdot a1)}{\text{Sse}(\chi_e)} \right]$$

$$\text{E224}(\chi_e) := \sin(\text{qe}(\chi_e) \cdot d) \cdot \cosh(\text{Sse}(\chi_e) \cdot a1) \cdot \left[\frac{\left(\frac{k}{k}\right)^2}{2 \cdot \text{qe}(\chi_e)} \right] \cdot (\epsilon_r \cdot a1 + d)$$

$$\text{E22}(\chi_e) := 2 \cdot [\text{E221}(\chi_e) - (\text{E222}(\chi_e) \cdot \text{E223}(\chi_e)) + (\text{E224}(\chi_e))]$$

$$\text{H11}(\chi_h) = 34.244$$

$$\text{H1}(\chi_h) = -56.267$$

$$\text{E22}(\chi_e) = 46.341$$

$$\text{E2}(\chi_e) = 88.073$$

$$\text{H11}(\chi_h) = 34.244$$

$$E22(\chi_e) = 46.341$$

$$Dh(\chi_h) := \cos\left(\chi_h \cdot \frac{P}{k}\right) - \cos\left(\beta \cdot \frac{P}{k}\right)$$

$$De(\chi_e) := \cos\left(\chi_e \cdot \frac{P}{k}\right) - \cos\left(\beta \cdot \frac{P}{k}\right)$$

$$\phi(\chi_h) := Ssh \cdot \sinh(Ssh \cdot a1) \cdot \cos(qh(\chi_h) \cdot d)$$

$$\phi(\chi_e) := Sse(\chi_e) \cdot \sinh(Sse(\chi_e) \cdot a1) \cdot \cos(qe(\chi_e) \cdot d)$$

$$\phi(\chi_e) = 85.947$$

$$\phi(\chi_h) = 85.941$$

$$\eta_s := \sqrt{\left[\frac{\left(\frac{\phi(\chi_e)}{\phi(\chi_h)} \right) \left[\frac{(J0(\chi_e \cdot l))^2}{(J0(\chi_h \cdot l))^2} \right] \cdot \left(\frac{H11(\chi_h)}{E22(\chi_e)} \right) \cdot \frac{\left(\frac{k}{k} \right)^4}{\left(\frac{\beta e}{k} \right)^4} \right]}$$

$$\eta_s = 0.13$$

$$\chi_p := 1.86$$

$$Zo := 100$$

$$Ww := 50$$

$$ZWw(\chi) := \left(\frac{Zo}{Ww} \right) \cdot \left(1 - \frac{\chi^2}{\chi_p^2} \right)$$

$$Ff1(\chi) := ZWw(\chi) \cdot De(\chi) \cdot Dh(\chi_h) + i \cdot \left[\frac{(\chi_h \cdot k)}{\beta h} \right] \cdot \sin\left(\chi_h \cdot \frac{P}{k}\right) \cdot De(\chi_e)$$

$$Ff2(\chi) := i \cdot \left[\frac{\left[\left(\frac{\chi}{k} \right)^2 \cdot \left(\frac{\beta e}{k} \right)^2 \cdot (\eta_s)^2 \right]}{\left(\frac{k}{k} \right)^3 \cdot \frac{\chi_e}{k}} \right] \cdot \sin\left(\frac{\chi_e}{k} \cdot P\right) \cdot Dh(\chi_h)$$

$$Ff(\chi) := Ff1(\chi) + Ff2(\chi)$$

$$a(\chi) := ZWw(\chi) \cdot De(\chi_e) \cdot Dh(\chi_h) + i \cdot \left[\frac{\left(\chi_h \cdot \frac{k}{k} \right)}{\frac{\beta h}{k}} \right] \cdot \sin\left(\chi_h \cdot \frac{P}{k}\right) \cdot De(\chi_e)$$

$$a1(\chi) := i \cdot \left[\frac{\left[\left(\frac{\chi}{k} \right)^2 \cdot \left(\frac{\beta e}{k} \right)^2 \cdot (\eta_s)^2 \right]}{\left(\frac{k}{k} \right)^3 \cdot \frac{\chi_e}{k}} \right] \cdot \sin\left(\frac{\chi_e}{k} \cdot P\right) \cdot Dh(\chi_h)$$

$$\chi := 1$$

Given

$$a(\chi) + a1(\chi) = 0$$

$$q := Find(\chi)$$

$$q = 1.86 + 2.899i \times 10^{-6}$$

$$|q| = 1.86$$

end