

УДК 537.85

Килимник І.М.

доц. НУ «Запорізька політехніка»

ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ ПАРАМЕТРИЧНОГО ПІДХОДУ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ

На теперішній час значна увага приділяється питанням прогнозування залишкового ресурсу складного електротехнічного обладнання на основі створених для нього «цифрових двійників». Важливою вимогою до методів і алгоритмів числової реалізації математичних моделей «цифрових двійників» є швидкодія, що обумовлена необхідністю отримувати прогнозні дані у режимі реального часу. Тому вельми актуальною стає проблема зменшення часу числової реалізації математичних моделей «цифрових двійників» у системах діагностики, моніторингу параметрів і характеристик в процесі експлуатації та прогнозування залишкового ресурсу.

Як правило, основу моделей цифрових двійників складають математичні моделі електродинаміки, що описуються рівняннями Максвелла у частинних похідних. Для моделювання електромагнітних процесів перетворення електричної енергії в електрообладнанні змінного струму частіше використовуються системи рівнянь Максвелла у частотному формулюванні відносно електричного і векторного магнітних потенціалів. Магнітні потоки у такому обладнанні локалізують в осердях, виготовлених із електротехнічної сталі, яка має нелінійні гістерезисні характеристики намагнічування. Розв'язання системи нелінійних рівнянь Максвелла здійснюється на основі методів кінцевих елементів у структурі засобів спеціалізованого програмного забезпечення, що потребує великих витрат часу і потужної обчислювальної техніки. Тому скорочення часу обчислень і зменшення вимог до потужності обчислювальної техніки є актуальною задачею у теоретичному і практичному плані, що потребує застосування нових підходів до числової реалізації моделі «цифрового двійника».

Метою роботи є підвищення ефективності числової реалізації моделі цифрового двійника електрообладнання в режимі реального часу на основі параметричного підходу до розв'язання нелінійних задач електродинаміки.

Вихідна постановка математичної моделі для «цифрового двійника» електрообладнання може бути значно спрощена, якщо замість розгляду багатокомпонентної просторової конструктивної системи спряжених деталей і вузлів електрообладнання застосувати спрощений підхід моделювання стану тільки окремих елементів. До уваги будемо брати такі конструктивні елементи електрообладнання, які за даними довготривалої експлуатації мають найбільшу вірогідність виникнення пошкоджень. У такому випадку можна обмежитися достатньо простими геометричними формами критичних елементів, серед яких: пластина, циліндр, порожнистий циліндр. Для наведених форм факторів критичних елементів існують відомі аналітичні розв'язки лінійних рівнянь Максвела. Тому виникає потреба у побудові обчислювального підходу, який забезпечить досягнення потрібних результатів при обмеженій кількості ітерацій, якщо за їх початкове наближення буде прийнято аналітичне розв'язання для лінійного формулювання вихідної задачі.

Для подальшої розгляду представимо систему нелінійних рівнянь Максвела, як сукупність лінійної і нелінійної складових. Введемо параметр, який може неперервно змінюватися від 0 до 1, і помножимо нелінійні складові у рівняннях Максвела на цей параметр. Тоді розв'язання системи рівнянь Максвела для нульового значення параметра буде відповідати початковому наближенню до розв'язку нелінійної системи.

Припускаємо, що електричний і векторний магнітний потенціали також є функціями вказаного параметра і мають по ньому неперервні похідні першого порядку. Тоді систему рівнянь Максвела можна перетворити шляхом диференціювання по неперервному параметру у задачу Коші. Для побудови ітераційного процесу до перетвореної системи рівнянь достатньо застосувати метод Ейлера. Тоді нелінійна складова у рівняннях Максвела буде перетворюватися на визначену координатну функцію. У випадку коли значення параметра наблизиться до 1, то розв'язання відповідної лінійної системи буде наближено до розв'язання нелінійної системи рівнянь Максвела.

Зазначена задача вирішувалася методом кінцевих елементів в структурі засобів ComsolMultiphysics і по параметричному підходу. Порівняння значень модулів щільності струмів, які нерівномірно розподілена по площі перерізу електропровідної пластини показала достатню збіжність результатів обох розрахунків. Так нев'язка максимальних значень модуля щільності електричного струму складає 7,3% для кроку параметра 0,5 і 3,6% для кроку

параметра 0,33. Проте час розрахунків вдалося скоротити майже на два порядки.

Застосування параметричного підходу до розв'язання нелінійних рівнянь електромагнітного поля має переваги, якщо моделі цифрових двійників використовуються для прогнозування залишкового ресурсу експлуатації електрообладнання за даними моніторингу режимів його роботи у реальному часі. У такому випадку можна обмежитися критичними елементами конструкції, вірогідність пошкодження вважається найбільшою серед інших. За умови, що геометричні форми критичних елементів активних частин електрообладнання можна представити, як пластини, циліндри, порожнисті циліндри, застосування параметричного підходу і відомих аналітичних розв'язків лінійних задач магнітного поля, дозволяє майже на два порядки скоротити витрати часу і обмежити похибку визначення струмових навантажень на рівні 4%.