

Міністерство освіти і науки України
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ЗАПОРІЗЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Індивідуальні завдання
для самостійної роботи з дисципліни
«Вища математика»

для студентів денної форми навчання спеціальності ФЗ
«Комп'ютерні науки»
(Частина 1)

Індивідуальні завдання для самостійної роботи з дисципліни «Вища математика» для студентів денної форми навчання спеціальності ФЗ «Комп'ютерні науки» (Частина 1) / Укл. Коротунова О.В., Шишканова Г.А. Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2026. 88 с.

Укладачі: Коротунова О.В., доцент, к.т.н.
Шишканова Г.А., доцент, к.ф.-м.н.

Експерт: Табунщик Г. В., доцент, к.т.н.

Рецензент: Анпілогов Д.І., доцент, к.т.н.

Відповідальний за випуск: Коротунова О. В., доцент, к.т.н.

Затверджено на засіданні
кафедри «Математика»
Протокол № 3 від 28.10.2025 р.

Рекомендовано до видання
НМК Машинобудівного факультету
Протокол № 4 від 09.12.2025 р.

ЗМІСТ

	с.
1 Лінійна алгебра	4
1.1 Завдання № 1.1	4
1.2 Завдання № 1.2	6
1.3 Завдання № 1.3	10
1.4 Завдання № 1.4	11
1.5 Завдання № 1.5	16
1.6 Завдання № 1.6	18
1.7 Завдання № 1.7	22
1.8 Завдання № 1.8	26
2 Векторна алгебра та аналітична геометрія	31
2.1 Завдання № 2.1	31
2.2 Завдання № 2.2	32
2.3 Завдання № 2.3	34
2.4 Завдання № 2.4	35
2.5 Завдання № 2.5	37
2.6 Завдання № 2.6	38
2.7 Завдання № 2.7	40
2.8 Завдання № 2.8	42
3 Диференціальне числення функції однієї змінної	44
3.1 Завдання № 3.1	44
3.2 Завдання № 3.2	51
3.3 Завдання № 3.3	55
3.4 Завдання № 3.4	57
3.5 Завдання № 3.5	64
3.6 Завдання № 3.6	65
3.7 Завдання № 3.7	67
3.8 Завдання № 3.8	69
4 Інтегральне числення функції однієї змінної	71
4.1 Завдання № 4.1	71
4.2 Завдання № 4.2	81
4.3 Завдання № 4.3	84
4.4 Завдання № 4.4	86
Перелік джерел посилання	88

1 ЛІНІЙНА АЛГЕБРА

1.1 Завдання № 1.1

Обчислити визначник визначник двома способами: а) отримавши нулі в якому-небудь рядку (стовбці); б) привести визначник до трикутного вигляду [3, 9].

$$\text{№ 1.} \quad \begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 2.} \quad \begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 3.} \quad \begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 4.} \quad \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 5.} \quad \begin{vmatrix} 3 & -5 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 6.} \quad \begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 4 & -4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 7.} \quad \begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 8.} \quad \begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 & 7 \\ 4 & -8 & 2 & -3 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ -8 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 9.} \quad \begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 10.} \quad \begin{vmatrix} 4 & 3 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & -2 \\ 5 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 11.} \begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 12.} \begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 13.} \begin{vmatrix} 6 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 3 \\ 4 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 14.} \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 15.} \begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 16.} \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 17.} \begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 18.} \begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 19.} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 20.} \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 21.} \begin{vmatrix} 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & -6 \\ 3 & -2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 22.} \begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 23.} \begin{vmatrix} -1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 24.} \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 25. } \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 26. } \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & -6 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 27. } \begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 28. } \begin{vmatrix} -4 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 29. } \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\text{№ 30. } \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

1.2 Завдання № 1.2

Обчислити матрицю C , якщо відомі матриці A і B [2, 9].

$$\text{№ 1. } A = \begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}, C = A \cdot B + 3B^T - 5E$$

$$\text{№ 2. } A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{pmatrix}, C = 2A + B \cdot A^T + 3E$$

$$\text{№ 3. } A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, C = A^T \cdot B + 3E - 2A$$

$$\text{№ 4. } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, C = 2E + A \cdot B^T - B$$

$$\text{№ 5. } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}, C = A \cdot B + 3E^T + 4A$$

$$\text{№ 6. } A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}, C = 7A^T - A \cdot B + E$$

$$\text{№ 7. } A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}, C = A^T \cdot B^T + E - 5B$$

$$\text{№ 8. } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}, C = B^T \cdot A^T - 3B + E$$

$$\text{№ 9. } A = \begin{pmatrix} 8 & 5 & -1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -7 & -6 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, C = B \cdot A - 2A^T - E$$

$$\text{№ 10. } A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix}, C = B \cdot A^T - 4A + 6E$$

$$\text{№ 11. } A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 2 & 1 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}, C = A \cdot B + 3B^T - 5E$$

$$\text{№ 12. } A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 1 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, C = 2A + B \cdot A^T + 3E$$

$$\text{№ 13. } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = A^T \cdot B + 3E - 2A$$

$$\text{№ 14. } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}, C = 2E + A \cdot B^T - B$$

$$\text{№ 15. } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, C = A \cdot B + 3E^T + 4A$$

$$\text{№ 16. } A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 8 & 5 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}, C = 7A^T - A \cdot B + E$$

$$\text{№ 17. } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}, C = A^T \cdot B^T + E - 5B$$

$$\text{№ 18. } A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}, C = B^T \cdot A^T - 3B + E$$

$$\text{№ 19. } A = \begin{pmatrix} 5 & -8 & -4 \\ 7 & 0 & -5 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}, C = B \cdot A - 2A^T - E$$

$$\text{№ 20. } A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 0 \\ 4 & 5 & 1 \\ -2 & 3 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 0 & 2 & 6 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, C = B \cdot A^T - 4A + 6E$$

$$\text{№ 21. } A = \begin{pmatrix} 8 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & -1 \\ 10 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, C = A \cdot B + 3B^T - 5E$$

$$\text{№ 22. } A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, C = 2A + B \cdot A^T + 3E$$

$$\text{№ 23. } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -4 \end{pmatrix}, C = A^T \cdot B + 3E - 2A$$

$$\text{№ 24. } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 2 & 5 & -3 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}, C = 2E + A \cdot B^T - B$$

$$\text{№ 25. } A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}, C = A \cdot B + 3E^T + 4A$$

$$\text{№ 26. } A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}, C = 7A^T - A \cdot B + E$$

$$\text{№ 27. } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 4 & -9 & 3 \\ 2 & -7 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 5 & -6 & 4 \\ 7 & -4 & 1 \end{pmatrix}, C = A^T \cdot B^T + E - 5B$$

$$\text{№ 28. } A = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}, C = B^T \cdot A^T - 3B + E$$

$$\text{№ 29. } A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, C = B \cdot A - 2A^T - E$$

$$\text{№ 30. } A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B \cdot A^T - 4A + 6E$$

1.3 Завдання № 1.3

Дани матриці. Вказати всі випадки для яких можливий добуток двох матриць, а також записати розміри відповідних добутків [8, 9].

№ 1. $A(3 \times 4), B(2 \times 3), C(4 \times 5), F(3 \times 2)$

№ 2. $A(5 \times 4), B(4 \times 1), C(5 \times 2), F(2 \times 3)$

№ 3. $A(1 \times 6), B(8 \times 9), C(6 \times 9), F(9 \times 2)$

№ 4. $A(3 \times 4), B(2 \times 3), C(4 \times 5), F(3 \times 2)$

№ 5. $A(3 \times 2), B(2 \times 1), C(6 \times 7), F(1 \times 4)$

№ 6. $A(2 \times 9), B(3 \times 2), C(4 \times 5), F(5 \times 4)$

№ 7. $A(12 \times 1), B(5 \times 2), C(13 \times 3), F(2 \times 1)$

№ 8. $A(5 \times 1), B(1 \times 6), C(3 \times 4), F(5 \times 2)$

№ 9. $A(5 \times 7), B(1 \times 3), C(7 \times 10), F(15 \times 1)$

№ 10. $A(6 \times 5), B(8 \times 1), C(2 \times 3), F(1 \times 5)$

№ 11. $A(5 \times 3), B(5 \times 1), C(1 \times 4), F(2 \times 2)$

№ 12. $A(3 \times 4), B(2 \times 3), C(1 \times 5), F(3 \times 2)$

№ 13. $A(4 \times 1), B(1 \times 6), C(2 \times 4), F(6 \times 2)$

№ 14. $A(5 \times 1), B(1 \times 6), C(6 \times 4), F(4 \times 5)$

№ 15. $A(6 \times 1), B(1 \times 6), C(2 \times 4), F(6 \times 2)$

№ 16. $A(5 \times 1), B(5 \times 6), C(3 \times 1), F(1 \times 3)$

- № 17. $A(5 \times 1), B(1 \times 9), C(3 \times 9), F(5 \times 3)$
 № 18. $A(6 \times 1), B(1 \times 6), C(3 \times 4), F(1 \times 3)$
 № 19. $A(2 \times 9), B(9 \times 6), C(6 \times 4), F(6 \times 2)$
 № 20. $A(4 \times 1), B(1 \times 6), C(2 \times 6), F(4 \times 2)$
 № 21. $A(13 \times 8), B(7 \times 6), C(8 \times 4), F(7 \times 13)$
 № 22. $A(3 \times 1), B(2 \times 4), C(3 \times 4), F(1 \times 2)$
 № 23. $A(4 \times 3), B(9 \times 4), C(3 \times 4), F(5 \times 9)$
 № 24. $A(3 \times 2), B(2 \times 6), C(3 \times 4), F(6 \times 2)$
 № 25. $A(3 \times 1), B(1 \times 5), C(3 \times 4), F(5 \times 3)$
 № 26. $A(2 \times 1), B(1 \times 4), C(5 \times 4), F(5 \times 2)$
 № 27. $A(6 \times 1), B(1 \times 6), C(3 \times 4), F(4 \times 3)$
 № 28. $A(4 \times 1), B(1 \times 6), C(4 \times 6), F(6 \times 1)$
 № 29. $A(7 \times 4), B(3 \times 7), C(3 \times 4), F(7 \times 4)$
 № 30. $A(5 \times 2), B(3 \times 5), C(3 \times 2), F(5 \times 2)$

1.4 Завдання № 1.4

Обчислити ранг матриці A [9].

$$\text{№ 1. } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -3 \\ -4 & 3 & 2 & 5 \\ 5 & 5 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & 3 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 2. } A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 & -1 \\ 7 & 8 & 4 & 3 \\ 7 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 3. } A = \begin{pmatrix} 2 & 14 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ -2 & 6 & 9 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 4. } A = \begin{pmatrix} 3 & 10 & 1 & 5 \\ 1 & 15 & 2 & 15 \\ 8 & 17 & 2 & 11 \\ -8 & -22 & -3 & -20 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 5. } A = \begin{pmatrix} -2 & 6 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 10 & 9 & 7 \\ 0 & 8 & 9 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 6. } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & -5 & 7 \\ 3 & 1 & -4 & 6 \\ 1 & -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 7. } A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 3 & 1 \\ 3 & 7 & -4 & -1 \\ 5 & -9 & 5 & 2 \\ 4 & -6 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 8. } A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 & 4 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \\ -3 & 1 & 2 & 5 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 9. } A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 10. } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 11. } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -2 & 5 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 12. } A = \begin{pmatrix} 3 & -9 & 2 & 1 \\ 6 & 20 & 5 & -3 \\ 3 & 10 & -4 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 13. } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 3 & -2 \\ 3 & -3 & 6 & -9 \\ 1 & 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 14. } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & -3 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{№ 15.} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 6 & 4 \\ 3 & 4 & 12 & 0 \\ 2 & 8 & 5 & 7 \\ 2 & 3 & 14 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{№ 16.} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{№ 17.} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 5 & -2 \\ 3 & 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{№ 18.} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 3 & -1 & 4 & 6 \\ 1 & 5 & 6 & -1 \\ 7 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{№ 19.} \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 & 7 \\ 5 & 2 & 3 & 6 \\ 1 & 5 & 9 & -4 \\ 8 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{№ 20.} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 2 & -1 & 4 & 6 \\ 1 & 5 & 6 & -2 \\ 8 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 21. } A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 & 4 \\ 2 & -1 & 4 & 6 \\ 1 & 10 & 6 & -4 \\ 8 & 3 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 22. } A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 6 & 5 \\ 8 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 23. } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & 4 & 6 \\ 1 & 3 & 6 & 5 \\ 8 & -2 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 24. } A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 & 7 \\ -4 & -2 & 2 & 6 \\ 1 & -3 & 1 & -4 \\ 8 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 25. } A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 & 7 \\ 5 & 4 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 26. } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 6 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & 2 & -4 \\ 5 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 27. } A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 & 7 \\ 5 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 6 & -4 \\ 4 & 3 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 28. } A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 10 & 2 \\ 4 & 5 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -6 & 8 \\ -1 & -1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 29. } A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 & 1 \\ 5 & 6 & 3 & 6 \\ 1 & 2 & 9 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 30. } A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 2 & 3 \\ 5 & 3 & 4 & 2 \\ 4 & 6 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

1.5 Завдання № 1.5

Знайти матрицю, обернену до матриці A . Виконати перевірку, знайшовши добуток $A \cdot A^{-1}$ або $A^{-1} \cdot A$ [2-4].

$$\text{№ 1. } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 2. } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -5 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 3. } A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 4. } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 5. } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 6. } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 7. } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 8. } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 9. } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 10. } A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & -11 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 11. } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 12. } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 13. } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 4 & -2 & 7 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 14. } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 15. } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 16. } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 4 & -9 & 3 \\ 2 & -7 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 17. } A = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 18. } A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 19. } A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 20. } A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 1 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 21. } A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 22. } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 23. } A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 24. } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 25. } A = \begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 26. } A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 27. } A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 28. } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 29. } A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{№ 30. } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

1.6 Завдання № 1.6

Розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь: а) за формулами Крамера; б) методом Гауса; в) матричним методом [9].

$$\text{№ 1. } \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 8 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 11 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 13 \end{cases}$$

$$\text{№ 2. } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + 6x_2 + x_3 = 10 \\ x_1 + x_2 + 6x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 3. } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 4. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 8 \end{cases}$$

$$\text{№ 5. } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

$$\text{№ 6. } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 7. } \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 9 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 8. } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = -6 \end{cases}$$

$$\text{№ 9. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 13 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{№ 10.} & \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = -7 \end{cases} \\ \text{№ 11.} & \begin{cases} 4x_1 - x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -4 \end{cases} \\ \text{№ 12.} & \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -2 \end{cases} \\ \text{№ 13.} & \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -2 \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 3 \end{cases} \\ \text{№ 14.} & \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 15 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \end{cases} \\ \text{№ 15.} & \begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 7 \end{cases} \\ \text{№ 16.} & \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 9 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -1 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 9 \end{cases} \\ \text{№ 17.} & \begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 = 8 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{№ 18.} \begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 9 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 6 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$$

$$\text{№ 19.} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 12 \\ -3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 20.} \begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = 14 \\ -5x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$$

$$\text{№ 21.} \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 22.} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -2 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + 5x_2 + 5x_3 = -3 \end{cases}$$

$$\text{№ 23.} \begin{cases} -x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1 \\ -2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 2 \\ -3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 24.} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -17 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -24 \end{cases}$$

$$\text{№ 25.} \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 4 \\ -2x_1 + x_2 + 5x_3 = -3 \end{cases}$$

$$\text{№ 26. } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 31 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$$

$$\text{№ 27. } \begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 11 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -3 \end{cases}$$

$$\text{№ 28. } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 + 5x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

$$\text{№ 29. } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases}$$

$$\text{№ 30. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 - 7x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$$

1.7 Завдання № 1.7

Знайти загальний розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь [2, 3, 9].

$$\text{№ 1. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 5 \end{cases}$$

$$\text{№ 2. } \begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5 \\ 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 + x_4 = 9 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 4 \end{cases}$$

$$\text{№ 3. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1 \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - x_4 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 4. } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 5. } \begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 4 \\ 2x_1 - 9x_2 + 2x_3 + x_4 = 7 \\ x_1 - 4x_2 - x_3 - 4x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 6. } \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 2 \\ 3x_1 - 8x_2 + x_3 + 2x_4 = 5 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 7. } \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3 \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - x_4 = 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 8. } \begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 7 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 9. } \begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 10. } \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 11. } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 1 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 12. } \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 2 \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 - 4x_4 = 5 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 13. } \begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 - 3x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 14. } \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 - x_4 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 15. } \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ 4x_1 - 3x_2 + 8x_3 - 9x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 16. } \begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 17. } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1 \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 = 3 \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 - 3x_4 = 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 18. } \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3 \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - 3x_4 = 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 19. } \begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5 \\ 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 + x_4 = 9 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 4 \end{cases}$$

$$\text{№ 20. } \begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 - x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 21. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 5 \end{cases}$$

$$\text{№ 22. } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 1 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 23. } \begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 4 \\ 2x_1 - 9x_2 + 2x_3 + x_4 = 7 \\ x_1 - 4x_2 - x_3 - 3x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 24. } \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 2 \\ 3x_1 - 8x_2 + x_3 + 2x_4 = 5 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 - x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 25. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1 \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 + x_4 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 26. } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + 4x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 27. } \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{№ 28. } \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 2 \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 - 4x_4 = 5 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - 4x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{№ 29. } \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 - x_4 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 4x_4 = 2 \end{cases}$$

$$\text{№ 30. } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1 \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 = 3 \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

1.8 Завдання № 1.8

Знайти фундаментальний розв'язок системи однорідних лінійних рівнянь [9].

$$\text{№ 1. } \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 2. } \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 3. } \begin{cases} x_1 + x_2 + 10x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 - 12x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 4. } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 3x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + 6x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 16x_2 - 6x_3 + 6x_4 + 7x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 5. } \begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0 \\ -4x_1 + 6x_2 - 14x_3 + 2x_4 + 8x_5 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 6. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 7. } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 10x_2 - 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0 \\ 4x_1 + 19x_2 - 4x_3 - 5x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 8. } \begin{cases} 8x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 9. } \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 9x_3 - 4x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0 \\ 6x_1 + 2x_2 + 11x_3 - 2x_4 - 6x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 10. } \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 12x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 10x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

- № 11.
$$\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$
- № 12.
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 16x_3 + x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases}$$
- № 13.
$$\begin{cases} 12x_1 - x_2 + 7x_3 + 11x_4 - x_5 = 0 \\ 24x_1 - 2x_2 + 14x_3 + 22x_4 - 2x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$
- № 14.
$$\begin{cases} 7x_1 - 14x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 0 \\ 5x_1 - 10x_2 + x_3 + 5x_4 - 13x_5 = 0 \end{cases}$$
- № 15.
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 - 5x_5 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 6x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$
- № 16.
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 6x_3 - 4x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$
- № 17.
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$
- № 18.
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 9x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + 7x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 19. } \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 20. } \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0 \\ 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 21. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 10x_4 - x_5 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 10x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 6x_2 - 9x_3 + 30x_4 - 3x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 22. } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 + 4x_5 = 0 \\ 7x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 - 7x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 23. } \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 7x_4 + 5x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 - 7x_5 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 24. } \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0 \\ 7x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 25. } \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0 \\ x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 26. } \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 9x_4 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 27. } \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 - 5x_5 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 + x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 28. } \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 + 3x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 29. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 11x_3 - 6x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 30. } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$$

2 ВЕКТОРНА АЛГЕБРА ТА АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

2.1 Завдання № 2.1

Для заданих точок A, B, C знайти [8, 9]:

а) орт вектора $\vec{a} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$;

б) кут між векторами \overrightarrow{AB} та \overrightarrow{AC} ;

в) проекцію вектора \overrightarrow{AB} на вектор \vec{a} ;

г) координати точки M , яка ділить відрізок BC у відношенні

2:3.

№ 1. $A(1, -2, 3), B(0, -1, 2), C(3, -4, 5)$

№ 2. $A(0, -3, 6), B(-12, -3, -3), C(-9, -3, -6)$

№ 3. $A(3, 3, -1), B(5, 5, -2), C(4, 1, 1)$

№ 4. $A(1, 0, -2), B(2, -1, 3), C(0, -3, 2)$

№ 5. $A(0, 0, 4), B(-3, -6, 1), C(-5, -10, -1)$

№ 6. $A(-1, 2, -3), B(0, 1, -2), C(-3, 4, -5)$

№ 7. $A(-4, -2, 0), B(-1, -2, 4), C(3, -2, 1)$

№ 8. $A(2, -8, -1), B(4, -6, 0), C(-2, -5, -1)$

№ 9. $A(0, 3, -6), B(9, 3, 6), C(12, 3, 3)$

№ 10. $A(5, 3, -1), B(5, 2, 0), C(6, 4, -1)$

№ 11. $A(3, -6, 9), B(0, -3, 6), C(9, -12, 15)$

№ 12. $A(3, -3, -1), B(5, 1, -2), C(4, 1, -3)$

№ 13. $A(-3, -7, -5), B(0, -1, -2), C(2, 3, 0)$

№ 14. $A(0, 2, -4), B(8, 2, 2), C(6, 2, 4)$

№ 15. $A(-2, 1, 1), B(2, 3, -2), C(0, 0, 3)$

№ 16. $A(2, -4, 6), B(0, -2, 4), C(6, -8, 10)$

№ 17. $A(0, -3, 5), B(-7, 2, 6), C(-3, 2, 4)$

№ 18. $A(1, 4, -1), B(-2, 4, -5), C(8, 4, 0)$

№ 19. $A(0, 1, -2), B(3, 1, 2), C(4, 1, 1)$

№ 20. $A(-4, 3, 0), B(0, 1, 3), C(-2, 4, -2)$

№ 21. $A(0, 1, 0), B(0, 2, 1), C(1, 2, 0)$

№ 22. $A(1, 9, -4), B(5, 7, 1), C(3, 5, 0)$

№ 23. $A(1, -1, 0), B(-2, -1, 4), C(8, -1, -1)$

№ 24. $A(-4, 0, 4), B(-1, 6, 7), C(1, 10, 9)$

№ 25. $A(2, 1, -1), B(6, -1, -4), C(4, 2, 1)$

№ 26. $A(7, 0, 2), B(7, 1, 3), C(8, -1, 2)$

№ 27. $A(-2, 4, -6), B(0, 2, -4), C(-6, 8, -10)$

№ 28. $A(-1, -2, 1), B(-4, -2, 5), C(-8, -2, 2)$

№ 29. $A(2, 3, 2), B(-1, -3, -1), C(-3, -7, -3)$

№ 30. $A(2, 2, 7), B(0, 0, 6), C(-2, 5, 7)$

2.2 Завдання № 2.2

Обчислити площу паралелограму, побудованого на векторах \bar{a} і \bar{b} [3, 9].

№ 1. $\bar{a} = \bar{p} + 2\bar{q}, \bar{b} = 3\bar{p} - \bar{q}, |\bar{p}| = 1, |\bar{q}| = 2, (\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/6.$

№ 2. $\bar{a} = 3\bar{p} + \bar{q}, \bar{b} = \bar{p} - 2\bar{q}, |\bar{p}| = 4, |\bar{q}| = 1, (\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/4.$

№ 3. $\bar{a} = \bar{p} - 3\bar{q}, \bar{b} = \bar{p} + 2\bar{q}, |\bar{p}| = 1/5, |\bar{q}| = 1, (\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/2.$

№ 4. $\bar{a} = 3\bar{p} - 2\bar{q}, \bar{b} = \bar{p} + 5\bar{q}, |\bar{p}| = 4, |\bar{q}| = 1/2, (\bar{p} \wedge \bar{q}) = 5\pi/6.$

№ 5. $\bar{a} = \bar{p} - 2\bar{q}, \bar{b} = 2\bar{p} + \bar{q}, |\bar{p}| = 2, |\bar{q}| = 3, (\bar{p} \wedge \bar{q}) = 3\pi/4.$

№ 6. $\bar{a} = \bar{p} + 3\bar{q}, \bar{b} = \bar{p} - 2\bar{q}, |\bar{p}| = 2, |\bar{q}| = 3, (\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/3.$

№ 7. $\bar{a} = 2\bar{p} - \bar{q}, \bar{b} = \bar{p} + 3\bar{q}, |\bar{p}| = 3, |\bar{q}| = 2, (\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/2.$

№ 8. $\bar{a} = 4\bar{p} + \bar{q}, \bar{b} = \bar{p} - \bar{q}, |\bar{p}| = 7, |\bar{q}| = 2, (\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/4.$

- № 9. $\bar{a} = \bar{p} - 4\bar{q}$, $\bar{b} = 3\bar{p} + \bar{q}$, $|\bar{p}| = 1$, $|\bar{q}| = 2$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/6$.
- № 10. $\bar{a} = \bar{p} + 4\bar{q}$, $\bar{b} = 2\bar{p} - \bar{q}$, $|\bar{p}| = 7$, $|\bar{q}| = 2$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/3$.
- № 11. $\bar{a} = 3\bar{p} + 2\bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} - \bar{q}$, $|\bar{p}| = 10$, $|\bar{q}| = 1$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/2$.
- № 12. $\bar{a} = 4\bar{p} - \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} + 2\bar{q}$, $|\bar{p}| = 5$, $|\bar{q}| = 4$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/4$.
- № 13. $\bar{a} = 2\bar{p} + 23\bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} - 2\bar{q}$, $|\bar{p}| = 6$, $|\bar{q}| = 7$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/3$.
- № 14. $\bar{a} = 3\bar{p} - \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} + 2\bar{q}$, $|\bar{p}| = 3$, $|\bar{q}| = 4$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/3$.
- № 15. $\bar{a} = 2\bar{p} + 3\bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} - 2\bar{q}$, $|\bar{p}| = 2$, $|\bar{q}| = 3$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/4$.
- № 16. $\bar{a} = 2\bar{p} - 3\bar{q}$, $\bar{b} = 3\bar{p} + \bar{q}$, $|\bar{p}| = 4$, $|\bar{q}| = 1$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/6$.
- № 17. $\bar{a} = 5\bar{p} + \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} - 3\bar{q}$, $|\bar{p}| = 1$, $|\bar{q}| = 2$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/3$.
- № 18. $\bar{a} = 7\bar{p} - 2\bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} + 3\bar{q}$, $|\bar{p}| = 1/2$, $|\bar{q}| = 2$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/2$.
- № 19. $\bar{a} = 6\bar{p} - \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} + \bar{q}$, $|\bar{p}| = 3$, $|\bar{q}| = 4$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/4$.
- № 20. $\bar{a} = 10\bar{p} + \bar{q}$, $\bar{b} = 3\bar{p} - 2\bar{q}$, $|\bar{p}| = 4$, $|\bar{q}| = 1$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/6$.
- № 21. $\bar{a} = 6\bar{p} - \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} + 2\bar{q}$, $|\bar{p}| = 8$, $|\bar{q}| = 1/2$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/3$.
- № 22. $\bar{a} = 3\bar{p} + 4\bar{q}$, $\bar{b} = \bar{q} - \bar{p}$, $|\bar{p}| = 2,5$, $|\bar{q}| = 2$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/2$.
- № 23. $\bar{a} = 7\bar{p} + \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} - 3\bar{q}$, $|\bar{p}| = 3$, $|\bar{q}| = 1$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = 3\pi/4$.
- № 24. $\bar{a} = \bar{p} + 3\bar{q}$, $\bar{b} = 3\bar{p} - \bar{q}$, $|\bar{p}| = 3$, $|\bar{q}| = 5$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/3$.
- № 25. $\bar{a} = 3\bar{p} + \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} - 3\bar{q}$, $|\bar{p}| = 7$, $|\bar{q}| = 2$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/4$.
- № 26. $\bar{a} = 5\bar{p} - \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} + \bar{q}$, $|\bar{p}| = 5$, $|\bar{q}| = 3$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = 5\pi/6$.
- № 27. $\bar{a} = 3\bar{p} - 4\bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} + 3\bar{q}$, $|\bar{p}| = 2$, $|\bar{q}| = 3$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/4$.
- № 28. $\bar{a} = 6\bar{p} - \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} + 5\bar{q}$, $|\bar{p}| = 1/2$, $|\bar{q}| = 4$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = 5\pi/6$.
- № 29. $\bar{a} = 2\bar{p} + 3\bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} - 2\bar{q}$, $|\bar{p}| = 2$, $|\bar{q}| = 1$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/3$.
- № 30. $\bar{a} = 2\bar{p} - 3\bar{q}$, $\bar{b} = 5\bar{p} + \bar{q}$, $|\bar{p}| = 2$, $|\bar{q}| = 3$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/2$.

2.3 Завдання № 2.3

Довести, що вектори \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} утворюють базис. Знайти координати вектора \vec{d} у цьому базисі [1, 9].

№ 1. $\vec{a} = (2, 3, 1)$, $\vec{b} = (0, 3, 3)$, $\vec{c} = (0, 2, -4)$, $\vec{d} = (-2, 1, 2)$

№ 2. $\vec{a} = (-1, 5, 2)$, $\vec{b} = (3, -1, 0)$, $\vec{c} = (5, 4, 0)$, $\vec{d} = (0, 1, 7)$

№ 3. $\vec{a} = (-2, 0, 4)$, $\vec{b} = (3, 4, 3)$, $\vec{c} = (1, 0, 3)$, $\vec{d} = (-1, -1, 4)$

№ 4. $\vec{a} = (0, -4, 3)$, $\vec{b} = (-2, -3, 1)$, $\vec{c} = (0, 2, 3)$, $\vec{d} = (-2, -3, 0)$

№ 5. $\vec{a} = (5, 2, 1)$, $\vec{b} = (1, 0, 1)$, $\vec{c} = (-2, 0, 2)$, $\vec{d} = (4, 1, 2)$

№ 6. $\vec{a} = (2, 0, 8)$, $\vec{b} = (1, 0, 1)$, $\vec{c} = (-4, 5, 1)$, $\vec{d} = (2, -2, 1)$

№ 7. $\vec{a} = (1, 0, -3)$, $\vec{b} = (6, 0, -1)$, $\vec{c} = (5, 4, -1)$, $\vec{d} = (3, 1, -1)$

№ 8. $\vec{a} = (1, 0, -1)$, $\vec{b} = (-2, 0, -1)$, $\vec{c} = (2, 2, 4)$, $\vec{d} = (1, -4, 0)$

№ 9. $\vec{a} = (2, 2, -2)$, $\vec{b} = (1, 0, 8)$, $\vec{c} = (-4, 0, 1)$, $\vec{d} = (-3, -1, 3)$

№ 10. $\vec{a} = (1, -4, 0)$, $\vec{b} = (1, 2, 4)$, $\vec{c} = (3, -3, 0)$, $\vec{d} = (0, 2, 5)$

№ 11. $\vec{a} = (0, 1, 2)$, $\vec{b} = (1, 0, 1)$, $\vec{c} = (-1, 2, 4)$, $\vec{d} = (-2, 4, 7)$

№ 12. $\vec{a} = (4, 1, 1)$, $\vec{b} = (2, 0, -3)$, $\vec{c} = (-1, 2, 1)$, $\vec{d} = (-9, 5, 5)$

№ 13. $\vec{a} = (1, 3, 0)$, $\vec{b} = (2, -1, 1)$, $\vec{c} = (0, -1, 2)$, $\vec{d} = (6, 12, -1)$

№ 14. $\vec{a} = (-2, 0, 1)$, $\vec{b} = (1, 3, -1)$, $\vec{c} = (0, 4, 1)$, $\vec{d} = (-5, -5, 5)$

№ 15. $\vec{a} = (1, 0, 2)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$, $\vec{c} = (2, -1, 4)$, $\vec{d} = (3, -3, 4)$

№ 16. $\vec{a} = (2, 1, -1)$, $\vec{b} = (0, 3, 2)$, $\vec{c} = (1, -1, 1)$, $\vec{d} = (1, -4, 4)$

№ 17. $\vec{a} = (5, 1, 0)$, $\vec{b} = (2, -1, 3)$, $\vec{c} = (1, 0, -1)$, $\vec{d} = (13, 2, 7)$

$$\text{№ 18. } \vec{a} = (3, 1, 0), \quad \vec{b} = (-1, 2, 1), \quad \vec{c} = (-1, 0, 2), \quad \vec{d} = (3, 3, -1)$$

$$\text{№ 19. } \vec{a} = (-1, 2, 1), \quad \vec{b} = (2, 0, 3), \quad \vec{c} = (1, 1, -1), \quad \vec{d} = (-1, 7, -4)$$

$$\text{№ 20. } \vec{a} = (1, 2, -1), \quad \vec{b} = (3, 0, 2), \quad \vec{c} = (-1, 1, 1), \quad \vec{d} = (8, 1, 12)$$

$$\text{№ 21. } \vec{a} = (1, -1, 2), \quad \vec{b} = (3, 2, 0), \quad \vec{c} = (-1, 1, 1), \quad \vec{d} = (11, -1, 4)$$

$$\text{№ 22. } \vec{a} = (1, -1, 2), \quad \vec{b} = (3, 0, 2), \quad \vec{c} = (-1, 1, 1), \quad \vec{d} = (11, -1, 4)$$

$$\text{№ 23. } \vec{a} = (0, 1, 3), \quad \vec{b} = (1, 2, -1), \quad \vec{c} = (2, 0, -1), \quad \vec{d} = (3, 1, 8)$$

$$\text{№ 24. } \vec{a} = (2, 1, 0), \quad \vec{b} = (1, 0, 1), \quad \vec{c} = (4, 2, 1), \quad \vec{d} = (3, 1, 3)$$

$$\text{№ 25. } \vec{a} = (2, 0, 1), \quad \vec{b} = (1, 1, 0), \quad \vec{c} = (4, 1, 2), \quad \vec{d} = (8, 0, 5)$$

$$\text{№ 26. } \vec{a} = (1, 0, 2), \quad \vec{b} = (-1, 0, 1), \quad \vec{c} = (2, 5, -3), \quad \vec{d} = (11, 5, -3)$$

$$\text{№ 27. } \vec{a} = (1, 0, 1), \quad \vec{b} = (1, -2, 0), \quad \vec{c} = (0, 3, 1), \quad \vec{d} = (2, 7, 5)$$

$$\text{№ 28. } \vec{a} = (1, 0, 1), \quad \vec{b} = (0, -2, 1), \quad \vec{c} = (1, 3, 0), \quad \vec{d} = (8, 9, 4)$$

$$\text{№ 29. } \vec{a} = (1, 1, 0), \quad \vec{b} = (0, 1, -2), \quad \vec{c} = (1, 0, 3), \quad \vec{d} = (2, -1, 11)$$

$$\text{№ 30. } \vec{a} = (1, 0, 5), \quad \vec{b} = (-1, 3, 2), \quad \vec{c} = (0, -1, 1), \quad \vec{d} = (5, 15, 0)$$

2.4 Завдання № 2.4

В трикутнику ABC , що заданий координатами вершин, знайти [4, 9]:

а) рівняння сторони AB ;

б) рівняння висоти CH та її довжину;

в) рівняння прямої, яка проходить через точку C паралельно AB ;

г) рівняння медіани BM та її довжину.

$$\text{№ 1. } A(3; -6), \quad B(0; -2), \quad C(9; 5)$$

- № 2. $A(2;-4)$, $B(8;2)$, $C(6;4)$
№ 3. $A(3;-1)$, $B(5;-2)$, $C(4;1)$
№ 4. $A(-4;3)$, $B(0;1)$, $C(-2;4)$
№ 5. $A(1;0)$, $B(-2;4)$, $C(8;-1)$
№ 6. $A(7;2)$, $B(1;3)$, $C(8;-1)$
№ 7. $A(3;2)$, $B(-1;-3)$, $C(-3;-7)$
№ 8. $A(2;7)$, $B(0;6)$, $C(-2;5)$
№ 9. $A(2;-3)$, $B(1;-2)$, $C(4;-5)$
№ 10. $A(0;-6)$, $B(3;6)$, $C(-3;3)$
№ 11. $A(3;-1)$, $B(5;1)$, $C(4;-3)$
№ 12. $A(-2;1)$, $B(2;-3)$, $C(0;3)$
№ 13. $A(4;-1)$, $B(-2;-5)$, $C(8;0)$
№ 14. $A(0;1)$, $B(2;-1)$, $C(1;-2)$
№ 15. $A(-4;4)$, $B(-1;6)$, $C(1;9)$
№ 16. $A(-2;3)$, $B(-1;2)$, $C(3;-4)$
№ 17. $A(-3;6)$, $B(-12;-3)$, $C(-9;-6)$
№ 18. $A(3;-1)$, $B(5;-2)$, $C(4;1)$
№ 19. $A(-1;2)$, $B(3;4)$, $C(1;-1)$
№ 20. $A(-4;0)$, $B(-1;4)$, $C(3;-2)$
№ 21. $A(5;3)$, $B(2;0)$, $C(6;4)$
№ 22. $A(-3;-7)$, $B(-1;-2)$, $C(2;3)$
№ 23. $A(2;6)$, $B(-2;4)$, $C(-8;10)$
№ 24. $A(-1;-2)$, $B(-1;2)$, $C(4;1)$
№ 25. $A(-3;-1)$, $B(5;-2)$, $C(4;2)$
№ 26. $A(-2;1)$, $B(6;-4)$, $C(4;2)$
№ 27. $A(-1;1)$, $B(-2;5)$, $C(-8;-2)$

№ 28. $A(0; 4)$, $B(-3; -6)$, $C(-5; -10)$

№ 29. $A(2; -8)$, $B(4; -6)$, $C(-2; -7)$

№ 30. $A(2; -4)$, $B(6; -2)$, $C(7; -3)$

2.5 Завдання № 2.5

В піраміді $A_1A_2A_3A_4$, яка задана координатами вершин, знайти [3, 9]:

а) рівняння ребра A_2A_4 ;

б) рівняння грані $A_1A_2A_3$ та її площу;

в) об'єм піраміди;

г) довжину висоти, проведеної з вершини A_4 до грані $A_1A_2A_3$;

д) кут між гранню $A_1A_2A_3$ та ребром A_2A_4 .

№ 1. $A_1(1; 3; 0)$, $A_2(4; -1; 2)$, $A_3(3; 0; 1)$, $A_4(-4; 3; 5)$

№ 2. $A_1(-2; -1; -1)$, $A_2(0; 3; 2)$, $A_3(3; 1; -4)$, $A_4(-4; 7; 3)$

№ 3. $A_1(-3; -5; 6)$, $A_2(2; 1; -4)$, $A_3(0; -3; -1)$, $A_4(-5; 2; -8)$

№ 4. $A_1(2; -4; -3)$, $A_2(5; -6; 0)$, $A_3(-1; 3; -3)$, $A_4(-10; -8; 7)$

№ 5. $A_1(1; -1; 2)$, $A_2(2; 1; 2)$, $A_3(1; 1; 4)$, $A_4(6; -3; 8)$

№ 6. $A_1(9; 5; 5)$, $A_2(-3; 7; 1)$, $A_3(5; 7; 8)$, $A_4(6; 9; 2)$

№ 7. $A_1(0; 7; 1)$, $A_2(4; 1; 5)$, $A_3(4; 6; 3)$, $A_4(3; 9; 8)$

№ 8. $A_1(5; 5; 4)$, $A_2(3; 8; 4)$, $A_3(3; 5; 10)$, $A_4(5; 8; 2)$

№ 9. $A_1(6; 1; 1)$, $A_2(4; 6; 6)$, $A_3(4; 2; 0)$, $A_4(1; 2; 6)$

№ 10. $A_1(7; 5; 3)$, $A_2(9; 4; 4)$, $A_3(4; 5; 7)$, $A_4(7; 9; 6)$

№ 11. $A_1(1; 3; 2)$, $A_2(4; 0; 2)$, $A_3(2; 0; 0)$, $A_4(3; 2; 5)$

№ 12. $A_1(2; 2; 5)$, $A_2(1; -3; 2)$, $A_3(3; 0; 6)$, $A_4(-3; 2; 4)$

- № 13. $A_1(1; 2; 3), A_2(-2; 0; -1), A_3(0; 0; -4), A_4(3; 2; -8)$
- № 14. $A_1(2; 4; -1), A_2(1; -2; 1), A_3(1; 4; 2), A_4(-1; 3; 0)$
- № 15. $A_1(3; 2; 7), A_2(-2; 1; 0), A_3(2; -1; 4), A_4(6; 1; 5)$
- № 16. $A_1(1; 3; 6), A_2(2; 2; 1), A_3(-1; 0; 1), A_4(-4; 6; -3)$
- № 17. $A_1(2; -4; -3), A_2(-4; -1; -5), A_3(5; -6; 0), A_4(-1; 3; -3)$
- № 18. $A_1(2; 1; 4), A_2(-3; -5; 6), A_3(-3; 5; 0), A_4(-5; -8; 2)$
- № 19. $A_1(-2; -1; -1), A_2(0; 3; 2), A_3(3; 1; -4), A_4(-4; 7; 3)$
- № 20. $A_1(1; 3; 0), A_2(3; 4; -4), A_3(4; -1; 2), A_4(0; 1; 6)$
- № 21. $A_1(10; -3; 0), A_2(-4; 1; 2), A_3(3; 1; -4), A_4(2; -1; 5)$
- № 22. $A_1(1; 2; -1), A_2(2; -2; 1), A_3(3; 1; 0), A_4(-1; 0; 2)$
- № 23. $A_1(-1; 2; -3), A_2(4; -1; 0), A_3(2; 1; -2), A_4(3; 4; 5)$
- № 24. $A_1(2; -7; -3), A_2(5; -3; 2), A_3(-1; 5; 7), A_4(-3; 6; 3)$
- № 25. $A_1(1; 1; 2), A_2(2; -2; 4), A_3(-1; -1; 3), A_4(0; -3; -3)$
- № 26. $A_1(5; 2; 0), A_2(3; 5; -1), A_3(1; 2; 4), A_4(-1; 1; 2)$
- № 27. $A_1(-3; -7; 4), A_2(-2; 7; 5), A_3(-3; 6; 3), A_4(-1; 0; -2)$
- № 28. $A_1(2; -1; 4), A_2(1; 2; -4), A_3(3; 2; 1), A_4(-5; 4; 2)$
- № 29. $A_1(-2; 1; 1), A_2(4; 3; -3), A_3(1; 2; 0), A_4(-1; -2; 6)$
- № 30. $A_1(-1; 5; -3), A_2(2; 4; 4), A_3(4; 1; -1), A_4(2; 5; -6)$

2.6 Завдання № 2.6

Знайти точку N , яка симетрична точці M відносно заданої прямої або відносно заданої площини [2, 8, 9].

№ 1. $M(0, -3, -2), \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z}{1}$

$$\text{№ 2. } M(-1, 0, 1), \quad 2x + 4y - 3 = 0$$

$$\text{№ 3. } M(2, -2, -3), \quad \frac{x-1}{-1} = \frac{y+0,5}{0} = \frac{z+1,5}{0}$$

$$\text{№ 4. } M(2, -2, -3), \quad y + z + 2 = 0$$

$$\text{№ 5. } M(2, -1, 1), \quad \frac{x-4,5}{1} = \frac{y+3}{-0,5} = \frac{z-2}{1}$$

$$\text{№ 6. } M(-2, 0, 3), \quad 2x - 2y + 10z + 1 = 0$$

$$\text{№ 7. } M(-1, 0, 1), \quad \frac{x+0,5}{0} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-4}{2}$$

$$\text{№ 8. } M(-2, -3, 0), \quad x + 5y + 4 = 0$$

$$\text{№ 9. } M(1, 1, 1), \quad \frac{x-2}{1} = \frac{y+1,5}{-2} = \frac{z-1}{1}$$

$$\text{№ 10. } M(3, -3, -1), \quad 2x - 4y - 4z - 13 = 0$$

$$\text{№ 11. } M(0, -3, -2), \quad \frac{x-0,5}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z-1,5}{1}$$

$$\text{№ 12. } M(1, 0, -1), \quad 2y + 4z - 1 = 0$$

$$\text{№ 13. } M(1, 2, 3), \quad \frac{x-0,5}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z-1,5}{1}$$

$$\text{№ 14. } M(0, -3, -2), \quad 2x + 10y + 10z - 1 = 0$$

$$\text{№ 15. } M(1, 0, -1), \quad \frac{x-0,5}{0} = \frac{y-1,5}{2} = \frac{z}{0}$$

$$\text{№ 16. } M(1, 2, 3), \quad 2x + 10y + 10z - 1 = 0$$

$$\text{№ 17. } M(2, 1, 0), \quad \frac{x-2}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z+0,5}{1}$$

$$\text{№ 18. } M(1, 1, 1), \quad x + 4y + 3z + 5 = 0$$

$$\text{№ 19. } M(-2, -3, 0), \quad \frac{x+0,5}{1} = \frac{y+1,5}{0} = \frac{z-0,5}{1}$$

$$\text{№ 20. } M(2, -1, 1), \quad x - y + 2z - 2 = 0$$

$$\text{№ 21. } M(-1, 0, -1), \quad \frac{x}{-1} = \frac{y-1,5}{0} = \frac{z-2}{1}$$

$$\text{№ 22. } M(-1, 2, 0), \quad 4x - 5y - z - 7 = 0$$

$$\text{№ 23. } M(0, 2, 1), \quad \frac{x-1,5}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$$

$$\text{№ 24. } M(2, 1, 0), \quad y + z + 2 = 0$$

$$\text{№ 25. } M(3, -3, -1), \quad \frac{x-6}{5} = \frac{y-3,5}{4} = \frac{z+0,5}{0}$$

$$\text{№ 26. } M(0, 2, 1), \quad 2x + 4y - 3 = 0$$

$$\text{№ 27. } M(3, 3, 3), \quad \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1,5}{0} = \frac{z-3}{1}$$

$$\text{№ 28. } M(-1, 0, -1), \quad 2x + 6y - 2z + 11 = 0$$

$$\text{№ 29. } M(-1, 2, 0), \quad \frac{x+0,5}{1} = \frac{y+0,75}{-0,2} = \frac{z-2}{2}$$

$$\text{№ 30. } M(1, 0, 1), \quad 4x + 6y + 4z - 25 = 0$$

2.7 Завдання № 2.7

Привести рівняння до канонічного вигляду, визначити тип кривої, знайти її основні параметри, зробити рисунок [1, 9].

$$\text{№ 1. } x^2 - y^2 + 4x - 6y - 30 = 0$$

$$\text{№ 2. } x^2 - 4x - y - 5 = 0$$

$$\text{№ 3. } 3x^2 + y^2 - 12x + 6y - 13 = 0$$

$$\text{№ 4. } 2y^2 + 4x - 4y - 6 = 0$$

$$\text{№ 5. } 3x^2 - y^2 + 6x - 4y - 2 = 0$$

$$\text{№ 6. } 3x^2 + 5y^2 + 18x - 10y - 13 = 0$$

$$\text{№ 7. } -2x^2 + y^2 - 4x + 2y - 5 = 0$$

$$\text{№ 8. } 6x^2 + y^2 + 24x + 2y = 0$$

$$\text{№ 9. } x^2 - 6x + y - 1 = 0$$

$$\text{№ 10. } 5x^2 + 2y^2 + 30x - 8y - 7 = 0$$

$$\text{№ 11. } x^2 + 4y^2 - 12x - 6y + 36 = 0$$

$$\text{№ 12. } x^2 - 4y^2 + 8x + 32y - 52 = 0$$

$$\text{№ 13. } y^2 - x - 4y + 5 = 0$$

$$\text{№ 14. } 4x^2 + y^2 - 48x - 4y + 132 = 0$$

$$\text{№ 15. } x^2 - 4y^2 + 8x + 32y - 44 = 0$$

$$\text{№ 16. } y^2 - 4x - 4y + 8 = 0$$

$$\text{№ 17. } 4x^2 - y^2 - 24x - 2y + 31 = 0$$

$$\text{№ 18. } x^2 + y^2 - 6x + 4y + 9 = 0$$

$$\text{№ 19. } 4x^2 - y^2 - 16x - 4y + 16 = 0$$

$$\text{№ 20. } 9x^2 + y^2 - 54x - 2y + 72 = 0$$

$$\text{№ 21. } y^2 + x - 2y + 3 = 0$$

$$\text{№ 22. } 4x^2 - y^2 - 16x - 4y + 8 = 0$$

$$\text{№ 23. } x^2 + 4x + 4y - 8 = 0$$

$$\text{№ 24. } 9x^2 - y^2 - 8y - 25 = 0$$

$$\text{№ 25. } x^2 - 6x - y + 8 = 0$$

$$\text{№ 26. } 4x^2 + y^2 + 8x + 12 = 0$$

$$\text{№ 27. } y^2 + x - 4y + 2 = 0$$

$$\text{№ 28. } x^2 + y^2 + 8y + 7 = 0$$

$$\text{№ 29. } y^2 - x + 2y - 1 = 0$$

№ 30. $4x^2 + 25y^2 + 40x = 0$

2.8 Завдання № 2.8

Визначити тип поверхні [8, 9].

№ 1. $x^2 + 2y^2 + 6y - 2z = 0$

№ 2. $x^2 + 3y^2 - z^2 + 2z = 0$

№ 3. $2x^2 - 4y^2 + z^2 - 2z = 0$

№ 4. $x^2 - y^2 + 5z - 4 = 0$

№ 5. $x^2 + 2y^2 - 4z^2 - 4x + 4 = 0$

№ 6. $-x^2 + y^2 - z^2 - 2y = 0$

№ 7. $x^2 + 2y^2 - 4y - 2z = 0$

№ 8. $2x^2 - y^2 - 4y - z = 0$

№ 9. $9x^2 + 4y^2 - 36z^2 + 8y - 32 = 0$

№ 10. $x^2 - y^2 + 8z^2 + 4x = 0$

№ 11. $x^2 + y^2 - 2x - z + 2 = 0$

№ 12. $x^2 + 2y^2 + 4z^2 + 2x = 0$

№ 13. $x^2 + y^2 + 4z^2 - 4y = 0$

№ 14. $2y^2 + z^2 - x + 2z - 1 = 0$

№ 15. $9x^2 + 4y^2 - z^2 - 8y - 32 = 0$

№ 16. $x^2 - 2y^2 + z^2 + 2z = 0$

№ 17. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 4z = 0$

№ 18. $x^2 + 2y^2 - 4z + 8 = 0$

№ 19. $36x^2 + 16y^2 - 9z^2 + 18z = 0$

№ 20. $x^2 - y^2 - z^2 + 2z - 1 = 0$

№ 21. $x^2 + 2y^2 - 2x + z - 5 = 0$

№ 22. $x^2 - y^2 + z^2 + 4z = 0$

№ 23. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2z = 0$

№ 24. $x^2 + 2y^2 - z^2 + 2z + 1 = 0$

№ 25. $x^2 + 2z^2 - 4x + y - 4 = 0$

№ 26. $x^2 + y^2 + 4x + 2z = 0$

№ 27. $x^2 - 4y^2 + z^2 - 8y - 4 = 0$

№ 28. $4x^2 - 2y^2 - 4z^2 - 8x = 0$

№ 29. $5x^2 + 15y^2 - 4z^2 + 8z - 24 = 0$

№ 30. $x^2 + 2y^2 + 4z^2 - 6x - 4y - 16z - 21 = 0$

3 ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ

3.1 Завдання № 3.1

Обчислити границі функцій, не використовуючи правило Лопітала [6, 7, 9].

$$\text{№ 1. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 6x - 1}{3 - x^2 + 2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 5x + 6};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2\sqrt{x}}{x^2 + 4x - 5};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-5} \right)^{6x-5};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\sin 4x}.$$

$$\text{№ 2. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - x - 1}{3x^2 + 2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4x - 12}{x^2 - 4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x}}{x^2 - x - 2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{2+x} \right)^{3x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \cdot \operatorname{tg} x}.$$

$$\text{№ 3. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - x^2 - 1}{x + x^2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 2x - 8};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x^2 + 7x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x^2}{x^2} \right)^{2x^2-1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 1}{\sin 6x}.$$

$$\text{№ 4. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 6x - 1}{x^3 - x^2 + 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 6x + 5}{x^2 - 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{6-x}}{x^2 + 4x - 12};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{3x-2} \right)^{5x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\arcsin x}.$$

$$\text{№ 5. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 2x^2 - 2x}{x^2 + x + 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 20}{x^2 - 16};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{x^2 + x - 2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x+3}{7x-2} \right)^{4x-1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-2x)}{\operatorname{arctg} \frac{x}{3}}.$$

$$\text{№ 6. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x - 1}{5 - 6x^3 + 2x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - \sqrt{6-x}}{x^2 + 2x - 8};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+7} \right)^{3-x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-4^x}{\operatorname{arctg} x}.$$

$$\text{№ 7. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1-x^2}{3-x+2x^2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 16};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 + 4x - 5};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2}{x^2 - 4} \right)^{3x^2+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 6x}{\ln(1+2x)}.$$

$$\text{№ 8. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - x + 2}{x - x^3};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 + x - 2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7+2x}{6+2x} \right)^{3x-1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\arcsin 3x \cdot \ln(1 - 2x)}.$$

$$\text{№ 9. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 6x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 5x + 4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x^2 + x - 12};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 1} \right)^{2x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\ln(1 - 6x)}.$$

$$\text{№ 10. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 1}{3 - x^2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 9};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - \sqrt{x+2}}{x^2 + x - 6};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+6} \right)^{x+2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 3x}{\sin 5x}.$$

$$\text{№ 11. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 1}{x + 1 - 3x^2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{2}}{x^2 - x - 2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+2}{5x-3} \right)^{6x-1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x \cdot \sin x}.$$

$$\text{№ 12. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 2}{x - 3x^2 - 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 6x - 7}{x^2 - 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x^2 - 7x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x+2}{6x-1} \right)^{5x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \ln(1-x)}{1 - \cos 2x}.$$

$$\text{№ 13. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x + 1}{x + 3x^3 - 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 9};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3+x} - \sqrt{1-x}}{x^2 + x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+6}{x-2} \right)^{4x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \arcsin x}{1 - \cos 4x}.$$

$$\text{№ 14. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 2x - 1}{3x^2 - 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{\sqrt{x+5} - 2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+2} \right)^{4x+5};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{\sin 6x}.$$

$$\text{№ 15. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + x + 2}{x^3 - 2x + 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{4 - x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 5x - 6}{\sqrt{x+3} - 2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+8}{3x-1} \right)^{x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 8x}{\ln(1-6x)}.$$

$$\text{№ 16. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - x^2 + 2}{7x^2 - 2x + 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 5x - 24}{9 - x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 5x + 4}{\sqrt{x+3} - \sqrt{2}};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x+8}{7x-3} \right)^{5x+2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 3x}{\arcsin 8x}.$$

$$\text{№ 17. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 1}{5 - 6x^2 - 2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{1 - x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{\sqrt{x+2} - \sqrt{6-x}};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+8} \right)^{5x-2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\ln(1-4x)}.$$

$$\text{№ 18. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5-x^3+x}{3x^3-6x^2-1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+7x-30}{9-x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+6x-16}{\sqrt{x+2}-2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+1}{5x-8} \right)^{3x-1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 6x}{x \cdot \operatorname{arctg} 5x}.$$

$$\text{№ 19. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-6x+1}{x-5x^2+1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+7x+10}{4-x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6}-3}{x^2+x-12};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{10x+3}{10x-8} \right)^{x-1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+6x)}{\arcsin 12x}.$$

$$\text{№ 20. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3-x^2-x-1}{1+x+x^2-2x^3};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+3x-4}{1-x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x^2+x-20};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x-1}{7x+3} \right)^{4x-8};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 7x-1}{x \cdot \sin 5x}.$$

$$\text{№ 21. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+x+1}{1-x-5x^2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+3x-10}{x^2-4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4}-3}{x^2+2x-35};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-2}{5x+1} \right)^{6x-3};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-6x)}{\sin 7x}.$$

$$\text{№ 22. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x - x^3 + x^2 + 1}{6x - 3x^2 + 7x^3}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 + x - 42}{x^2 - 36};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{6}}{x^2 - x - 20}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3-2x}{6-2x} \right)^{x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-2x)}{\arctg 8x}.$$

$$\text{№ 23. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{5 - x + 3x^2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5x - 14}{4 - x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - 3}{x^2 + 3x - 4}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-x}{5-x} \right)^{7-x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - 1}{x \cdot \arctg 2x}.$$

$$\text{№ 24. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - x^3}{6 + 5x + 3x^3}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - x - 20}{25 - x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{x^2 + 3x - 10}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{8+5x}{5x-4} \right)^{2x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{tg} 12x}{\ln(1-12x)}.$$

$$\text{№ 25. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 + 3x - 1}{5 - x + 5x^2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 5x - 24}{64 - x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x^2 - 4x - 5}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3-6x}{5-6x} \right)^{2x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \ln(1-2x)}{1 - \cos 3x}.$$

$$\text{№ 26. a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - x - x^2}{4 + 3x^2 - x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 6x - 7}{x^2 - 49};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - 3}{x^2 + x - 56};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x+1}{7x-8} \right)^{5x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \arctg 6x}{\cos 2x - 1}.$$

$$\text{№ 27. a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 5x^2 - x^3}{2x^3 - x^2 + 7x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{2x-1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{4x^2 - 1}{\arcsin(1-2x)}.$$

$$\text{№ 28. a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 5}{x + 3x^2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-2x}}{x + x^2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x)}{\sin 2x}.$$

$$\text{№ 29. a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x^2}{x^2 + 7x - 2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{x^2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{\text{tg}^2 3x}.$$

$$\text{№ 30. a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + x - 1}{x - 3x^2 + 2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 8x + 12}{x^2 - 4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{\sqrt{x+2} - \sqrt{6-x}}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x^3}\right)^{3+x^3};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{1 - \cos 5x}.$$

3.2 Завдання № 3.2

Дослідити функції на неперервність та встановити тип точок розриву, якщо вони є. Для завдання «а» схематично побудувати графік функції [7, 9].

$$\text{№ 1. а) } f(x) = \begin{cases} x-1, & x \leq 0; \\ x^2 - 1, & 0 < x \leq 1; \\ 4x-2, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 3^{\frac{1}{x+2}}.$$

$$\text{№ 2. а) } f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq -1; \\ 2x+1, & -1 < x < 0; \\ -x^2 + 2, & x \geq 0. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 5^{-\frac{1}{x}}.$$

$$\text{№ 3. а) } f(x) = \begin{cases} 3x+1, & x \leq 0; \\ x^2 + 1, & 0 < x \leq 1; \\ 4-x, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 4^{\frac{1}{x-3}}.$$

$$\text{№ 4. а) } f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0; \\ \sqrt{x}, & 0 < x < 4; \\ 1, & x \geq 4. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 6^{\frac{1}{3-x}}.$$

$$\text{№ 5. а) } f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0; \\ x^2, & 0 < x \leq 2; \\ x+1, & x > 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 2^{\frac{1}{3+x}}.$$

$$\text{№ 6. a) } f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0; \\ x^2 + 1, & 0 < x \leq 1; \\ 2, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 9^{\frac{1}{x+5}}.$$

$$\text{№ 7. a) } f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0; \\ x^2 + 1, & 0 < x < 1; \\ x, & x \geq 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 5^{1-x}.$$

$$\text{№ 8. a) } f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0; \\ \operatorname{tg} x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{4}; \\ 2, & x > \frac{\pi}{4}. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = e^{\frac{1}{x+3}}.$$

$$\text{№ 9. a) } f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0; \\ -(x-1)^2, & 0 < x < 2; \\ x-3, & x \geq 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 3^{\frac{1}{x-2}}.$$

$$\text{№ 10. a) } f(x) = \begin{cases} -(x+1), & x \leq -1; \\ (x+1)^2, & -1 < x \leq 1; \\ x, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 2^{\frac{1}{x-5}}.$$

$$\text{№ 11. a) } f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1; \\ x^2 + 1, & -1 < x \leq 1; \\ -x+3, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 7^{\frac{1}{x+1}}.$$

$$\text{№ 12. a) } f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0; \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi; \\ x-2, & x > \pi. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 5^{\frac{2}{x+7}}.$$

$$\text{№ 13. a) } f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1; \\ x^2+2, & -1 \leq x < 1; \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 13^{\frac{1}{x+9}}.$$

$$\text{№ 14. a) } f(x) = \begin{cases} 3, & x \leq -1; \\ x^2+1, & -1 < x \leq 0; \\ x+1, & x > 0. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 8^{\frac{1}{3-x}}.$$

$$\text{№ 15. a) } f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0; \\ 2x^2+1, & 0 < x \leq 1; \\ 4, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 3^{\frac{1}{4-x}}.$$

$$\text{№ 16. a) } f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \leq -1; \\ 2, & -1 < x \leq 1; \\ 3x+1, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 7^{\frac{1}{2x-4}}.$$

$$\text{№ 17. a) } f(x) = \begin{cases} 4x-3, & x < 1; \\ x^2, & 1 \leq x \leq 2; \\ 5, & x > 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 4^{\frac{1}{x+2}}.$$

$$\text{№ 18. a) } f(x) = \begin{cases} -x-1, & x \leq -1; \\ x^2+1, & -1 < x < 1; \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 6^{\frac{2}{x+5}}.$$

$$\text{№ 19. a) } f(x) = \begin{cases} 4, & x \leq -2; \\ x^2, & -2 < x < 2; \\ x-2, & x \geq 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 11^{\frac{1}{1-x}}.$$

$$\text{№ 20. a) } f(x) = \begin{cases} 3x-2, & x \leq 0; \\ 4, & 0 < x < 2; \\ 2x, & x \geq 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = e^{\frac{3}{x-5}}.$$

$$\text{№ 21. a) } f(x) = \begin{cases} x-3, & x \leq 2; \\ -1, & 2 < x < 3; \\ x^2-5, & x \geq 3. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 7^{\frac{1}{x+4}}.$$

$$\text{№ 22. a) } f(x) = \begin{cases} \sin x, & x < 0; \\ x^2, & 0 \leq x \leq 1; \\ 2, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 8^{\frac{1}{3+x}}.$$

$$\text{№ 23. a) } f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0; \\ x^2+1, & 0 < x < 1; \\ 2-x, & x \geq 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 4^{\frac{1}{1-x}}.$$

$$\text{№ 24. a) } f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & x \leq 0; \\ \cos x, & 0 < x < \frac{\pi}{2}; \\ 2, & x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 4^{\frac{1}{1-x}}.$$

$$\text{№ 25. a) } f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq -1; \\ x, & -1 < x < 1; \\ 2, & x \geq 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 8^{\frac{1}{-x+2}}.$$

$$\text{№ 26. a) } f(x) = \begin{cases} 2, & x \leq 0; \\ x^2+2, & 0 < x \leq 1; \\ 3-x, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 9^{\frac{1}{x-2}}.$$

$$\text{№ 27. a) } f(x) = \begin{cases} 2, & x < -1; \\ 2-2x, & -1 \leq x \leq 1; \\ \ln x, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 5^{\frac{2}{x-4}}.$$

$$\text{№ 28. а) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\sqrt{4-x}, & x < 0; \\ \cos 2x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}; \\ -x, & x > \frac{\pi}{4}. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 7^{\frac{2}{x+5}}.$$

$$\text{№ 29. а) } f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x}, & x < -2; \\ x, & -2 \leq x < 0; \\ 1-x, & x \geq 0. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 6^{-\frac{1}{x+3}}.$$

$$\text{№ 30. а) } f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & x < -2; \\ 3x + 2, & -2 \leq x \leq 2; \\ 12 - x^2, & x > 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 8^{\frac{2}{x-7}}.$$

3.3 Завдання № 3.3

Знайти та схематично побудувати асимптоти графіка функції $y = f(x)$ [6, 7].

$$\text{№ 1. } y = \frac{x^2 - 4}{16x}.$$

$$\text{№ 5. } y = \frac{2x}{x^2 + 1}.$$

$$\text{№ 2. } y = \frac{x^2 - 1}{x}.$$

$$\text{№ 6. } y = \frac{x^3}{x^2 - 1}.$$

$$\text{№ 3. } y = \frac{x^3 + 4}{x^2}.$$

$$\text{№ 7. } y = \frac{x^2}{2(x-1)}.$$

$$\text{№ 4. } y = \frac{1}{x^2 + 1}.$$

$$\text{№ 8. } y = \frac{x^2 - 2x}{x-1}.$$

$$\text{№ 9. } y = \frac{x^2 - 9}{x}.$$

$$\text{№ 10. } y = \frac{x^2 - 1}{3x}.$$

$$\text{№ 11. } y = \frac{x^3 + 8}{x^2}.$$

$$\text{№ 12. } y = \frac{2}{x^2 - 1}.$$

$$\text{№ 13. } y = \frac{x}{x^2 + 1}.$$

$$\text{№ 14. } y = \frac{x^3}{x^2 - 4}.$$

$$\text{№ 15. } y = \frac{x^2}{2(x - 3)}.$$

$$\text{№ 16. } y = \frac{x^2 - x}{x - 2}.$$

$$\text{№ 17. } y = \frac{1 - x^3}{x^2}.$$

$$\text{№ 18. } y = \frac{x^2}{2(x + 1)^2}.$$

$$\text{№ 19. } y = \frac{x^4}{x^3 - 1}.$$

$$\text{№ 20. } y = \frac{2x^2 + x}{x + 1}.$$

$$\text{№ 21. } y = \frac{x^3}{x^2 - 3}.$$

$$\text{№ 22. } y = \frac{x^3}{1 - x^2}.$$

$$\text{№ 23. } y = \frac{x^2}{(x + 1)^2}.$$

$$\text{№ 24. } y = \frac{x - 1}{x^2 - 2x}.$$

$$\text{№ 25. } y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}.$$

$$\text{№ 26. } y = 2x - 1 + \frac{1}{x - 1}.$$

$$\text{№ 27. } y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}.$$

$$\text{№ 28. } y = \frac{3 - x^2}{x}.$$

$$\text{№ 29. } y = x^2 + \frac{1}{x^2}.$$

$$\text{№ 30. } y = \frac{3 - x^2}{x + 2}.$$

3.4 Завдання № 3.4

Обчислити похідні заданих функцій [7, 9].

№ 1. а) $y = (x^3 + 1)\sin 3x$; б) $y = \operatorname{arctg}(\sin x) - 5^{\ln x}$;

в) $e^{xy} + x^2 + y^2 = 0$; г) $y = x^{\sin x}$;

д) $\begin{cases} y = \cos 2t, \\ x = \sin 2t. \end{cases}$

№ 2. а) $y = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}$; б) $y = 3^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}} - \log_2(x^3 - 5x)$;

в) $xy + y^2 = x + y$; г) $y = x^{\frac{x}{2}}$;

д) $\begin{cases} y = e^t \cos t, \\ x = e^t \sin t. \end{cases}$

№ 3. а) $y = \frac{\sin 2x}{2x + 1}$; б) $y = x \arcsin \sqrt{x} + \log_3 \sqrt{1 + x^2}$;

в) $\ln x + \ln y = x + y$; г) $y = (x^2 + 1)^x$;

д) $\begin{cases} y = t + \sin t, \\ x = 2 - \cos t. \end{cases}$

№ 4. а) $y = (x^2 + 1)\cos 3x$; б) $y = \ln \arccos 2x + \operatorname{tg} \sqrt[3]{1 + x^3}$;

в) $y + \sin x = x + \cos y$; г) $y = x^{x^2 + 1}$;

д) $\begin{cases} y = \frac{1}{t}, \\ x = \frac{1}{1 + t^2}. \end{cases}$

$$\text{№ 5. а) } y = \frac{\cos x}{x^2}; \quad \text{б) } y = \sqrt{\ln(\sqrt{x} + \sqrt{x+1})};$$

$$\text{в) } y \cdot \sin x + \cos y = \cos y; \quad \text{г) } y = (\arcsin x)^{x^2};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \sin t, \\ x = \frac{1}{\cos t}. \end{cases}$$

$$\text{№ 6. а) } y = (x^2 + 6x - 1)e^{2x}; \quad \text{б) } y = \ln \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}};$$

$$\text{в) } 5y = \operatorname{tg}(xy); \quad \text{г) } y = (\sin x)^x;$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \sqrt{t}, \\ x = \sqrt{1-t}. \end{cases}$$

$$\text{№ 7. а) } y = \frac{4 \ln x}{1 - \ln x}; \quad \text{б) } y = 3^{\operatorname{ctg} x} \cdot \cos \sqrt[8]{x};$$

$$\text{в) } x^2 + y = y^2 + x; \quad \text{г) } y = (x)^{\arcsin x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \sqrt{t-1}, \\ x = \frac{1}{\sqrt{t-1}}. \end{cases}$$

$$\text{№ 8. а) } y = \frac{4 \sin 3x}{x^2 - 4x + 1}; \quad \text{б) } y = \ln^2(x + \operatorname{tg} x);$$

$$\text{в) } e^x + y = e^y + x; \quad \text{г) } y = (\cos x)^{x^3};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = t^2 - 1, \\ x = \ln t. \end{cases}$$

$$\text{№ 9. а) } y = (x-1)\cos 2x; \quad \text{б) } y = 3^{\ln(1+4x^2)};$$

$$\text{в) } 2x^2 + y = x - y^2;$$

$$\text{г) } y = (\arctg x)^{\sin x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = t^2 + t, \\ x = t^2 - t. \end{cases}$$

$$\text{№ 10. а) } y = (3x - 1)e^x;$$

$$\text{б) } y = \ln \sin \frac{2x + 4}{x};$$

$$\text{в) } x^2 + y^2 = 2x + 3y;$$

$$\text{г) } y = (\cos x)^{x^3};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = t^3 - 3t, \\ x = t^2 - 2t. \end{cases}$$

$$\text{№ 11. а) } y = \frac{\cos 3x}{x^3 + x^2 + 1};$$

$$\text{б) } y = \ln \ln^2 \ln^3 x;$$

$$\text{в) } e^{xy} - x^2 + y^2 = 0;$$

$$\text{г) } y = x^{\frac{2}{x}};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \sin t - t \cos t, \\ x = \cos t - t \sin t. \end{cases}$$

$$\text{№ 12. а) } y = \frac{\ln x}{3x^2 + 1};$$

$$\text{б) } y = \arcsin \ln \frac{1}{3x - 2};$$

$$\text{в) } x \sin y - y \cos x = 0;$$

$$\text{г) } y = x^{ctg x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \ln t, \\ x = t^2 - t. \end{cases}$$

$$\text{№ 13. а) } y = (x^2 + 1)tg 4x;$$

$$\text{б) } y = \ln \cos e^{-4x};$$

$$\text{в) } x = y^2 + \arctg \frac{y}{x};$$

$$\text{г) } y = x^{\arccos x^2};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = t - \sin t, \\ x = 2 + \cos t. \end{cases}$$

$$\text{№ 14. a) } y = \frac{5x+1}{\operatorname{arctg} 2x}; \quad \text{б) } y = \ln \arcsin \sqrt{x} - \cos^3 5x;$$

$$\text{в) } e^{x+y} = \sin \frac{y}{x}; \quad \text{г) } y = (\operatorname{tg} x + 1)^{2x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \cos t, \\ x = \ln \sin t. \end{cases}$$

$$\text{№ 15. a) } y = \frac{3x^2}{\operatorname{tg} 2x}; \quad \text{б) } y = \ln \cos \frac{2x+3}{3x+2};$$

$$\text{в) } xy + \ln y - 2 \ln x = 0; \quad \text{г) } y = 2x^{\sqrt{x}};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \cos t + t \sin t, \\ x = \sin t - t \cos t. \end{cases}$$

$$\text{№ 16. a) } y = (x^2 - 8) \cos 3x; \quad \text{б) } y = \ln^3(1 + \operatorname{tg} 2x);$$

$$\text{в) } y \sin x + \cos(x - y) = \cos y; \quad \text{г) } y = x^{1+3x^2};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = e^t, \\ x = e^{2t+1}. \end{cases}$$

$$\text{№ 17. a) } y = e^{-x} \sin 2x; \quad \text{б) } y = \ln \sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x}};$$

$$\text{в) } \cos(xy) = \frac{y}{x}; \quad \text{г) } y = x^{\sin(x^2)};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \ln(\operatorname{arctg} t), \\ x = \frac{1}{1+t^2}. \end{cases}$$

$$\text{№ 18. a) } y = (x^2 + 8) \sqrt{2x+1}; \quad \text{б) } y = 5^{\arcsin 2x} - \log_5(x^2 - 7x);$$

$$\text{в) } (x+y)^2 = (x-2y)^3; \quad \text{г) } y = (\text{arctg } 2x)^{\sin x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = t^2 + 4t - 1, \\ x = 3t^3 + t. \end{cases}$$

$$\text{№ 19. а) } y = \frac{3x}{\sin 2x}; \quad \text{б) } y = \ln^2 \text{tg } \frac{x}{2};$$

$$\text{в) } y \ln x - x \ln y = x + y; \quad \text{г) } y = (\sin 3x)^{\sqrt{x}};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \ln \text{tgt}, \\ x = \text{ctgt}. \end{cases}$$

$$\text{№ 20. а) } y = \frac{\arcsin x}{1 + 2 \cos x}; \quad \text{б) } y = e^{\text{arctg} \sqrt{1 + \ln(2x+3)}};$$

$$\text{в) } x^3 y^3 - 2xy + 3 = 0; \quad \text{г) } y = x^{-\cos 4x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = t(1 - \cos t), \\ x = t \sin t. \end{cases}$$

$$\text{№ 21. а) } y = \frac{1 - \sin x}{1 + \cos x}; \quad \text{б) } y = \arctg \left(\sqrt{e^{\sin x} - 1} \right);$$

$$\text{в) } x^2 y^3 - \sin y + 3 = 0; \quad \text{г) } y = (\text{tg } 7x)^{x^3};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \sin^2 t, \\ x = \sin 2t. \end{cases}$$

$$\text{№ 22. а) } y = \frac{1 + \text{tg} x}{1 - \text{tg} x}; \quad \text{б) } y = \cos^2 \ln x + \ln^2 \sin x;$$

$$\text{в) } \cos(xy) - 2x = 0; \quad \text{г) } y = (2x+3)^{\sin x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} x = \cos \frac{t}{2}, \\ y = t - \sin t. \end{cases}$$

$$\text{№ 23. а) } y = \frac{\operatorname{ctg} 5x}{x^2 + \sin 3x}; \quad \text{б) } y = \operatorname{arctg} \ln \operatorname{ctg} x;$$

$$\text{в) } x^2 y^3 + x \ln y = 0; \quad \text{г) } y = (\sin x)^{\cos x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} x = t^2 - 5t, \\ y = 2 \cos 3t. \end{cases}$$

$$\text{№ 24. а) } y = \frac{1 - \cos 4x}{x + \sin 3x}; \quad \text{б) } y = \lg \ln \operatorname{ctg} x^3;$$

$$\text{в) } \operatorname{tg} y - xy^2 = 0; \quad \text{г) } y = x^{\frac{1}{x^2}};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = t^3 + 3t + 1, \\ x = t^3 - 3t + 1. \end{cases}$$

$$\text{№ 25. а) } y = \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}; \quad \text{б) } y = \ln \arccos \sqrt{1 - e^{4x}};$$

$$\text{в) } \sin y - xy^2 + 4 = 0; \quad \text{г) } y = e^{\sin^3 x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} x = \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + t, \\ y = \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{t}. \end{cases}$$

$$\text{№ 26. а) } y = \sin 8x \cdot \operatorname{ctg} 3x; \quad \text{б) } y = \ln(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}});$$

$$\text{в) } y = 1 + xe^y; \quad \text{г) } y = x^{1+3x^2};$$

$$\text{д) } \begin{cases} x = \sin t, \\ y = 5 \cos t^2. \end{cases}$$

$$\text{№ 27. а) } y = e^{-x} \cos x; \quad \text{б) } y = \operatorname{arccctg} \sqrt{\ln \frac{1}{x^2 + 1}};$$

$$\text{в) } y^3 + e^{xy} = 0; \quad \text{г) } (\ln x)^{2x-1};$$

$$\text{д) } \begin{cases} x = t + \ln 2t, \\ y = t - \ln 2t. \end{cases}$$

$$\text{№ 28. а) } y = x^5 \ln x; \quad \text{б) } y = \log_3 \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \cos x}};$$

$$\text{в) } x^3 + y^3 - 3xy = 0; \quad \text{г) } y = x^{\frac{1-x}{1+x}};$$

$$\text{д) } \begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t. \end{cases}$$

$$\text{№ 29. а) } y = (2x-1) \operatorname{arctg} 3x; \quad \text{б) } y = \ln \frac{\ln x}{\sin \frac{1}{x}};$$

$$\text{в) } xy + e^y = 0; \quad \text{г) } y = x^{\cos^2 x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} x = t^2 + t + 1, \\ y = t^3 + t. \end{cases}$$

$$\text{№ 30. а) } y = \frac{2^{5x}}{x + \sqrt{1+x^2}}; \quad \text{б) } y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}};$$

$$\text{в) } x^4 + y^4 = x^2 y^2; \quad \text{г) } (\cos x)^{3+x^3};$$

$$\text{д) } \begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos^2 t. \end{cases}$$

3.5 Завдання № 3.5

Скласти рівняння дотичної та нормалі до заданої кривої $y = f(x)$ в точці x_0 [6, 7].

$$\text{№ 1. } y = \frac{3x-4}{3-x}, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 2. } y = \frac{1}{4}x^2 - 1, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 3. } y = \frac{1}{2}(x^2 - 3), x_0 = 1.$$

$$\text{№ 4. } y = \frac{x-4}{1+x}, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 5. } y = \frac{1}{3}x^2 - 2, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 6. } y = \frac{1}{6}(x^2 + 3), x_0 = 1.$$

$$\text{№ 7. } y = \frac{3x-4}{3-x}, x_0 = 0.$$

$$\text{№ 8. } y = \frac{1}{4}x^2 - 2, x_0 = -1.$$

$$\text{№ 9. } y = \frac{1}{2}(x^2 + 1), x_0 = 2.$$

$$\text{№ 10. } y = \frac{3x+1}{2-x}, x_0 = 0.$$

$$\text{№ 11. } y = \frac{1}{3}x^2 + 2, x_0 = -1.$$

$$\text{№ 12. } y = \frac{1}{6}(x^2 - 3), x_0 = 1.$$

$$\text{№ 13. } y = \frac{2x+1}{2-x}, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 14. } y = \frac{1}{4}x^2 + 1, x_0 = -1.$$

$$\text{№ 15. } y = \frac{1}{2}(1 - x^2), x_0 = 2.$$

$$\text{№ 16. } y = \frac{3x-2}{3-x}, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 17. } y = \frac{1}{8}x^2 + 3, x_0 = -1.$$

$$\text{№ 18. } y = \frac{1}{6}(3 - x^2), x_0 = 1.$$

$$\text{№ 19. } y = \frac{x-4}{3-x}, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 20. } y = 3 - \frac{1}{4}x^2, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 21. } y = \frac{3-x^2}{2} - 1, x_0 = 2.$$

$$\text{№ 22. } y = \frac{x+2}{x-5}, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 23. } y = 1 - \frac{1}{3}x^2, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 24. } y = 2 - \frac{1}{4}x^2, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 25. } y = \frac{2x-4}{1-x}, x_0 = 0.$$

$$\text{№ 26. } y = 4 - \frac{1}{8}x^2, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 27. } y = 3 - \frac{1}{8}x^2, x_0 = -1.$$

$$\text{№ 28. } y = \frac{3x-4}{3-x}, x_0 = -1.$$

$$\text{№ 29. } y = 2 - \frac{1}{3}x^2, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 30. } y = 6 - \frac{1}{4}x^2, x_0 = 1.$$

3.6 Завдання № 3.6

Обчислити границі функції за правилом Лопіталя [7, 9].

$$\text{№ 1. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{x^2}.$$

$$\text{№ 2. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{\sin x}.$$

$$\text{№ 3. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1 - x^2}{\sin^6 2x}.$$

$$\text{№ 4. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^2}.$$

$$\text{№ 5. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{x^2 + 3x}.$$

$$\text{№ 6. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{1 + 2 \ln \sin x}.$$

$$\text{№ 7. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin 4x}.$$

$$\text{№ 8. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x}{x^2}.$$

$$\text{№ 9. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x - 7 \sin x}{x^2}.$$

$$\text{№ 10. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\sin x}.$$

$$\text{№ 11. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}.$$

$$\text{№ 12. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x^2)}{\cos 3x - e^{-x}}.$$

$$\text{№ 13. } \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) \operatorname{ctg} \pi(x - 1).$$

$$\text{№ 14. } \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + e^{-x} - 2) \operatorname{ctg} x.$$

$$\text{№ 15. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 4 \sin^2 \frac{\pi x}{6}}{1 - x^2}.$$

$$\text{№ 16. } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x^2 - 8)}{2x^2 - 5x - 3}.$$

$$\text{№ 17. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{10} - 10x + 9}{(x - 1)^2}.$$

$$\text{№ 18. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}.$$

$$\text{№ 19. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{1 - \sin \frac{\pi x}{2}}.$$

$$\text{№ 20. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 - \sin x^2}.$$

$$\text{№ 21. } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + x^3 - 3x^2 - 5x - 2}{x^4 + 2x^3 - 2x - 1}.$$

$$\text{№ 22. } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 9x - 4}{3x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 3x + 2}.$$

$$\text{№ 23. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 7x - 5}{x^3 + 2x^2 - 9x + 6}.$$

$$\text{№ 24. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{\ln(1+x)}.$$

$$\text{№ 25. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 3x^2 + 7x - 5}{x^4 - 5x + 4}.$$

$$\text{№ 26. } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x e^{2x}}{x + e^{2x}}.$$

$$\text{№ 27. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin 3x \cos x}.$$

$$\text{№ 28. } \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\cos 7x}{\cos 5x}.$$

$$\text{№ 29. } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 15x}{\sin 9x}.$$

$$\text{№ 30. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x}.$$

3.7 Завдання № 3.7

Знайти найменше та найбільше значення функції $y = f(x)$ на замкненому проміжку $[6, 9]$.

$$\text{№ 1. } y = x^3 - 3x^2 + 3, \quad [1, 3].$$

$$\text{№ 2. } y = x^3 - 6x^2 + 2, \quad [-2, 2].$$

$$\text{№ 3. } y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1, \quad [-2, 4].$$

$$\text{№ 4. } y = -2x^3 - 9x^2 + 6, \quad [-2, 1].$$

$$\text{№ 5. } y = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 5, \quad [0, 3].$$

$$\text{№ 6. } y = x^3 - 18x + 7; \quad [0; 4].$$

$$\text{№ 7. } y = x^5 - 6x^4; \quad [-1; 1].$$

$$\text{№ 8. } y = x^3 - 3x^2; \quad [-2; 2].$$

$$\text{№ 9. } y = x^4 - 81x; \quad [-4; 1].$$

$$\text{№ 10. } y = x^5 - 4x^4; \quad [-2; 2].$$

$$\text{№ 11. } y = x^6 + x^7; \quad [-3; 3].$$

$$\text{№ 12. } y = x^4 + 20x; \quad [-4; 1].$$

$$\text{№ 13. } y = e^{-x^2} + 2x^2, \quad [-1, 1].$$

$$\text{№ 14. } y = 2x^2 - \sqrt{x} + 1, \quad [0, 1].$$

$$\text{№ 15. } y = x + \frac{2}{x} - 3 \ln x, \quad [1, 4].$$

$$\text{№ 16. } y = xe^{-2x^2}, \quad [0, 1].$$

$$\text{№ 17. } y = x^3 + 3 \ln x, \quad [1/2, 2].$$

$$\text{№ 18. } y = x^2 e^{-x}, \quad [-1, 2].$$

$$\text{№ 19. } y = 4 \operatorname{arctg} x - 2x + 1, \quad [0, 1].$$

$$\text{№ 20. } y = \sqrt{x^3 - x^2 - x + 5}, \quad [0, 3].$$

$$\text{№ 21. } y = x^4 + 4x; \quad [-2; 2].$$

$$\text{№ 22. } y = x^4 + 12x; \quad [-3; 1].$$

$$\text{№ 23. } y = x^5 + 12x; \quad [-2; 2].$$

$$\text{№ 24. } y = x - 2 \sin x, \quad [0, \pi/2].$$

$$\text{№ 25. } y = x + 2 \cos x, \quad [-\pi/4, \pi/3].$$

$$\text{№ 26. } y = \frac{2x+1}{x^2+6}, \quad [-3, 4].$$

$$\text{№ 27. } y = \frac{4x-1}{x^2+3}, \quad [-1, 3].$$

$$\text{№ 28. } y = \frac{x+1}{x^2+3}, \quad [0, 3].$$

$$\text{№ 29. } y = \frac{3x+4}{x^2+1}, \quad [-1, 4].$$

$$\text{№ 30. } y = \frac{2x+3}{x^2+4}, \quad [-2, 2].$$

3.8 Завдання № 3.8

Визначити інтервали монотонності і екстремуми функції $y = f(x)$ [6, 7].

$$\text{№ 1. } y = \frac{x^3+4}{x^2}.$$

$$\text{№ 2. } y = \frac{2}{x^2+2x}.$$

$$\text{№ 3. } y = \frac{12x}{9+x^2}.$$

$$\text{№ 4. } y = \frac{4-x^3}{x^2}.$$

$$\text{№ 5. } y = \frac{2x^3+1}{x^2}.$$

$$\text{№ 6. } y = \frac{x^2}{(x-1)^2}.$$

$$\text{№ 7. } y = \frac{-8x}{x^2+4}.$$

$$\text{№ 8. } y = \frac{3x^4+1}{x^3}.$$

$$\text{№ 9. } y = \frac{8(x-1)}{(x+1)^2}.$$

$$\text{№ 10. } y = \frac{4}{x^2+2x-3}.$$

$$\text{№ 11. } y = \frac{1}{x^4-1}.$$

$$\text{№ 12. } y = \frac{x^3-32}{x^2}.$$

$$\text{№ 13. } y = \frac{3x-2}{x^3}.$$

$$\text{№ 14. } y = \frac{x^3-x+1}{x-1}.$$

$$\text{№ 15. } y = \frac{4x^2}{3+x^2}.$$

$$\text{№ 16. } y = \frac{x^2-3x+3}{x-1}.$$

$$\text{№ 17. } y = \frac{x^2-4x+1}{x-4}.$$

$$\text{№ 18. } y = \frac{(x-1)^2}{x^2}.$$

$$\text{№ 19. } y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2.$$

$$\text{№ 20. } y = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2.$$

$$\text{№ 21. } y = \frac{4x}{(1+x)^2}.$$

$$\text{№ 22. } y = \frac{1-2x^3}{x^2}.$$

$$\text{№ 23. } y = \frac{4}{3+2x-x^2}.$$

$$\text{№ 24. } y = \left(\frac{x}{x+2}\right)^2.$$

$$\text{№ 25. } y = \frac{(x+1)^2}{x^2+2x+4}.$$

$$\text{№ 26. } y = \frac{x^3-27x+54}{x^3}.$$

$$\text{№ 27. } y = -\frac{x^2+4x+1}{x+4}.$$

$$\text{№ 28. } y = -\frac{1+2x}{(x+1)}.$$

$$\text{№ 29. } y = \frac{2x^2+4x-4}{x-3}.$$

$$\text{№ 30. } y = \frac{2-2x-x^2}{x+3}.$$

4 ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ

4.1 Завдання № 4.1

Обчислити інтеграли [5, 8].

№ 1. а) $\int \frac{dx}{\cos^2 \frac{x}{2}}$;

б) $\int \frac{dx}{x\sqrt{4 - \ln^2 x}}$

в) $\int (4 - 3x) \cdot e^{-3x} dx$;

г) $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$;

д) $\int \frac{x-4}{(x-2)(x-3)} dx$;

е) $\int \sin^3 \frac{x}{2} dx$;

ж) $\int \frac{dx}{2 + \sqrt{x+1}}$;

з) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4 - x^2}}$.

№ 2. а) $\int e^{\frac{x}{3}} dx$;

б) $\int \frac{\arcsin^2 x dx}{\sqrt{1 - x^2}}$;

в) $\int (3 - 16x) \cdot \sin 4x dx$;

г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 4x + 29}}$;

д) $\int \frac{3x^2 + 2x - 3}{x^3 - x} dx$;

е) $\int \frac{dx}{\sin^4 x}$;

ж) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x-2}}$;

з) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{3 - x^2}}$.

№ 3. а) $\int \frac{dx}{\sin^2(3x-2)}$;

б) $\int \frac{dx}{(2x+1)\sqrt{\ln^2(2x+1)}}$;

в) $\int (3x+4) \cdot e^{3x} dx$;

г) $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 13}$

$$\text{д) } \int \frac{x+2}{x^3-2x^2} dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{dx}{x\sqrt{x+2}};$$

$$\text{№ 4. а) } \int 2^{3x-1} dx;$$

$$\text{в) } \int (4x+3) \cdot \sin 5x dx;$$

$$\text{д) } \int \frac{2x^2-5x+1}{x^3-2x^2+3x} dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{x+2}{x\sqrt{x-1}} dx;$$

$$\text{№ 5. а) } \int \sin \frac{x}{3} dx;$$

$$\text{в) } \int (1-6x) \cdot e^{2x} dx;$$

$$\text{д) } \int \frac{2x^2+x+4}{x^3+x^2+4x+4} dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{dx}{3+\sqrt{x}}$$

$$\text{№ 6. а) } \int e^{-2x} dx;$$

$$\text{в) } \int (1-8x) \cdot \sin 3x dx;$$

$$\text{д) } \int \frac{7x-15}{x^3-2x^2+5x} dx;$$

$$\text{е) } \int \cos^3 2x dx;$$

$$\text{з) } \int \frac{dx}{x^2\sqrt{1+x^2}}.$$

$$\text{б) } \int \frac{e^{2-\operatorname{tg} x} dx}{\cos^2 x};$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+3}};$$

$$\text{е) } \int \frac{dx}{\cos^4 x};$$

$$\text{з) } \int \frac{dx}{x^2\sqrt{9+x^2}}.$$

$$\text{б) } \int \frac{x^2}{\sqrt[3]{9-2x^3}} dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{x^2+2x+2};$$

$$\text{е) } \int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx;$$

$$\text{з) } \int \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2-2}}.$$

$$\text{б) } \int x \cdot 3^{2-x^2} dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+2}};$$

$$\text{е) } \int (1+3\cos 2x)^2 dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{dx}{\sqrt{x}(x-1)};$$

$$\text{з) } \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2-4}}.$$

$$\text{№ 7. а) } \int \cos(3x-5)dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{(1+4 \ln x)^4}{x} dx;$$

$$\text{в) } \int (5x-2) \cdot e^{3x} dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{x^2+3x+3};$$

$$\text{д) } \int \frac{3x^2+2x+1}{(x+1)^2(x^2+1)} dx;$$

$$\text{е) } \int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{\sqrt{x}}{x+2} dx;$$

$$\text{з) } \int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^4} dx.$$

$$\text{№ 8. а) } \int 3^{10x} dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{\sqrt[5]{\ln^2(x+1)}}{x+1} dx;$$

$$\text{в) } \int (4x-3) \cdot \cos 2x dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{\sqrt{1-2x-x^2}};$$

$$\text{д) } \int \frac{1}{x^3+4x} dx;$$

$$\text{е) } \int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{dx}{2+\sqrt[3]{x-1}};$$

$$\text{з) } \int \frac{\sqrt{9+x^2}}{x^4} dx.$$

$$\text{№ 9. а) } \int \frac{dx}{(2x-7)^3};$$

$$\text{б) } \int \sqrt[6]{1-7x^3} \cdot x^2 dx;$$

$$\text{в) } \int \ln(x^2+4) dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{9x^2-6x+2};$$

$$\text{д) } \int \frac{11x+16}{(x-1)(x+2)^2} dx;$$

$$\text{е) } \int \sin^3 \frac{x}{2} \cdot \cos^5 \frac{x}{2} dx;$$

$$\text{ж)} \int \frac{x dx}{2 + \sqrt[3]{x-1}};$$

$$\text{№ 10. а)} \int e^{-3x} dx;$$

$$\text{в)} \int \frac{x}{\sin^2 x} dx;$$

$$\text{д)} \int \frac{5x-8}{x^3-4x^2+4x} dx;$$

$$\text{ж)} \int \frac{x+1}{\sqrt[3]{x+2}} dx;$$

$$\text{№ 11. а)} \int \frac{dx}{\cos^2(1-x)};$$

$$\text{в)} \int (2-9x) \cdot e^{-3x} dx;$$

$$\text{д)} \int \frac{dx}{x(x+1)^2};$$

$$\text{ж)} \int x \cdot \sqrt{4-x} dx;$$

$$\text{№ 12. а)} \int (1-2x)^{10} dx;$$

$$\text{в)} \int \frac{x}{\cos^2 x} dx;$$

$$\text{з)} \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx.$$

$$\text{б)} \int \frac{dx}{(1-x)\sqrt[3]{\ln^2(1-x)}};$$

$$\text{г)} \int \frac{dx}{\sqrt{9x^2-6x+2}};$$

$$\text{е)} \int (1+2\sin 3x)^2 dx;$$

$$\text{з)} \int \frac{\sqrt{3-x^2}}{x^2} dx.$$

$$\text{б)} \int \frac{dx}{x(3+5\ln^2 x)};$$

$$\text{г)} \int \frac{dx}{x^2-2x+5};$$

$$\text{е)} \int \cos^3 2x \cdot \sin^5 2x dx;$$

$$\text{з)} \int \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)^3}}.$$

$$\text{б)} \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{8-3x^8}};$$

$$\text{г)} \int \frac{dx}{\sqrt{5-4x-x^2}};$$

$$\text{д) } \int \frac{dx}{(x+1)(x+2)(x+3)};$$

$$\text{е) } \int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{x-1}{\sqrt{2x-1}} dx;$$

$$\text{з) } \int \frac{dx}{\sqrt{(3+x^2)^3}}.$$

$$\text{№ 13. а) } \int \sin(8x-7) dx;$$

$$\text{б) } \int 5^{\frac{1}{x}+3} \frac{dx}{x^2};$$

$$\text{в) } \int \frac{x+4}{e^{2x}} dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{x^2+4x+29};$$

$$\text{д) } \int \frac{dx}{x^3+x^2+2x+2};$$

$$\text{е) } \int (1+2\sin x)^3 dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}-1}} dx;$$

$$\text{з) } \int \frac{\sqrt{(1-x^2)^3}}{x^6} dx.$$

$$\text{№ 14. а) } \int 3^{4-2x} dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{dx}{e^x \cdot \sin^2(e^{-x})};$$

$$\text{в) } \int \ln(4x^2+1) dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{\sqrt{3-2x-x^2}};$$

$$\text{д) } \int \frac{5x-14}{x^3-x^2-4x+4} dx;$$

$$\text{е) } \int \frac{dx}{\sin^4 \frac{x}{2}};$$

$$\text{ж) } \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} dx;$$

$$\text{з) } \int \frac{\sqrt{(4-x^2)^3}}{x^6} dx.$$

$$\text{№ 15. а) } \int \cos(10-3x) dx;$$

$$\text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n};$$

$$\text{в) } \int (3-4x) \cdot \sin 2x dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{4x^2-4x+17};$$

$$\text{д) } \int \frac{x^2-x+14}{(x-4)^2(x-2)} dx;$$

$$\text{е) } \int \frac{\cos^5 \frac{x}{2}}{\sin^2 \frac{x}{2}} dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{x}{\sqrt[3]{x+1}} dx;$$

$$\text{з) } \int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{1+x^2}}.$$

$$\text{№ 16. а) } \int (1-2x)^{1/3} dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{dx}{e^x(7-4e^{-2x})};$$

$$\text{в) } \int (2x-5) \cdot \sin 4x dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{\sqrt{4x^2-4x+17}};$$

$$\text{д) } \int \frac{dx}{x(x^2+3)};$$

$$\text{е) } \int (1-2\cos 2x)^3 dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{x+1}{x \cdot \sqrt{x-2}} dx;$$

$$\text{з) } \int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{2+x^2}}.$$

$$\text{№ 17. а) } \int \cos\left(\frac{x}{4}-7\right) dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{dx}{(2-3\operatorname{tg} x)\cos^2 x};$$

$$\text{в) } \int \frac{2x^2+5x+5}{(x+1)^2(x+3)} dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{9x^2-6x+2};$$

$$\text{д) } \int \frac{x-4}{(x-2)(x-3)} dx;$$

$$\text{е) } \int \frac{\sin^5 2x}{\cos^2 2x} dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{dx}{3+\sqrt{x+2}};$$

$$\text{з) } \int x^2 \cdot \sqrt{4-x^2} dx.$$

$$\text{№ 18. а) } \int 7^{1-3x} dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{\sqrt{3+5e^{-x}}}{e^x} dx;$$

$$\text{в) } \int (2x+1) \cdot \cos \frac{x}{2} dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+5}};$$

$$\text{д) } \int \frac{5x^2-2x+3}{x(x-3)(2x+1)} dx;$$

$$\text{е) } \int \sin^2 x \cdot \cos^4 x dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x+3}};$$

$$\text{з) } \int x^2 \cdot \sqrt{5-x^2} dx.$$

$$\text{№ 19. а) } \int \frac{dx}{\sin^2(2x+3)};$$

$$\text{б) } \int \frac{e^{2\arcsin x} dx}{2\sqrt{1-x^2}};$$

$$\text{в) } \int (2+5x) \cdot e^{-4x} dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{3-2x-x^2};$$

$$\text{д) } \int \frac{x^2-4}{(x+1)^2(x-1)} dx;$$

$$\text{е) } \int \sin^4 2x dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{x-3}};$$

$$\text{з) } \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}}.$$

$$\text{№ 20. а) } \int \frac{dx}{\left(\frac{x}{3}-2\right)^3};$$

$$\text{б) } \int \frac{dx}{\sqrt{x} \cdot \cos^2 \sqrt{x}};$$

$$\text{в) } \int \ln(2x^2-3) dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{x+5}{\sqrt{3-6x-x^2}} dx;$$

$$\text{д) } \int \frac{2x^3-2x^2+5}{(x-1)^2(x^2+4)} dx;$$

$$\text{е) } \int \frac{dx}{\cos^4 \frac{x}{2}};$$

$$\text{ж)} \int \frac{x-1}{x \cdot \sqrt{x+3}} dx;$$

$$\text{з)} \int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^4} dx.$$

$$\text{№ 21. а)} \int \left(\frac{x}{2} + \frac{10}{7} \right)^{10} dx;$$

$$\text{б)} \int \frac{dx}{\cos^2 x (2 - \operatorname{tg} x)};$$

$$\text{в)} \int x \cdot \operatorname{arctg} x dx;$$

$$\text{г)} \int \frac{dx}{9x^2 + 6x + 2};$$

$$\text{д)} \int \frac{2x^2 + 41x - 91}{(x-1)(x+3)(x-4)} dx;$$

$$\text{е)} \int \cos^2 x \cdot \sin^4 x dx;$$

$$\text{ж)} \int \frac{dx}{4 - \sqrt{x}};$$

$$\text{з)} \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{4+x^2}}.$$

$$\text{№ 22. а)} \int \cos \left(2 - \frac{x}{5} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int \frac{x dx}{5 + 2x^4};$$

$$\text{в)} \int (4x - 3) \cdot e^{-2x} dx;$$

$$\text{г)} \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 13}};$$

$$\text{д)} \int \frac{7x+1}{(x+1)(x-2)(x+3)} dx;$$

$$\text{е)} \int \cos^4 \frac{x}{2} dx;$$

$$\text{ж)} \int \frac{dx}{\sqrt{x} \cdot (x+4)};$$

$$\text{з)} \int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 - 3}}.$$

$$\text{№ 23. а)} \int (2x - 5)^{\frac{1}{5}} dx;$$

$$\text{б)} \int \frac{\arcsin^2 x dx}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$\text{в)} \int (2x - 5) \cdot \cos 4x dx;$$

$$\text{г)} \int \frac{dx}{x^2 + 2x + 3};$$

$$\text{д)} \int \frac{x}{(x+1)(2x+1)} dx;$$

$$\text{е)} \int \sin^2 3x \cdot \cos^2 3x dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{\sqrt{x}}{x-5} dx;$$

$$\text{№ 24. а) } \int e^{2x-0.5} dx;$$

$$\text{в) } \int (x+5) \cdot \sin 3x dx;$$

$$\text{д) } \int \frac{x^2 - 3x + 2}{x(x^2 + 2x + 1)} dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{dx}{3 + \sqrt[3]{x+2}};$$

$$\text{№ 25. а) } \int \frac{dx}{1-4x};$$

$$\text{в) } \int (8-3x) \cdot \cos 5x dx;$$

$$\text{д) } \int \frac{dx}{x^4 - x^2};$$

$$\text{ж) } \int \frac{x dx}{\sqrt{2x-1} + 2};$$

$$\text{№ 26. а) } \int (1-7x)^{\frac{2}{3}} dx;$$

$$\text{в) } \int (2-3x) \cdot \sin 2x dx;$$

$$\text{з) } \int \frac{\sqrt{5-x^2}}{x^2} dx.$$

$$\text{б) } \int \frac{1-(2 \ln x)^4}{x} dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{\sqrt{9x^2 + 6x + 2}};$$

$$\text{е) } \int \frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}} dx;$$

$$\text{з) } \int \frac{dx}{\sqrt{(2+x^2)^3}}.$$

$$\text{б) } \int \frac{dx}{x(4 \ln^2 x - 9)};$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{4x^2 + 4x + 17};$$

$$\text{е) } \int \operatorname{tg}^2 5x dx;$$

$$\text{з) } \int \frac{\sqrt{(9-x^2)^3}}{x^6} dx.$$

$$\text{б) } \int \frac{x^2 dx}{4+5x^6};$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 3x + 3}};$$

$$\text{д) } \int \frac{x^2 dx}{1-x^4};$$

$$\text{ж) } \int \frac{x-2}{\sqrt[3]{x+1}} dx;$$

$$\text{№ 27. а) } \int \frac{dx}{(3-5x)^{10}};$$

$$\text{в) } \int (4x+7) \cdot \cos 3x dx;$$

$$\text{д) } \int \frac{x}{(x+1)^2(x-1)} dx;$$

$$\text{ж) } \int x \cdot \sqrt{3+x} dx;$$

$$\text{№ 28. а) } \int 5^{-\frac{x}{2}} dx;$$

$$\text{в) } \int x^2 \cdot \ln x dx;$$

$$\text{д) } \int \frac{dx}{x^3+4x^2};$$

$$\text{ж) } \int \frac{x+2}{\sqrt{2x-3}} dx;$$

$$\text{№ 29. а) } \int \frac{3dx}{2^{5x}};$$

$$\text{в) } \int (3x-2) \cdot \cos 5x dx;$$

$$\text{е) } \int \frac{\cos^3 x}{\sqrt{\sin x}} dx;$$

$$\text{з) } \int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{4+x^2}}.$$

$$\text{б) } \int \frac{\sin 2x}{4-3 \cos 2x} dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{4x^2+4x+17};$$

$$\text{е) } \int \operatorname{ctg}^2 3x dx;$$

$$\text{з) } \int x^2 \cdot \sqrt{3-x^2} dx.$$

$$\text{б) } \int \frac{x^4 dx}{\sqrt{2+x^{10}}};$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+3x+3}};$$

$$\text{е) } \int \sin^5 x \cdot \sqrt{\cos x} dx;$$

$$\text{з) } \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{2-x^2}}.$$

$$\text{б) } \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}(1+3 \arcsin x)};$$

$$\text{г) } \int \frac{4x+8}{4x^2+6x-13} dx;$$

$$\text{д) } \int \frac{x-1}{x^3+x^2} dx;$$

$$\text{е) } \int \sin^3 2x \cdot \cos^3 2x dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{dx}{\sqrt[3]{2x+1}+2};$$

$$\text{з) } \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{5+x^2}}.$$

$$\text{№ 30. а) } \int \sin(1-3x) dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{e^{2x} dx}{e^{4x}+5};$$

$$\text{в) } \int (5x+6) \cdot \sin 2x dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{3x-7}{\sqrt{x^2-5x+1}} dx;$$

$$\text{д) } \int \frac{x^2+3x+4}{(x+1)^2(x-1)} dx;$$

$$\text{е) } \int \frac{7+6\sin x-5\cos x}{1+\cos x} dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x}-4};$$

$$\text{з) } \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-5}}.$$

4.2 Завдання № 4.2

Обчислити інтеграли [3, 5, 8].

$$\text{№ 1. а) } \int_1^3 \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}} dx$$

$$\text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{3}} (x-1) \cos 3x dx$$

$$\text{№ 2. а) } \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^4 x \cos x dx$$

$$\text{б) } \int_1^e \ln x dx$$

$$\text{№ 3. а) } \int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$$

$$\text{б) } \int_0^1 \arctg x dx$$

- № 4. а) $\int_0^1 (1 + e^{3x})^2 e^{3x} dx$ б) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{xdx}{\sin^2 x}$
- № 5. а) $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}$ б) $\int_0^1 xe^{-x} dx$
- № 6. а) $\int_0^1 x \sin(x^2 + 3) dx$ б) $\int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx$
- № 7. а) $\int_0^3 x \cdot \sqrt[5]{9-x^2} dx$ б) $\int_{-1}^2 3x \ln(x+2) dx$
- № 8. а) $\int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{5-x^2}}$ б) $\int_0^{\pi/2} x \sin \frac{x}{2} dx$
- № 9. а) $\int_1^3 \frac{1}{x^2} 2^{\frac{1}{x}} dx$ б) $\int_0^1 (x-1) e^{-x} dx$
- № 10. а) $\int_0^1 x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$ б) $\int_1^e x \ln x dx$
- № 11. а) $\int_1^e \frac{2 \ln x + 1}{x} dx$ б) $\int_0^{\pi/4} x \cos x dx$
- № 12. а) $\int_4^9 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x} - 1}$ б) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} x \arccos x dx$
- № 13. а) $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}} dx}{\sqrt{x}}$ б) $\int_0^3 \ln(3x+1) dx$

$$\text{№ 14. a) } \int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$$

$$\text{б) } \int_0^{1/2} \arcsin 2x dx$$

$$\text{№ 15. a) } \int_0^{\pi/4} \frac{(2 + \operatorname{tg} x)^6 dx}{\cos^2 x}$$

$$\text{б) } \int_1^2 (2-x)e^{\frac{x}{2}} dx$$

$$\text{№ 16. a) } \int_1^2 x^2 \cdot \sqrt[5]{2+3x^3} dx$$

$$\text{б) } \int_1^{e-1} \ln(x+1) dx$$

$$\text{№ 17. a) } \int_0^{\pi/3} \frac{\sin x}{\sqrt{2-\cos x}} dx$$

$$\text{б) } \int_0^2 \operatorname{arctg} \frac{x}{2} dx$$

$$\text{№ 18. a) } \int_0^{\pi/6} \frac{\cos x dx}{3-\sin^2 x}$$

$$\text{б) } \int_{\pi/3}^{\pi/2} (2x+1) \sin x dx$$

$$\text{№ 19. a) } \int_1^{e^2} \frac{(1-\ln x)^{10}}{x} dx$$

$$\text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{xdx}{\cos^2 x}$$

$$\text{№ 20. a) } \int_0^3 \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}$$

$$\text{б) } \int_0^1 \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$$

$$\text{№ 21. a) } \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{5-x^3}}$$

$$\text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{3}} x \cos 3x dx$$

$$\text{№ 22. a) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \sqrt[3]{\cos x} \cdot dx$$

$$\text{б) } \int_{-1}^0 (2x+3)e^{-2x} dx$$

$$\text{№ 23. а) } \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + 5 \operatorname{tg} x}{\cos^2 x} dx$$

$$\text{б) } \int_{-1}^1 2x \operatorname{arctg} x dx$$

$$\text{№ 24. а) } \int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$$

$$\text{б) } \int_0^{0,5} x \arcsin x dx$$

$$\text{№ 25. а) } \int_1^3 \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + 3}}$$

$$\text{б) } \int_1^{e-1} \ln(x+1) dx$$

$$\text{№ 26. а) } \int_1^{e^3} \frac{\sqrt{1 + 2 \ln x} dx}{x}$$

$$\text{б) } \int_1^2 (2-x) e^{\frac{x}{2}} dx$$

$$\text{№ 27. а) } \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt[3]{2-x^3}} dx$$

$$\text{б) } \int_1^e x \ln x dx$$

$$\text{№ 28. а) } \int_0^1 \frac{\ln^2(2x+3) dx}{2x+3}$$

$$\text{б) } \int_{\pi/6}^{\pi/3} x \arccos x dx$$

$$\text{№ 29. а) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^2 x dx$$

$$\text{б) } \int_0^1 \ln(x+1) dx$$

$$\text{№ 30. а) } \int_0^1 (e^x + 1)^{10} e^x dx$$

$$\text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x-1) \sin 2x dx$$

4.3 Завдання № 4.3

Дослідити на збіжність невласні інтеграли [2, 5].

$$\text{№ 1. } \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(2x) dx}{\pi(1+4x^2)}$$

$$\text{№ 2. } \int_e^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^3}$$

$$\text{№ 3. } \int_0^{\infty} x^2 e^{-x^3} dx$$

$$\text{№ 4. } \int_0^{\infty} (x+1) \cos 2x dx$$

$$\text{№ 5. } \int_1^{\infty} \frac{xdx}{(x^2+2)^3}$$

$$\text{№ 6. } \int_e^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x-1)^2}$$

$$\text{№ 7. } \int_0^{\infty} \frac{\arctg^5 x dx}{1+x^2}$$

$$\text{№ 8. } \int_e^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$$

$$\text{№ 9. } \int_0^{\infty} \frac{x}{\cos^2(x^2)} dx$$

$$\text{№ 10. } \int_0^{\infty} \frac{x^2}{1+x^6} dx$$

$$\text{№ 11. } \int_1^{\infty} \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$$

$$\text{№ 12. } \int_0^{\infty} x e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

$$\text{№ 13. } \int_{\pi/6}^{\infty} \frac{\cos x dx}{\sqrt[6]{(1-\sin x)^5}}$$

$$\text{№ 14. } \int_1^{\infty} \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$$

$$\text{№ 15. } \int_{-\infty}^0 x \sin(x^2) dx$$

$$\text{№ 16. } \int_0^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt[3]{x^2+1}}$$

$$\text{№ 17. } \int_{\pi}^{\infty} \frac{\sin(3x) dx}{\sqrt[7]{\cos^2(3x)}}$$

$$\text{№ 18. } \int_1^{\infty} \frac{e^x dx}{\sqrt{e^x-1}}$$

$$\text{№ 19. } \int_e^{\infty} x \ln x dx$$

$$\text{№ 20. } \int_{\pi^2}^{\infty} \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

$$\text{№ 21. } \int_{-\infty}^{\pi/2} \sin x \cdot \cos^2 x dx$$

$$\text{№ 22. } \int_e^{\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}$$

$$\text{№ 23. } \int_1^{\infty} \frac{4dx}{x(1+\ln^2 x)}$$

$$\text{№ 24. } \int_0^{\infty} x \sin x dx$$

$$\text{№ 25. } \int_{-\infty}^2 \frac{xdx}{1-x^4}$$

$$\text{№ 26. } \int_2^{\infty} \frac{\ln x}{x} dx$$

$$\text{№ 29. } \int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$$

$$\text{№ 27. } \int_{\pi/4}^{\infty} \frac{tgx dx}{\cos^2 x}$$

$$\text{№ 30. } \int_0^{\infty} \frac{e^{tgx} dx}{\cos^2 x}$$

$$\text{№ 28. } \int_{-\infty}^0 \frac{x dx}{x^2 + 3}$$

4.4 Завдання № 4.4

Обчислити площу фігури, що задана лініями [1, 3, 5].

$$\text{№ 1. } y = \frac{1}{x}, y = x, y = 0, x = 4.$$

$$\text{№ 2. } xy = 1, y = \sqrt{x}, y = 4.$$

$$\text{№ 3. } xy = 1, x = 4, y = 4, x = 0, y = 0.$$

$$\text{№ 4. } y = x^2 + 5x + 6, 2x - y + 6 = 0.$$

$$\text{№ 5. } y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{7}{6}x - 1, x - 2y - 2 = 0.$$

$$\text{№ 6. } x = (y+1)^2, x^2 = y+1.$$

$$\text{№ 7. } y = (x-1)^2, y = x-1.$$

$$\text{№ 8. } xy = 8, y = 8x^3, y = 27.$$

$$\text{№ 9. } y = x^2, y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = 0, x = 3.$$

$$\text{№ 10. } y = (x-1)^2, y^2 = x-1.$$

$$\text{№ 11. } y = x^2, y = \sqrt{x}.$$

$$\text{№ 12. } y = \frac{3}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 2, x - y - 1 = 0.$$

$$\text{№ 13. } y = x^2 - x, y^2 = 2x.$$

$$\text{№ 14. } x = 4 - y^2, x = y^2 - 2y.$$

$$\text{№ 15. } y = \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 1, 3x - 2y + 1 = 0.$$

$$\text{№ 16. } y = x^2, y = 2x, y = x.$$

$$\text{№ 17. } x = (y - 1)^3, x = 9y - 9.$$

$$\text{№ 18. } y = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 1, x - y + 2 = 0.$$

$$\text{№ 19. } y = x^2, y = 2x, y = x.$$

$$\text{№ 20. } y = 2x^2 - \frac{2}{3}x - 1, 2x - 3y + 5 = 0.$$

$$\text{№ 21. } y = \frac{5}{6}x^2 - \frac{11}{2}x + 1, 3x - 2y - 3 = 0.$$

$$\text{№ 22. } y = -x^2 + 2x + 1, x - y - 1 = 0.$$

$$\text{№ 23. } y = x^2 + 5x + 6, 2x - y + 6 = 0.$$

$$\text{№ 24. } y = x^2 + x, x - y + 1 = 0.$$

$$\text{№ 25. } y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 2, 2x - y - 3 = 0.$$

$$\text{№ 26. } y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 1, x - 2y - 1 = 0.$$

$$\text{№ 27. } y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 2, 2x - y - 3 = 0.$$

$$\text{№ 28. } y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 1, 3x - 2y + 1 = 0.$$

$$\text{№ 29. } y = x^2, y = \sqrt{-x}.$$

$$\text{№ 30. } y = x^2, y = \frac{x^3}{3}.$$

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Вища математика: Підручник. Кн. 1. Основні розділи / За ред. Г. Л. Кулініча. Київ : Либідь, 2003. 400 с.
2. Герасимчук В. С., Васильченко Г. С., Кравцов В. І. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навчальний посібник для студ. технічних і технологічних спец. вищих навч. закладів : затв. МОНУ. Київ : Книги України ЛТД, 2009. 577 с.
3. Дубовик В. П., Юрик І. І. Вища математика: Навч. посібник. Київ : «А.С.К.», 2005. 648 с.
4. Клепко В. Ю., Голець В. Л. Вища математика в прикладах і задачах: навчальний посібник для студ. вищих навч. закл. Київ : Центр учбової літератури, 2009. 594 с.
5. Ковтонюк І. Ю., Корнілович Є. Ю., Олешко Т. І. Вища математика: Навч. посібник: рек. МОНУ. Модуль 6. Інтегральне числення функцій однієї змінної / за заг. ред. Т. І. Олешко. Київ : Книжкове вид-во НАУ, 2005. 112 с.
6. Коновалюк В. С., Олешко Т. І., Петрусенко В. П. Вища математика: Навч. посібник. Модуль 3. Вступ до математичного аналізу / за заг. ред. Т. І. Олешко. Київ: Книжкове вид-во НАУ, 2005. 140 с.
7. Ластівка І. О., Левковська Т. А., Олешко Т. І. Вища математика: Навчальний посібник. Модуль 4. Диференціальне числення функцій однієї змінної / за заг. ред. Т. І. Олешко. Київ: Книжкове вид-во НАУ, 2005. 120 с.
8. Литвин І. І., Конончук О. М., Желізняк Г. О. Вища математика: навч. посібник: рек. МОНУ. Київ : Центр учбової літератури, 2009. 368 с.
9. Овчинников П. П. [та ін.] Вища математика: Підручник. У 2 ч. Ч. 1: Лінійна і векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне і інтегральне числення. Київ : Техніка, 2003. 600 с.