

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

В.В. Солоха

ТЕКСТИ (конспект) лекцій з дисципліни

“Динаміка металорізальних верстатів”
для студентів спеціальності 133 “Галузеве машинобудування” за
освітньою програмою “Металорізальні верстати та системи” усіх
форм навчання

2025

Тексти (конспект) лекцій з дисципліни “Динаміка металорізальних верстатів” для студентів спеціальності 133 “Галузеве машинобудування” за освітньою програмою “Металорізальні верстати та системи” усіх форм навчання /Укл. В.В. Солоха. - Запоріжжя: НУ “Запорізька політехніка”, 2025. - с. 103

Укладачі: В.В. Солоха, доцент, к.т.н.

Рецензенти: професор, д.т.н.
доцент, к.т.н.

Відповідальний
за випуск: доцент, к.т.н. Фролов М.В.

Протокол № _____
від “___” _____ 2025

Рекомендовано до видання НМО
машинобудівного факультету.
Протокол № _____
від “___” _____ 2025.

ЗМІСТ

	с.
Лекція 1. Динаміка верстатів Замкнена динамічна система (ДС) верстатів	4
Лекція 2. Статична характеристика основних елементів ДС	7
Лекція 3. Частотні методи аналізу ДС верстатів	11
Лекція 4. Показники динамічної якості верстатів	14
Лекція 5. Стійкість складної ЕПС з двома ступенями вільності	18
Лекція 6. Змушені коливання в верстатах	28
Лекція 7. Автоколивання в верстатах	39
Лекція 8. Динаміка приводу верстатів	44
Лекція 9. Характеристики процесу різання	49
Лекція 10. Процеси тертя в механізмах верстатів	60
Лекція 11. Коливання несучих систем	70
Лекція 12. Стійкість динамічної системи верстата	80
Лекція 13. Аналіз та оцінка динамічних характеристик верстатів	92
Рекомендована література	102

ЛЕКЦІЯ 1. ДИНАМІКА ВЕРСТАТІВ

1.1 Замкнена динамічна система верстатів

Динамічна система верстата утворюється сукупністю пружної системи і робочих процесів в їх взаємодії.

Робота верстатів супроводжується деформацією пружної системи і процесами, що розвиваються в рухомих з'єднаннях: процес різання (ПР), процеси тертя (ПТ) і процеси в двигунах (ПД). Для кожного з цих явищ існує визначена залежність між діючими силами і переміщеннями в широкому розумінні цього поняття.

Пружна система (ПС) включає верстат, пристосування, інструмент, деталь (ВППД). Вплив робочих процесів на пружну систему верстата є головним чином силовим, але може бути й іншим, наприклад, тепловим. Впливи на ПС зумовлюють зсуви її конструктивних елементів, тобто змінюють взаємне положення деталей, що утворюють рухоме з'єднання (різця і заготовки, супорта і напрямних, ротора і статора тощо), в якому протікає той чи інший процес.

Деформація ПС y залежить від навантаження Q та жорсткості верстата c :

$$Q = c y, \quad (1.1)$$

Сили різання залежать від різних параметрів обробки: геометрії інструмента, режимів різання, тертя, деформації в зоні контакту. Широко використовують лінійну залежність сил різання F від площі перетину зрізу:

$$F = K b a, \quad (1.2)$$

де K — питома сила різання (для сталі 45 $K \approx 2000$ Н/мм²); b , a — ширина і товщина зрізу. Величина a залежить від відносних зсувів інструмента і заготовки.

Процес тертя характеризується залежністю сили тертя F_T від нормального навантаження N і коефіцієнта тертя μ . Навантаження можна виразити через коефіцієнт нормальної жорсткості c_n і нормальну деформацію y_n .

$$N = c_n y_n^m. \quad (1.3)$$

Відповідно сила тертя:

$$F_T = \mu c_n y_n^m \quad (1.4)$$

тут m — показник ступеня, що враховує нелінійність і дорівнює приблизно 2.

Можна припустити, що за відомих $F(t)$ і $F_T(t)$ коливання шпинделя і супорта можна розглядати автономно як змушені коливання. В результаті деформації ПС змінюється відносне положення супорта і шпинделя, ползків і станини, ротора і статора, тощо. Зсуви в пружній системі, у свою чергу, зумовлюють зміну параметрів процесів, що відбуваються в рухомих з'єднаннях (сил різання і тертя).

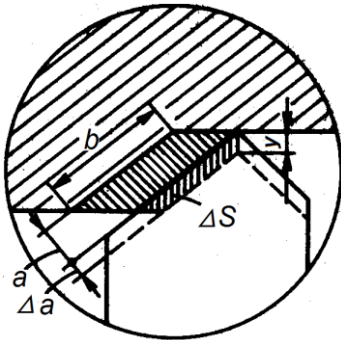


Рисунок 1.1 – Схема зміни перетину зрізу внаслідок деформації ПС

Наприклад, сила різання $F(t)$ приводить до зміни відносного зсуву інструмента та заготовки на величину y (рис. 1.1). Пропорційно y змінюються товщина a (на величину Δa) і площа перетину зрізу S (на величину ΔS). Сила різання набуває нового значення $F(t)$. Зміна сили різання зумовлює новий зсув в пружній системі верстата, і т. і.

Встановлений зворотний зв'язок існує як між ПС і ПР, так і між ПС і ПТ, спостерігається зміна сил тертя зі зміною деформацій у пружній системі.

Формалізоване виділення в динамічній системі (ДС) верстата ПС і

процесів, що надалі будемо називати основними елементами системи, і зворотний зв'язок між ними дозволяє для дослідження системи використовувати відомі залежності і методи аналізу теорії автоматичного регулювання. Взаємодію між елементами системи ілюструє рис. 1.2. Зв'язок між елементами, тобто вплив процесів на ПС і зворотний вплив ПС на процеси, показано стрілками. Безпосереднього зв'язку між процесами не існує. Процеси можуть взаємодіяти між собою тільки через ПС.

Впливи робочих процесів на ПС та зворотні впливи ПС на процеси називають **зв'язками**, ланцюги впливів, що включають елементи і зв'язки між ними, - **контуром зв'язку**. Відповідно до теорії проф. В. А. Кудінова, динамічна система верстата є багатоконтурною замкненою системою. На рис. 1.2, а показано три контури зв'язку: ПС

— $ПР$, $ПС$ — $ПТ$, $ПС$ — $ПД$. Якщо розірвати зв'язок між елементами, то така система називається розімкненою.

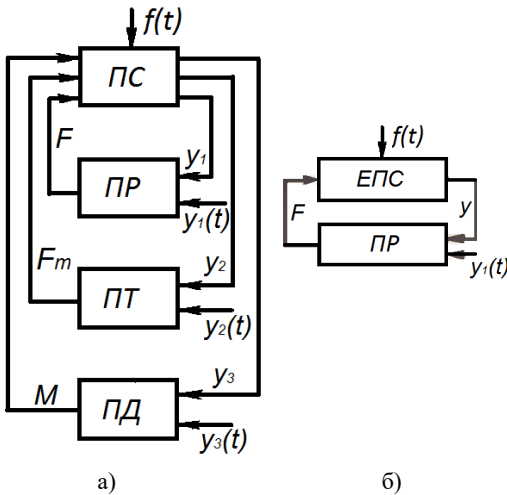


Рисунок 1.2. - Схема динамічної системи верстата: а — багатоконтурна; б — одноконтурна

Пружна система піддається з боку процесів головним чином силовим впливам у вигляді сил різання F , тертя F_T і моменту M . Дії на пружну систему обумовлюють зсуви її конструктивних елементів, тобто змінюють взаємне положення деталей, що утворюють рухоме з'єднання (різця і заготовки, супорта і напрямних, ротора і статора тощо). У свою чергу, $ПС$ впливає на процеси своєю деформацією: y_1, y_2, y_3 . Дія $ПС$ на робочі процеси

проявляється в зміні їх основних параметрів: перетину зрізу, нормального тиску, швидкості руху тощо. Аналіз розглянутих впливів відображає загальну властивість зв'язків для всіх контурів: вплив усіх процесів на $ПС$ є функцією координат (або їх похідних) $ПС$, тобто її деформації. Такі впливи називаються внутрішніми.

Крім робочих процесів на $ПС$ чинять вплив сили інерції невірноважених деталей, що обертаються чи вузлів що здійснюють зворотно-поступальний рух; сили ваги вузлів та заготовки, зусилля закріплення деталей системи; теплові джерела; поштовхи та коливання, що передаються ззовні через фундамент чи виникають в самій системі через неточності зачеплення зубчастих коліс та інші похибки виготовлення деталей або складання верстата.

Ці впливи можуть розглядатися як **зовнішні впливи** на $ПС$ і позначаються як $f(t)$.

Зовнішні впливи на робочі процеси проявляються в заданій зміні припуску оброблюваної заготовки; в заданій зміні тиску мастила, що подається на напрямні; в заданій зміні електричної напруги, що

підводиться до електродвигуна тощо; впливи позначені $y(t)$ з індексом, що відповідає робочому процесу. Зовнішні впливи на робочі процеси ще називають **змiнами налаштування** цих процесiв чи системи.

Термін «зовнішній вплив» застосовується тут у тому сенсі, що вплив не залежить від координат даної системи. Наприклад, коли деформація ПС, зумовлена «зовнішнім впливом», не змінює цей вплив.

У залежності від об'єкту дослідження багатоконтурну ДС верстата (рис. 1.2, а) можна подати у вигляді одноконтурної (рис. 1.2, б), що включає еквівалентний елемент і досліджуваний процес. Наприклад, якщо досліджується процес різання, то елемент *ПР* зберігається, а всі інші включаються до еквівалентної пружної системи *ЕПС* (рис. 1.2, б). Для оцінки *ЕПС* повинен враховуватися вплив процесів у рухомих з'єднаннях.

ЛЕКЦІЯ 2. СТАТИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОСНОВНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДС ВЕРСТАТІВ

Властивості ДС верстата і її елементів визначаються їхньою характеристикою. Розірвемо два зв'язки елемента *ПР* (див. рис. 1.2, а) і розглянемо його окремо (рис. 2.1, а). Вплив на вході елемента назвемо вхідною координатою $x_{вх}$, а результат впливу — вихідною координатою $x_{вих}$. Рівняння, що зв'язує вихідну і вхідну координати, називається характеристикою W елемента чи системи. Характеристика елемента *ПР* (Н/мм)

$$W_{ПР} = \frac{x_{вих}}{x_{вх}} = \frac{F}{y_1(t)}. \quad (2.1)$$

Характеристика розімкненої системи (рис. 2.1, б):

$$W_{роз} = \frac{x_{вих}}{x_{вх}} = \frac{y}{y_1(t)}.$$

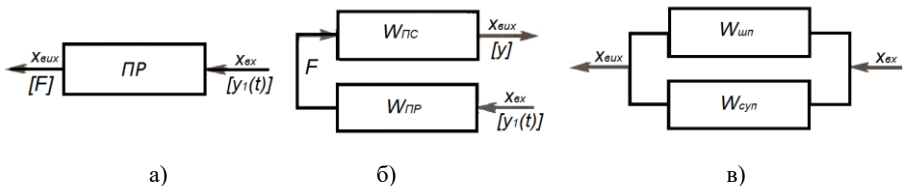


Рисунок 2.1 – Схеми розімкнених динамічних систем: а – елемент процесу різання; б – послідовне з'єднання елементів; в – паралельне з'єднання елементів

Її можна визначити через характеристики складових елементів. Для послідовного з'єднання елементів (рис. 2.1, б) характеристика розімкненої системи дорівнює добутку характеристик складових елементів:

$$W_{\text{роз}} = W_{\text{ПС}} \cdot W_{\text{ПР}}$$

Для паралельного з'єднання елементів (рис. 2.1, в), наприклад для ПС, що включає шпиндель і супорт із характеристиками відповідно $W_{\text{ун}}$ і W_c

$$W_{\text{роз}} = W_{\text{ун}} + W_c$$

Характеристика називається статичною, якщо вхідна координата не змінюється в часі, і динамічною, якщо змінюється.

2.1 Статична характеристика ПС

Якщо впливати на ПС постійною силою F , то результатом впливу буде пружний зсув y . Отже, статичну характеристику $W_{\text{ПС}}$ (мм/Н) можна подати відношенням

$$W_{\text{ПС}} = K_{\text{ПС}} = \frac{y}{F}.$$

Цю характеристику називають піддатливістю чи зворотною жорсткістю.

Регламентовані стандартом норми точності верстатів передбачають вимір відносних пружних зсувів $y_{\text{від}}$ несучих елементів верстата за нормаллю до обробленої поверхні ($y = y_{\text{від}}$) під дією сил, еквівалентних вектору сил різання ($F \rightarrow \bar{F}$).

Статична характеристика ПС верстата чи будь-якої його ланки графічно має вигляд петлі гістерезису (рис. 2.2), площа якої характеризує роботу сил внутрішнього і зовнішнього тертя. У рівняння динаміки характеристику ПС зручно вводити у вигляді постійного коефіцієнта, для чого її необхідно лінеаризувати, тобто подати у вигляді лінійної характеристики. Найбільш просто це досягається виділенням чисто пружних властивостей характеристики.

Схема навантаження вузлів верстатів та напрямок силових потоків в них впливають на характеристики жорсткості. Якщо сила F навантаження діє у вузлу послідовно на пару тертя та пружний елемент з коефіцієнтом жорсткості c (рис. 2.2, а), то момент сил тертя $M_{\text{тер}}$ залежить від сили F , графік жорсткості $\delta(F)$ має вигляд, що показаний

на рис. 2.2, б. Якщо ж сила тертя $F_{тер}$ не залежить від сили навантаження F (рис. 2.2, в), то графік жорсткості має зовсім інший вигляд (рис. 2.2, г).

Статична характеристика верстата визначається величиною контактних і власних деформацій. Через складність розрахунку найчастіше її визначають експериментально і значно рідше — аналітично.

Відповідно до видів деформації усі випадки розрахунку власної жорсткості деталей можна звести до розтягу-стиску (c_p), вигину ($c_{виг}$) і кручення ($c_{кр}$):

$$c_p = \frac{E \cdot S}{l}; c_{виг} = \frac{E \cdot J}{l^3} C_1; c_{кр} = \frac{M}{\varphi} = \frac{G J_p}{l} C_2$$

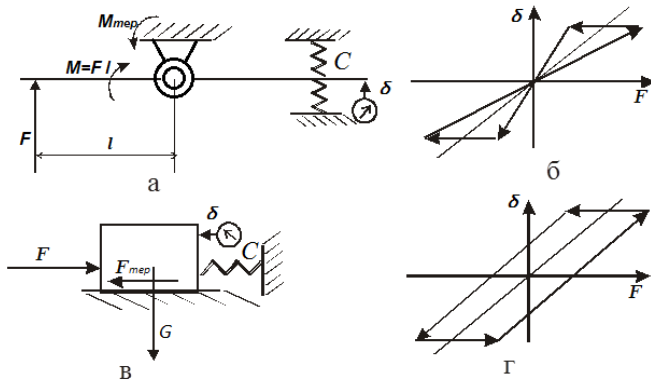


Рисунок 2.2 – Схеми навантаження і статичні характеристики пружних систем: а, б – сили тертя пропорційні зовнішньому навантаженню; в, г – сили тертя не залежать від зовнішнього навантаження

Аналізуючи ці формули, легко помітити, що жорсткість не залежить від міцності і термічної обробки матеріалу, а тільки від модуля пружності E , G , площі S чи моменту інерції J , J_p і довжини стрижня l . Коефіцієнти C_1 і C_2 залежать від способів закріплення стрижня (балки).

У розрахунках зазвичай враховують зведену жорсткість $c_{зв}$ (піддатливість $e_{зв}$) ПС. Для системи, ланки якої послідовно сприймають навантаження $c_{зв}$ і $e_{зв}$ визначають з відношень

$$\frac{1}{c_{3в}} = \sum \frac{1}{c_i}, \quad e_{3в} = \sum e_i,$$

де c_i, e_i — жорсткість і піддатливість i -го елемента системи.

Для паралельного сприйняття навантаження $c_{3в} = \sum c_i$, чи $1/e_{3в} = \sum 1/e_i$.

2.2 Статична характеристика ПР

Процес різання піддається впливу з боку ПС у вигляді відносних пружних зсувів, що веде до зміни товщини зрізу a . У результаті такого впливу змінюється сила різання F . З огляду на залежність (1.2), статичну характеристику ПР можна подати у вигляді відношення

$$W_{\text{ПР}} = \frac{F}{a} = K \cdot b = K_F,$$

де K_F — жорсткість різання.

2.3 Статична характеристика ПТ.

Для найбільш поширених видів тертя (граничного, змішаного і рідинного) існує залежність сили тертя F_T від швидкості і нормального навантаження N (нормальної деформації y_n). Тому ПС впливає на процес тертя через зміну величини і напрямку швидкості руху чи нормальної деформації.

Найпростішою статичною характеристикою тертя є коефіцієнт тертя μ . В умовах малих контактних деформацій нормальне навантаження можна подати у вигляді лінійної залежності $N = c_n y_n$ і записати статичну характеристику тертя:

$$K_T = \frac{F_T}{y_n} = \mu \cdot c_n.$$

Аналогічно можна говорити про статичну характеристику тертя K_v по швидкості v : $K_v = F_T/v$.

Слід зазначити, що лінійні характеристики ПС, ПР і ПТ застосовують для спрощення розрахунків, практично вони мають більш-менш виражену нелінійність. Розв'язок задач динаміки з нелінійними характеристиками значно складніше.

ЛЕКЦІЯ 3. ЧАСТОТНІ МЕТОДИ АНАЛІЗУ ДС ВЕРСТАТІВ

Вирішення однієї з головних задач динаміки верстатів — вібростійкості (стійкості) — можливе з використанням динамічних характеристик елементів системи. Вони дозволяють визначити умови виникнення чи відсутності автоколиваний у залежності від конструктивних і технологічних параметрів.

Припускаючи ДС верстата лінійною, для її аналізу часто використовують частотні динамічні характеристики. Їхній фізичний сенс і спосіб одержання зручно пояснити на прикладі часової характеристики (рис. 3.1, а), що показує зміну в часі t параметра X вхідної 1 і вихідної 2 координат на постійній частоті. Наявність таких характеристик для всього діапазону робочих частот ω дозволяє побудувати частотні характеристики.

Розрізняють АЧХ амплітудно-частотну характеристику $A(\omega) = A_{вих}/A_{вх}$ - відношення амплітуд вихідної $A_{вих}$ і вхідної $A_{вх}$ координат (рис. 3.1, а, б), ФЧХ фазочастотну $\varphi(\omega) = \varphi_{вих} - \varphi_{вх}$ — різниця фаз вихідної $\varphi_{вих}$ і вхідної $\varphi_{вх}$ координат у функції частоти (рис. 3.1, а, в) і АФЧХ амплітудно-фазову частотну, котра поєднує дві перших (рис. 3.1, г). Значення $A_{вх}$, $A_{вих}$ і $\varphi_{вх}$, $\varphi_{вих}$ беруться з рис. 3.1, а.

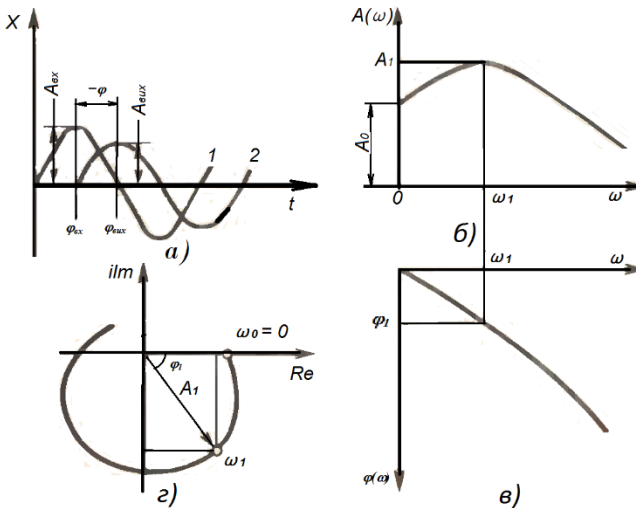


Рисунок 3.1 – Часова (а) і частотна (б-г) характеристики ДС

АФЧХ використовують як деяку узагальнену характеристику для оцінки стійкості верстатів, позначаючи її через $W(i\omega)$. Символи в дужках — уявна одиниця i і кругова частота ω — свідчить про те, що характеристика частотна динамічна.

АФЧХ є комплексною величиною і будується на комплексній площині з дійсною Re і уявною Im осями:

$$W(i\omega) = Re + i Im \quad (3.1)$$

Кожному значенню частоти ω_1 відповідає свій модуль (амплітуда) A_1 , і аргумент (різниця фаз) φ_1 через які також можна виразити динамічну характеристику (рис. 3.1, г):

$$A_1 = \sqrt{Re^2 + Im^2}; \quad tg\varphi_1 = Im/Re; \quad (3.2)$$

$$W(i\omega) = A_1(\cos\varphi_1 + i \sin\varphi_1), \quad (3.2a)$$

Зсув по фазі φ (різниця фаз) береться від'ємним і відкладають за годинниковою стрілкою, якщо вихідна координата відстає від вхідної, що найбільш характерно для металорізальних верстатів.

Розглянемо для прикладу частотні характеристики найпростішої ЕПС з одним ступенем вільності, на яку впливає періодична сила, що збурює $F \sin \omega t$ (вхідна координата). Припустимо, що пружні зсуви у (вихідна координата) у верстаті визначаються головним чином шпинделем. Тоді розрахункову схему можна подати у вигляді невагомої пружної балки зі зведеною масою m , жорсткістю c і коефіцієнтом сил опору β (рис. 3.2, схеми a , b , v — еквівалентні).

Для визначення динамічних характеристик складемо диференціальне рівняння ПС:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + \beta \frac{dy}{dt} + c \cdot y = F \cdot \sin \omega t. \quad (3.3)$$

Напишемо його в операторній формі. Для цього символ диференціювання замінимо на деяке комплексне число $p = d/dt$. Тоді розв'язок диференціального рівняння (3.3) зводиться до розв'язку алгебраїчного рівняння

$$\left(\frac{m}{c} p^2 + \frac{\beta}{c} p + 1 \right) y(p) = \frac{1}{c} F(p).$$

Позначимо: $T_1 = \sqrt{m/c}$ - інерційна постійна часу, c ; $T_2 = \beta/c$ - постійна часу демпфування, c .

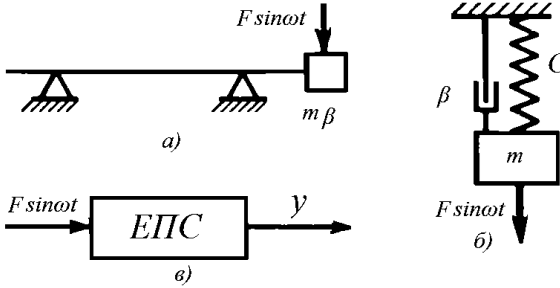


Рисунок 3.2 – Розрахункові схеми ЕПС з одним ступенем свободи

Тому що $F(p)$ і $y(p)$ — відповідно вхідна і вихідна координати пружної системи, записані в операторній формі, то її передавальна функція

$$W_{\text{ЕПС}}(p) = \frac{y(p)}{F(p)} = \frac{1/c}{T_1^2 p^2 + T_2 p + 1} = \frac{K_{\text{ЕПС}}}{T_1^2 p^2 + T_2 p + 1}.$$

Перехід від передавальної функції до динамічної характеристики ЕПС, тобто до АФЧХ, зводиться до заміни комплексного числа p на $i\omega$:

$$W_{\text{ЕПС}}(i\omega) = \frac{y(i\omega)}{F(i\omega)} = \frac{K_{\text{ЕПС}}}{-T_1^2 \omega^2 + T_2 i\omega + 1}. \quad (3.4)$$

Тут $K_{\text{ЕПС}}$ — статична характеристика ЕПС, $W_{\text{ЕПС}}(i\omega)$ має значення динамічної піддатливості

Виділимо дійсну і уявну частини характеристики (3.4).

$$W_{\text{ЕПС}}(i\omega) = \frac{1/c [(1 - T_1^2 \omega^2) - T_2 i\omega]}{(1 - T_1^2 \omega^2)^2 - (T_2 i\omega)^2} \quad (3.5)$$

$$Re = - \frac{\frac{1}{c}(1 - T_1^2 \omega^2)}{(1 - T_1^2 \omega^2)^2 + T_2^2 \omega^2} \quad (3.5a)$$

$$Im = - \frac{\frac{1}{c} T_2 \omega}{(1 - T_1^2 \omega^2)^2 + T_2^2 \omega^2} \quad (3.5b)$$

Для побудови АФЧХ задаємося різними частотами ω і знаходимо модуль і аргумент за формулами (3.2), (3.5), наносячи точки на комплексній площині (рис. 3.1, г):

при $\omega=0$ $Re=1/c$, $Im=0$, $tg \varphi=0$, $\varphi=0$;

при $\omega = 1/T_1$ $Re=0$, $Im= -T_1/cT_2$, $tg \varphi=\infty$, $\varphi=\pi/2$;

при $\omega = \infty$ $Re=0$, $Im=0$, $tg \varphi=0$, $\varphi=\pi$.

При частоті, рівній нулю, динамічна характеристика дорівнює статичній:

$$W_{\text{ЕПС}}(i\omega)=1/c=K_{\text{ЕПС}}.$$

Амплітудно-частотна і фазочастотна характеристики відбивають окремі сторони того самого процесу. Для розглянутої системи закономірність зміни цих характеристик одержимо з формул (3.2) і (3.5), задаючись тими ж значеннями частот ω , що беруться для побудови АФЧХ.

Амплітудно-частотна характеристика для $\omega = 1/T_1$ — відповідає резонансу, і частота, що збуджує, дорівнює власній частоті ω_v системи:

$$\omega = 1/T_1 = \omega_v; A(\omega)=T_1/cT_2; T_2=\beta/c \text{ при } \beta=0, A(\omega) \rightarrow \infty.$$

Отже, без врахування сил опору амплітуда прагне до нескінченності, що відповідає резонансу.

ЛЕКЦІЯ 4. ПОКАЗНИКИ ДИНАМІЧНОЇ ЯКОСТІ ВЕРСТАТІВ

Динамічна якість верстата визначається стійкістю системи та характеристикою її реакції на зовнішні впливи.

Основні показники динамічної якості верстата: запас і ступінь стійкості; відхилення параметрів динамічної системи від зовнішніх впливів; швидкодія.

Запас стійкості визначає можливості зміни того чи іншого параметру системи без втрати нею стійкості. Втрата системою стійкості проявляється в виникненні вібрацій або “підриванні” інструмента, в нерівномірному стрибкоподібному русі вузлів або в їх заклинюванні.

На рисунку 4.1, а показана область стійкості при розточуванні в параметрах: глибина різання t – виліт борштанги l . При обробці з глибиною різання t і вильотом l запас стійкості за вильотом борштанги дорівнює l_{zp}/l , а за глибиною різання – t_{zp}/t .

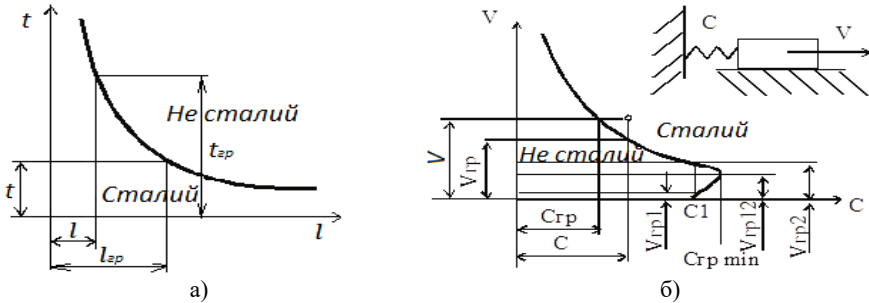


Рисунок 4.1 – Области стійкості верстата при розточуванні та переміщенні робочих органів

На рисунку 4.1, б показана область стійкості переміщення робочого органу верстата напрямними ковзання без різання в параметрах: швидкість руху v – жорсткість приводу C . Під час руху вузла, жорсткість приводу якого складає C , зі швидкістю v запас стійкості за швидкістю переміщення дорівнює $v/v_{гр}$, а за жорсткістю приводу – $C/C_{гр}$.

Тут l_{zp} , t_{zp} , $v_{гр}$, $C_{гр}$ – граничні значення відповідних параметрів на границі стійкості (за інших заданих параметрів). Запас стійкості виражається числом більшим за одиницю. Тому, в залежності від розташування області стійкості, для оцінки запасу стійкості береться відношення заданого параметра до граничного або навпаки.

Ступінь стійкості визначається здатністю системи розсіювати енергію, що вноситься зовнішнім впливом. Чим більший ступінь стійкості за даною частотною складовою, тим швидше загасає перехідний процес, тим менші відхилення в стійких динамічних процесах, наприклад амплітуда змусених коливань. Цей показник доповнює недостатньо повну для практичних цілей оцінку границі стійкості.

Можна оцінювати ступінь стійкості за швидкістю загасання відхилень в перехідних процесах.

На рис. 4.2 показані коливання по нормалі до поверхні різання внаслідок врізанні різця. Ступінь стійкості оцінюється логарифмічним декрементом λ :

$$\lambda = \ln \frac{A_n}{A_{n+1}} \approx \frac{\Delta A}{A_n}, \quad (4.1)$$

де A_n та A_{n+1} амплітуди двох коливань, що ідуть одне за одним;
 ΔA – різниця цих амплітуд.

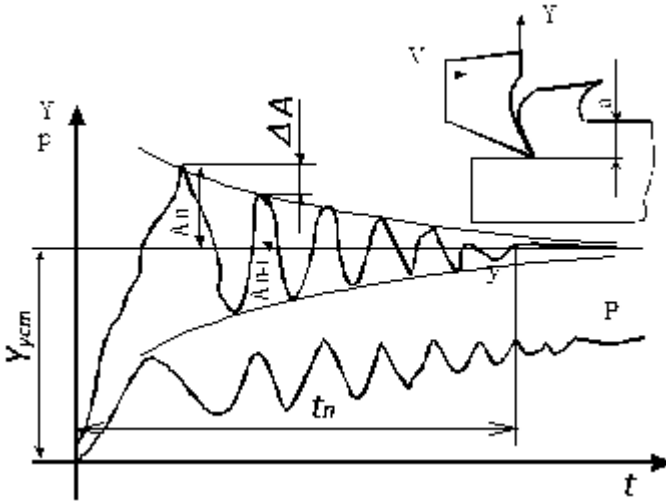


Рисунок 4.2 - Коливання в перехідному процесі при візанні різця

Швидкодія системи визначає швидкість завершення перехідного процесу. Швидкодія проявляється в тривалості процесу або, що те саме, в часі загасання перехідних відхилень до значень менших за деяку визначену величину. Між ступенем стійкості та швидкодією системи існує прямий зв'язок.

Параметри, за якими визначаються показники системи від дії зовнішніх впливів, вибираються у відповідності до конкретних завдань розрахунку або аналізу, тобто від типу задачі і виду критерію для оцінки показників. Такими критеріями є: точність обробки; довговічність (стійкість) верстата, пристосування та інструмента; продуктивність; енергетичні витрати.

В аналізі системи верстата за точністю обробки відхилення параметрів системи від зовнішній впливів набувають таких форм показників точності:

а) статична похибка обробки, що проявляється в ході обробки заготовки з постійним припуском і незмінності всіх зовнішніх впливів на систему. Статична похибка y_{cm} може виникати, наприклад, в процесі

круглого зовнішнього шліфування внаслідок зсуву інструмента і заготовки при обробці деталі з постійним припуском Δ ;

б) стаціонарна динамічна похибка обробки, зокрема хвилястість чи огранка обробленої поверхні внаслідок змусених коливань, наприклад, у вигляді хвиль, що утворились під час фрезерування багатозубою циліндричною фрезою з биттям. Частота коливань дорівнює числу обертів інструмента;

в) перехідна динамічна похибка обробки, що виникає внаслідок деформацій та інших відхилень в системі в перехідних процесах, наприклад під час врізання та виходу інструмента (різця, зуба фрези, протяжки тощо);

г) випадкова динамічна похибка обробки, що є наслідком дії на систему різних зовнішніх чинників, які носять випадковий характер.

Критерії стійкості. Для оцінки стійкості ДС у тому числі верстатів, набули застосування різні критерії, що дозволяють визначати стійкість системи за деякими ознаками, без розв'язання рівнянь. В дослідженні динаміки верстатів найчастіше використовуються критерії Найквіста і Рауса-Гурвица.

Частотний критерій Найквіста дозволяє оцінювати стійкість замкненої системи за характеристикою розімкненої системи і використовувати експериментальні АФЧХ, що особливо важливо для дослідження таких складних ДС як металорізальні верстати.

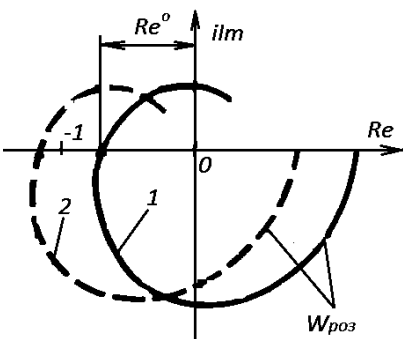


Рисунок 4.3 – Оцінка сталості ДС верстата за критерієм Найквіста.

Відповідно до критерію Найквіста замкнена система буде стійкою, якщо АФЧХ (крива 1, рис. 4.3) розімкненої системи не охоплює точку з координатами $[-1, i0]$. У іншому випадку система є нестійкою — крива 2.

Умову стійкості ДС можна записати через відрізок Re^0 , що відтинається характеристикою на від'ємній дійсній осі, $Re^0 < |1|$.

Якщо характеристика проходить через точку з координатами $[-1, i0]$, то система знаходиться на межі стійкості: $Re^0 = |1|$. Запас стійкості за амплітудою визначається як $(1 - Re^0) 100\%$.

Алгебраїчний критерій стійкості Рауса-Гурвіца зручно застосовувати, якщо ДС описується рівнянням до четвертого порядку включно. Зокрема для систем, що описуються характеристичним рівнянням першого і другого порядку: $a_0c + a_1 = 0$; $a_0 \cdot c^2 + a_1 \cdot c + a_2 = 0$ — достатньою ознакою стійкості є додатне значення всіх коефіцієнтів, тобто $a_0 > 0$, $a_1 > 0$ і $a_2 > 0$.

ЛЕКЦІЯ 5. СТІЙКІСТЬ СКЛАДНОЇ ЕПС З ДВОМА СТУПЕНЯМИ ВІЛЬНОСТІ

5.1 Пружна система супортної групи

В основі розрахунку стійкості складної ЕПС, що має не менше двох ступенів вільності, лежить поняття про центр жорсткості і головні осі жорсткості. Якщо навантаження проходить через центр жорсткості (рис. 5.1), то зсув будь-якої точки верхньої частини супорта (різцетримача) визначається деформаціями за двома головними

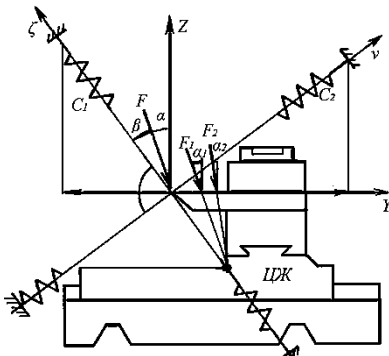


Рисунок 5.1 – Схема визначення центру жорсткості

центральними осями жорсткості без повороту різцетримача. Якщо сила не проходить через центр жорсткості, то до зазначеного переміщення додається зсув від повороту навколо центру жорсткості. Величина цього зсуву визначається моментом сили і крутильною жорсткістю.

Вісь ζ , що проходить через вершину різця і центр жорсткості називається віссю максимальної жорсткості, оскільки вона відповідає напрямку мінімальних пружних зсувів. Вісь ν , що перпендикулярна осі ζ , відповідає напрямку максимальних пружних зсувів і називається віссю мінімальної жорсткості.

Головні осі жорсткості є нормальними координатами, тобто такими, переміщення за якими незалежні, тому для кожної нормальної координати ЕПС супорта складають незалежні диференціальні рівняння і складну ЕПС подають у вигляді системи паралельно з'єднаних елементів.

Статична характеристика ПС супортної групи визначається відношенням деформації за віссю Y до зовнішньої сили, що діє в напрямку сили різання. У цьому випадку доцільним виявляється використання еліпсу жорсткості. Він аналогічний еліпсу інерції перетину балки, прийнятому в «Опорі матеріалів». В разі «косого» вигину балки, тобто розбіжності сили з напрямком головних осей жорсткості (які є головними осями еліпса), напрямок повної деформації перпендикулярний дотичній до еліпса в точці перетинання його лінією дії сили (рис. 5.2).

Статичну характеристику системи супорта без врахування сил тертя визначаємо за умови, що вона має дві взаємно перпендикулярні головні осі жорсткості (коефіцієнт максимальної жорсткості C_1 та мінімальної C_2). За початок координат O візьмемо вершину різця, вісь Y направлена по нормалі до оброблюваної поверхні, а вісь Z перпендикулярно до осі Y .

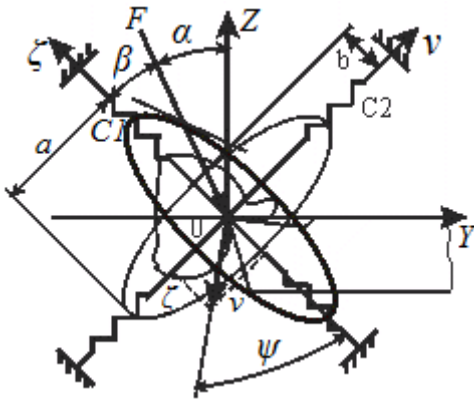


Рисунок 5.2 - Розрахункова схема для визначення статичної характеристики системи супорта

Прикладемо силу F , що відповідає силі різання, під кутом α до осі Z , а вісь ζ , що відповідає коефіцієнту жорсткості C_1 , розмістимо під кутом β до напрямку дії сили F . Силу F розкладемо за напрямками головних осей жорсткості та визначимо пружні переміщення в напрямку цих осей:

$$\zeta = \frac{F \cos \beta}{C_1};$$

$$\nu = \frac{F \sin \beta}{C_2}.$$

Пружні переміщення ζ та ν від стану рівноваги та обумовлені дією складових сили F . Повне переміщення δ вершини різця спрямовано під кутом ψ до осі ζ :

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\nu}{\zeta} = \frac{C_1}{C_2} \operatorname{tg} \beta,$$

Сила F та повне переміщення δ співпадають за напрямком лише за головними осями жорсткості, а за всіма іншими напрямками не співпадають ($\psi \neq \beta$).

Результуюче пружне переміщення по нормалі до обробленої поверхні:

$$y = v \cos(\alpha + \beta) - \zeta \sin(\alpha + \beta).$$

Після підстановки в одержане рівняння значень ζ і v та ділення на F одержимо вираз для статичної характеристики пружної системи супорта:

$$K_{pc} = \frac{y}{F} = \frac{\sin \beta \cos(\alpha + \beta)}{C_2} - \frac{\cos \beta \sin(\alpha + \beta)}{C_1}. \quad (5.1)$$

Якщо відомі значення C_1 та C_2 , то за допомогою рівняння (5.1) можна визначити оптимальну зону розміщення інструмента, в якій система має найменшу піддатливість і відповідно забезпечує найвищу точність обробки.

Динамічна характеристика супортної групи на відміну від статичної може розглядатися окремо тільки за деяких умов, (надмірно слабкий зв'язок і зв'язаність з рештою ПС верстата, у тому числі і з іншими узагальненими координатами руху супорта). АФЧХ ПС, що має два і більш ступені вільності у робочому діапазоні частот не може бути апроксимована характеристикою другого порядку, властивою коливальній системі з одним ступенем вільності.

У найпростішому вигляді модель ПС супорта може бути подана як система з двома ступенями вільності. Схема системи показана на рис. 5.2 і 5.3. Лінеаризуючи систему і припускаючи, що сили опору пропорційні швидкості, одержимо наступні рівняння руху, прийнявши узагальнені координати за головними осями жорсткості:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{\zeta} + h_1 \dot{\zeta} + C_1 \zeta &= F \cos \beta \\ m_2 \ddot{\nu} + h_2 \dot{\nu} + C_2 \nu &= F \sin \beta \end{aligned} \quad (5.2)$$

де m_1 і m_2 — зведені маси системи; h_1 і h_2 — коефіцієнти сил опору; C_1 і C_2 - головні жорсткості системи.

Рівняння руху перепишемо в операторній формі:

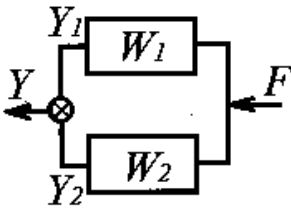


Рисунок 5.3 - Розрахункова
схема ЕПС супорта

$$\left. \begin{aligned} (T_1' p^2 + T_2 p + 1) \zeta &= \frac{F}{C_1} \cos \beta \\ (T_1'^2 p^2 + T_2' p + 1) v &= \frac{F}{C_2} \sin \beta \end{aligned} \right\} (5.3)$$

Вихідною координатою ПС для аналізу низько- і середньочастотних процесів є переміщення в напрямку нормалі до поверхні різання. Для поперечного точіння ним є зсув за віссю

Y . Вхідною координатою є зовнішня сила F , що діє на ПС так, як на неї діє сила різання в процесі обробки.

У розглянутому прикладі вихідна координата ПС — деформація у пов'язана з узагальненими координатами такою залежністю:

$$y = v \cos(\alpha + \beta) - \zeta \sin(\alpha + \beta) \quad (5.4)$$

Виражаючи з рівнянь руху в операторній формі ζ і v і підставляючи їх у дану залежність, одержуємо динамічну характеристику ПС у вигляді такої передавальної функції $W_{\text{ЕПС}}$:

$$W_{\text{ЕПС}} = \frac{y}{F} = \frac{\varepsilon_2}{C_2(T_1'^2 p^2 + T_2' p + 1)} - \frac{\varepsilon_1}{C_1(T_1^2 p^2 + T_2 p + 1)}. \quad (5.5)$$

де $\varepsilon_1 = \cos \beta \sin(\alpha + \beta)$; $\varepsilon_2 = \sin \beta \cos(\alpha + \beta)$.

Значення кута β впливає на характеристику системи. При $\beta = 0$ характеристика системи дорівнює характеристиці однієї нормальної форми. У цьому випадку сила F спрямована по головній осі жорсткості.

Для статичного прикладення сили, тобто для $p = 0$ (чи, що те саме, $\omega = 0$) передавальна функція дорівнює передавальному коефіцієнту системи чи статичній характеристиці системи. На амплітудно-фазовій характеристиці статична характеристика виражається відрізком дійсної осі ($\omega = 0$). Чим більше цей відрізок, тим менша технологічна жорсткість системи.

5.2 Пружна система шпиндельної групи

ПС шпиндельної групи токарного верстата включає згинальну систему заготовки, шпинделя, опор шпинделя, пристосувань для кріплення заготовки (патрона, центрів, тощо) і крутильну систему (точніше згинально-крутильну) передачі від двигуна до заготовки [3].

На рис. 5.4 показана схема ПС для випадку обробки в патроні. У цьому випадку статичний зв'язок між згинальною і крутильною системами виникає внаслідок особливостей шпиндельної передачі: крутний момент передається силою, що не перетинається з віссю обертання. При закручуванні системи ця сила викликає вигин, а при вигині в напрямку сили виникає закручування. Такого роду зв'язок виникає в разі використання зубчастої і пасової передач.

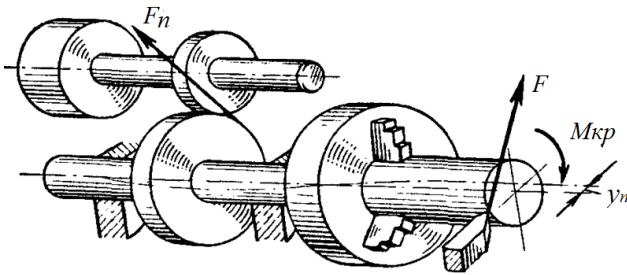


Рисунок 5.4 - Схема ПС шпиндельної групи токарного верстата

ПС шпиндельної групи можна подати схематично аналогічно супортній групі у вигляді зведеної системи з двома головними осями жорсткості. Положення головних осей і значення жорсткостей, а отже, ступінь зв'язаності переміщень точки контакту заготовки з різцем, будуть залежати від напрямку діючої сили, напрямку результуючої сили на шпиндельній шестірні чи шківі, відношення діаметра оброблюваної поверхні і шпиндельної ланки передачі. Ступінь впливу навантаження від передачі (рис. 5.5) на деформацію шпиндельного вузла залежить від розташування передачі відносно опор (тобто між опорами; на задньому чи передньому кінці шпинделя), від жорсткості опор і їхнього защемлення, а також від величини консолі, на якій розташована розглянута точка контакту різця й оброблюваної заготовки.

Дія сил від передачі позначається тим сильніше, чим менше консоль точки зведення деформації (що відповідає обробці заготовки ближче до передньої опори шпинделя), чим далі від опор знаходиться шпиндельна передача і чим менше жорсткість опор і їхнє защемлення, (у разі розташування передачі між опорами).

Описана схема ПС шпиндельної групи може бути більш складною, якщо опори шпинделя мають відхилення від технічних умов.

Наприклад, при овальній формі отвору під передній шпindelний підшипник жорсткість опори буде різною в різних напрямках, що повинно бути враховане в аналізі ПС.

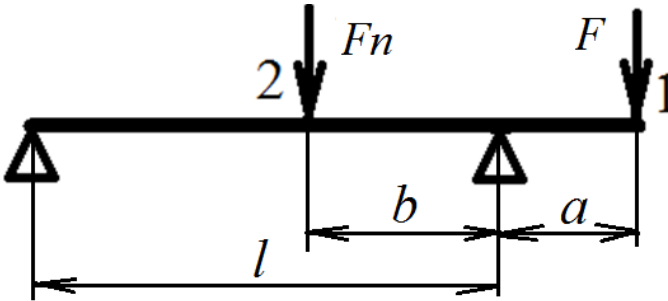


Рисунок 5.5 – Розрахункова схема шпиндельного вузла

Зведена жорсткість, спрощено виражаючи властивості складної ПС з розподіленими параметрами, істотно залежить від положення точки зведення (вершини різця і її контакту з заготовкою). Однак у більшості випадків параметри ПС верстата міняються повільніше, ніж параметри процесу, що аналізується, і їхньою зміною можна знехтувати, розглядаючи процес для декількох фіксованих значень характеристик ПС, тобто вважати параметри постійними.

Наприклад, вивчаючи вібрації, частота яких досягає десятків і сотень коливань у секунду, можна не враховувати зміну ПС, що відбувається за один оберт заготовки, що обертається хомутиком, тому що ця зміна для практично використовуваних чисел обертів відбувається до 10—20 разів у секунду. Однак в разі зближення числа обертів і частоти коливань врахування змінності параметрів стає необхідним, тому що можлива поява зовсім нових явищ, таких як параметричний резонанс, тощо. Точно так само врахування змінності параметрів ПС необхідне для аналізу впливу змінності товщини зрізу в процесі обточування ексцентричної заготовки.

Динамічна характеристика шпиндельної групи токарного верстата може бути отримана з рівнянь руху системи, складених у відповідності зі схемою, приведеною на рис. 5.6.

Для ідеально «жорсткої» механічної характеристики електродвигуна рівняння руху мають вигляд:

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{y} + h\dot{y} + \frac{1}{K_{11}} y &= F \sin \alpha + \frac{K_{12}}{K_{11}} F_n \sin(\alpha_1 + \beta) \\ J\ddot{\theta} + h_0\dot{\theta} + C_0\theta &= \frac{F d}{2} \cdot \cos \alpha, \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

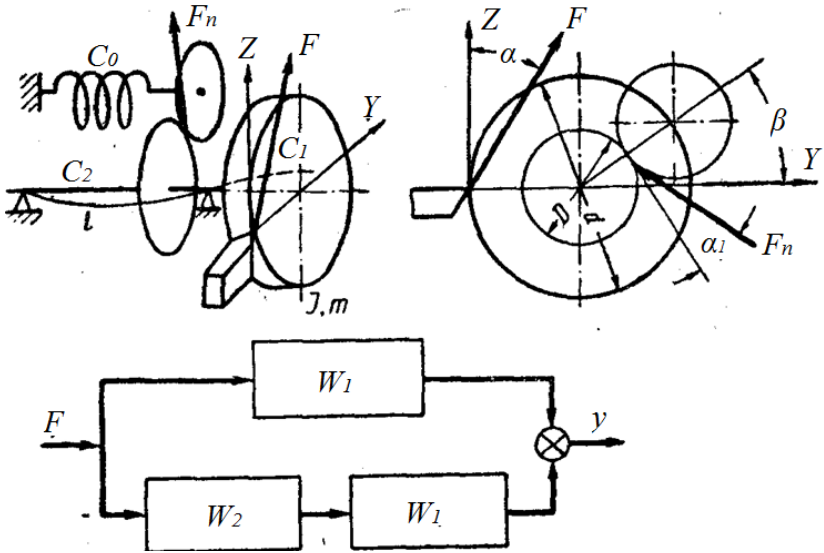


Рисунок 5.6 - Розрахункова схема ПС шпиндельної групи токарного верстата: W_1 —згинальна система; W_2 — крутильна система

де m , J - зведені маса і момент інерції (масовий) системи; h , h_0 - коефіцієнти сил в'язкого опору; C_0 - крутильна жорсткість ПС приводу; K_{11} ; K_{12} - деформації, зумовлені в точці 1, рис. 5.5 (точка різання) одиничними силами, прикладеними відповідно в точках 1 і 2 (точка прикладення сили F_n від передачі).

Тому що

$$F_n = \frac{2C_0}{D \cos \alpha_1} \cdot \theta, \quad (5.7)$$

то, після підстановки і перетворення одержимо

$$D_1(p) D_2(p) y = \left[K_{11} \sin \alpha D_2(p) + \frac{d}{D} K_{12} \frac{\cos \alpha \sin(\alpha_1 + \beta)}{\cos \alpha_1} \right] \cdot F, \quad (5.8)$$

де $D_1(p) = T_1 p^2 + T_2 p + I$;

$D_2(p) = T_1' p^2 + T_2' p + I$;

T_1 ; T_2 ; T_1' ; T_2' — інерційні постійні часу і постійні часу демпфування відповідно згинальної і крутильної системи.

Динамічна характеристика шпindel'ної групи у формі передавальної функції має вид

$$W_{\text{ЕПС}} = \frac{y}{F} = \frac{K_{11} \sin \alpha}{D_1(p)} + \frac{K_{12} \cdot \frac{d}{D} \cdot \frac{\cos \alpha \sin(\alpha_1 + \beta)}{\cos \alpha_1}}{D_1(p) D_2(p)}. \quad (5.9)$$

Ця характеристика нагадує передавальну функцію супортної групи тим, що вона визначається сумою характеристик двох паралельно з'єднаних елементів, утворених нормальними формами руху системи. Перехід до частотної форми характеристики виконується, як зазначено вище. У залежності від значення кута β , тобто від розташування ведучого зубчастого колеса шпindel'ної передачі, можливо три випадки: характеристика згинально-крутильного контуру (другий член виразу (5.9)) позитивна, негативна і дорівнює нулю. На рис. 5.7 показані відповідні АФЧХ пружної системи шпindel'ної групи токарного верстата.

Статична характеристика визначається виразом (5.9) при $p = 0$. Вираз

$$K_{12} \cdot \frac{d}{D} \cdot \frac{\cos \alpha \sin(\alpha_1 + \beta)}{\cos \alpha_1} \quad (5.10)$$

відбиває вплив згинально-крутильного контуру системи на деформацію шпинделя.

5.3 Шляхи підвищення вібростійкості системи

Роль пружної системи цілком визначається її динамічною характеристикою, яка, в свою чергу, залежить від жорсткостей, мас, демпфування та зв'язаності окремих коливальних контурів, що складають коливальну систему.

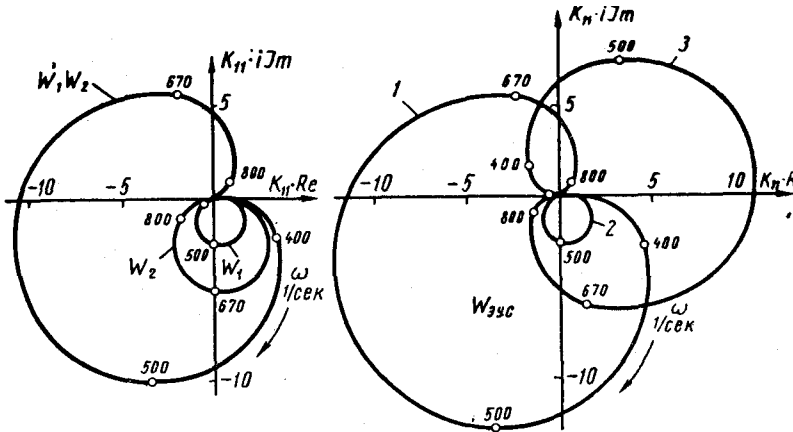


Рисунок 5.7. - Амплітудно-фазові частотні характеристики шпиндельної групи токарного верстата: W_1 — згинальної системи; W_2 — крутильної системи; $W_{\text{еус}}$ — еквівалентної пружної системи. 1 — $\beta = \pi/2 - \alpha_1$; 2 — $\beta = -\alpha$; 3 — $\beta = \pi/2 + \alpha_1$; $T_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ с; $T_2 = 0,4 \cdot 10^{-3}$ с; $T_3 = 1,5 \cdot 10^{-3}$ с; $T_4 = 0,3 \cdot 10^{-3}$ с; $K_{11} = K_{12}$; $d = D$

Одним з основних практичних методів підвищення вібростійкості системи є збільшення жорсткості: амплітуда коливань за незмінного зовнішнього впливу зменшується пропорційно збільшенню жорсткості, відповідно зменшується радіус-вектор характеристики.

Доцільно розрізняти поняття жорсткості пружного елемента — пружини та поняття технологічної жорсткості верстата. Якщо мова іде про першу, то її збільшення підвищує стійкість системи по відношенню до даної форми збуреного руху (наприклад, по відношенню до вібрацій низької частоти). Збільшення іншої жорсткості корисно за умови, що воно досягнуто без зміни зв'язаності узагальнених координат та демпфування ПС.

Стійкість системи супортної групи може визначатися граничною шириною шару, що зрізується, яка визначається такою залежністю:

$$b_{ep} = \frac{C_2 - C_1}{K \sin^2 \alpha} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + 2\sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2}).$$

Значення b_{ep} залежить від кута β між напрямком сили та віссю максимальної жорсткості.

Максимальна стійкість (з врахуванням динамічної характеристики різання) досягається в разі збігу цих напрямів.

Система шпindelної групи буде стійкою, якщо площина вигину шпindelа виявиться перпендикулярною до напрямку зміни перетину шару, що зрізається. Це визначається розміщенням ведучого зубчастого колеса шпindelної передачі, тобто кутом β . Вісь ведучого колеса доцільно розміщувати так, щоб кут β дорівнював куту зацеплення.

Стійкість системи буде тим вищою, чим менший діаметр оброблюваної поверхні та чим більший діаметр шпindelного зубчастого колеса. Перше витікає з того, що зміна крутного моменту за тієї самої зміни товщини шару, що зрізується буде тим меншою, чим менший діаметр обробки. Друге – з того, що зміна сили на шпindelному колесі за тієї самої зміни крутного моменту буде тим меншою, чим більший діаметр шпindelного колеса. Звідси випливає таке правило: для заданого діаметра оброблюваної поверхні діаметр шпindelного колеса доцільно вибирати якомога більшим.

Стійкість системи буде тим вищою, чим жорсткіший шпindel та менший коефіцієнт передачі K_{12} (в разі несприятливого розташування ведучого колеса). Це впливає з того, що сила на шпindelному зубчастому колесі зумовить тим більший прогин шпindelа і тим більші зміни перетину зрізу, чим менш жорстким буде шпindel та його опори (особливо передня). Позитивну роль грає ефект защемлення, що створюється в передній опорі.

В разі зміни жорсткості в широких межах можливі випадки, коли збільшення жорсткості, підвищуючи стійкість по відношенню до низькочастотних форм збуреного руху, приводять до появи несталості високочастотної форми.

Наприклад, зменшення вильоту розточувальної борштанги малого діаметра усуває низькочастотні вібрації з частотою коливань вигину. Однак при цьому полегшується виникнення високочастотних коливань з частотою крутильних коливань. Подальшим зменшенням вильоту можна досягти усунення і цих вібрацій, тобто підвищити стійкість системи по відношенню до іншої форми збуреного руху. При цьому порушується монотонна залежність між жорсткістю та граничною шириною шару, що зрізується.

Отже, збільшення жорсткості завжди підвищує стійкість системи лише по відношенню до даної форми збуреного руху і за незмінності решти параметрів пружної системи.

Зниження стійкості ПС верстата може виникати внаслідок помилок, що допускаються під час виготовлення деталей та складання всіх вузлів. Вплив похибок виготовлення на стійкість системи може мати такі прояви: введення нових зв'язків між узагальненими координатами системи з утворенням нових суттєвих ступенів вільності; введення нелінійності типу зазорів; утворенням параметрів, що періодично змінюються в часі; зміна умов демпфування або жорсткості конструкції.

Однією з найбільш поширених і суттєвих похибок під час виготовлення верстатів з обертальним робочим рухом є овальність отвору під шпиндельний підшипник. Жорсткість опори шпинделя в такому разі різна за осями овалу. Утворюється координатний зв'язок між узагальненими координатами системи і за визначеного розміщення осей овалу стійкість різко падає.

ЛЕКЦІЯ 6. ЗМУШЕНІ КОЛИВАННЯ В ВЕРСТАТАХ

Змушені коливання зумовлюються зовнішніми збуреннями на верстат. Зовнішні впливи на динамічну систему верстата можна поділити на дві основні групи:

1. Зовнішні силові і кінематичні впливи на ЕПС.
2. Зміни налаштування системи, тобто впливи на процес різання або тертя.

За ступенем поширення в верстатах змушені коливання можна поставити на друге місце після автоколивань. Широкий спектр частот збурювальних впливів і велика кількість несучих ланок верстата зі своїми власними частотами за різними координатними осями створюють сприятливі умови для виникнення резонансу.

Змушені коливання відбуваються за умови, що на матеріальну точку, крім відновлювальної сили, діє збурювальна сила F , що змінюється за гармонічним законом, тобто $F \sin \omega t$, де ω - колова частота збурювальної сили.

Диференціальне рівняння руху такої системи, що має один степінь вільності, матиме вигляд

$$m\ddot{y} + \beta\dot{y} + cy = F\sin\omega t. \quad (6.1)$$

де m , β і c – маса, коефіцієнт в'язкого демпфування та коефіцієнт жорсткості відповідно.

Дане рівняння відображає рівновагу системи з врахуванням усіх діючих сил: сил інерції - $m\ddot{y}$; сил в'язкого опору, взятих пропорційними швидкості руху - $\beta\dot{y}$; сил пружного опору - cy ; зовнішньої сили (збурювального впливу) $F \sin \omega t$.

Запишемо рівняння системи у вигляді

$$\ddot{y} + 2h\dot{y} + \omega_0^2 y = \frac{F}{m} \sin \omega t, \quad (6.1 \text{ a})$$

де $2h = \beta/m$; $\omega_0^2 = c/m$.

Рівняння будемо розв'язувати за таких початкових умов: $t = 0$, $y(0) = y_0$, $\dot{y}(0) = \dot{y}_0$. Загальний розв'язок рівняння подаємо у вигляді суми загального розв'язку y_1 однорідного рівняння і частинного розв'язку y_2 :

$$y = y_1 + y_2.$$

Характеристичне рівняння і його корені розглянемо для випадку коливального руху, тобто коли $h < \omega_0$. Позначивши частоту загасаючих коливань $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - h^2}$, запишемо розв'язок (6.1 a) у вигляді

$$y_1 = e^{-ht} (C_1 \cos \omega_1 t + C_2 \sin \omega_1 t) = A e^{-ht} \cos(\omega_1 t - \alpha). \quad (6.2)$$

$A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ - амплітуда коливань;

$\tan \alpha = \frac{C_2}{C_1}$, α - початкова фаза коливань.

Частинний розв'язок рівняння (6.1) знайдемо у вигляді

$$y_2 = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t = A \cos(\omega t + \alpha). \quad (6.3)$$

За наявності в'язкого тертя коливання системи, що розглядається, складаються із загасаючих коливань, що відбуваються з частотою ω_1 і змушених коливань з частою збурювальної сили. Причому загасаючі коливання з частотою ω_1 збурюються також за нульових початкових умов.

Оскільки амплітуда загасаючих коливань, яка характеризується членом, що містить множник e^{-ht} через скінченний проміжок часу стає малою порівняно з амплітудою змушених, то практичним інтерес становить розгляд змушених коливань.

В умовах усталеного процесу враховують лише змушені коливання:

$$y = A \sin(\omega t + \alpha) \quad (6.4)$$

де A - амплітуда змушених коливань;

α – зсув фази змущених коливань по відношенню до фази збурювальної сили.

$$A = \delta_{\text{ст}} \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \omega^2 / \omega_0^2\right)^2 + 4 \cdot \beta^2 \omega^2 / \omega_0^4}}, \quad (6.5)$$

або $A = \delta_{\text{ст}} \mu$,

де $\delta_{\text{ст}}$ – статичний прогин, $\delta_{\text{ст}} = F/c$,

μ – коефіцієнт динамічного підсилення.

$$\mu = \frac{A}{\delta_{\text{ст}}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \omega^2 / \omega_0^2\right)^2 + 4 \cdot \beta^2 \omega^2 / \omega_0^4}}, \quad (6.5 \text{ а})$$

Цей коефіцієнт показує, у скільки разів амплітуда змущених коливань на частоті ω перевищує амплітуду $A_I(0)$ змущених коливань при $\omega \rightarrow 0$, тобто відхилення системи від положення рівноваги під дією постійної сили, що дорівнює амплітуді збурення.

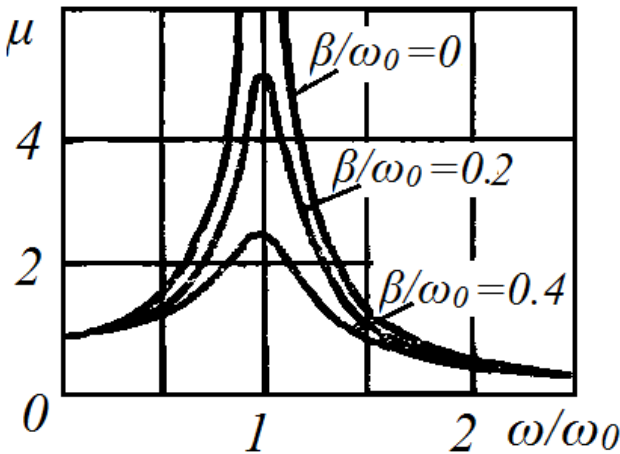


Рисунок 6.1 – Вплив частоти збурення ω і демпфування β на амплітуду змущених коливань

Найбільше значення динамічного коефіцієнта (коефіцієнта динамічного підсилення) залишається для $\omega = \omega_0$ скінченим. Максимум коефіцієнта дещо зсунутий в бік від абсциси $\omega/\omega_0 = 1$, але цей зсув малий, і можливо приблизно визначити $\mu_{\text{max}} = \omega_0/\beta$, підставляючи в

формулу (6.5 а) $\omega = \omega_0$. Таким чином максимум коефіцієнта динамічності пропорційний коефіцієнту β .

З рівнянь (6.4) і (6.5) витікає, що змуснені коливання є незагасаючими, а їх амплітуда залежить від співвідношення частот ω/ω_0 і в'язкого опору β/ω_0 . Частота змуснених коливань дорівнює частоті збудовувальної сили ω і не залежить від параметрів коливальної системи.

Для $\omega_0 \gg \omega$ маємо $A \rightarrow \delta_{ст}$, якщо $\omega_0 \rightarrow \omega$ маємо $A = \frac{\delta_{ст}}{2\beta/\omega_0}$, амплітуда різко зростає, спостерігається резонанс коливань, $\mu_p = \omega_0/2\beta$ (рис. 6.1).

Варто зазначити, що під час резонансу амплітуда зростає не миттєво, а пропорційно часу: $A_p = \frac{Ft}{2m\omega} \cos \omega t$, що дає можливість переходити через резонанс не побоюючись розвитку значних коливань.

6.1 Вплив змуснених коливань на форму обробленої поверхні

Важливим завданням оцінки змуснених коливань в металорізальних верстатах є їх вплив на точність обробки. В залежності від частоти коливань і швидкості відносного руху інструмента і оброблюваної заготовки змінюється характер викривлення форми поверхні, що оброблюється. Крок хвилі, що утворюється на поверхні, визначається виразом

$$l_{хв} = v/\omega,$$

де v – швидкість руху (швидкість різання для точіння і стругання; швидкість колової або поздовжньої подачі для шліфування і фрезерування);

ω – частота коливань.

За малої швидкості v і високої частоти ω крок хвилі $l_{хв}$ малий і коливання створюють викривлення чистоти поверхні. За більших відношень і відповідно величин $l_{хв}$ коливання спричиняють утворення хвилястості і макровикривлення форми поверхні.

Якщо в ході обточування циліндричної деталі виникають коливання з частотою, меншою за число обертів, то хвиля, що виникає, охоплює декілька поперечних перетинів деталі, зсунутих одне стосовно іншого на величину подовжньої подачі різця. Таке порушення форми може не виявлятися.

Якщо частота коливань дорівнює частоті обертання деталі, то порушень форми не буде. Оброблювана деталь залишиться круглою, але її поверхня буде ексцентричною стосовно осі центрових отворів.

Наявність подачі на оберт або на хід оброблюваної деталі веде до того, що періодичні порушення форми в головному напрямку певним чином відбиваються на порушеннях форми в перпендикулярному до нього напрямку (рис. 6.2).

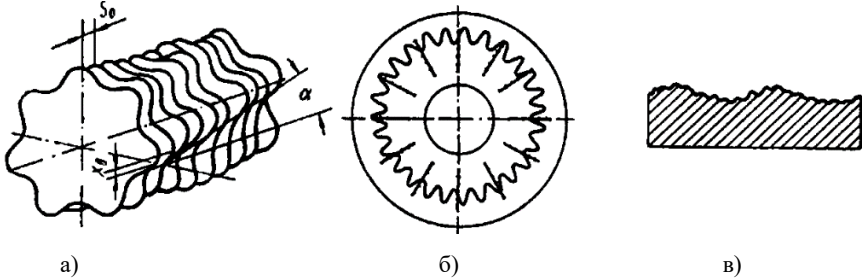


Рисунок 6.2 – Поверхня обробленого вала зі слідами коливань: а – форма вала; б – профілограма в поперечному перетині; в – профілограма в подовжньому перетині.

Отже, вплив коливань системи на форму поверхні оброблюваної деталі може зовнішньо проявлятися найрізноманітнішим чином.

Окрім викривлення поверхні деталі, коливання суттєво знижують стійкість різального інструмента. Зниження стійкості визначається зміною швидкості різання внаслідок коливань.

Якщо амплітуда швидкості коливань дорівнює заданій швидкості різання, дійсна швидкість різання змінюється від нуля до її подвійного значення. Оскільки амплітуда швидкості коливань дорівнює добутку колової частоти коливань на амплітуду зсувів, то найбільший вплив на стійкість інструмента чинять коливання високих частот, хоча амплітуди зсувів в такому випадку зазвичай малі. Низькочастотні коливання суттєво впливають на стійкість інструмента лише в разі високої інтенсивності.

6.2 Критична швидкість обертання вала

Число обертів, на яких вали, що обертаються, потрапляючи в резонанс, стають динамічно нестійкими, внаслідок чого можуть виникнути неприпустимо великі коливання, називається критичними. Таким критичним числом є число обертів вала в секунду, що відповідає власній частоті його поперечних коливань.

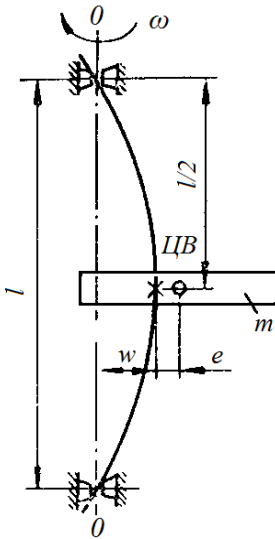


Рисунок 6.3 – Схема для оцінки критичної частоти обертання вала

знайдемо

$$\frac{G}{g}(w + e)\omega^2 = cw$$

і

$$W = \frac{e}{\frac{c}{\omega^2 G} - 1}. \quad (6.6)$$

З огляду на те, що власна частота поперечних коливань вала $\omega_0^2 = cg/G = c/m$ рівняння (6.6) можна подати

$$W = \frac{e}{\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1}. \quad (6.7)$$

З (6.7) витікає, що критична швидкість, за якої $w \rightarrow \infty$ буде

$$\omega_{кр} = \sqrt{\frac{c}{m}}. \quad (6.8)$$

При $\omega_{кр} > \omega$ центр ваги диска буде розташовуватися між лінією, що з'єднує опори, і викривленою віссю вала (рис. 6.3), і рівняння для визначення прогину запишеться так:

Розглянемо обертання диска, насадженого на вал (рис. 6.3). Центр ваги диска практично завжди не збігається з віссю обертання на деяку величину e . Відцентрова сила, що діє на вал при обертанні диска вагою G з кутовий швидкістю ω , буде

$$F_{вц} = \frac{G}{g}\omega^2(w + e),$$

де w – прогин вала в місці посадки диска.

Реакція вала в місці прикладення сили $F_{вц}$

$$F_{np} = w \cdot c,$$

де c – жорсткість на вигин. У разі постійного перетину жорсткістю EJ при розміщенні диска посередині шарнірно опертого вала $c = 48 EJ/l^3$.

Із умови рівноваги $F_{вц} = F_{np}$. Підставивши замість $F_{вц}$ і F_{np} їх вирази

$$w = \frac{e}{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}}. \quad (6.9)$$

З (6.9) випливає, що зі збільшенням ω прогин $w \rightarrow e$, тобто на дуже великих швидкостях центр ваги диска досягає лінії, що з'єднує опори, і вигнутий вал обертається навколо центра ваги диска.

6.3 Демпфування коливань

Амплітуда змущених коливань і час їх загасання залежать від сил в'язкого опору (коефіцієнт β , формула (6.1)).

Однією з причин загасання коливань є природне поглинання енергії коливань в матеріалі пружних елементів коливальної системи. Будь-який реальний матеріал здатен при його циклічному деформуванні більшою чи меншою мірою поглинути енергію циклічного деформування, перетворюючи її в теплоту, яка потім розсіюється.

Здатність матеріалу незворотно поглинати механічну енергію зумовлена його недосконалою пружністю, що проявляється в нелінійності і неоднозначності залежностей між напруженням і деформацією під навантаженням і розвантаженням, що веде до утворення петлі гістерезису (рис. 6.4), площа якої характеризує величину поглинутої (або розсіяної) в одиниці об'єму матеріалу енергії $\Delta U(\varepsilon_0)$ за цикл його деформування з даною амплітудою деформації ε_0 (напруження σ_0).

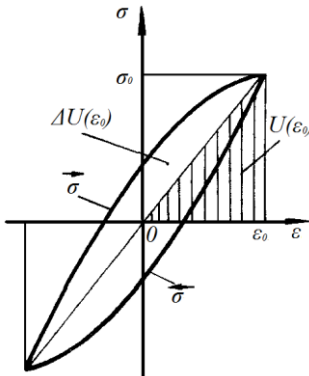


Рисунок 6.4 – Петля гістерезису

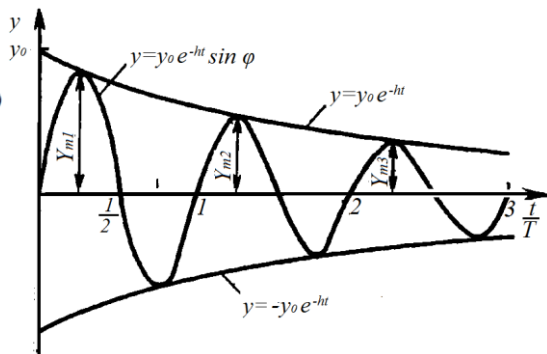


Рисунок 6.5 – Загасаючі коливання

Зазначені властивості починають проявлятися на амплітудах напружень значно менших макроскопічної межі пружності і для області робочих амплітуд деформацій деталей інженерних конструкцій в основному зумовлені мікропластичними деформаціями, пов'язаними з переміщенням дислокацій, переміщенням міжфазних границь і границь двійників, пов'язаними з наявністю оборотного мартенситу в структурі, а також магнітно-механічним гістерезисом, пов'язаним з необоротними зсувами границь доменів.

Демпфуюча здатність матеріалу є одним з основних факторів, що зумовлюють обмеження амплітуди резонансних коливань і загасання вільних коливань та впливають на динамічну стійкість і розвиток автоколивань. Вони мають важливе значення для забезпечення не лише динамічної міцності елементів, що піддаються вібраціям, але і сталості роботи обладнання, зокрема точності обробки і якості обробленої поверхні при роботі верстатів.

Демпфуюча здатність матеріалу зазвичай характеризується відносним розсіюванням енергії

$$\psi(\varepsilon_0) = \frac{\Delta U(\varepsilon_0)}{U(\varepsilon_0)}, \quad (6.10)$$

де $U(\varepsilon_0)$ – амплітудне значення енергії пружного деформування (площа заштрихованого трикутника, рис. 6.4), або *логарифмічним декрементом коливань* формула (4.1).

Слід звернути увагу, що відношення двох послідовних значень амплітуди залишається постійним. Ці числові значення амплітуд утворюють спадну геометричну прогресію (рис. 6.5).

Логарифмічний декремент визначається за формулою

$$\lambda = hT = \ln \frac{Y_{m,i}}{Y_{m,i+1}}. \quad (6.11)$$

де $h = \beta/2m$ – коефіцієнт загасання (формула 6.1); T – період загасаючих коливань; $Y_{m,i}$ та $Y_{m,i+1}$ – значення амплітуд коливань, що слідують одна за іншою (рис. 6.5).

Логарифмічний декремент коливань пов'язаний з відносним розсіюванням енергії залежністю

$$\psi = 2\lambda.$$

Ця залежність справедлива за умови, що розсіювання енергії не залежить від частоти коливань, що практично і спостерігається для конструкційних матеріалів.

В іншому випадку цей вираз визначає залежність між декрементом λ власних коливань і відносним розсіюванням енергії ψ лише на резонансній частоті, а точніше, на частоті збурень, що дорівнює власній частоті елемента.

Якщо розглядається ділянка в N циклів вільних загасаючих коливань, то логарифмічний декремент коливань визначиться

$$\lambda = \frac{1}{N} \ln \frac{Y_{m,i}}{Y_{m,i+N}} \approx \frac{2(k-1)}{N(k+1)},$$

де $k = Y_{m,i}/Y_{m,i+N}$.

Даною формулою практично зручніше користуватися в умовах малих загасань, навіть і в тому випадку, коли $\lambda = f(Y)$, але в цьому випадку варто розглядати отримане значення декременту, як деяке усереднене на вибраному інтервалі.

Демпфуючі властивості конструкційних матеріалів залежать від багатьох факторів: хімічного складу і структури матеріалу, амплітуди циклічних деформацій (напружень), виду напруженого стану, температури і термічної обробки, статичної напруженості і зовнішнього магнітного поля, попереднього пластичного деформування і тривалості впливу циклічного деформування, тощо. Демпфуючі властивості розглядаються як самостійна характеристика матеріалу, що потребує в основному експериментального визначення з урахуванням реальних технологічних і експлуатаційних факторів

Таблиця 6.1 – Орієнтовні значення декременту коливань для матеріалів (6, Писаренко)

Матеріал	$\lambda_{\max}, \%$	Матеріал	$\lambda_{\max}, \%$
Сплави		Чавуни з графітом	
алюмінієві	0,1-1	пластинчастим	10-15
магнієві (литі)	13-30	кулястим	2-5
марганцевомідні	10-25	Сталі	
мідноалюмінієві	4-10	хромисті	1-4
нікельтитанові	10-15	вуглецеві	0,2-1
кобальтонікелеві	6-12	Латуні і бронзи	0,1-0,3
титанові	0,05-0,15		

Відомі конструкційні матеріали розрізняються за демпфуючими властивостями досить суттєво – на три порядки. В таблиці 6.1 наведені

орієнтовні дані про максимальне значення декременту коливань різних матеріалів на амплітуді гомологічного напруження, що дорівнює приблизно одній десятій границі текучості даного матеріалу, в умовах кімнатної температури.

Варто зазначити, що результати наявних досліджень дають право вважати для області амплітуд циклічних напружень, що не перевищують межу витривалості, демпфуючу здатність металевих матеріалів незадежною від частоти деформування.

6.4 Демпфування в стиках

Демпфуючі властивості стиків на один – два порядки вищі демпфуючих властивостей металів і співмірні з демпфуючими властивостями гуми, залізобетону і дерева.

В умовах високого тиску поведінка стику від коливань така сама, як і матеріалу, з якого виготовлені контактуючі деталі. Оскільки демпфуюча здатність матеріалів нижча за демпфуючу здатність стиків, то, починаючи з деякого тиску, з його подальшим збільшенням демпфуюча здатність стиків буде зменшуватися.

Все це відноситься до нерухомих стиків і стиків, в яких відносні швидкості ковзання малі. Демпфуюча здатність рухомого стика буде зменшуватися зі збільшенням швидкості руху. За визначеної високої швидкості напрямні стануть чисто гідродинамічними, і подальше падіння постійної часу демпфування припиниться.

Зі зменшенням швидкості постійна часу демпфування T_h буде зростати, але ріст цей не буде нескінченим. За визначеної малої швидкості число точок металевого контакту між стиками стане настільки великим, що напрямні будуть себе вести як нерухомі стики. Зміна режимів роботи напрямних змішаного тертя проявляється в зміні коефіцієнту тертя (рис. 6.6 крива 1). Спочатку напрямна веде себе як нерухомий стик, потім суттєву роль починають відігравати гідродинамічні підйомні сили в порівнянні з контактними силами на вершинах мікронерівностей. Зворотним відображенням графіку залежності коефіцієнту тертя буде графік залежності постійної часу демпфування від швидкості руху (крива 2).

Графік залежності постійної часу демпфування в напрямних від швидкості руху можна поділити на три зони. Зона I малих швидкостей. В ній демпфуюча здатність напрямних поступово зростає. Зона II середніх швидкостей, вона відповідає найбільшим значенням

постійних часу демпфування. Ці значення перевищують постійні часу демпфування будь-яких відомих високодемпфуючих матеріалів. Дослідження показують, що постійна часу демпфування наближається до 0,1 с; це в 1000 разів перевищує демпфуючу здатність нерухомого стику. Внаслідок малої товщини стику на великих амплітудах, співмірних з його товщиною, описані властивості будуть змінюватися нелінійно, і нелінійність буде тим більшою, чим більша амплітуда.

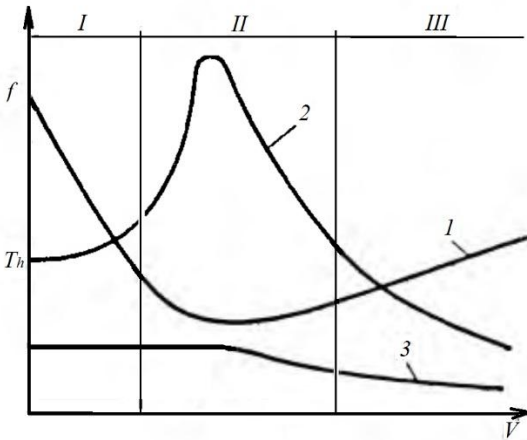


Рисунок 6.6 – Залежність демпфуючих властивостей рухомих стиків – напрямних від швидкості відносного руху

За відсутності мастила демпфуючі властивості стиків різко знижуються. Внаслідок відсутності гідродинамічного ефекту демпфуюча здатність сухого рухомого стику не може бути вищою за демпфуючу здатність повністю сухого стику в стані спокою (крива 3). Тут варто враховувати значну нелінійність стику.

За відсутності мастила відносне розсіювання енергії в діапазоні середніх тисків 0,1-2 МПа практично не залежить від середнього тиску і складає для сталевих і чавунних стиків з шаброваними і шліфованими поверхнями в середньому 0,15, а для стику текстоліт-чавун – 0,35.

В мащених стиках збільшення кількості і в'язкості мастила збільшує розсіювання енергії коливань, а збільшення постійного тиску веде до його падіння (рис. 6.7). В стиках з шаброваними і шліфованими (R_z 12-6.3?) поверхнями розсіювання енергії коливань практично однакове. (Левіна).

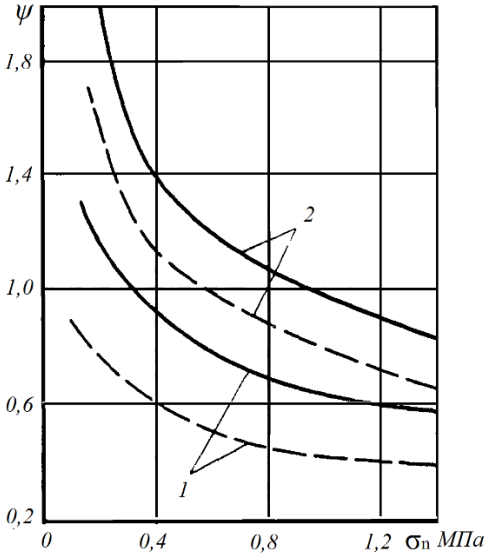


Рисунок 6.7 – Відносне розсіювання енергії коливань в плоских стиках чавун-чавун і сталь-сталь: 1 – прямокутні стики з вузькими поверхнями контакту; 2 – широкі кільцеві стики; суцільні лінії – мастило індустріальне 45; пунктирні лінії – індустріальне 20

Демпфуюча здатність напрямних кочення близька до демпфуючої здатності підшипників кочення. Демпфуюча здатність напрямних ковзання по нормалі до поверхні напрямних може визначатися як демпфуюча здатність рухомих стиків. Практично відсутнє демпфування в напрямку руху в напрямних кочення та гідростатичних напрямних. В цьому випадку демпфування створюється лише ущільненнями, елементами приводу та іншими деталями, що пов'язують рухомий вузол з нерухомим.

ЛЕКЦІЯ 7. АВТОКОЛИВАННЯ В ВЕРСТАТАХ

Дослідження збурених рухів з великими відхиленнями в принципі неможливе за допомогою лінеаризованих рівнянь: нелінійні члени рівнянь будучи вкрай малими за малих відхилень системи від стану рівноваги, починають суттєво впливати зі зростанням відхилень; в такому разі вид нелінійності суттєво впливає на характер процесу з необмеженим зростанням часу. Зокрема, в багатьох випадках зростання

коливань поступово уповільнюється і рух прагне до деякого сталого режиму з постійними амплітудами – режиму *автоколивань*.

Для пояснення цього явища можна розглянути коливальну систему з тертям, коли характеристика тертя описується нелінійною функцією швидкості - $-b_1\dot{x} + b_3\dot{x}^3$, де b_1 і b_3 - додатні постійні. В цьому випадку диференціальне рівняння руху матиме вигляд

$$m\ddot{x} - b_1\dot{x} + b_3\dot{x}^3 + cx = 0.$$

Якщо відхилення дуже малі, то нелінійним членом (що містить $\dot{x}^3$) можна знехтувати; тоді проявляється нестійкість системи внаслідок ефекту від'ємного загасання. Отже, навіть малі початкові збурення зумовляють поступове зростання коливань. Але одночасно буде збільшуватися демпфуючий вплив нелінійного члену рівняння, так що ріст коливань стане уповільнюватися і рух буде прагнути до усталеного режиму з постійними амплітудами (рис. 7.1, а). Такий режим називається автоколивальним. Хід процесу на фазовій площині показаний на рис. 7.1, б; спіраль, що поступово розкручується все більше наближається до деякої замкненої кривої, що відповідає усталеним автоколиванням; ця крива називається граничним циклом.

У верстатах виникають вимушені коливання і автоколивання, що мають дуже широкий спектр частот (від часток до десятків тисяч герц). Коливання носять як стаціонарний, так і нестаціонарний характер, і для їх опису використовуються практично всі методи сучасної теорії коливань.

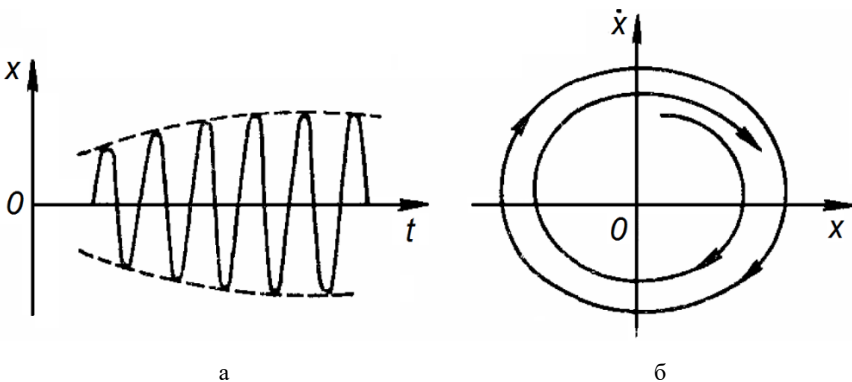


Рисунок 7.1 – Криві протікання автоколивального процесу

Автоколивання в верстатах виникають при встановлювальних переміщеннях робочих органів верстата (фрикційні автоколивання) і в процесі обробки деталі (автоколивання при різанні). В ході встановлювальних переміщень різання не ведеться, і автоколивання в цьому разі визначаються взаємодією пружної системи верстата, процесів тертя на рухомому фрикційному контакті і процесів в двигуні. Автоколивання під час обробки деталі включають в цю взаємодію також процес різання.

Сутність взаємодії полягає в зміні умов протікання процесів різання, тертя і процесів в двигуні під впливом деформацій пружної системи верстата, включаючи несучі елементи конструкції (станину, супорт, тощо), і систему приводу робочих органів, зумовлених дією на пружну систему сил різання, тертя і рушійних сил. На сьогодні не існує повної єдності поглядів в розумінні особливостей зазначеної взаємодії, що пояснюється в першу чергу його складністю і недостатньою вивченістю. Тому в деяких випадках існують різні пояснення автоколивань верстатів, що спостерігаються на практиці.

Для вірного розуміння умов існування автоколивань в верстатах необхідно враховувати такі основні положення.

1. В процесі відносного руху двох твердих тіл (точніше - твердого тіла і середовища) виникають сили, які є функціями ортогональних координат, тобто координат, на яких вони не здійснюють роботи. В процесі різання різець рухається в оброблюваній заготовці і тангенціальна складова сили різання є функцією координати (або координат) вершини різця, що визначає перетин зрізаного шару і спрямованої перпендикулярно до цієї складової сили різання. При контактному терті твердих тіл сила тертя є функцією нормальної до поверхні ковзання контактної деформації, спричиненої нормальним навантаженням.

2. Процеси різання і тертя можуть бути власне стійкими і нестійкими в залежності від умов різання і тертя (аналогічно ламінарному і турбулентному потоку). При власне стійкому процесі різання процес стружкоутворення, тобто процес пружно-пластичного деформування матеріалу заготовки в стружку, протікає без порушення цілісності стружки, без періодичного утворення наростів, без коливань сили різання внаслідок порушення цієї цілісності або зриву наростів. Така стружка називається зливною (з постійним наростом або без нього) і утворюється в ході обробки металів в пластичному стані на

відповідних режимах різання. Власне стійкий процес тертя характеризується стійкістю сили тертя і відсутністю явищ «схоплювання» поверхонь контактуючих тіл і періодичного утворення наростів. Довільне утворення переривчастої - елементної стружки і періодичне формування наростів є автоколивальним процесом, який протікає в системі, що становить сутність процесу пластичного деформування твердих тіл.

3. Сили різання і тертя зі зміною умови протікання процесу (перетину стружки, нормального навантаження, швидкості руху, тощо) змінюються зі зсувом у часі, який залежить від фізичних особливостей цих процесів.

Оскільки автоколивання в процесі обробки і установлювальних переміщень робочих органів верстатів є небажаними, настільки цікаві, зазвичай, не власне характеристики автоколивань, а умови, за яких автоколивання не виникають, тобто умови стійкості заданих рухів. Однак за наявності власної нестійкості процесів, наприклад у формуванні елементної стружки, доводиться визначати умови, за яких амплітуди автоколивань не перевищують деякої допустимої величини.

Фізичний сенс явища втрати стійкості системою в описі процесу різання статичною характеристикою ілюструється схемою (рис. 7.2) і полягає в наступному. Наявність багатьох ступенів свободи ЕПС веде до того, що коливання інструменту щодо заготовки є результатом додавання кількох пов'язаних між собою простих (поступальних або крутильних) коливань. У наведеному прикладі системи з двома ступенями свободи додаються два поступальних коливання за осями ζ і v . Між цими коливаннями існує той чи інший зсув у часі - фазовий зсув. Тому утворена в результаті додавання коливань траєкторія відносного руху інструмента і заготовки має форму замкненої кривої, теоретично - форму еліпса. Цей еліпс на відміну від еліпса жорсткості будемо називати еліпсом переміщень.

Рухаючись за такою траєкторією, показаною на рис. 7.2 послідовними положеннями вершини різця, інструмент змінює товщину шару, що зрізується, а отже, силу різання таким чином, що під час руху в сторону дії сили різання товщина шару, що зрізується більша, ніж під час руху інструмента назустріч силі різання.

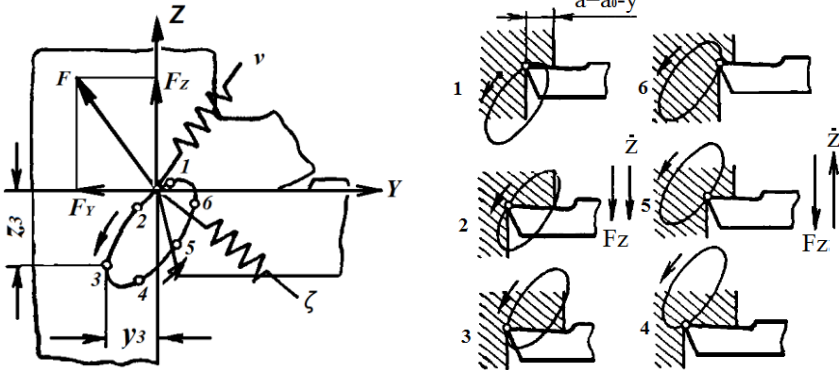


Рисунок 7.2 – Траєкторія відносного руху інструмента і заготовки під час автоколивань [3]

Площа діаграми, окресленої кривою зміни сили різання за переміщенням, представляє роботу, що здійснюється силою різання, в даному випадку силою F_z , в процесі коливань, яка витрачається на подальший розвиток коливань. Сила F_y в такому поданні є пружною силою. У положеннях 1, 2 і 3 напрямом коливань збігається з силою F_z , до системи додається енергія E_1 , а в положеннях 4, 5 і 6 - не збігається і система витрачає частину енергії E_2 . Оскільки середня товщина зрізу на першій ділянці більша ніж на другій, то $E_1 > E_2$ і система отримує надлишок енергії, яка іде на підтримання автоколивань. Величина сили F_z та сили F_y береться на схемі пропорційною товщині шару a , що зрізується в кожному положенні. Вібрації наростають доти, доки зростаючі ще більшою мірою сили опору або нелінійності іншого роду (вихід інструменту з контакту з заготовкою; падіння мінімальної фактичної швидкості різання до нуля, тощо) не компенсують повністю дію енергії, що вноситься силою різання. Встановлюються стабільні коливання - автоколивання з частотою, яка визначається властивостями самої коливальної системи і близькою до однієї з частот власних коливань ЕПС верстата.

Якщо фазовий зсув між коливаннями такий, що напрямом руху вершини інструменту буде зворотним показаному на рис. 7.2, то система буде стійкою. Зміна сили різання в цих умовах створює демпфуючий вплив на коливання, викликані зовнішніми впливами, не поповнюючи енергію, що розсіюється, як в нестійкій системі, а, навпаки, збільшуючи це розсіювання. Чим більше площа діаграми, тим

швидше розсіюється енергія і тим більше ступінь стійкості системи, тобто демпфування.

ЛЕКЦІЯ 8. ДИНАМІКА ПРИВОДУ ВЕРСТАТІВ

В динамічному розрахунку приводу визначають частоти власних коливань, максимальні динамічні навантаження в перехідних процесах і близькість до резонансу в усталеному процесі.

8.1 Складання розрахункової схеми.

Привід верстата — складна багатоланкова ДС із розподіленими масами. Основні її параметри — маса, жорсткість, не пружний опір можуть бути визначені тільки після ретельного аналізу конструкції й умов її експлуатації. Розглянемо схему *приводу з обертальним рухом мас* (рис. 8.1). Деталі 1- 6 довжиною не більше 1,5—2 їхніх діаметрів беремо як зосереджені маси: ротор електродвигуна J_1 , патрон J_6 , шків J_2 , J_3 і блоки зубчастих коліс J_4 , J_5 . Моменти інерції розподілених мас валів J_0 , J_I — J_{IV} зводять до моментів інерції зосереджених мас приводу (рис. 8.1, а):

$$\begin{aligned} J_1' &= J_1 + 1/6 J_0; & J_2' &= J_2 + 1/6 J_0; & J_3' &= J_3 + 1/6 J_1; \\ J_4' &= J_4 + 1/6 (J_I + J_{II}); & J_5' &= J_5 + 1/6 (J_{III} + J_{IV}); & J_6' &= J_6 + 1/6 J_{IV}. \end{aligned}$$

Крутильну піддатливість e_i ділянок валів між деталями і сполучень (шків - вал, шків - пас, ротор – статор, тощо) визначають за відомими формулами. Для визначення зведених піддатливостей піддатливості ділянок валу (e_0 , e_I , e_{IV}) підсумовують з піддатливостями сполучень (e_I - e_6), що прилягають до даної ділянки:

$$e'_0 = e_0 + e_I + e_2; \quad e_I' = e_I + e_3 + e_4; \quad e_{IV}' = e_{IV} + e_5 + e_6.$$

Використання зведених моментів і піддатливостей дозволяє представити конструкцію приводу у вигляді ступінчастої схеми (рис. 8.1, б). Передачі, зображені штриховою лінією, введені умовно для забезпечення кінематичного зв'язку і тому позбавлені маси; e_p , e_k - піддатливості, відповідно пасової і зубчастої передач.

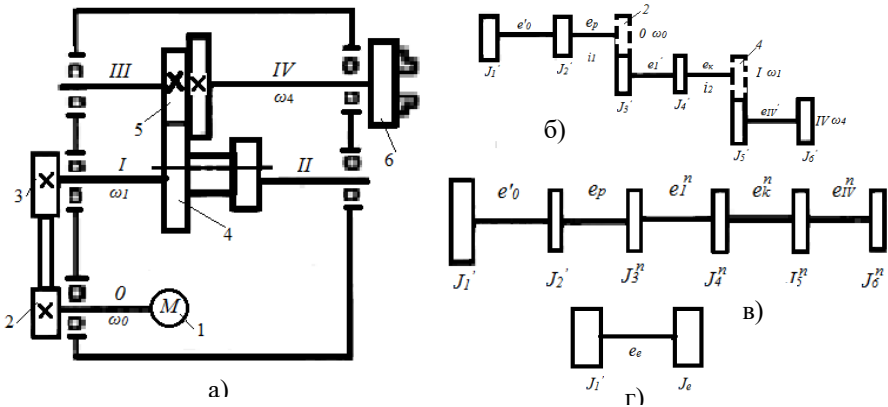


Рисунок 8.1 – Привід з обертовим рухом мас: а – конструктивна схема; б – ступінчаста приведена схема; в – лінійна приведена схема; г – спрощена схема

Багатоступінчаста схема незручна для розрахунку і її перетворюють у лінійну (рис. 8.1, в), для цього всі маси і піддатливості зводять до однієї ланки. Під час проведення динамічних досліджень верстатів доцільно, як правило, здійснювати зведення до валу привідного електродвигуна, який в більшості випадків обертається з постійним числом обертів, тоді як число обертів шпинделя змінюється в широких межах. Але в деяких випадках зручно зводити розрахункові схеми до шпинделя або навіть до якого-небудь проміжного валу.

У розглянутому випадку моменти інерції J_3' – J_6' обертючих мас з кутовими швидкостями ω_1 і ω_4 зводять до валу 0 з кутовою швидкістю ω_0 (рис. 8.1, а, б). Зведені моменти J_3^3 – J_6^3 знаходять з рівності кінетичних енергій зведених і заданих мас:

$$\frac{J_3' \omega_1^2}{2} = \frac{J_3^3 \omega_0^2}{2}, \dots, \frac{J_6' \omega_4^2}{2} = \frac{J_6^3 \omega_0^2}{2},$$

$$J_3^3 = J_3' \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 = J_3' i_1^2; \dots; \quad J_6^3 = J_6' \left(\frac{\omega_4}{\omega_0} \right)^2 = J_6' i_1^2 i_2^2.$$

Зведені піддатливості e_l^3 , e_k^3 , e_{l^3} знаходимо через передавальні відношення i_1 i_2 :

$$e_1^3 = \frac{e_1'}{i_1^2}; \quad e_k^3 = \frac{e_k'}{i_1^2}; \quad e_{IV}^3 = \frac{e_{IV}'}{i_1^2 i_2^2};$$

Зведення моментів і піддатливостей виконують для всіх ступенів швидкості.

Для приводу верстатів діапазон частот сил, що збурюють, обмежений. Тому досить визначити одну-дві нижчих власних частоти, що дозволяє спростити розрахункову схему (рис. 8.1, б) до системи з одним-двома ступенями вільності. Сутність методу полягає в тім, що невеликі моменти інерції (у нашому випадку J_2' — J_6) і піддатливості заміняють еквівалентним J_e , e_e , а одну-дві великі маси (у нашому випадку J_1') зберігають. Спрощена двомасова система (рис. 8.1, г) має параметри

$$J_e = J_2' + J_3^3 + J_4^3 + J_5^3 + J_6^3;$$

$$e_e = \frac{e_0' J_2' + (e_0' + e_p) J_3^3 + \dots + (e_0' + e_p + e_l^3 + e_k^3 + e_{IV}^3) J_6^3}{J_e}.$$

Точність розрахунку власних частот і форм коливань достатня, якщо за розрахунковий момент брати $M_p = 0,5 M_n$, де M_n — номінальний крутний момент електродвигуна.

8.2 Динамічні навантаження в приводі в перехідних процесах

Незважаючи на відсутність робочих навантажень у верстатах в перехідних процесах (пуск, гальмування), елементи приводу піддаються динамічним навантаженням. Припустимо, що в розглянутій нами конструкції (рис. 8.1) двигун розвиває пусковий момент M . Позначимо кути повороту зведених мас J_1' , J_e , (рис. 8.1, г; рис. 8.2) через θ_1 і θ_e . Тоді диференціальні рівняння руху системи матимуть вигляд

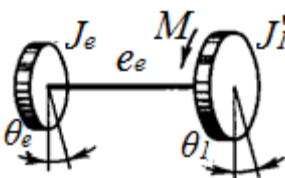


Рисунок 8.2 – Розрахункова схема приводу для визначення динамічних навантажень

$$J_1' \ddot{\theta}_1 + j_e (\theta_1 - \theta_e) = M;$$

$$J_e \ddot{\theta}_e - j_e (\theta_1 - \theta_e) = 0.$$

де $\theta_1 - \theta_e = \theta$ — кут закручування валу чи відносний кут повороту дисків. Помножимо перше рівняння на J_e , а друге на J_1' і віднімемо з першого друге:

$$\ddot{\theta} + \frac{j_e (J_1' + J_e)}{J_1' J_e} \theta = \frac{M}{J_1'} . \quad (8.1)$$

Рівняння крутильних коливань (8.1) за формою і розв'язанням аналогічне рівнянню коливань при вигині. Отже коефіцієнт біля θ характеризує власну частоту крутильних коливань системи p_k .

$$p_k^2 = \frac{J_1' + J_e}{J_1' J_e} j_e ,$$

яку зіставляють з частотою збурювання (наприклад, з частотою обертання заготовки n , фрези n_z , тощо). Неоднорідне рівняння (8.1) у правій частині містить постійну величину — M/J_1' . Його розв'язання відрізняється тим, що до розв'язання однорідної частини рівняння додається статичний кут закручування від пускового моменту M :

$$\theta = A \sin p_k t + B \cos p_k t + \frac{M}{j} ,$$

де $j = J_1' p_k^2$.

З початкових умов ($t=0$, $\theta=0$). знаходимо

$$A=0, \quad B=-\frac{M}{J_1' p_k^2}, \quad \theta = \frac{M}{J_1' p_k^2} \cdot (1 - \cos p_k t)$$

Максимальний кут закручування $\theta_{\max} = \frac{2M}{J_1' p_k^2}$, максимальний

динамічний момент під час пуску (гальмування)

$$M_{\max} = j_e \theta_{\max} = 2M \frac{J_e}{J_e + J_1'} .$$

Якщо гальмовий момент прикладений до J_e , то

$$M_{\max} = 2M J_1' / (J_1' + J_e)$$

Пусковий момент двигуна визначають за формулою $M=1,25M_n=12000 P/n$,

де M_n — номінальний момент двигуна, $M=9500P/n$; P — потужність двигуна; n — частота обертання.

8.3 Методи поліпшення динамічних характеристик приводу обертального руху

Для досягнення необхідної шорсткості поверхні та точності обробки необхідно забезпечувати рівномірність обертання шпинделя та інших робочих органів.

Рівномірність обертання робочого органу значною мірою залежить від точності виготовлення деталей приводу та крутильних коливань, що виникають в приводі. Для зменшення впливу похибок виготовлення проміжних передач останню передачу на робочий орган доцільно виконувати з якомога більшим уповільненням.

Навантаження та крутильні коливання, що виникають в перехідних процесах, зменшують побудовою раціональних схем та підбором параметрів приводу (жорсткостей і мас, збільшенням демпфування), відходом від резонансу, усуненням додаткових навантажень (забезпеченням замкненості кінематичного ланцюга, усуненням ударів внаслідок розкриття стиків, усуненням “кінематичного замка” під час одночасного перемикання двох чи більше фрикційних електромагнітних муфт.

Для збільшення зведеної крутильної жорсткості приводу необхідно скорочувати кінематичні ланцюги, збільшувати жорсткість на вигин валів зменшенням прогонів та розташуванням зубчастих коліс, що передають великі моменти, якомога ближче до опор, а також підвищення жорсткості найбільш слабких ланок кінематичних ланцюгів. Варто уникати підвищувальних передач на нижчих частотах обертання шпинделя, а знижуючі передачі розмішувати якомога ближче до шпинделя.

З аналізу характеристик пружної системи приводу, зведеного до двомасової системи, витікає, що для підвищення ступеня рівномірності обертання вузла шпинделя доцільно підвищувати величину моменту інерції J_e^3 . Установлення маховика на шпинделі (збільшення J_e^3) зменшує вплив на шпиндель зовнішнього навантаження, що збурює при різанні внаслідок зменшення виразу $J_1'/(J_e^3 + J_1')$, а також збільшує демпфування привода (збільшенням зв'язаності механічної системи привода та електромагнітної системи двигуна). Це суттєво змінює характеристику привода при значеннях J_e^3 та J_1' одного порядку та мало її змінює якщо $J_1' \ll J_e^3$, тобто на нижчих ступенях обертання шпинделя $n_{\text{шт}}$. Варто враховувати, що установлення маховика змінює

власні частоти системи, що може наблизити або віддалити їх від частот зовнішніх впливів, що збурюють, та може бути як корисним так і шкідливим.

Ефект, аналогічний установленню маховика на шпindel, можна одержати зменшенням моменту інерції J_I ротора двигуна та пов'язаних з ним деталей, вибором раціонального типу двигуна, зменшенням розмірів шківів та виготовлення їх з легких сплавів та пластмас.

Під час врізання та виходу інструмента відбуваються швидкі зміни сил різання, що зумовлюють значні динамічні ефекти. Під час виходу інструмента, якщо швидкість коливань, що виникають, перевищує середню швидкість обертання шпинделя, розкриваються зазори в приводі, що зумовлює удари. Для забезпечення умов різання, за яких зазори не розкриваються, слід збільшувати крутильну жорсткість приводу та момент інерції вузла шпинделя.

ЛЕКЦІЯ 9. ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕСУ РІЗАННЯ

Механічна обробка металів різанням являє собою комплекс взаємопов'язаних процесів пластичного деформування, стружкоутворення, тертя, зносу різального інструменту, теплоутворення, тощо.

Характеристики процесів різання залежать від властивостей динамічної системи верстата, режимів різання, що застосовуються, зокрема від геометрії і властивостей матеріалу різального інструменту, оброблюваного матеріалу, властивостей і способу підведення мастильно-охолоджуючої рідини. Сила різання залежить від багатьох факторів. Вона нелінійно залежить від швидкості різання, подачі, товщини зрізу.

На підставі даних про механічні властивості оброблюваного матеріалу, законів пластичного деформування і параметрів режимів різання визначати сили різання можна лише в найпростіших випадках обробки. Тому сили різання зазвичай визначають на підставі залежностей, отриманих експериментом.

Наприклад, формула для розрахунку основної складової сили різання при точінні в режимі, що встановився, має вигляд

$$F_z = C_F t^{x_f} s^{y_f} v^{-z_f},$$

де C_F - постійна, що відповідає певним умовам різання, матеріалам оброблюваної деталі та інструменту, певній геометрії інструменту; t - глибина різання; s – подача на один оберт; v – швидкість різання; χ_f , γ_f та z_f - відповідні показники ступеня.

В разі бажання отримати лінійну залежність сили різання від параметрів процесу різання користуються формулою $F = K \cdot t \cdot s$. Тут K – питома сила різання, Н/мм².

При певному головному куті φ у плані різця (рис. 9.1, а) ширина b і товщина зрізу a пропорційні величинам t і s відповідно, тому формула для розрахунку Fz може бути подана також у вигляді

$$F = K \cdot b \cdot a$$

де F – сила різання, Н; a – товщина зрізу, мм; K – питома сила різання, Н/мм²; b – ширина зрізу, мм.

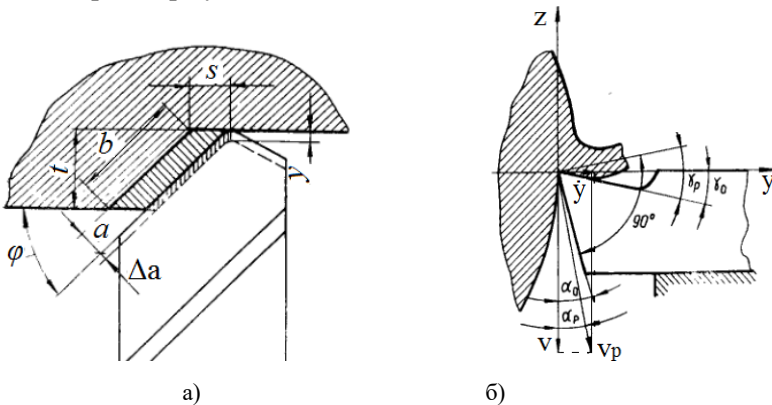


Рисунок 9.1 – Перетин зрізу і схем зміни кутів різання

Після лінеаризації залежності сили різання від різних прийнятих значень товщини зрізу та за умови, що товщина зрізу змінюється в невеликих межах, а режими різання (у тому числі ширина зрізу) постійні у часі, отримуємо вираз для статичної характеристики процесу різання, коефіцієнта різання, Н/мм:

$$K_p = F/a = K \cdot b$$

Динамічні характеристики різання. Динамічна характеристика процесу різання може бути побудована тільки для умов, коли процес є власне стійким, тобто для умов утворення зливної стружки.

При швидкій зміні швидкості, наприклад під час коливань, сила різання змінюється дуже мало, значно менше, ніж в умовах стаціонарного різання на відповідних швидкостях. Це пояснюється тим, що швидкість впливає безпосередньо не на силу, а головним чином на кількість тепла, що виділяється, і пов'язану з ним зміну температури, властивостей матеріалу стружки, її контактну взаємодію з різцем тощо, що викликають зміну сили різання. Інерційність теплових процесів суттєво послаблює ефект впливу зміни швидкості на силу різання.

Отже, незважаючи на те, що швидкість різання суттєво впливає на характер стружкоутворення, досить швидко її зміна в оцінці впливу малих зсувів пружної системи на процес різання виявляється другорядним фактором.

Внаслідок відносних коливань в процесі різання та зміщень різального інструменту щодо заготовки за нормаллю до оброблюваної поверхні, наприклад на величину y (рис. 9.1), відповідно змінюються товщина зрізу a (на величину Δa), швидкість ковзання стружки по передній поверхні інструменту, передній кут γ і задній кут α різання. Додавання швидкості $\dot{y}$ за нормаллю та швидкості v дотичної до оброблюваної поверхні дає дійсну робочу швидкість v_p різання, вектор якої утворює робочий задній кут α_p з вектором v , а перпендикуляр до вектору v_p і передня поверхня інструменту утворюють робочий передній кут γ_p (рис. 9.1, б, на якому показані також кути заточування інструменту α_0 і γ_0). Все це зумовлює відповідну зміну сили різання. Загальну зміну сили різання dF отримують додаванням складових, зумовлених різними факторами

$$dF = \frac{\partial F}{\partial a} da + \frac{\partial F}{\partial \gamma} d\gamma + \frac{\partial F}{\partial \alpha} d\alpha + \dots$$

Значення частинних похідних функції F за кожною змінною можна визначити експериментально.

Оскільки зміни сили різання визначаються переважно змінами товщини зрізу, то для спрощення розрахунків часто наближено беруть залежність

$$dF \approx K_p da$$

Між збуренням системи, зумовленим зміною товщини зрізу та іншими факторами, і відповідною зміною сили різання існує зсув у часі. Зміна сили різання запізнюється по відношенню до зміни товщини зрізу

внаслідок необхідності витрат часу на проходження інструментом деякого шляху l_p щодо оброблюваного матеріалу для утворення в ньому деформацій і напружень, що врівноважують сили, зумовлені збуренням.

У разі стрибкоподібного збільшення товщини зрізу на величину a сила різання збільшується не відразу, а поступово, наближено за експоненціальним законом з постійною часу T_p стружкоутворення, що характеризує інерційність процесу (рис. 9.2, а).

Протягом часу T_p сила різання досягає тільки 0,63 встановленого значення, тобто $F = 0,63 K_p \cdot a$.

Динамічна характеристика різання має в цьому випадку такий найпростіший вираз:

$$W_p = \frac{F(p)}{a(p)} = \frac{K_p}{1 + T_p p}.$$

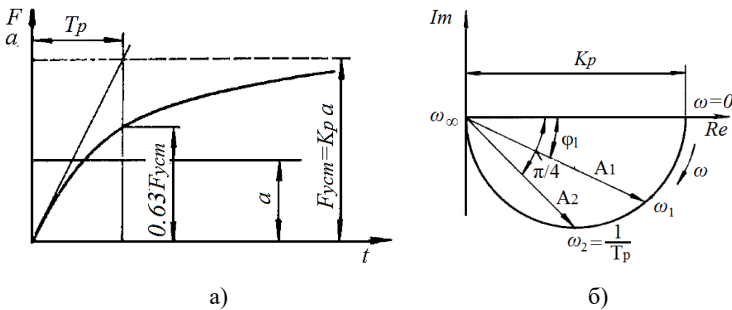


Рисунок 9.2 – Динамічна характеристика процесу різання

Після заміни в рівнянні p на $i\omega$ і перетворювань динамічна характеристика різання в частотній формі

$$W_p(i\omega) = \frac{K_p}{1 + T_p^2 \omega^2} - i \frac{K_p T_p \omega}{1 + T_p^2 \omega^2}.$$

АФЧХ процесу різання наведено на рис. 9.2, б. Наприклад, при ω_1 модуль характеристики A_1 дорівнює відношенню амплітуд сили різання і товщини зрізу, а φ_1 - кут зсуву фаз між ними.

Стійкість процесу різання

Коливання інструменту щодо заготівки в процесі різання можуть відбуватися внаслідок динамічних впливів, що викликаються самим

процесом різання; роботою механізмів верстата; зовнішніми джерелами збурень, що передаються через фундамент у зону різання.

Процес різання може бути стійким з утворенням зливної стружки і відносно постійною силою різання або нестійким з утворенням переривчастої елементної стружки, за наявності нестійкого наросту, що зривається, і з силою різання, що періодично змінюється. Непостійність сил різання може бути зумовлена також непостійністю механічних якостей заготовки та припуску внаслідок змін перерізу зрізу, наприклад в разі обточування ексцентричних заготовок, фрезерування або протягування, а також під час обробки переривчастих поверхонь, врізанні та виході інструменту. Змінність сил різання зумовлює, своєю чергою, відносні коливання інструменту та заготовки.

Під час роботи верстата можуть виникати коливання його елементів через їх невідновженість, параметричні збурення, вплив змінності сил тертя, геометричні погрішності деталей і з інших причин.

Відносні коливання інструменту та заготовки за нормального процесу різання дозволяють отримати хвилястість на оброблених поверхнях в допустимих межах.

Якщо режими різання перевищують певний рівень, виникають неприпустимі автоколивання та хвилястість обробленої поверхні, динамічна система втрачає стійкість. Амплітуди коливань нарастають, та потім, внаслідок нелінійності процесу, стабілізуються. На великих амплітудах коливань інструмент може відриватися від заготовки і протягом якоїсь частини періоду коливань сила різання дорівнює нулю.

Основні причини автоколивань в процесі різання:

а) нелінійність характеристик сил різання та тертя; наявність «падаючих» ділянок залежності сила – швидкість;

б) інерційність самого процесу різання, що викликає запізнювання зміни сили різання по відношенню до зміни товщини зрізу, витрати часу на стружкоутворення;

в) зміна товщини зрізу і сили різання внаслідок відносного коливального руху інструменту та оброблюваної деталі за замкненою траєкторією, обумовленою наявністю двох або більше ступенів вільності пружної системи.

Виникнення автоколивань внаслідок інерційності самого процесу різання. Замкнена динамічна система, що складається з пружної системи з одним ступенем вільності з передавальною функцією $W_{\text{ПС}} =$

$\frac{K_{\text{ПС}}}{T_1^2 p^2 + T_2 p + 1}$ і процесу різання, в разі врахування тільки її статичної лінеаризованої характеристики матиме такий вираз передавальної функції для розімкнутої системи:

$$W_{\text{роз}} = W_{\text{ПС}} K_p = \frac{K_{\text{ПС}} K_p}{T_1^2 p^2 + T_2 p + 1}.$$

Графік передавальної функції $W_{\text{роз}}$ цієї розімкнутої системи показано на рис. 9.3 штриховою лінією; він відрізняється від графіка $W_{\text{нс}}$ лише масштабом зображення; його амплітуди збільшені в K_p разів, а фазові кути залишилися такими самими. АФЧХ не перетинає від'ємну гілку дійсної осі комплексної системи координат. Тому, на підставі критерію стійкості Найквіста, в разі врахування лише статичної характеристики процесу різання замкнена динамічна система буде завжди стійкою.

Якщо ж враховувати динамічну характеристику процесу різання як $W_p = \frac{K_p}{T_p p + 1}$ то передавальна функція розімкнутої системи матиме вигляд:

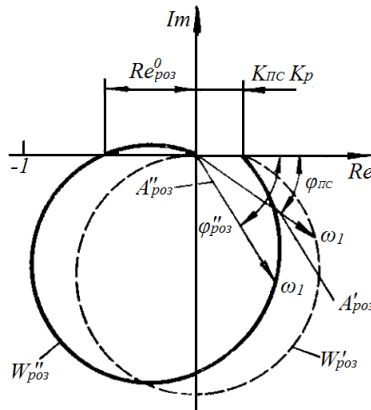


Рисунок 9.3 - Амплітудно-фазові частотні характеристики розімкненої системи

$$W''_{\text{роз}} = W_{\text{ПС}} K_p = \frac{K_{\text{ПС}} K_p}{(T_1^2 p^2 + T_2 p + 1)(T_p p + 1)},$$

Або ж після заміни p на $i\omega$

$$W''_{\text{роз}} = \frac{K_{\text{ПС}} K_p}{(1 - T_1^2 \omega^2 + iT_2 \omega)(1 + iT_p \omega)}$$

При множенні комплексних виразів передавальних функцій W_{nc} і W_p перемножуються їх амплітуди і додаються фази, тобто $A''_{роз} = A_{ПС}A_p$ і $\varphi''_{роз} = \varphi_{ПС} + \varphi_p$. Таким чином, в результаті множення на динамічну характеристику різання амплітуди пружної системи змінюються за величиною і отримують додатковий фазовий поворот за годинниковою стрілкою. Кожна з АФЧХ елементів системи не перетинає від'ємну гілку дійсної осі, а АФЧХ розімкненої системи $W''_{роз}$ вже її перетинає, що може зумовити нестійкість системи (графік $W''_{роз}$ на рис. 9.3 показаний суцільною лінією).

Гранична ширина зрізу b_{zp} може бути визначена виходячи з критерію Найквіста ($Re_{роз}^0 = -1$). Після визначення $\omega = \sqrt{\frac{T_p - T_2}{T_p T_1^2}}$ отримаємо такий вираз для відрізка на дійсній осі АФЧХ розімкнутої системи:

$$Re_{роз}^0 = -\frac{K_p}{c} \frac{T_p T_1^2 / T_2}{T_1^2 + T_p^2 + T_p T_2},$$

де $c = l/K_{ПС}$ – коефіцієнт жорсткості пружної системи. Виходячи з цього

$$b_{гр} = \frac{c T_2}{K T_p T_1^2} (T_1^2 + T_p^2 + T_p T_2).$$

Тут K – питома сила різання.

Вплив хвилястості оброблюваної поверхні на стійкість процесу різання.

В аналізі стійкості процесу різання вище передбачалося, що оброблювана поверхня гладка. Якщо ж вона хвиляста внаслідок коливань системи на попередньому проході різця по гладкій поверхні, то при подальшому проході цього ж різця, тобто при так званій обробці «по сліду», різець зніматиме шар змінної товщини, що зумовить відповідні зміни сили різання з частотою хвилястості, яка дорівнює власній частоті коливань системи. Для врахування впливу цих явищ на стійкість процесу різання позначимо амплітуду хвилястості обробленої поверхні на попередньому проході Y_0 , а оброблюваної – Y (рис. 9.4).

Миттєвий переріз зрізу залежить від величини ψ фазового зсуву між відповідними хвилями, вважаючи їх форми синусоїдальними. В разі збігу фаз переріз зрізу буде найменшим, а в протифазі – найбільшим. Процес різання буде стійким, якщо $Y < Y_0$; якщо ж

величини Y і Y_0 однакові, то процес протікає на межі стійкості. Система нестійка, якщо $Y > Y_0$.

Визначення умов виникнення допустимих автоколивань. Відповідно до методики розрахунку допустимих автоколивань, запропонованої М. Е. Ельясбергом, розрахункова схема показана на рис. 9.5. Прийнята нелінійна система має два ступені вільності: у нормальному (координата y) та дотичному (координата z) напрямках до поверхні обробки. Основний зв'язок між контурами y і z здійснюється між силою F_z , направленою по дотичній, і F_y , що безпосередньо залежить від F_z .

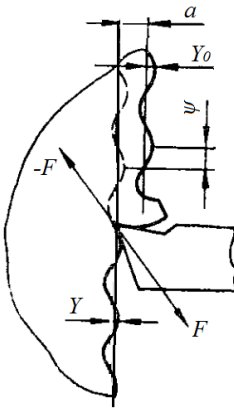


Рисунок 9.4 – Визначення параметрів хвилястості поверхні

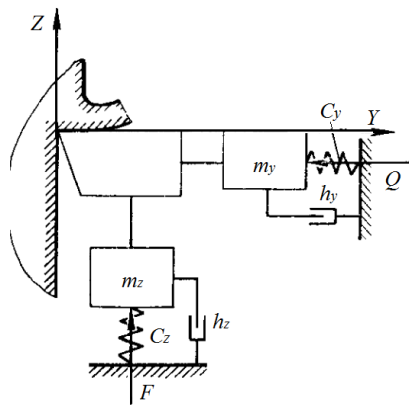


Рисунок 9.5 – Розрахункова схема для визначення допустимих автоколивань

Система рівнянь у безрозмірній формі для точіння з поперечною подачею має вигляд

$$T_{y1}^2 \ddot{y} + T_{y2} \dot{y} + y = Q; \quad (9.1)$$

$$T_{z1}^2 \ddot{z} + T_{z2} \dot{z} + z = F; \quad (9.2)$$

$$T_F \dot{F} + F = -K_y y - T_{kz2} \dot{z}; \quad (9.3)$$

$$T_Q \dot{Q} + Q = F - T_{ky} \dot{y} - T_{kz1} \dot{z}. \quad (9.4)$$

Тут перші два рівняння - рівняння руху; другі два - рівняння запізнення відповідно дотичної сили F різання щодо збурення y і нормальної сили Q (тертя) відносно F ; T_F і T_Q - постійні часу запізнення дотичної сили F щодо переміщення і відповідної нормальної сили тертя

Q щодо сили F ; K_y - коефіцієнт передачі контуру y . Члени $T_{kz2}\dot{z}$, $T_{ky}\dot{y}$ і $T_{kz1}\dot{z}$ в рівняннях запізнення відповідають дисипативним силам. Вони відображають нелінійність системи, що виникає з того, що швидкість різання $v = v_s + \Delta\dot{z}$, де $\Delta\dot{z}$ - відхилення швидкості в контурі z . T_{y1} , T_{z1} – постійні парціальні інерційні часу за координатами; T_{y2} , T_{z2} - постійні часи демпфування.

Система має стійкий граничний цикл. Найбільші режими різання, що допускаються, визначають з умови, щоб гранична амплітуда коливань A_y за координатою y , що забезпечує спокійне різання, була обмежена недопустимістю контакту задньої поверхні різця з хвилястою поверхнею, одержуваної в ході обробки. Такий контакт з'являється, коли величина кута нахилу дотичної до хвилястої поверхні періодично досягає величини заднього кута α різця.

Алгоритм розрахунку системи рівнянь (9.1...9.4) дозволяє, використовуючи ітерацію по круговій частоті γ коливань замкненої системи, визначити для заданої швидкості v_s ширину врізання b_s або глибину t_c шару, що зрізається, в області спокійного різання за допустимої хвилястості. Побудовані за допомогою цього алгоритму розрахунку графіки залежності граничних значень швидкості різання v_s від глибини різання t_c розточувального верстата показані на рис. 9.6. Крива 1 обмежує область спокійного різання за допустимих коливань і задньому куті $\alpha = 6^\circ$ різця, а крива 2 - область режимів різання, за яких коливання відсутні. Режими різання, відповідні кривій 1, набагато вищі, ніж відповідні режими кривої 2.

З аналізу рівнянь (9.1) ... (9.4) випливає, що для підвищення стійкості системи вигідно, щоб зростало демпфування систем. Жорсткість c_y повинна бути можливо більшою. Дотичні коливання контуру z за малих збурень практично не впливають на товщину зрізу і тому не викликають безпосередньо зміни і запізнювання сил F і Q . Тому контур z , не розгойдуючи систему, лише поглинає енергію при збуренні силою F , що входить у контур y . Звідси випливає, що збільшення амплітуди A_z , коливань контуру z , порівняно з амплітудою коливань A_y , вигідне, оскільки сприяє зменшенню енергії коливань контуру y і підвищенню вібростійкості системи.

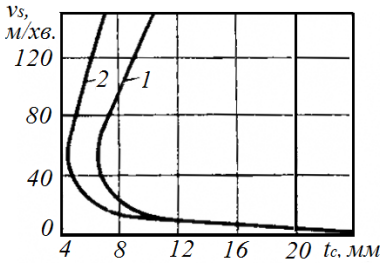


Рисунок 9.6 – Графік граничної швидкості різання

Вплив режимів обробки та геометрії інструменту на динамічну характеристику різання та його власну стійкість.

Для підвищення вібростійкості системи верстата необхідно перш за все прагнути до створення умов стабілізації процесу різання, тобто усунення елементності та наростоутворення. Однак це не завжди можливо з інших міркувань (стійкість інструменту, потужність двигуна, тощо). Тим не менше, прагнути до створення таких умов за рахунок вибору раціонального режиму обробки та раціональної геометрії інструменту необхідно.

За достатньої жорсткості системи вібрації низької частоти можна усунути як зниженням, так і підвищенням швидкості різання. В разі підвищення швидкості різання слід враховувати можливість появи вібрацій більш високих частот.

У багатьох випадках практики зміна швидкості різання виявляється одним із простих та ефективних способів усунення вібрацій. Вплив подачі залежить від діапазону швидкостей, у якому ведеться обробка, і може виражатися у підвищенні чи зниженні вібростійкості зі збільшенням подачі. Пояснюється це і специфікою сукупного впливу швидкості, властивостей оброблюваного матеріалу і геометрії шару, що зрізається, на характеристику процесу різання. При обдирній та напівчистовій обробці на верстатах токарного типу з використанням швидкорізального та твердосплавного інструменту збільшення подачі зазвичай сприяє усуненню низькочастотних вібрацій.

Збільшення глибини різання, яка при «прямих» перерізах шару, що зрізається, визначає його ширину, завжди веде до появи вібрацій. Інтенсивність вібрацій також наростає пропорційно глибині різання

(якщо не настає обмеження амплітуди суттєвими нелінійностями іншого виду, що не залежать від глибини, наприклад зміною сили при переході швидкості різання через нуль).

Зменшення глибини різання з метою усунення вібрації низької частоти є простим засобом, але веде до різкого зниження продуктивності праці і тому може бути використане лише в окремих випадках.

Іноді буває доцільно зміною режимів обробки перейти до іншої форми вібрацій, стабілізація якої здійснюється простіше іншим способом, наприклад, за рахунок впливу на пружну систему. Характерним прикладом може бути перехід при токарній обробці на режими високочастотних вібрацій, які усуваються порівняно простими демпферами.

Напрямок (тобто посилення чи ослаблення) і ступінь впливу зміни геометрії інструменту та його матеріалів на стійкість системи визначаються їх впливом на характер деформування в зоні різання, тобто на утворення наросту, усадку стружки, контакту задньої поверхні інструменту, елементність стружки. У межах додатних передніх кутів збільшення кута знижує інтенсивність вібрацій. Застосування цього підвищення вібростійкості обмежується зниженням стійкості різця зі збільшенням кута. Задній кут знижує інтенсивність вібрацій лише за значень менших приблизно 3° .

Великий вплив на виникнення низькочастотних вібрацій чинить кут нахилу різальної кромки. Зі зростанням кута нахилу спостерігається зниження усадки стружки, а також стік наросту з-під стружки убік у вигляді «вусиків». Збільшення кута нахилу різальної кромки стабілізує систему по відношенню до низькочастотних форм вібрацій. Певною мірою цим ефектом пояснюється підвищення вібростійкості під час роботи інструментами зі спіральними зубами (фрези кінцеві, протяжки, тощо).

ЛЕКЦІЯ 10. ПРОЦЕСИ ТЕРТЯ В МЕХАНІЗМАХ ВЕРСТАТІВ

Характер тертя у відносному русі поверхонь деталей верстатів залежить від матеріалів, конструкції та режиму роботи фрикційних пар. Внаслідок наявності відхилення поверхонь (мікронерівностей, хвилястості) контактування відбувається не по всій поверхні, а тільки в

окремих точках. Навантаження нормальною силою зумовлює високі питомі тиски і деформацію виступів мікронерівностей, поверхні зближуються. Під час відносного руху деталей виступи мікронерівностей однієї поверхні впроваджуються в іншу, відбувається механічна та молекулярна взаємодія, пружне та пластичне деформування нерівностей, часткове руйнування виступів поверхонь з меншими механічними властивостями, молекулярне зчіплювання поверхонь.

Залежно від наявності мастила на поверхнях, що труться, розрізняють тертя: сухе, що виникає за відсутності шару мастила: рідинне, за якого в шарі мастила створюється гідродинамічний тиск, достатній для повного поділу поверхонь; змішане.

Сухе тертя між поверхнями деталей верстатів зустрічається рідко, зазвичай між поверхнями існує хоч незначний прошарок мастила.

Якщо шар мастила між поверхнями деталей не перевищує 0,1 мкм, то тертя є граничним. Особливості цього виду тертя визначаються специфічними властивостями тонких масляних плівок. Наявність контакту нерівностей через тонку плівку мастила створює умови деформування поверхневих шарів твердих тіл, що труться. Тому, крім властивостей плівок, на характер тертя можуть впливати і властивості тіла, що деформується. Оскільки нерівності поверхонь контакту деталей мають величину, зазвичай, більшу ніж 0,1 мкм, то в чистому вигляді граничне тертя в верстатах не зустрічається. Воно зазвичай є складовою змішаного тертя.

Змішане тертя спостерігається в напрямних ковзання супортів, шпиндельних бабок, столів, в гвинтових передачах ковзання та інших вузлах і деталях верстатів в умовах малих швидкостей подач. Навантаження сприймається частково гідродинамічними силами і частково контактуючими поверхнями. Сила тертя дорівнює сумі контактної та рідинної складових:

$$F = F_k + F_p$$

В попередніх розрахунках силу тертя на контакті можна визначати за наближеною формулою

$$F_k = \left(f' + \frac{F_{np}}{N} \right) N = f \cdot N,$$

де $f = f' + F_{np}/N$ розрахунковий коефіцієнт тертя, що залежить від навантаження;

F_{np} - складова сили тертя, зумовлена молекулярним зчепленням - прилипанням поверхонь.

f' - коефіцієнт тертя (істинний).

Значення коефіцієнтів тертя є функцією багатьох чинників, зокрема швидкості відносного руху поверхонь контакту, тиску на контакт, умов мащення, забруднення поверхонь, властивостей матеріалів пари контакту, якості обробки і твердості поверхонь.

Режим змішаного тертя характеризується величиною безрозмірного параметру - відносною характеристикою режиму роботи $\lambda = \frac{\mu \cdot v}{\sigma}$, де μ - динамічна в'язкість мастила; v - швидкість відносного руху поверхонь, σ - питомий тиск на контакт.

За певної швидкості ковзання $v_{кр}$ ($\lambda_{кр}$) настає режим рідинного тертя, коли гідродинамічна сила забезпечить повне випливання повзуна на напрямних, тобто повний поділ поверхонь мастилом.

В режимі змішаного тертя гідродинамічна сила лише частково врівноважує зовнішнє навантаження, інша частина навантаження сприймається поверхнями, що контактують. Співвідношення цих елементів змінюється зі швидкістю ковзання: чим більша швидкість, тим більша частина навантаження припадає на гідродинаміку мастила.

З підвищенням швидкості в режимі змішаного тертя сила тертя зменшується, а в умовах рідинного тертя - зростає.

На рис. 10.1 показаний приклад графіку залежності коефіцієнта тертя f в напрямних стола від швидкості ковзання v (пара тертя: ЦАМ - чавун, олива «індустріальне 45»); крива 1 відповідає умові - стіл не навантажений; крива 2 - стіл з вантажем.

Зміна навантаження, прикладеного за нормаллю до поверхонь тертя тіл, зумовлює зміну контактних деформацій та зміну фактичної площі контакту. Сила сухого тертя залежить від контактної деформації. Між зміною сили тертя і контактною деформацією існує зсув в часі - наслідок інерційності процесу тертя.

Між силою тертя і величиною контактної деформації, що характеризується зближенням тіл, що труться, існує пряма залежність. Контактна деформація та зближення тіл визначають зміну фактичної площі контакту.

Процес контактної тертя є процесом деформування поверхневих шарів тіл, що труться, і середовища, що знаходиться між поверхнями (мастила; продуктів зносу, плівки іншого металу, спеціально нанесеного на поверхню тертя, тощо), ускладнений впливами зовнішнього середовища. Нестійкість процесу тертя є нестійкістю деформаційної замкнутої системи.

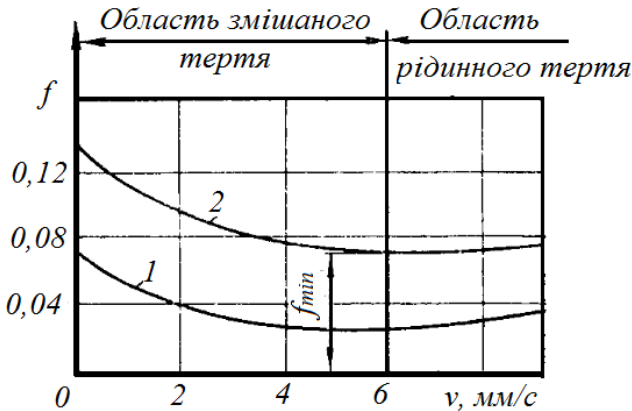


Рисунок 10.1 - Графік залежності коефіцієнта тертя у напрямних стола від швидкості ковзання

Найважливішою статичною характеристикою тертя є *коефіцієнт тертя* - відношення сили тертя до нормального навантаження.

Якщо розглядаються задачі, у яких зміна деформації протікає у невеликих межах, лінеаризовану залежність між силою тертя та контактною деформацією (статичну характеристику тертя) можна подати у вигляді

$$F = K_T \cdot y$$

де K_T – коефіцієнт пропорційності між силою тертя і контактною деформацією; y – контактна деформація (за нормаллю).

Оскільки $F = f \cdot N$ і $N = c_k \cdot y$ (c_k - контактна жорсткість рухомого з'єднання), то $K_T = f \cdot c_k$.

Якщо вхідні координати процесу тертя – швидкість або нормальна контактна деформація змінюються у часі, то між їх зміною та зміною сили тертя з'являється деякий зсув у часі. Відношення зміни

сили тертя до зміни контактної деформації чи швидкості у такому разі дає динамічні характеристики тертя.

Зсув у часі між зміною цих величин і сили тертя так само, як і зміна співвідношення величин відхилень, є наслідком інерційності процесів, що становлять сенс деформаційної системи, тобто зміни властивостей матеріалу, що деформується, зі ступенем деформації, температурою, тощо.

Динамічна характеристика тертя по контактній деформації

$$W_{\text{тк}}(p) = \frac{F}{y} = \frac{K_T}{T_T p + 1},$$

де T_T - постійна часу, необхідна для встановлення нової величини сили тертя після зміни контактної деформації.

Постійну часу T_T можна подати як відношення деякої частини l , попереднього зсуву до швидкості v ковзання. Попереднім зсувом називають відносне переміщення в тангенціальному напрямку двох поверхонь тертя, за якого відбувається перехід від спокою до ковзання.

Амплітудно-фазова частотна характеристика процесу контактного тертя у її найпростішому вигляді показано на рис. 10.2 і має такий вираз:

$$W_T = \frac{F}{y} = \frac{K_T}{1 - T_T^2 \omega^2} - i \frac{K_T T_T \omega}{1 + T_T^2 \omega^2}$$

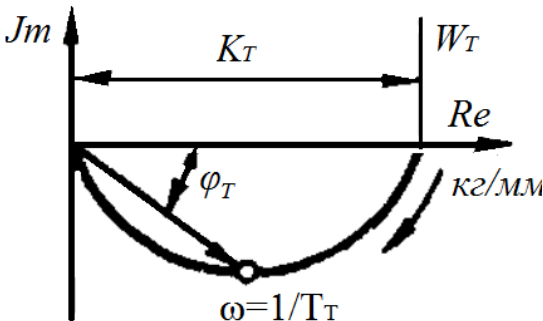


Рисунок 10.2 – Форма динамічної характеристики тертя

Динамічна характеристика змішаного тертя за швидкістю визначає відставання зміни сил тертя від зміни швидкості ковзання.

При раптовій зміні швидкості повзун займе положення, яке відповідає новому значенню швидкості, що встановилося, після проміжку часу, необхідного для подолання інерції повзуна, в'язкого опору мастила спливанню повзуна та перетікання мастила у зазорі між поверхнями.

Наближено динамічна характеристика змішаного тертя за швидкістю

$$W_{\text{тш}}(p) = \frac{F}{v} = \frac{b}{T_c p + 1},$$

де b – крутизна статичної швидкісної характеристики тертя, тобто тангенс кута нахилу дотичної до кривої залежності сили тертя від швидкості; T_c – постійна часу спливання.

Сила тертя спокою F_c , що дорівнює силі зрушення повзуна з місця в момент зриву, залежить від швидкості dF/dt тангенціального навантаження фрикційного контакту повзуна в напрямних і від часу τ попередньо нерухомого контакту.

Швидкість тангенціального навантаження фрикційного контакту в момент зриву

$$\frac{dF}{dt} = c \cdot v_0,$$

де c – жорсткість приводу; v_0 – швидкість задавальної ланки приводу.

Сила тертя спокою F_c зменшується при збільшенні швидкості тангенціального навантаження фрикційного контакту відповідно до виразу

$$F_c = A e^{-\beta c v_0} + F_1,$$

де A , β , F_1 – постійні.

Сила F_c зі збільшенням часу τ нерухомого контакту зростає відповідно до графіку, наведено на рис. 10.3, та виразу, запропонованому А. Ю. Ішлінським та І. В. Крагельським,

$$F_c = F_\infty - (F_\infty - F_0) e^{-\alpha \tau},$$

де F_∞ – сила тертя торкання з місця при дуже великій тривалості контакту; F_0 – сила тертя за нульового часу контакту; α – коефіцієнт, що залежить від властивостей контактних поверхонь, а також від мастила.

Сили тертя залежить також від вібраційних впливів. Інтенсивні вібрації зумовлюють ослаблення затягнутих різьбових з'єднань, затиску

оброблюваних деталей, підвищення плавності повільних переміщень повзунів у напрямних ковзання. Тертя спокою в напрямних ковзання на низькочастотних (до 50...100 Гц) мікроколиваннях знижується.

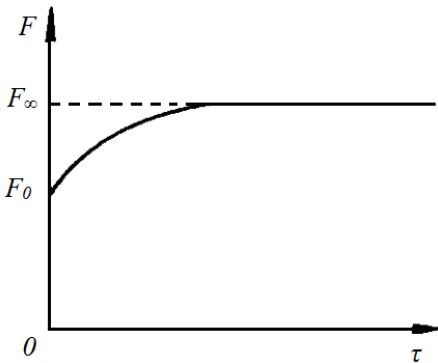


Рисунок 10.3 – Залежність сили тертя від часу нерухомого контакту

Величина сили тертя супорта в напрямних ковзання за одних і тих самих номінальних умов роботи і на повторних ходах не залишається строго постійною внаслідок можливих перерозподілів зазорів і місць контакту, непостійності товщини мастильного шару і властивостей мастила.

Фрикційні автоколивання

Втрата стійкості при переміщенні вузлів верстата без різання проявляється головним чином у стрибкоподібному русі супортів, столів, бабок, колон, тощо напрямними. Значно рідше трапляються випадки нерівномірного коливального обертання шпинделів, валів, барабанів, тощо, пов'язані з втратою стійкості руху в підшипниках ковзання, фрикційних муфтах, гальмах, тощо.

Періодична форма втрати стійкості при переміщенні вузлів з тертям призводить до появи автоколивань, які часто називають фрикційними автоколиваннями.

Автоколивання при установлювальних переміщеннях вузлів ускладнюють отримання точного положення. Автоколивання вузлів при переміщеннях, необхідних для обробки деталей, наприклад, під час руху столів поздовжньо-стругальних чи фрезерних верстатів, безпосередньо відбиваються на точності обробки, стійкості

інструменту й у підсумку — на продуктивності обробки. Негативно позначаються автоколивання при переміщенні вузлів на довговічності верстата.

На малих швидкостях ковзання вузла в напрямних, деяких параметрах ПС і характеристик тертя в системі самозбуджуються фрикційні автоколивання без періодичних впливів ззовні. Вони можуть бути двох видів: квазігармонічні (без зупинок) і релаксаційні, при яких відбувається стрибкоподібний рух, який складається з двох фаз, що по черзі повторюються: фази стрибка-ковзання і фази вистою. Амплітуда та частота фрикційних автоколивань визначаються динамічними параметрами системи. Самозбудження коливань відбувається внаслідок перевищення енергії, одержуваної системою від зовнішнього джерела (неколивального характеру), над енергією, що розсіюється при коливанні; коли настає рівність цих енергій, встановлюються стаціонарні коливання з певною амплітудою.

На рис. 10.4 наведено графіки залежності енергії E при автоколиваннях від амплітуди A ; криві E_+ відповідають енергії, що надходить в систему, а криві E_- - енергії, що розсіюється. У точках перетину кривих E_+ та E_- має місце баланс енергій. На рис. 10.4, а точка O відповідає статичній рівновазі. Вона, однак, нестійка, тому що при найменшому значенні амплітуди надходження енергії перевищуватиме витрати і коливання будуть самозбуджуватися.

Колівальний процес з амплітудою A_0 стійкий, оскільки на амплітуді, більшій за A_0 , $E_+ > E_-$; амплітуда зменшуватиметься, доки не досягне значення A_0 . На амплітуді, меншій A_0 , $E_+ < E_-$; амплітуда буде збільшуватися, поки не досягне значення A_0 .

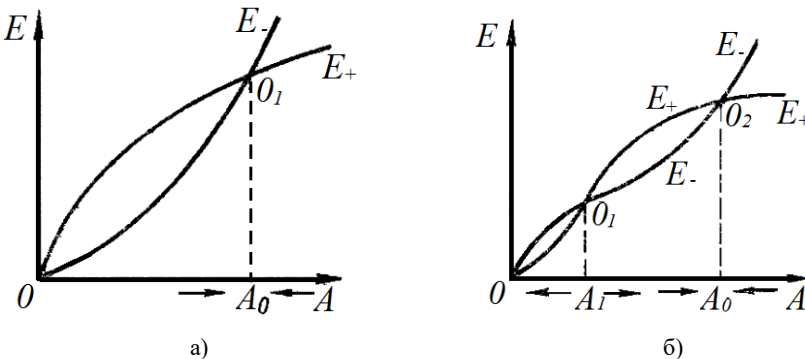


Рисунок 10.4 – Баланс енергії коливального процесу

На рис. 10.4, б три точки перетину кривих E_+ і E_- . Точки 0 та 0_2 відповідають стійкій рівновазі системи, а точка 0_1 – нестійкій. Якщо будь-яким зовнішнім поштовхом в системі будуть збуджені коливання з амплітудою, дещо більшою A_1 , то надалі амплітуда коливань вже сама збільшуватиметься і досягне значення A_0 . Таке збудження автоколивань називають *жорстким* самозбудженням. Якщо для збудження автоколивань достатньо наскільки завгодно мале початкового збурення (рис. 10.4, а), його називають *м'яким* самозбудженням.

Режим автоколивань, що встановилися, з постійною амплітудою можливий тільки в нелінійній системі, до складу якої входить нелінійний елемент. Якби система була лінійною, то як надходження, так і витрата енергії були б пропорційними квадрату амплітуди та криві залежності E_+ та E_- від A були б параболою, що проходять через початок координат, але ніде не перетинаються, тобто коливання наростали б до нескінченності, що, звісно, неможливо.

Як показують експерименти, характеристики фрикційних автоколивань вузлів суттєво залежать від схем їх навантаження, жорсткості приводу та від зміни швидкості вузлів у процесі їх переміщення у напрямних ковзання. Таким чином, характеристики фрикційних автоколивань визначаються багатьма факторами і точний розрахунок параметрів процесу має враховувати найважливіші з них.

Для аналізу стійкості системи, що складається з власне стійких елементів, за критерієм Найквіста потрібна побудова характеристики розімкненої системи і її елементів.

Розглянемо випадок, коли процес тертя описується статичною характеристикою, тобто коефіцієнтом K_T . Це відповідає умовам істотної малості постійних часу процесу тертя в порівнянні з постійними часу ЕПС.

Втрата стійкості неможлива лише для ЕПС характеристика якої у необхідному частотному діапазоні досить точно відповідає характеристиці коливальної системи з одним вільності типу I (рис. 10.5, б). Характеристика розімкнутої системи у такому разі не перетинає від'ємну дійсну вісь. Це означає, що при залежності сили тертя тільки від нормальної контактної деформації або, що те саме, тільки від нормальної сили, можливість нестійкого руху ЕПС, що має строго тангенціальне зміщення тіл, що труться, повністю виключається.

Існування такої системи проблематичне, оскільки пружна система зазвичай має деформацію, як в нормальному, так і в інших напрямках в процесі формування фрикційного контакту.

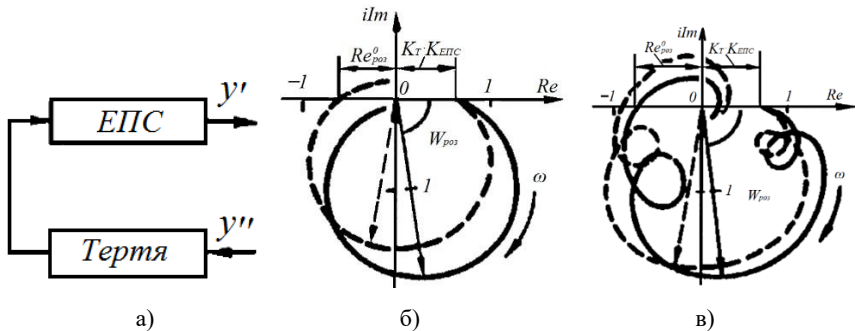


Рисунок 10.5 – Схема розімкненої системи, а і амплітудно-фазова частотна характеристика ЕПС з врахуванням характеристик тертя: б- I типу; в – II типу: статичної – суцільна лінія і динамічної – штрихова

У загальному випадку коливання за нормаллю до поверхні тертя виявляються пов'язаними з іншими коливаннями і тоді в необхідному частотному діапазоні характеристика ЕПС може бути представлена лише сумою характеристик кількох нормальних форм (не менше двох). В такому разі система буде потенційно нестійкою лише в тому випадку, коли одна з цих характеристик має знак мінус. Відповідну характеристику ЕПС типу II показана на рис. 10.5, в.

У останньому випадку амплітудно-фазова частотна характеристика розімкнутої системи може охопити точку -1 дійсної осі зі збільшенням передавального коефіцієнта K_T тертя чи зміні параметрів ЕПС (жорсткості, демпфування), тобто за критерієм Найквіста замкнута система може стати нестійкою.

Граничні значення коефіцієнта K_T , жорсткості системи, тощо, визначаються з умови: $R_{\text{роз}}^0 = -1$. Чим більший відрізок $R_{\text{роз}}^0$, тим менше граничне значення коефіцієнта K_T тертя, вище мінімально допустиме значення жорсткості, тобто тим нижчою є стійкість системи. Ця закономірність добре узгоджується з іншою: чим більше відрізок $K_{\text{ЕПС}} K_T$, що відсікається характеристикою на дійсній осі при $\omega = 0$, тим менша точність системи, тобто більший вплив сил тертя в рухомому з'єднанні та викликаних ними деформацій системи на точність положення деталі, що переміщується або вузла.

Демпфуюча здатність рухомого з'єднання з тертям визначається ступенем стійкості системи та залежить не тільки від тертя, але головним чином від конструкції ПС та її параметрів.

Шляхи підвищення плавності переміщень вузлів верстатів

Основні методи підвищення плавності переміщення вузлів верстатів можна розділити на декілька груп.

А. Підвищення власної стійкості (стабілізація) процесу тертя, тобто усунення «схоплювання» поверхонь тертя шляхом:

1) виходу з області швидкостей ковзання та фактичних контактних тисків, за яких виникає схоплювання; наприклад, за рахунок розвантаження напрямних, введення проміжних елементів з іншою швидкістю тощо;

2) застосування мащення мастилами зі спеціальними присадками;

3) застосування насичення поверхневого шару речовинами, що дають зміну механічних та фізико-хімічних властивостей матеріалу, а також зменшують ступінь пластичного деформування в процесі тертя. Застосування речовин, що полегшують деформування та руйнування поверхневого шару, не завжди може бути рекомендовано, оскільки при цьому підвищується зношування;

4) застосування матеріалів, не схильних до схоплювання під час тертя у заданих умовах.

Б. Зменшення гістерезисної петлі сил тертя за попереднім зміщенням шляхом:

1) зменшення сумарної сили тертя, наприклад, внаслідок розвантаження напрямних; усунення перекосів вузлів, зумовлених помилками конструкції або виготовлення та складання вузла та напрямних; зменшення надмірної затяжки клинів і планок, що іноді застосовується з метою підвищення жорсткості рухомого з'єднання, і т. і.;

2) зменшення коефіцієнта тертя за рахунок застосування відповідних матеріалів, мастил, а також застосування пар тертя кочення (напрямних, гвинтових пар тощо). Застосування в напрямних ковзання полімерних матеріалів, наприклад *Torcite B*, дозволяє знизити коефіцієнт тертя руху до 5-6 разів, у порівнянні з напрямними чавун – чавун, або сталь – чавун. Для коефіцієнтів тертя спокою ефект буде ще більшим.

В. Підвищення стійкості внаслідок дії на ЕПС шляхом:

1) підвищення жорсткості приводу без створення умов виникнення координатного зв'язку та зменшення демпфуючої здатності;

2) збільшення демпфуючої здатності системи внаслідок максимального використання тертя в нерухомих стиках ПС навіть за деякого зниження жорсткості, що не впливає на точність переміщення вузла, а також внаслідок застосування спеціальних демпфуючих пристроїв, тощо.

ЛЕКЦІЯ 11. КОЛИВАННЯ НЕСУЧИХ СИСТЕМ

Несучі системи представляють інтерес з точки зору збереження сталості процесу різання та передачі коливань, що виникають від зовнішніх впливів: від руху неурівноважених мас, обертового чи поступального; передачі коливань від роботи обладнання через фундаменти та опори.

Несуча система розглядається як складова замкненої динамічної системи, властивості якої визначаються параметрами пружної системи верстата і параметрами процесу різання. Враховуючи слабку нелінійність несучих систем під навантаженням силою різання і невисокий допустимий рівень коливань, коливальна система верстата може вважатися лінійною.

В багатьох випадках коливання, що впливають на якість обробленої поверхні, зокрема хвилястість, відповідають низькочастотним коливанням несучої системи, які визначаються параметрами встановлення та першими формами коливань основних корпусних деталей та коливаннями важких вузлів за умови нежорстких стиків. Наприклад, в одностоякових координатно-розточувальних верстатах, встановлених на три опори, власні коливання з частотою 15 Гц визначаються крутильними коливаннями станини; в порталних верстатах середніх розмірів зазвичай власні частоти коливань нижчі за 15-20 Гц визначаються коливаннями стояків стосовно фундаменту, а близько 50-80 Гц – крутильними коливаннями поперечки.

Найбільш типовими збуреннями, що зумовлюють коливання несучих систем точних верстатів, є зовнішні збурення – кінематичні збурення з боку основи і збурення від приводу (обертання

неурівноважених деталей, реверсування вузлів, що здійснюють зворотно-поступальний рух, тощо).

Коливання несучих систем, зумовлені збуреннями від приводу

Під час роботи *приводу обертального руху* найбільш інтенсивними є збурення від обертання неурівноважених деталей. Обертання елементів зі значною неурівноваженістю - ротора двигуна, шліфувального кола, неурівноважених оправок з інструментом, заготовок тощо - зумовлюють коливання головним чином з частотами, що відповідають числам обертів цих елементів.

Збурювальна сила від неурівноваженості

$$F = 1.1 \cdot 10^{-7} \cdot q \cdot n^2, \text{ Н}$$

де q – неурівноваженість, г·см; n – число обертів за хвилину.

Найбільш інтенсивні коливання елементів, що зумовлюються працюючим двигуном, пов'язані з неурівноваженістю ротора двигуна (частота коливань $f_0 = \frac{n}{60}$, Гц, де n - число обертів двигуна за хвилину), яка для асинхронних електродвигунів за нормативами може складати на частоті $n=3000 \text{ хв}^{-1}$ 11-15 г·см; для $n=1500 \text{ хв}^{-1}$ – 35 г·см; для частот $n=1000 \text{ хв}^{-1}$ $n=750 \text{ хв}^{-1}$ – 90 г·см.

Неурівноваженість шліфувальних кругів визначається неоднорідністю матеріалу, геометричними неточностями, тощо. Споживачі, установлюючи круг на верстаті, додатково балансують його, так, що початковий дисбаланс зменшується. У процесі роботи в міру зносу круга дисбаланс знову збільшується. Таким чином, сила, що збурює, від неурівноваженості круга, яка діє на верстат, може змінюватися.

Під час роботи інструментом, що обертається, наприклад на координатно-розточувальному або алмазно-розточувальному верстаті, інтенсивним джерелом збурень є збурення від неурівноваженості шпиндельного вузла. В алмазно-розточувальних верстатах неурівноваженість шпиндельного вузла близько 3-5 г·см на числі обертів $n = 3000 \text{ хв}^{-1}$ вже помітно впливає на точність обробки. Така порівняно незначна неурівноваженість може бути досягнута тільки за динамічного балансування шпиндельного вузла в зборі. Без цього дисбаланс шпиндельних вузлів алмазно-розточувальних верстатів досягає 30-40 г·см.

Збурювальні сили, що виникають при обертанні неурівноважених заготовок, зазвичай змінюються в дуже широких межах, що визначаються формою деталі, способом отримання заготовки, точністю її встановлення на верстаті, неурівноваженістю патрона і іншим. Обробка заготовок з конструктивною неурівноваженістю вимагає спеціальних заходів, що забезпечують зведення дисбалансу деталі, що обертається, до мінімуму. Найінтенсивніші збурення від неурівноваженості заготовок спостерігаються в умовах чорнової обробки.

Однчасна дія значної кількості джерел збурень приблизно однакової інтенсивності визначають збурення, що діють на несучі системи, які можна віднести до категорії випадкових. Ці збурення характеризуються широким спектральним складом та амплітудами, що змінюються за випадковим законом.

В разі інтенсифікації періодичних збурень (зокрема, зі збільшенням частоти обертання неурівноваженого інструменту), зазвичай, інтенсифікуються і випадкові збурення (наприклад, внаслідок зростання сили ударів в елементах приводу). Наявністю випадкових збурень, що характеризуються суцільними спектрами, визначається, зокрема, той факт, що від дії інтенсивних періодичних збурень поряд з коливаннями на частотах, що відповідають частотам цих збурень, в верстаті виникають коливання на частотах, що відповідають власним частотам системи.

У точних верстатах коливання несучих систем, зумовлені роботою приводу обертального руху, зазвичай мають відносно невелику інтенсивність. Чим нижчі частоти власних коливань верстата на опорах порівняно з частотами збурень, що діють на станину верстата, тим менші амплітуди відносних коливань.

Якщо частота збурень від джерела, встановленого не на станині, а безпосередньо на одному з верхніх вузлів верстата, близька до частоти власних коливань цих вузлів, то в разі установа верстата на піддатливі опори відносні коливання в системі на цій частоті зростають.

У верстатах нормальної, точності за наявності у верстаті інтенсивних джерел збурень, наприклад неурівноваженості двигуна чи круга, коливання вузлів виявляються досить інтенсивними — амплітуди коливань станини досягають десятих часток міліметра. В

разі збігу (чи кратності) частоти збурень і частот коливань верстата на опорах амплітуда коливань різко зростає.

Дослідження токарного верстата за різних способів його установлення показують, що при зміні частоти власних коливань верстата на опорах небезпечні з точки зору резонансу області частот обертання зміщуються. Амплітуди відносних коливань на холостому ході і під час різання з малими перетинами зрізу в верстаті, встановленому на гумо-металеві опори, виявляються меншими, ніж у підлитому, а на глибині різання 4 мм - більшими. Це пояснюється тим, що для верстата на опорах глибина різання 4 мм близька до граничної, відповідної межі стійкості, тоді як для підлитого верстата в умовах проведення експерименту гранична глибина різання була близько 8 мм.

Для верстатів нормальної точності необхідність обмеження рівня коливань елементів диктується вимогами як точності, так і довговічності.

Коливання несучих систем, зумовлені збуреннями від приводу зі зворотно-поступальним рухом

У верстатах зі *зворотно-поступальним переміщенням* вузлів найінтенсивнішими джерелами коливань є збурення, що діють під час реверсування вузлів. Якщо реверс відбувається в процесі різання, як, наприклад, в шліцшліфувальних, круглошліфувальних та інших верстатах, інтенсивні відносні коливання інструменту та заготовки, що виникають під час реверсування, зумовлюють появу припалів або хвилясті оброблюваної поверхні.

Якщо реверс здійснюється поза зоною різання, як, наприклад, у плоскошліфувальних верстатах, бажано, щоб коливання, що виникають під час реверсування, встигли загаснути до початку різання. Для цього в випадку різких реверсів збільшують перебіг столу. Однак максимальні відносні коливання не завжди відповідають середині процесу реверсування. В разі різкого гальмування вони можуть збігатися з початком гальмування, коли круг ще не зійшов з деталі. Отже збільшення ходу столу не дасть бажаних результатів.

У верстатах з гідроприводом вплив на несучу систему збурень від реверсування вузлів можна розглядати як дію деякого зовнішнього імпульсу сил інерції, величина якого Q визначається масою m і швидкістю v переміщення вузла, а форма (тобто закон зміни сили

інерції в часі) та тривалість - налаштуванням системи, що здійснює реверс.

Час реверсу τ на плоскошліфувальних верстатах для швидкостей руху стола від 9 до 20 м/хв. змінювався від 0,12 – 0,13 до 0,35-0,5 с, а для швидкостей руху стола 20 – 30 м/хв. $\tau = 0,65$ с.

Максимальні прискорення, що діють на стіл у процесі реверсу, також виявляються суттєво різними. На плоскошліфувальному верстаті мод. 3Б71М максимальні прискорення змінювалися від 3,7 до 15,5 м/с²; на верстаті мод. 3722 при швидкості 29 м/хв. - 3,3 м/с²; на верстатах фірми Blohm максимальні прискорення не перевищували 2,3 м/с². На круглошліфувальних верстатах у ряді випадків максимальні прискорення досягали 20 м/с².

Оскільки імпульсні збурення, до яких відносяться збурення, що діють при реверсах, характеризуються суцільними спектрами, то у відносних коливаннях інструмента та заготовки проявляються головним чином коливання із власними частотами системи. Рівень відносних коливань із частотами, відповідними резонансним частот, визначається рівнем спектральних складових діючого імпульсу сил інерції цих частот. Тому при дії імпульсів, для яких в області частот вище 60 Гц спектральна щільність виявляється досить низькою (нижче 0,03 кг·с), у відносних коливаннях переважають коливання з власною частотою коливань верстата на опорах. В разі дії імпульсів, для яких спектральна щільність в області високих частот значно вища, крім частот власних коливань верстата на опорах, прослідковуються також коливання з частотами, що визначаються коливаннями верхніх вузлів верстата (70-120 Гц).

Для того щоб амплітуди відносних коливань були мінімальними, імпульс сил інерції повинен мати таку форму, для якої за мінімальної тривалості дії імпульсу (тобто часу реверсу τ) переважна частина його енергії була б зосереджена в якомога вужчій смузі низьких частот. Цій умові задовольняють імпульс виду $R \cos^2(\pi/\tau) \cdot t$. Ці імпульси (рис. 11.1) і слід розглядати як оптимальні в реалізації закону зміни прискорення в часі під час роботи без паузи, наприклад при плоскому шліфуванні.

За однієї і тієї самої, зокрема оптимальної форми імпульсу сил інерції, що більше час дії імпульсу, то вужча смуга низьких частот, у якій зосереджена переважна більшість енергії імпульсу. Тому, за оптимального закону зміни прискорення, час реверсу повинен вибиратися таким, щоб власна частота гойдальних коливань верстата

на опорах розташовувалася поза цією смугою частот. В такому разі відносні переміщення в системі будуть дуже малі.

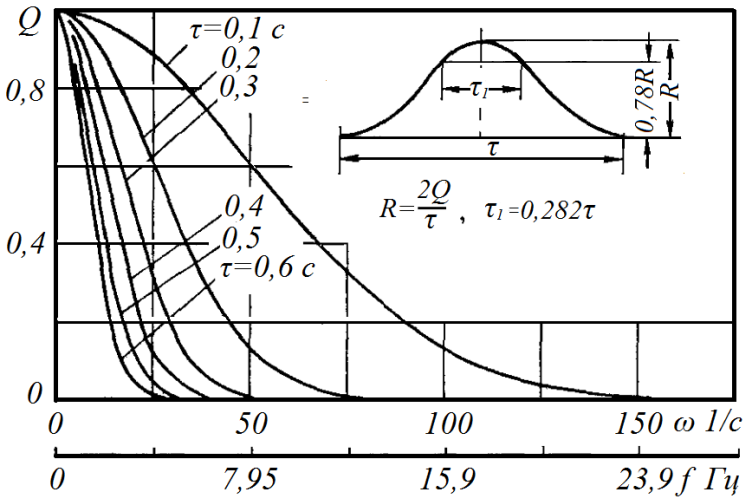


Рисунок 11.1 - «Ідеальні» імпульси сил інерції та їх спектр за однакової величині імпульсу $Q = 2mv$ і різної тривалості τ : гальмування і розгін не розмежовуються паузою

Для заданої форми та тривалості дії імпульсу рівень відносних коливань у системі буде тим меншим, чим вище частоти власних коливань у системі, оскільки за реальних (близьких до оптимальної) форм імпульсів їх спектральна щільність у сфері низьких частот, зазвичай, значно вища.

Загальні рекомендації, спрямовані на підвищення частот власних коливань несучих систем, зокрема внаслідок підвищення жорсткості та зменшення мас елементів системи, сприяють зниженню рівня коливань, що виникають у системі під час реверсів.

Аналіз коливань несучих систем під час реверсів дозволяє сформулювати критерії оцінки плавності реверсування. Зокрема, для точних верстатів, якщо оцінювати плавність, виходячи з впливу характеру реверсування на працездатність верстата, критерієм плавності реверсування можуть бути максимальні відносні коливання інструменту та заготовки, що впливають на якість оброблюваних поверхонь. При цьому необхідна плавність виявляється залежною не

тільки від закону зміни та величини максимального прискорення при реверсуванні, а й від параметрів несучої системи.

За заданих параметрів несучої системи про плавність реверсування можна судити з відхилення закону зміни прискорення від оптимального (рис. 11.1). За наявності інтенсивних (з амплітудами того самого порядку, що і середнє прискорення) високочастотних коливань прискорення реверсування не може бути плавним.

Коливання несучих систем, зумовлені коливаннями основи

Рівень коливань основ визначається двома основними факторами: 1) інтенсивністю коливань від близько розташованого обладнання (машин з неврівноваженими масами, наприклад компресорів; з ударним характером навантаження - молотів, пресів; верстатів зі зворотно-поступальними рухами, тощо) і транспорту, що проходить неподалік; 2) резонансними характеристиками ґрунтів, перекриттів, несучих конструкцій будівель - власні частоти основ знаходиться в тому самому діапазоні, що і частоти сил, що збурюють, і можуть вносити істотні зміни в спектральний склад збурень, що надходять до верстата.

У першому наближенні коливання основи розглядаються не як випадкові, а умовно поділяються на збурення двох видів - періодичні або регулярні та імпульсні.

До періодичних відносяться коливання більш-менш постійного рівня, які можна подати як суму значної кількості періодичних складових; до імпульсних — пікові, максимальні величини яких різко перевищують середній рівень коливань на даному майданчику.

В загальному випадку періодичні коливання основ можна розглядати як коливання широкого спектру частот від 1,5-2 до 50-60 Гц з амплітудами від часток мікрона на високих частотах до 5-15 мкм на низьких. У низькочастотному діапазоні рівень коливань мало залежить від частоти. При розташуванні поряд з ділянкою, що розглядається, джерел інтенсивних коливань загальний рівень регулярних коливань на майданчику виявляється вищим і амплітуди коливань на частотах, що відповідають частотам найбільш інтенсивних збурень, зазвичай різко виділяються.

Імпульсні коливання основи зумовлюються роботою машин с ударним характером навантаження, опусканням і кантуванням деталі з ударами тощо. Імпульсні коливання основи найчастіше мають форму,

наближену до форми напівхвилі синусоїди або загасаючої синусоїди, з періодами, що визначаються власною частотою коливань основ або власною частотою коливань фундаменту, на якому установлене джерело збурень. Зазвичай ці частоти лежать в межах від 6—10 до 100 Гц.

Випадкові збудження (наприклад, удари) однакової інтенсивності за різних параметрів основи зумовлюють імпульсні коливання основ, що відрізняються не тільки за частотами, але за амплітудами - чим більша частота власних коливань основи, тим менші амплітуди імпульсних збурень (відношення амплітуд приблизно зворотно пропорційне квадрату власних частот). У реальних умовах роботи верстатів середній рівень імпульсних коливань основ оцінюється амплітудами близько 10-12 мкм в області частот до 40 Гц, що відповідає власним частотам найбільш поширених видів основ.

Чутливість верстата до коливань основи визначається, з одного боку, конструктивними особливостями, параметрами та якістю виготовлення верстата, і з іншого боку - способом встановлення, жорсткістю та демпфуванням опорних елементів.

При встановленні верстатів середніх розмірів на загальній плиті цеху з кріпленням болтами або з підливанням опорної поверхні станини цементним розчином нижні власні частоти коливань системи лежать зазвичай у межах 20-80 Гц; при встановленні без кріплення - на клинах або жорстких опорах - в межах 10-50 Гц і при встановленні на пружних опорах - 5-25 Гц. При встановленні на індивідуальних фундаментах частоти власних коливань зазвичай дещо нижчі, ніж при встановленні на плиті - для фундаментів на природній основі 10-25 Гц, на гумових килимках 5-20 Гц і на пружинах <10 Гц.

За жорсткого встановлення верстатів на плиті коливання станини приблизно повторюють коливання підлоги. За всіх інших видів установки коливання фундаменту та станини верстата тією чи іншою мірою відрізняються від коливань основи, оскільки опорні елементи системи фільтрують частоти, які виявляються вищими за частоти власних коливань, що визначаються жорсткістю опорних елементів.

Щоб забезпечити надійну віброізоляцію системи в умовах одночастотного збурення, що діє з боку основи, необхідно, щоб частота f_0 власних коливань системи, що визначається жорсткістю опор, була суттєво менша за частоту f збурення. При $f/f_0 \geq 2$ ослаблення коливань відбувається більш ніж 2,5—3 рази.

В умовах широкого спектрального складу регулярних коливань основи відлаштуватися від частоти збурень за рахунок підбору жорсткості опор неможливо, і завжди матимуть місце резонансні явища. При цьому за будь-якої власної частоти коливань верстата (або верстата разом з фундаментом) на опорах як абсолютні переміщення елементів верстата, так і відносні переміщення інструменту та заготовки досягають максимуму на частотах, що відповідають власним частотам системи.

Ефективність віброізоляції може характеризуватись ступенем передачі коливань від основи в зону різання, що визначається коефіцієнтом передачі $\mu_0 = \frac{a_{\text{від}}}{a}$ ($a_{\text{від}}$ - амплітуди відносних коливань інструменту і заготовки, a - амплітуди коливань основи).

У першому наближенні (за відносно слабкого зв'язку між коливаннями верстата на опорах і коливаннями верхніх вузлів верстата) коефіцієнт μ_0 може бути визначений як добуток двох коефіцієнтів - коефіцієнта передачі коливань від підлоги до станини ($\mu = \frac{a_{\text{ст}}}{a}$) і коефіцієнта передачі коливань від станини в зону різання ($\gamma = \frac{a_{\text{від}}}{a_{\text{ст}}}$).

Коефіцієнт μ передачі коливань від підлоги до станини визначається головним чином параметрами опор та верстата як жорсткого тіла.

Коефіцієнт γ передачі коливань від станини в зону різання визначається головним чином параметрами верхніх вузлів верстата та характеризує чутливість даного верстата до коливань основи. Оскільки коливання основ відбуваються з відносно невисокою частотою, а верхні вузли і деталі верстатів мають порівняно невеликі маси, чутливість верстата до коливань основи зазвичай визначається найбільш низькочастотними формами коливань одного або двох вузлів (що несуть інструмент або деталь), розташованих на станині, які можна розглядати як одномасові системи.

Шкідливий вплив коливань основ, як регулярних, так і та імпульсних проявляється головним чином в разі жорсткої установки, коли частоти власних коливань верстата на опорах близькі до частот власних коливань верхніх вузлів верстата.

Регулярні збурення та викликані ними регулярні коливання вузлів, що несуть інструмент та заготовку, призводять до появи

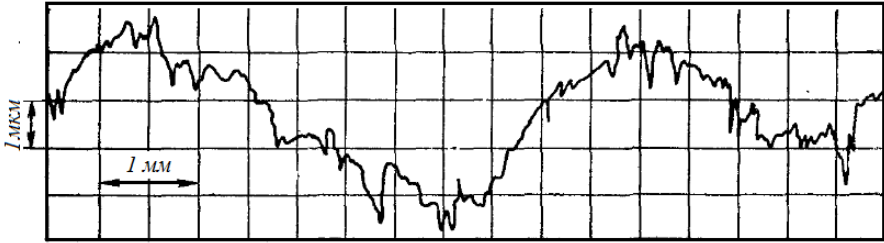
хвилястості на оброблюваній поверхні. Довжина хвиль на поверхні пропорційна частоті, а висота - амплітуді коливань основи. На середніх режимах чистової обробки на шліфувальних верстатах хвилі мають довжину від 3-5 до 20 мм і більше. Коливання підлоги з частотою, що не збігається з резонансною частотою коливань верстата на опорах, чинять значно менший вплив на хвилястість поверхні. Так, в разі встановлення плоскошліфувального верстата на башмаках зміна частоти коливань підлоги з 21 Гц, що відповідає резонансній частоті системи, до 22,5 Гц при приблизно тій же амплітуді ($2a \approx 13$ мкм) призвело до зменшення висоти хвиль на поверхні в 1,7 рази (з 3,5 до 2 мкм; рис. 11.2, а, б).

Навіть за дуже інтенсивних коливань підлоги на частотах, що відповідають власним частотам коливань верстата на опорах, встановлення верстата на пружні опори та зниження частоти власних коливань призводить до різкого зменшенню висоти хвиль (рис. 11.2, в).

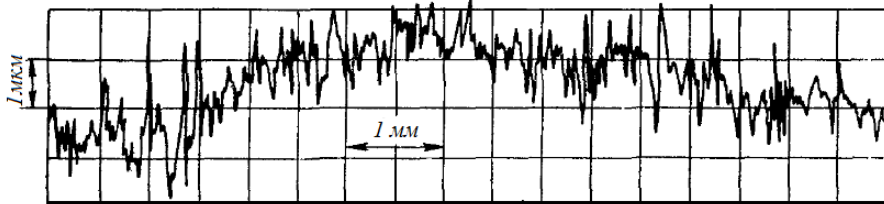
При чистовому обточуванні з відносно високими швидкостями різання, оскільки частоти регулярних коливань основ зазвичай не перевищують 60-80 Гц, під час одного коливання інструменту та заготовки деталь повертається більше, ніж на один оборот. У цьому випадку регулярні коливання основ впливатимуть не на хвилястість профілю поперечного перерізу, а на відхилення профілю поздовжнього перерізу.

Коливання основ впливають і на якість оброблюваної поверхні - на мікрогеометрію, тобто шорсткість, і, при деяких видах обробки, зокрема при шліфуванні, структуру поверхневого шару (припали).

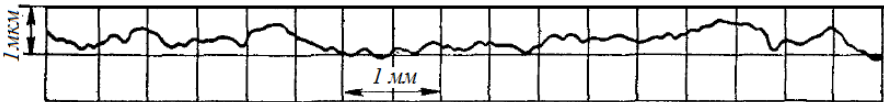
Так, наприклад, шорсткість поверхні деталі, обробленої на токарному верстаті Міцубісі, встановленому на башмаках, в умовах інтенсивних коливань основи (з частотою 40 Гц і амплітудою 3 мкм) виявилася істотно вищою, ніж шорсткість поверхні деталі, обробленої на тому самому верстаті за відсутності коливань. Середнє квадратичне відхилення профілю Ra в першому випадку склало 0,5 мкм, тоді як у другому 0,34 мкм. В разі встановлення верстата на пружинному фундаменті або на гумових прокладках впливу цих коливань на шорсткість оброблюваної поверхні не виявилось.



а)



б)



в)

а і б - верстат на башмаках; коливання підлоги відповідно $f = 21$ Гц; $2a = 13$ мкм; та $f = 22,5$ Гц; $2a = 13$ мкм; в - верстат на пружних опорах; коливання підлоги $f = 10$ Гц, $2a = 16$ мкм

Рисунок 11.2 - Профілограми поверхонь, оброблених на плоскошліфувальному верстаті за різних способів його встановлення

ЛЕКЦІЯ 12. СТІЙКІСТЬ ДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ ВЕРСТАТА

Стійкість динамічної системи з тертям

Втрата стійкості при переміщенні вузлів верстата без різання проявляється головним чином у стрибкоподібному русі супортів, столів, бабок, колон, тощо напрямними. Значно рідше трапляються випадки нерівномірного коливального обертання шпинделів, валів, барабанів, тощо, пов'язані з втратою стійкості руху в підшипниках ковзання, фрикційних муфтах, гальмах, тощо.

Аперіодична форма втрати стійкості руху з тертям, яку називають «заклинювання», практично в раціонально виконаних конструкціях верстатів не зустрічається.

Періодична форма втрати стійкості при переміщенні вузлів з тертям призводить до появи автоколивань, які часто називають фрикційними автоколиваннями.

Автоколивання під час установлювальних переміщень вузлів ускладнюють отримання точного положення. Автоколивання вузлів в ході переміщень, необхідних для обробки деталей, наприклад, під час руху столів поздовжньо-стругальних чи фрезерних верстатів, безпосередньо відбиваються на точності обробки, стійкості інструменту і у підсумку — на продуктивності обробки. Негативно позначаються автоколивання під час переміщень вузлів на довговічності верстата.

У різних конкретних умовах роботи верстатів доводиться враховувати:

- 1) можливість власної нестійкості ПС;
- 2) можливість власної нестійкості процесу тертя;
- 3) можливість істотного впливу того чи іншого контуру зв'язку багатоконтурної деформаційної системи процесу деформування контактуючих нерівностей тіл, що труться;
- 4) багатозв'язність ЕПС за наявності великої кількості ступенів вільності.

Складність та різноманітність зв'язків у системі з широким діапазоном зміни її параметрів робить практично недоцільним виконання аналізу динамічної системи з урахуванням усіх можливих видів зв'язків. Для кожного конкретного випадку слід виділяти *головні зв'язки*, які визначаються на основі загальних положень, що розвиваються стосовно окремих елементів і системи в цілому.

Для повного аналізу системи необхідно враховувати особливості процесу тертя, які виражаються його динамічною характеристикою, що визначає відставання зміни сили тертя від зміни нормальної контактної деформації.

При побудові характеристики розімкненої системи в результаті множення на динамічну характеристику тертя характеристика ЕПС отримує, крім зміни масштабу та амплітуд, також додатковий фазовий поворот за годинниковою стрілкою.

Амплітудно-фазова характеристика ЕПС з одним ступенем вільності не перетинає від'ємну гілку дійсної осі Додатковий фазовий зсув за годинниковою стрілкою створює такий перетин. Система стає потенційно нестійкою.

Для характеристики тертя відрізок $Re_{роз}^0$ визначається таким виразом:

$$Re_{роз}^0 = \frac{K_T}{c} \frac{T_T \cdot \frac{T_1^2}{T_2}}{T_1^2 + T_T^2 + T_T T_2}.$$

Тут T_1 , T_2 ; c - постійні часу і жорсткість даної нормальної форми ЕПС, а $K_T = \mu \cdot c_k$. Цей відрізок має найбільшу довжину і, отже, система найменш стійка за рівності постійної часу попереднього зсуву та інерційної постійної часу ЕПС (ця умова виходить після прирівнювання похідної нулю від виразу $Re_{роз}^0$ по T_T). Граничний коефіцієнт тертя $\mu_{гр}$ визначається за критерієм стійкості за умови $Re_{роз}^0 = 1$:

$$\mu_{гр} = \frac{c}{c_k} \cdot \frac{T_2}{T_T T_1^2} (T_1^2 + T_T^2 + T_T T_2).$$

Підставляючи значення $T_T = l_T/v$, (l_T - відрізок шляху тангенціального зсуву, необхідного для формування сили тертя) можна отримати вираз для границі стійкості за швидкістю або, інакше, залежність граничного коефіцієнта тертя від швидкості ковзання:

$$\mu_{гр} = \frac{c}{c_k} \cdot \frac{T_2}{T_1^2 l_T} \left(T_1^2 v + \frac{l_T^2}{v} + l_T T_2 \right). \quad (12.1)$$

Ця залежність показано на рисунку 12.1. Мінімального значення $\mu_{гр}$ досягає для $v_T = l_T/T_1$.

Тоді

$$\mu_{гр \min} = \frac{c}{c_k} \cdot \frac{T_2}{T_1^2} \left(1 + 2 \frac{T_1}{T_2} \right). \quad (12.2)$$

Виразами (12.1) і (12.2) можна користуватися для орієнтовної оцінки діапазонів швидкостей ковзання, у яких система втрачає стійкість. Якщо коефіцієнт тертя більший, ніж $\mu_{гр}$ і зі швидкістю не змінюється, то можливе існування двох граничних швидкостей $v_{гр}$ ковзання, нижче і вище за які система стійка і автоколивання відсутні.

Такі граничні швидкості показані на рис. 12.1 для деякого значення μ або K_T .

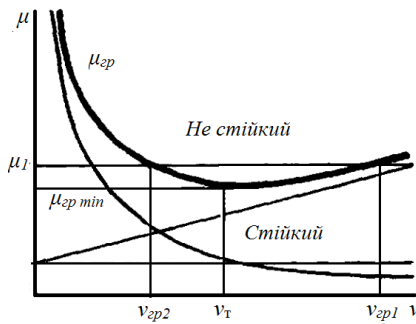


Рисунок 12.1 – Залежність граничного коефіцієнту тертя від швидкості ковзання

В разі збільшення жорсткості (якщо T_1 і T_2 незмінні) область нестійкості буде зменшуватися за рахунок підвищення нижньої граничної швидкості і зниження верхньої. Мінімальне значення жорсткості, за якого система буде стійка на всіх швидкостях, визначається виразом, аналогічним виразу (12.2):

$$c_{гр\ min} = K_T \cdot \frac{T_1^2}{T_2^2} \cdot \frac{1}{1 + 2 \frac{T_1}{T_2}}.$$

Залежно від умов тертя, режиму руху та характеристики ЕПС при переміщенні вузлів верстата вхолосту можливе велике число видів автоколивань, що відрізняються як законом руху (релаксаційні та гармонійні), так і їх частотою та напрямом переважаючого зсуву (дотичним або за нормаллю до поверхні ковзання). Це різноманіття видів автоколивань є наслідком різноманіття умов роботи вузлів верстата.

За певних значень жорсткості приводу можливе існування двох меж стійкості за швидкістю (в умовах, коли сила тертя залежить від швидкості). На швидкостях від нуля до першого граничного значення система не має коливань. Автоколивання існують у межах від нижнього до верхнього граничного значення швидкості ковзання.

На рис. 12.2 показана відповідна схема. Зі зміною швидкості ковзання змінюється постійна часу попереднього зсуву і вигляд W_{λ} (W_{λ} - характеристика лінійної частини системи). На малій швидкості

характеристика W_d відрізняється від $W_{\text{ЕПС}}$ фазовим зсувом низькочастотної області і зменшеним радіусом-вектором високочастотної. Остання обставина визначає нижнє граничне значення швидкості ковзання. Фізичний сенс цієї межі полягає в тому, що на малій швидкості ковзання і заданій частоті коливань системи петля гістерезису не встигає сформуватися повною мірою. Зменшується приплив енергії в систему та автоколивання припиняються.

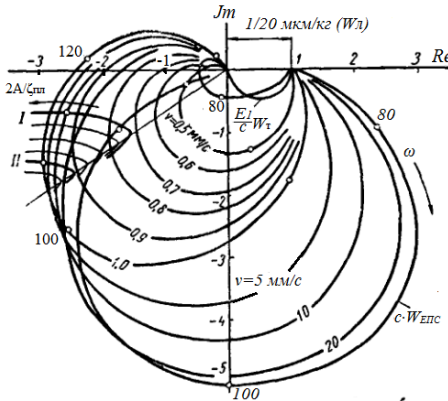


Рисунок 12.2 - Амплітудно-фазові частотні характеристики системи з урахуванням зміни T_t зі швидкістю

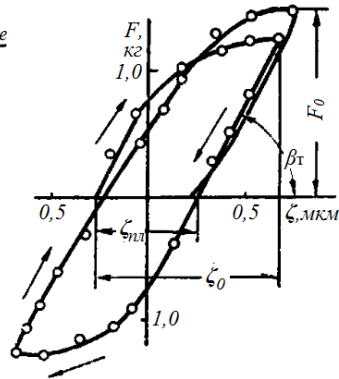


Рисунок 12.3 – Залежність сили тертя від попереднього зсуву

На великій швидкості ковзання, якщо виконується умова $A > \frac{v}{\omega}$ (A - амплітуда коливань тіла; v - швидкість ковзання; ω - власна частота ЕПС, що відповідає даній нормальній формі коливань), характеристика W_d отримується фазовим викривленням високочастотної області $W_{\text{ЕПС}}$ на ділянці, що не дає перетину зі зворотно еквівалентною характеристикою M_n нелінійної частини системи при фазовому повороті. Таким чином виникає верхня гранична швидкість. Її фізичний сенс полягає в тому, що на великій швидкості ковзання формування петлі гістерезису (рис. 12.3) обмежується системою, що коливається, яка не встигає слідувати за хвилею деформації, що швидко формується в контакті. За певного значення жорсткості приводу верхня та нижня гранична швидкість зливається в одну. Зі зменшенням жорсткості від цього значення область автоколивань розширюється за рахунок зниження нижньої та підвищення верхньої граничної швидкості. При

певному значенні жорсткості нижня гранична швидкість дорівнює нулю і за меншої жорсткості область автоколивань обмежується тільки верхнім значенням швидкості. Ця межа для коливань зазвичай для $F = F_0$ визначається рівнянням:

$$v_{\text{гр}} \approx \frac{F_0}{\kappa} \cdot \omega,$$

де κ – коефіцієнт пропорційності.

На рис. 12.4 показана зміна меж області автоколивань у параметрах: жорсткість приводу - швидкість ковзання. Верхня границя нанесена відповідно до умов, що розглядалися.

Розглянута ідеалізована система з одним ступенем вільності не відображає усіх особливостей складних систем. Під час аналізу конкретних конструкцій слід враховувати вплив інших ступенів вільності системи. Зокрема, наявність додаткової зміни нормальної контактної деформації, зумовленої пов'язаними коливальними рухами тіл за іншими координатами, окрім тангенціальних, може призвести до збільшення або зменшення розмірів петлі гістерезису, тобто E_t , F_0 або ζ_0 . Це сприятиме посиленню чи ослабленню автоколивань і може спричинити зміну границь області їх існування.

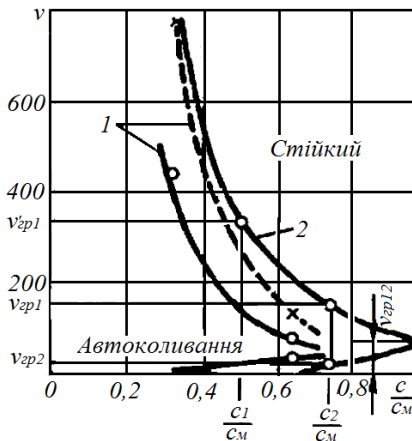


Рисунок 12.4 - Область релаксаційних автоколивань у параметрах "швидкість v - жорсткість c системи": 1-експериментальна крива для різної ваги стола: $\circ$ - 610 кг; $\times$ - 990 кг; 2 – теоретична залежність

E_t - коефіцієнт «пружності» (зміцнення) при тангенціальному деформуванні, який іноді називають тангенціальною жорсткістю стики двох тіл; ζ_0 – повний попередній зсув.

При швидкості ковзання $v > \omega A$, тобто за відсутні «зупинки» при коливаннях, втрата стійкості руху та виникнення автоколивань можлива внаслідок зміни величини або напрямку сил тертя, що зумовлюються насамперед пов'язаними коливальними рухами системи з багатьма ступенями вільності.

Стійкість динамічної системи верстата при різанні

Втрата стійкості системою верстата при різанні на практиці проявляється у «підриванні» інструментів (аперіодична нестійкість) чи виникненні автоколивань (періодична нестійкість).

Підривання зустрічається на токарних, карусельних, фрезерних, розточувальних верстатах в ході обробки довгих валів малого діаметра або за невірної установки інструменту. Зустрічаються випадки підривання при правці шліфувальних кругів внаслідок недосконалості конструкції пристрою для правки. Наслідком підривання зазвичай трапляється поломка інструменту, розрив круга і псуванням оброблюваної деталі.

Автоколивання під час різання ведуть до різкого зниження чистоти та точності оброблюваної поверхні, стійкості інструменту, довговічності верстата та, зрештою, зниження продуктивності праці. Спроби використовувати автоколивання для полегшення процесу різання до позитивних результатів не приводять (це не стосується використання змушених коливань низьких частот для подрібнення стружки або ультразвукових частот для покращення процесу шліфування).

Під терміном "вібростійкість" верстатів розуміють опір верстата не тільки появи автоколивань, але й виникненню інтенсивних коливань від невірноваженості деталей, що обертаються, або самого верстата від збурень, що передаються через фундамент, тощо. Часто говорячи про розрахунок верстата або його деталі на «вібростійкість», розуміють оцінку власних частот коливань.

Різноманітність форм зв'язку та його поєднань, з якими доводиться зіштовхуватися в верстатах залежно від конкретних умов обробки виявляється у можливості: 1) наявності власної нестійкості ПС; 2) наявності власної нестійкості процесу різання; 3) суттєвого

впливу того чи іншого контуру зв'язку багатоконтурної деформаційної системи, що становить зміст процесу різання та 4) багатозв'язаності ЕПС за наявності великої кількості ступенів вільності.

За цими особливостями динамічної системи верстата та дуже широкому діапазоні зміни її параметрів (наприклад, швидкості різання коливаються в межах двох, трьох десяткових порядків величини) можна зробити висновок, що походження автоколивань при різанні не можна пояснити дією тільки одного «збудника».

Як і в аналізі динамічної системи верстата з переміщенням вузлів, важливим є виділення головних зв'язків для кожного конкретного випадку на основі загальних положень, що розвиваються стосовно окремих елементів і системи в цілому.

Вигляд головного зв'язку може бути однаковим для певної області значення параметрів, що визначаються конструкцією верстата, інструменту та пристосування, стабільністю якості їх виготовлення, видом оброблюваного матеріалу, видом та режимами технологічної операції.

Зокрема, важливе значення має характер обробки: без повторного проходу інструменту за раніше обробленою ним поверхнею (обробка «по чистому») або з проходом по такій поверхні (обробка «по сліду»). Типовим прикладом різання "по чистому" є нарізування різі різцем або правленим шліфувальним кругом. Обробка «по сліду» найпоширеніша. До неї відносяться фрезерування, зенкерування, більшість токарних, розточувальних, стругальних, шліфувальних та інших робіт, в яких різальні кромки проходять слідом від попереднього проходу. При шліфуванні більше, ніж під час роботи іншими інструментами, проявляється вплив затуплення чи зносу інструменту на попередньому проході. Таке зношування у часі створює своєрідні умови обробки «по сліду».

Стійкість системи при власне стійких еквівалентній пружній системі і різанні

Розглянемо випадок, коли процес різання описується статичною характеристикою. Це відповідає умовам суттєвої малості постійних часу процесу різання порівняно з постійними часу ЕПС. У поєднанні з ЕПС, що подається у вигляді коливальної системи з одним ступенем вільності, процес різання, що описується статичною характеристикою за товщиною шару, який зрізується, утворює стійку систему.

Характеристика розімкненої системи в цьому випадку не перетинає від'ємної гілки дійсної осі.

У загальному випадку характеристика ЕПС може бути подана сумою характеристик окремих нормальних форм коливань. Вплив цієї особливості ЕПС найнаочніше може бути з'ясовано на прикладі ПС з двома орієнтованими в просторі осями жорсткості, тобто системи з двома ступенями вільності з координатним зв'язком. Контур зв'язку цієї системи та процесу різання показаний на рис. 12.5 де 1 і 2 позначені обидві нормальні форми ЕПС. Знак мінус перед однією з характеристик нормальних форм відбиває принципову особливість системи з багатьма ступенями вільності, яка покладена в основу пояснення умов появи автоколивань під час різання.

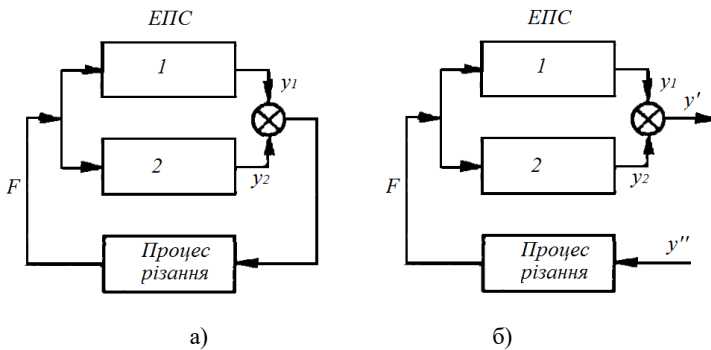


Рисунок 12.5 – Схема еквівалентної динамічної системи з різанням: а – замкнена; б – розімкнена

Для оцінки стійкості системи необхідно розімкнути систему, як показано на рис. 12.5,б і побудувати амплітудно-фазову характеристику розімкненої системи. Характеристика, типові форми якої показано на рис. 12.6, виходить множенням характеристик ЕПС та процесу різання. В даному випадку це робиться простою зміною масштабу амплітудно-фазової характеристики ЕПС пропорційно коефіцієнту різання. Шкала виходить безрозмірною.

Підсумовування характеристик нормальних форм ЕПС з різними знаками дає характеристику типу II, що перетинає від'ємну гілку дійсної осі, тобто потенційно нестійку. Підсумовування характеристик нормальних форм одного знаку, чому відповідає характеристика I типу, цього ефекту не дає. В останньому випадку система може стати

нестійкою тільки внаслідок відставання сили різання від зміни перерізу шару, що зрізається, що виражається динамічною характеристикою різання.

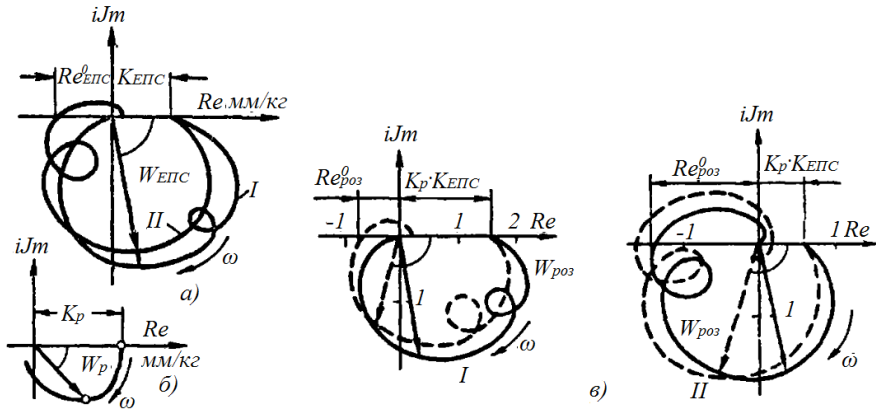


Рисунок 12.6 - Визначення стійкості еквівалентної динамічної системи із різанням. Амплітудно-фазові частотні характеристики: а - еквівалентної пружної системи $W_{\text{ЕПС}}$ типів I н II; б-процесу різання W_p ; в-розімкненої системи $W_{\text{раз}} = W_{\text{ЕПС}} W_p$ для двох типів ЕПС з урахуванням статичної характеристики різання (суцільна лінія) і динамічної характеристики різання (штрихова)

Якщо характеристика перетинає від'ємну дійсну вісь між 0 і -1, то система, будучи потенційно нестійкою, за даних значень параметрів стійка.

Оскільки коефіцієнт різання пропорційний ширині шару, що зрізається, то можна оцінити граничну ширину $b_{\text{гр}}$ шару, який зрізується, що допускається системою за умовами стійкості. Останнє означає, що відрізок $Re_{\text{роз}}^0$, що відсікається характеристикою розімкненої системи на від'ємній дійсній осі, дорівнює одиниці.

$$\text{Звідси } b_{\text{гр}} = \frac{1}{K Re_{\text{ЕПС}}^0}.$$

Чим більше відрізок $Re_{\text{ЕПС}}^0$, що відсікається характеристикою ЕПС на від'ємній гілці дійсної осі, тим менша гранична ширина шару, що зрізається, і нижче вібростійкість системи. Ця закономірність добре узгоджується з іншою: чим більше відрізок, що відсікається характеристикою ЕПС на додатній дійсній осі, тим нижча технологічна

жорсткість системи і тим менша точність обробки або, інакше, тим сильніший вплив деформацій системи на точність обробки.

На відміну від статичної динамічна характеристика різання дає не тільки зміну масштабу та амплітуд характеристики розімкненої системи, але також їй фазовий зсув, повертаючи вектори характеристики ЕПС за годинниковою стрілкою на деякий кут.

Амплітудно-фазова характеристика ЕПС з одним ступенем вільності не перетинає від'ємну гілку дійсної осі. Додатковий фазовий зсув створює такий перетин, отже, і умови втрати стійкості, які визначаються тим, що точка перетину виявиться від початку координат далі точки з координатою -1. Зокрема, зі зростанням ширини шару, що зрізається, точка перетину віддаляється від початку координат.

Можна визначити граничну ширину шару, що зрізається, поділивши довжину відрізка від'ємної гілки дійсної осі на деякий коефіцієнт. Коефіцієнт включає, крім питомої сили різання та жорсткості, також постійні часу різання та ЕПС, що виражають фазовий зсув характеристики. Для характеристики різання й характеристики ЕПС відрізок $Re_{роз}^0$ визначається наступним виразом:

$$Re_{роз}^0 = \frac{K_p}{c} \frac{T_p \frac{T_1^2}{T_2}}{T_1^2 + T_p^2 + T_p T_2}.$$

Цей відрізок має найбільшу довжину і, отже, система найменш стійка за рівності постійної часу різання та постійної інерційної часу ЕПС.

Гранична ширина $b_{гр}$ шару, що зрізається визначається з умови $Re_{роз}^0 = 1$:

$$b_{гр} = \frac{c}{K} \frac{T_2}{T_p T_1^2} (T_1^2 + T_p^2 + T_p + T_2).$$

Якщо $T_p = l_p/\nu$, де l_p - відрізок шляху різання, необхідний для формування сили різання. то підставляючи це значення T_p , можна отримати вираз для границі стійкості за швидкістю або, інакше, залежність граничної ширини шару, що зрізається, від швидкості різання:

$$b_{гр} = \frac{c}{K} \frac{T_2}{l_p T_1^2} \left(T_1^2 v + \frac{l_p^2}{v} + l_p T_2 \right).$$

Ця залежність показано на рис. 12.7. Мінімального значення $b_{гр}$ досягає при $v_T = l_p/T_1$.

$$\text{Тоді } b_{гр \min} = \frac{c}{K} \frac{T_2}{T_1^2} (2T_1 + T_2).$$

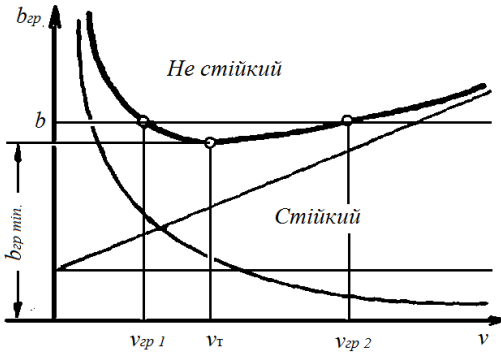


Рисунок 12.7 - Залежність граничної ширини шару, що зрізається, від швидкості різання

Вплив динамічної характеристики різання зводиться до додаткового фазового зміщення у системі. Ця обставина важлива зокрема для ЕПС зі слабким зв'язком, коли її динамічна характеристика не перетинає від'ємну дійсну вісь або перетинає її поблизу початку координат, тобто за такої форми характеристик, коли додатковий фазовий поворот збільшує відрізок, що відсікається на від'ємній дійсній осі.

При сильному зв'язку форма характеристики може бути іншою та її фазовий зсув мало впливатиме на границю стійкості. Практично це означає, що в такій системі досягти суттєвого ефекту усунення або зниження вібрацій за рахунок зміни швидкості різання чи подачі не можливо. Необхідно проводити зміни в ЕПС верстата, спрямовані на усунення або зміну відповідних зв'язків.

ЛЕКЦІЯ 13. АНАЛІЗ ТА ОЦІНКА ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЕРСТАТІВ

На сьогодні велика увага приділяється дослідженню та оцінці динамічних характеристик та динамічної жорсткості верстатів. Аналіз і оцінка динаміки структури необхідні для проектування та розробки верстатів, щоб забезпечити високу продуктивність верстатів у важких і ускладнених умовах обробки. Ці питання набувають особливої ваги для багатоцільових верстатів та верстатів з ЧПК, оскільки на них повинні виконуватися різноманітні види обробки: фрезерування, свердління, обточування і розточування, нарізування різі, тощо. Ці види обробки потребують зміни режимів обробки (швидкості різання, величини подачі, глибини різання) в широкому діапазоні; властивості оброблюваних матеріалів також змінюються в широких межах. Як наслідок, в конструкції верстата і його вузлів виникають коливання з різними частотами і амплітудами.

Дослідження власних частот коливань та відповідних режимів вібрацій конструкції верстата аналізуються зазвичай за допомогою модального і гармонічного аналізу методом скінчених елементів (МСЕ), а також імпульсного молоткового тесту.

Ударний тест - це експериментальний метод, який використовується для збудження системи верстата з метою отримання інформації про гармоніки, власні частоти, модальні маси, модальні коефіцієнти демпфування та форми мод. Зазвичай цей тест проводиться в статичних умовах, використовуючи ударний молоток (рис. 13.1) як механізм збудження та акселерометр як датчик.

Імпульс молотка складається з майже постійної сили в широкому діапазоні частот, а отже, здатний збуджувати всі резонанси в цьому діапазоні. Молоток, розмір, довжина, матеріал і швидкість удару визначають амплітуду та частоту (форму хвилі) імпульсу сили. Матеріал ударного ковпака зазвичай визначає обсяг енергії.

Молоток складається з вбудованого кварцового датчика сили ІСР, встановленого на ударному кінці головки молотка. Чутливий елемент використовується для перетворення сили удару в електричний сигнал для відображення та аналізу. Він складається з твердих кварцових кристалів і вбудованого мікроелектронного підсилювача.

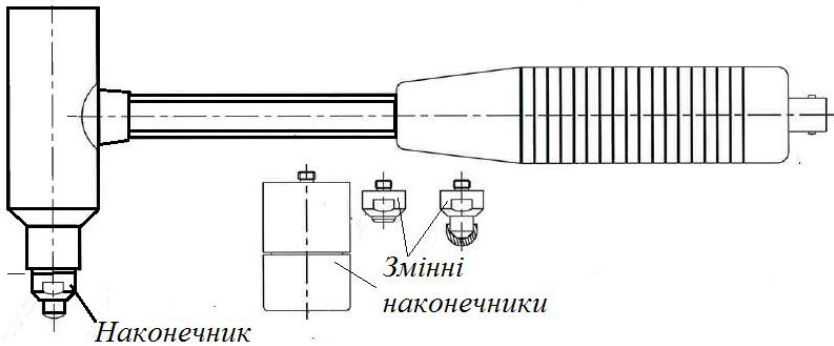


Рисунок 13.1 – Імпульсний молоток

Ударний кінець молотка має різбовий отвір для встановлення різноманітних ударних наконечників. Наконечник призначений для передачі сили удару на датчик і захищає поверхню датчика від пошкодження. Наконечники різної жорсткості дозволяють варіювати ширину імпульсу і частотну складову сили.

Подовжувальна маса, що постачається з більшістю молотків, дозволяє концентрувати більше енергії на нижчих частотах.

Ударні наконечники впливають на частоту імпульсу молотка, а подовжувач впливає на рівень енергії сигналу. Частотний діапазон молотка можна змінювати, змінюючи тип використовуваного наконечника. Масивні конструкції з меншою жорсткістю вимагають використання розширювача та м'якого ударного наконечника для адекватного збудження низькочастотних резонансів. Для більш високої частотної характеристики використовується більш жорсткий наконечник без розширювача маси. Для нижчих частотних характеристик доцільно використовувати м'який наконечник і встановлюють подовжувач маси. Щоб збільшити енергію сигнали руху, збільшують швидкість удару та/або масу удару.

Для дослідження передавальної функції і частотних характеристик механічної структури чутливі датчики (акселерометри) встановлюють в точках об'єкту, що представляють інтерес, та ударають молотком по об'єкту дослідження.

На рис. 13.2 представлена модальна тестова установка з використанням імпульсного молотка. Дослідження проводились на конструкції 5-ти осьового багатоцільового верстата розточувального

типу. Згідно з методом SISO (один вхід і один вихід), акселерометр приєднується до фіксованих точок вимірювання модуля повзуна і стояка, і прикладалась силу удару до точок збудження навколо модуля головки повзуна за допомогою імпульсного молотка для вимірювання його прискорення. Вихідний сигнал вимірюного прискорення передається на аналізатор FFT (fast Fourier transform). Після отримання функції частотної характеристики кожної точки збудження вимірюють власні частоти об'єкта.

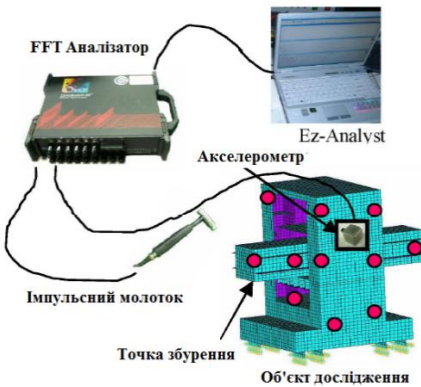


Рисунок 13.2 – Схема установки для проведення імпульсного дослідження

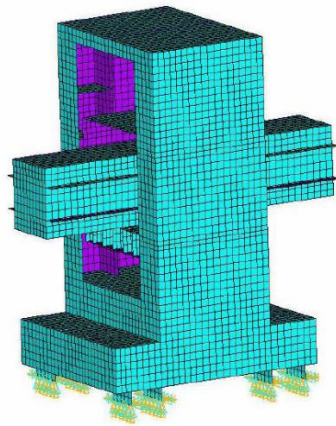


Рисунок 13.3 – Скінчено-елементна модель багатоцільового верстата

В роботі [8] для перевірки *динамічних характеристик* та динамічної жорсткості властивих багатоцільовому верстату проаналізували та оцінили структурні динамічні характеристики, тобто власні частоти та відповідні форми моди модуля головки повзуна 5-осьового багатоцільового верстата за допомогою МСЕ і імпульсного молоткового тесту. Динамічна жорсткість модуля повзуна була проаналізована та виміряна за допомогою МСЕ і випадкового тесту збудження з гідравлічним збудником.

Для аналізу режимів вібрації та динамічної жорсткості 5-осьового багатоцільового верстата за допомогою МСЕ конструкція верстата розбивалась на оболонкові елементи, (18832), як показано на рис. 13.3.

Якщо структура має кілька ступенів вільності демпфованих систем, вона може бути представлена таким чином:

$$[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} + i[h]\{\dot{x}\} = \{0\} \quad (13.1)$$

де $[m]$, $[k]$, $[h]$ — матриці маси, жорсткості, структурне демпфування конструкції, відповідно.

Рівняння (1) також можна виразити як

$$([k] + i[h] - \omega^2 [m])\{X\} = \{0\}$$

Розв'язання системи матриць

$$[B(\omega)] = [k] + i[h] - \omega^2 [m]$$

дає можливість отримати значення власних частот і форм коливань.

В результаті аналізу методом скінчених елементів і експерименту отримані перші власні частоти коливань вигину 59,51 і 53,75 Гц відповідно. Враховуючи, що максимальна робоча частота обертання шпинделя верстата складає 3000 хв.⁻¹, отримані власні частоти вищі частоти обертання (збурення), яка складає 50 Гц.

Метод скінчених елементів (МСЕ) використовується дослідниками для вивчення динамічних характеристик різних елементів конструкції верстата: несучих систем, столів шпиндельних вузлів, тощо.

Динамічні характеристики системи шпindel – оправка – інструмент (рис. 13.4) досліджувалися в роботі [9].

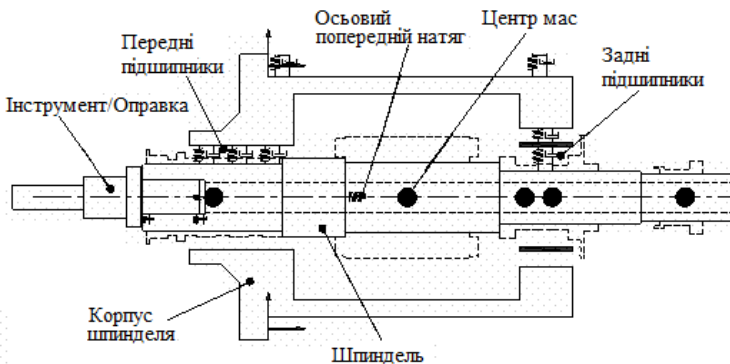


Рисунок 13.4 – Модель шпинделя для динамічного розрахунку

Для оцінки моделі скінчено-елементного аналізу (СЕА) системи шпиндель/тримач інструменту/інструмент було виконані вимірювання з використанням ударного збудження на кінці інструменту. На рисунку 13.5 показана динамічна передавальна функція (дійсна та уявна частини) досліджуваного шпинделя та імітаційна модель СЕА. Наявна різниця в результатах складає приблизно від 10 до 20%, що можна пояснити деяким спрощенням геометричної моделі. Метою моделювання та імітації СЕА є не тільки визначення тенденції, але й вплив конструктивних параметрів (жорсткість підшипника, жорсткість і демпфування поверхонь контакту шпинделя/тримача інструменту, геометрія інструменту, тощо) на продуктивність різання; наявні відхилення моделі СЕА є несуттєвими і не знижують значення аналітичних результатів.

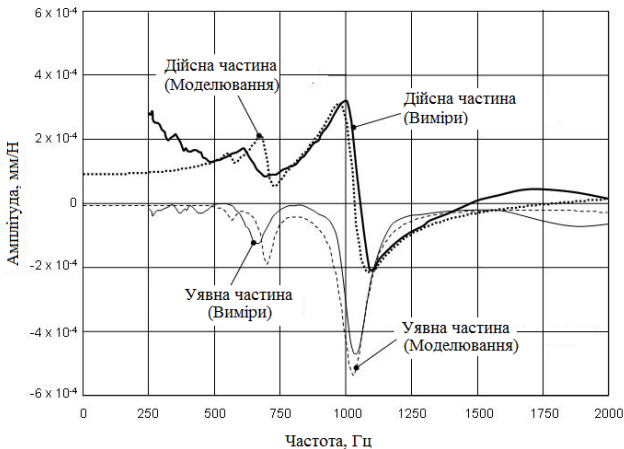


Рисунок 13.5 - Порівняння динамічної передатної функції між результатом ударного випробування і моделюванням моделі МСЕ

Моделюванням системи шпиндель/тримач інструменту/інструмент за методом скінчених елементів виявлені три основні форми і частоти власних коливань, (перша форма показано на рис. 13.6. Для заданих граничних умов для конструкції системи власна частота коливань першої моди 581 Гц. Ця частота є вищою за частоту збудження зумовлену обертанням шпинделя (для верстата, що піддавався аналізу $n_{\text{шп}}=24000 \text{ хв}^{-1}$, частота 400 Гц), тому резонансні явища, з цієї причини не виникатимуть.

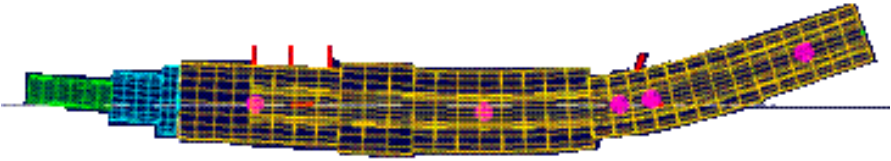


Рисунок 13.6 – Форма першої моди шпинделя

Аналіз системи шпиндель-оправка-інструмент показав значний вплив на динамічну піддатливість і частоти власних коливань оправки, що використовується для закріплення інструмента в шпинделі. Зазначається, що збільшення маси різцетримача спричиняє підвищення загальної піддатливості системи інструменту та шпинделя. Зменшення вібрації заднього кінця шпинделя (рис. 13.6) можна досягти за рахунок використання легшого вузла інструмент-тримач інструменту, що підвищить надійність шпинделя.

Автоколивання є складною проблемою процесу обробки, яка призводить до нестабільного процесу різання, низької якості обробленої поверхні та зниження швидкості видалення матеріалу. Ця небажана проблема самозбудження вібрації є однією з головних перешкод у використанні повної потужності верстата у виробництві.

В роботі [10] розглядаються коливання системи шпиндель-оправка-інструмент (рис. 13.7), які впливають на виникнення автоколивань. Для дослідження системи застосовується теорія балки Тимошенка.

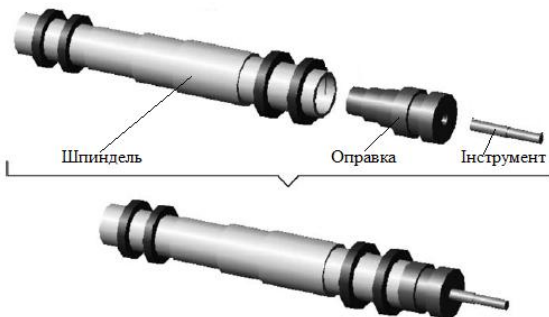


Рисунок 13.7 – Компоненти і шпиндельний вузол в зборі

Для перевірки ефективності результати моделювання порівнюються з результатами, отриманими моделюванням за

допомогою методу скінчених елементів (система ANSYS). Констатується, що власні частоти коливань шпиндельного вузла (системи шпиндель-оправка-інструмент), отримані моделюванням за допомогою теорії Тимошенка та методом скінчених елементів, добре узгоджуються. Використання моделі, запропонованої для отримання інструментальної точки FRF, значно скорочує час обчислення порівняно з використанням аналізу СЕ.

В області низьких частот, де вібрації головним чином визначаються пружністю поверхонь з'єднання, а не жорсткістю складових елементів на вигин теорія балки Тимошенка може бути не ефективною.

Запропонована модель може бути використана на етапі проектування шпинделя, наприклад, для отримання максимальної динамічної жорсткості на кінці шпинделя на необхідній частоті

Дослідження динамічної якості двоосьових поворотних столів 5-координатного багатоцільового верстата в роботі [7] здійснювалось шляхом виконання модального і гармонічного аналізу конструкції за допомогою методу скінчених елементів (МСЕ).

Модальним аналізом визначилися частоти і форми власних коливань елементів системи, та системи в цілому. Гармонічний аналіз дозволив виокремити частоти власних коливань, на яких спостерігаються локальні коливання елементів поворотного стола, що суттєво не впливатимуть на точність і якість обробки.

Аналіз частот власних коливань проводився для поворотного стола 5-координатного обробного центру, що складається з каретки, яка переміщується двома лінійними напрямними кочення, передньої та задньої опор, моста та інших складових елементів (рис. 13.8). У передній опорі і мості розташовуються моментні електродвигуни для приводу обертання моста (вісь *A*) та поворотного столу (обертання за віссю *C*).

В розрахунковій моделі для реалізації МСЕ комбіновані підшипники кочення для поворотних осей, що монтуються у передній опорі і мості, а також циліндричний роликпідшипник, розташований у задній опорі, замінені кільцями з еквівалентними модулем пружності і моментом інерції, що забезпечують необхідні показники жорсткості і маси.

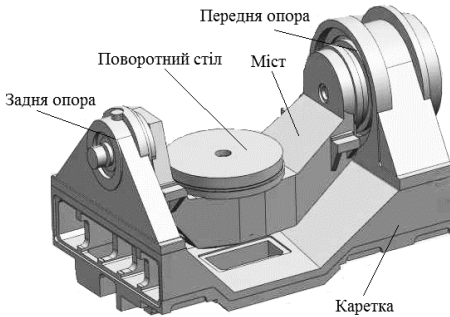


Рисунок 13.8 - Загальний вигляд поворотного стола 5-координатного обробного центру:

В скінчено-елементній моделі окремі деталі сполучені між собою контактними скінченними елементами, встановленими у зафіксоване положення (bonded).

З метою оцінювання впливу положення поворотного стола на зміну частот власних коливань були змодельовані варіанти повороту моста за віссю A : в нульовому положенні ($A0$) (рис. 13.8) і поворот на 90° ($A-90$).

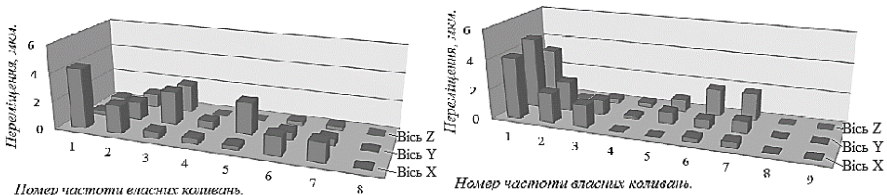
Максимальна частота обертів шпинделя досліджуваного верстата складає 14000 хв^{-1} , отже в роботі 4-зубою фрезою частота збурення від врізання зуба фрези в заготовку становитиме 933 Гц. Для обох положень моста у зазначеному діапазоні виявлені 19 частот власних коливань (від мінімальної 170 Гц до максимальної 924 Гц для положення стола $A0$).

Обробка на верстаті деталей із жароміцних сплавів супроводжується робочими швидкостями різання, що не перевищують 30–45 м/хв. та значними силами різання, з частотою обертання, що досягають 2000 хв^{-1} . Амплітуда коливань у такому випадку буде значно більшою, ніж при високошвидкісному різанні, яке характеризується зняттям малого припуску на великій швидкості і з малими зусиллями різання. Перша власна частота буде вищою за частоту збурення в разі обробки 4-зубою фрезою на частоті 2500 хв^{-1} (167 Гц), а отже, вузол не буде відкликатися на силове різання на середніх і низьких частотах обертання шпинделя.

Гармонічний аналіз моделі стола, за рахунок отримання амплітудно-частотної характеристики, дозволив відкинути частоти

власних коливань окремих елементів досліджуваної системи, що суттєво не впливають на переміщення планшайби поворотного стола, а отже, і на якість та точність обробки. Для обох положень моста за віссю *A* значні переміщення спостерігалися в межах перших семи частот власних коливань (рис. 13.9). На інших частотах збурення майже не відбувалося.

Відмінності у величинах переміщень за координатними осями, вздовж яких відбуваються коливання, зумовлюються положеннями моста в яких задіяні елементи різної жорсткості.



а) - стіл в положенні A0;

б) - стіл в положенні A90

Рисунок 13.9- Амплітуда збурення коливань від гармонічної діючої сили

Виходячи з того, що частота власних коливань визначається за формулою $\omega = \sqrt{c/m}$, де c – жорсткість елемента чи системи, а m – маса, зміни власної частоти можна досягти шляхом зміни жорсткості елемента (системи). Оскільки жорсткість $c=EJ$, то для збільшення жорсткості є два шляхи: застосування матеріалу з вищим модулем пружності E , або зміна геометрії елемента, з метою підвищення моменту інерції перетину J . В аналізі системи важливо визначити елементи, які найбільшою мірою впливають на частоти власних коливань системи, з тим, щоб цілеспрямовано діяти, починаючи з етапу конструкторського проектування, в напрямку забезпечення динамічної стійкості.

Аналіз впливу різних елементів конструкції поворотного стола [7] на частоти власних коливань системи здійснювався шляхом моделювання жорсткості окремих елементів EJ . Найбільший вплив на зміну ЧВК чинить жорсткість моста, який безпосередньо передає коливання і переміщення на планшайбу, а також каретка.

Зміна жорсткості інших елементів несуттєво впливала на зміну частот власних коливань. Це може свідчити або на високу жорсткість

елементів, або про те, що вони не беруть безпосередню участь у формуванні частот і форм коливань.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Білоус П.О. Теорія коливань: Типові розрахунки елементів машинобудівних конструкцій: навчальний посібник / П.О. Білоус; за ред. О. Ф. Дащенко.- Одеса: Астропринт, 2012. – 312 с.
2. Орликов М. Л. Динамика станков [Текст]: учеб. пособие для ВУЗов / М. Л. Орликов. - К.: Вища школа, 1980. - 256 с.
3. Білоус П.А., Влазнева А.Ю., Дащенко А.Ф., Лазарева Д.В., Сурьянинов Н.Г. Экспериментальные исследования в динамике: учеб. пособие / Под. ред. Н.Г. Сурьянинова. – Одесса: Астропринт, 2008. – 296 с.
4. Внуков Ю. Н. Автоколебания при фрезеровании тонкостенных элементов деталей [Электронный ресурс] : монография / Ю. Н. Внуков, С. И. Дядя, Е. Б. Козлова и др.; под ред. Ю. Н. Внукова. – Запорожье: ЗНТУ, 2017. – 208 с.
5. Писаренко Г.С. Справочник по сопротивлению материалов [Текст]: / Г.С. Писаренко, А.П Яковлев, В.В. Матвеев; отв. ред. Г.С. Писаренко. 2-е изд., перераб. и доп. – К.: Наук. думка, 1988. – 736 с.
6. Бойко І.А., Солоха В.В., Іщенко Л.Й. Динамічний аналіз поворотного стола 5-координатного обробного центру. Вісник ЧДТУ. № 1 (71), 2014, стор. 134-143.
7. Залога В. О. Методологічні основи підвищення ефективності оброблення деталей шляхом керування динамікою процесу високошвидкісного точіння з високими частотами обертання шпинделя: монографія / В. О. Залога, Ю. В. Шаповал. – Суми: Сумський державний університет, 2024. – 143 с.
8. Stephenson D. A. Metal Cutting Theory and Practice / D. A. Stephenson, J. S. Agapiou. - Third Edition. - CRC Press Taylor & Francis Group, - 2016.- chapter 12.
https://www.researchgate.net/publication/317081872_Metal_Cutting_Theory_And_Practice_3rd_by_D_A_Stephenson.
9. Budak E. Machining stability and machine tool dynamics / E. Budak. 11th International Research/Expert Conference "Trends in the Development of Machinery and Associated Technology", TMT 2007, Hammamet, Tunisia, 05-09 September, 2007. -30 p.
<https://www.tmt.unze.ba/zbornik/TMT2007/U2-TMT07-444.pdf>.
10. Tobias S. A. Theory of Regenerative Machine Tool Chatter / S. A. Tobias, W. Fiswick. – London : Engineering, 1958. –p. 199-203, 238-239.

<https://www.vibration.fr/images/stories/Documents/1erePresentationLobesTobias.pdf>.

11. Merritt H. E. Theory of Self-Excited Machine-Tool Chatter. *J. Eng. Ind.* Nov 1965, 87(4): 447-454.

<https://www.vibration.fr/images/stories/Documents/3emePresentationLobesMeritt.pdf>.

12. Altintas Y. Chatter Stability of Machining Operations / Y. Altintas, G. Stepan, E. Budak, etc. - Transactions of the ASME. Journal of Manufacturing Science and Engineering. – 11. 2020, Vol. 142. -110801, 19 p. (<https://www.osti.gov/pages/biblio/1659597>).

13. Shil-Geun Kim. Analysis of Dynamic Characteristics and Evaluation of Dynamic Stiffness of a 5-Axis Multi-tasking Machine Tool by using F.E.M and Exciter Test / Sung-Hyun Jang, Hyun-Young Hwang, Young-Hyu Choi and Jong-Sik Ha. International Conference on Smart Manufacturing Application April. 9-11, 2008. – p. 565-569. DOI: [10.1109/ICSMA.2008.4505589](https://doi.org/10.1109/ICSMA.2008.4505589)

14. Dynamic modeling and analysis of motorized milling spindles for optimizing the spindle cutting performance. Dr. Sinan Badrawy, Engineering Manager Moore Nanotechnology Systems, LLC.