

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Запорізький національний технічний університет

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до самостійних робіт з дисципліни

"Теорія автоматичного керування"

для студентів спеціальності 123 "Комп'ютерна інженерія"
всіх форм навчання

2019

Методичні вказівки до самостійних робіт з дисципліни "Теорія автоматичного керування" для студентів спеціальності 123 "Комп'ютерна інженерія" всіх форм навчання / Укл. М.В. Єфименко, Н.В. Луценко. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2019. – 22 с.

Укладачі:

М.В. Єфименко, доцент, к.т.н.
Н.В. Луценко, ст. викладач

Рецензент:

Р.К. Кудерметов, доцент, к.т.н.

Відповідальний за випуск:

Н.В. Луценко, ст. викладач

Затверджено
на засіданні кафедри КСМ
Протокол № 7 від 21.01.2019

Затверджено
на засіданні НМК КНТ
Протокол № 6 від 31.01.2019

ЗМІСТ

1 Основні компоненти та види САК.....	4
1.1 Основні компоненти САК	4
1.2 Види САК.....	4
1.3 Типи ланок САК.....	5
1.4 Контрольні запитання та завдання	7
2 Основні види характеристик ланки	7
2.1 Часові характеристики ланки САК.....	7
2.2 Частотні характеристики ланки САК.....	8
2.3 Контрольні запитання та завдання	10
3 Стійкість САК.....	12
3.1 Визначення стійкості САК, умови і межі стійкості	12
3.2 Критерії стійкості САК.....	12
3.3 Контрольні запитання та завдання	14
4 Якість перехідного процесу САК і коригуючі пристрої.....	15
4.1 Показники якості перехідного процесу САК	15
4.2 Види коригуючих пристроїв	16
4.3 Контрольні запитання та завдання	18
5 Дискретні САК	19
5.1 Цифрові САК.....	19
5.2 Лінійні дискретні САК.....	20
5.3 Контрольні запитання та завдання	21
Рекомендована література	22

1 ОСНОВНІ КОМПОНЕНТИ ТА ВИДИ САК

1.1 Основні компоненти САК

Система автоматичного керування (САК) – це сукупність взаємозв'язаних об'єктів, в якій протягом тривалого часу потрібним чином змінюються (або підтримуються постійними) задані фізичні параметри в визначеному фізичному процесі без втручання людини.

Основні компоненти САК (рис. 1.1):

- об'єкт керування (ОК), яким система повинна керувати;
- датчики, які забезпечують отримання інформації про об'єкт;
- пристрій керування – головний компонент системи керування, який порівнює задані і вимірювані на об'єкті дані та формує вхідні змінні, поступають на об'єкт.

Задані дані подаються в пристрій керування. Вихідні дані з об'єкту керування вимірюються за допомогою датчиків, і вимірювані значення поступають в пристрій керування. Пристрій керування формує вхідні дані, які поступають на вхід об'єкту керування.

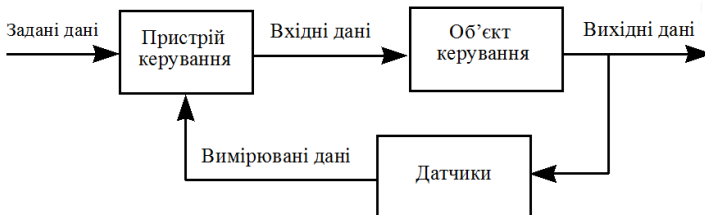


Рисунок 1.1 – Основні компоненти САК

1.2 Види САК

Система стабілізації – це система автоматичного керування, в якій значення заданих даних, є постійними протягом тривалого часу, а на виході об'єкта ці значення підтримуються з заданою точністю.

Приклад такої системи – система опалювання будинку, яка всередині будинку підтримує постійну задану температуру при значних коливаннях температури навколишнього середовища.

Система слідування – це система автоматичного керування, в якій значення заданих даних змінюються в часі, а на виході об'єкта відслідковується зміни цих значень з заданою точністю.

Приклад такої системи: радарна установка, яка відслідкує переміщення об'єктів, що рухаються.

Термінальна система – це САК, в якій вихідні змінні повинні досягнути значення заданої змінної за визначений час.

Приклад такої системи: антена, що слідує за літальними об'єктами, приймає потрібне положення за мінімально можливий час (в заданий момент часу) без перевантаження двигуна.

1.3 Типи ланок САК

Для дослідження динаміки САК уся система розбивається на окремі ланки.

Ланка системи – це технічний пристрій будь-якої фізичної природи, конструкції та призначення, що описується визначеним диференціальним рівнянням. Рівняння ланки повинно бути складено таким чином, щоб воно відображало залежність (в динамічному процесі) між temi величинами, які в схемі системи вказані на виході та вході даної ланки. Для аналізу систем диференціальних рівнянь часто використовуються передатні функції.

Передатна функція ланки – це відношення зображень Лапласу вихідної та вхідної величин при нульових початкових умовах.

Передатна функція ланки в загальному випадку виглядає:

$$W(s) = \frac{X_2(s)}{X_1(s)} = \frac{k_1 N(s)}{L(s)},$$

де $X_2(s)$, $X_1(s)$ – відповідно вихід та вхід ланки, $N(s)$ і $L(s)$ – багато-члени з коефіцієнтами 1 в молодших членах, k_1 – коефіцієнт передачі.

Якщо знаменник передатної функції прирівняти до нуля, то отримаємо *характеристичне рівняння* $L(\lambda)=0$, корні якого називаються *полюсами* передатної функції. Якщо чисельник прирівняти до нуля $N(\lambda)=0$ та розв'язати це рівняння, то корні цього рівняння називаються *нулями* передатної функції.

Типи ланок САК різняться за виглядом їх передатних функцій, які визначають всі динамічні якості та характеристики.

Основні типи ланок розподіляються на три групи: позиційні, диференціальні, інтегруючі.

Позиційні ланки – це такі ланки, в передатних функціях яких багаточлени чисельника та знаменника мають вільні члени (рівні одиниці), тобто ці ланки мають статичну характеристику $x_2 = k_1 x_1$ в усталеному режимі. До таких ланок відносяться ланки з такими передатними функціями:

- безінерційна ланка $W(s)=k_1$;
- аперіодична ланка 1-го порядку (інерційна) $W(s)=\frac{k_1}{T_1s+1}$;
- аперіодична ланка 2-го порядку $W(s)=\frac{k_1}{T_2^2s^2+T_1s+1}$, $T_1 \geq 2T_2$;

передатна функція для такої ланки може бути записана у вигляді:

$$W(s)=\frac{k}{(T_3s+1)(T_4s+1)}, \text{ де } T_{3,4}=\frac{T_1}{2} \pm \sqrt{\frac{T_1^2}{4}-T_2^2}, \quad (T_3 > T_4);$$

- коливальна ланка $W(s)=\frac{k_1}{T_2^2s^2+T_1s+1}$, $T_1 < 2T_2$;

передатна функція для такої ланки може бути записана у вигляді:

$$W(s)=\frac{k_1}{T^2s^2+2dTs+1}, \text{ де } T=T_2, \quad d=\frac{T_1}{2T_2} - \text{коефіцієнт згасання};$$

- консервативна ланка $W(s)=\frac{k_1}{T^2s^2+1}$.

Диференційні ланки – це такі ланки, в передатних функціях яких в чисельнику відсутній вільний член. До таких ланок відносяться з наступними передатними функціями:

- диференційна ланка 1-го порядку $W(s)=k_1s$;
- диференційна ланка 2-го порядку $W(s)=k_1s^2$;
- диференційна інерційна ланка $W(s)=\frac{k_1s}{T_1s+1}$.

Інтегруючі ланки – це такі ланки, в передатних функціях яких в знаменнику відсутній вільний член. До таких ланок відносяться з наступними передатними функціями:

- інтегруюча ланка 1-го порядку $W(s)=\frac{k_1}{s}$;
- інтегруюча інерційна ланка $W(s)=\frac{k_1}{s(Ts+1)}$.

В усіх передатних функціях використовується такі позначення:
 k_1 – коефіцієнт передачі, T , T_1 , T_2 , T_3 , T_4 – постійні часу.

1.4 Контрольні запитання та завдання

1. Що таке система автоматичного керування (САК)?
2. З яких компонентів складається САК?
3. Дайте визначення та приведіть приклади систем стабілізації, слідкування, термінальної.
4. Дайте визначення передатної функції ланки САК.
5. За заданими рівняннями отримайте передатні функції та визначить тип ланки:

$$12.5x_2'' + 15x_2' + 2.5x_2 = 10x_1$$

$$0.9x_2' + 3x_2 = 12x_1$$

$$1.7x_2'' + 0.2x_2' = 2.4x_1$$

$$1.25x_2'' + 1.25x_2' + 5x_2 = 40x_1$$
6. Що таке характеристичне рівняння, полюса і нулі передатної функції?
7. Які ланки є позиційними, диференційними, інтегруючими? Приведіть рівняння та передаточні функції таких ланок.
8. Які диференціальні рівняння та передатні функції, у аперіодичної ланки 2-го порядку, у коливальної та консервативної ланки?

2 ОСНОВНІ ВИДИ ХАРАКТЕРИСТИК ЛАНКИ

Для дослідження динаміки САК використовуються часові та частотні характеристики.

2.1 Часові характеристики ланки САК

Часові характеристики – це реакція ланки (зміна в часі вихідного параметру системи) на вхідний сигнал визначеного вигляду. До них відносяться перехідна та імпульсна перехідна функції.

Перехідна функція $h(t)$ – це реакція системи на одиничний ступінчастий вхідний сигнал $1(t)$, тобто перехідний процес на виході $x_2(t)$ при стрибку $1(t)$ на вході $x_1(t)$ при нульових початкових умовах (рис.2.1).

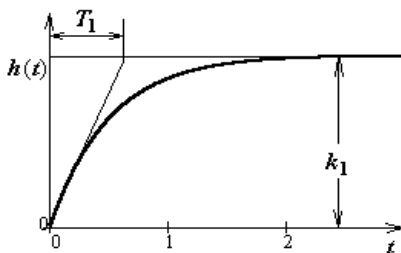


Рисунок 2.1 – Перехідна функція інерційної ланки

Імпульсна перехідна функція $\varpi(t)$ – це реакція системи на одиничний вхідний імпульс, тобто на дельта-функцію $\delta(t)$, при нульових початкових умовах (рис. 2.2).

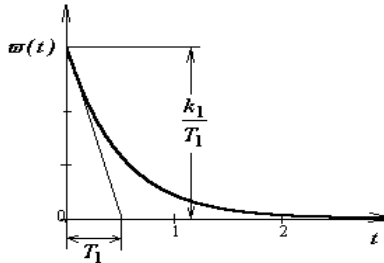


Рисунок 2.2 – Імпульсна перехідна функція інерційної ланки

2.2 Частотні характеристики ланки САК

Частотні характеристики САК – це реакція системи на вхідний синусоїдальний сигнал з одиничною амплітудою при зміні кутової частоти від нуля до нескінченості. Кутова частота вимірюється в рад/с.

Частотні характеристики САК бувають:

- амплітудно-фазова частотна характеристика (АФЧХ),
- амплітудна частотна характеристика (АЧХ),
- логарифмічна амплітудна частотна характеристика (ЛАЧХ),
- фазова частотна характеристика (ФЧХ),
- логарифмічна фазова частотна характеристика (ЛФЧХ).

Амплітудно-фазова частотна характеристика (АФЧХ) – це комплексне число $W(s)|_{s=j\omega}=W(j\omega)=U(\omega)+jV(\omega)$, модуль якого дорівнює відношенню амплітуди вхідного сигналу до амплітуди вихідного сигналу, $(A(\omega)=|W(j\omega)|=\sqrt{U(\omega)^2+V(\omega)^2})$, а аргумент – зсуву фаз вихідного сигналу по відношенню до вхідного сигналу $(\varphi(\omega)=\arg(W(j\omega))=\arctg(V(\omega)/U(\omega)))$ при зміні частоти від нуля до нескінченості.

Графічно АФЧХ – це геометричне місце кінців обчислених векторів амплітуд на комплексній площині при зміні частоти від нуля до нескінченості. Довжина вектору відповідає відношенню амплітуди вихідного сигналу до вхідного, а кут між віссю абсцис і цим вектором – це зсув фази вихідного сигналу по відношенню до вхідного сигналу (рис.2.3).

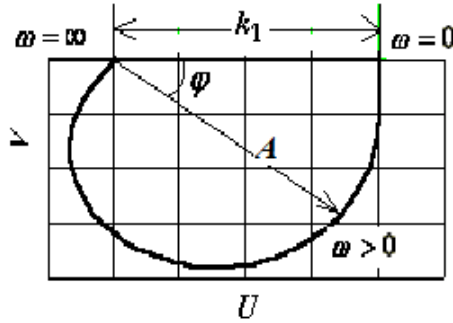


Рисунок 2.3 – АФЧХ

Амплітудна частотна характеристика (АЧХ) показує залежність зміни амплітуди вихідного сигналу відносно вхідного сигналу від зміни частоти (рис.2.4).

Логарифмічна амплітудна частотна характеристика (ЛАЧХ) – це залежність значень амплітуди вихідного сигналу відносно вхідного сигналу в вигляді $Lm(\omega) = 20 \lg|W(j\omega)| = 20 \lg A(\omega)$ від зміни логарифма частоти (рис.2.5).

Величина $Lm(\omega)$ вимірюється в децибелах (1 дБ відповідає зміні амплітуди в $10^{1/20} = 1,122$ рази, 20 дБ – зміні амплітуди в 10 разів).

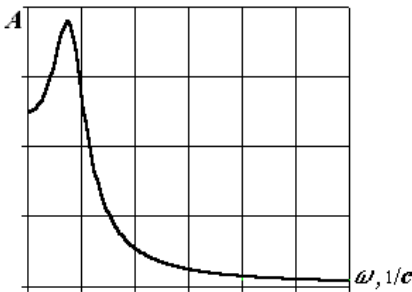


Рисунок 2.4 – АЧХ

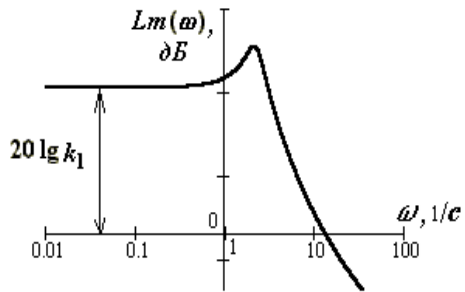


Рисунок 2.5 – ЛАЧХ

Фазова частотна характеристика (ФЧХ) показує зсув фази вихідного сигналу відносно вхідного сигналу при зміні частоти. Фаза вимірюється в градусах, частота – в рад/с. (рис.2.6).

Логарифмічна фазова частотна характеристика (ЛФЧХ) – це залежність зсуву фази вихідного сигналу відносно вхідного сигналу від зміни логарифма частоти (рис.2.7).

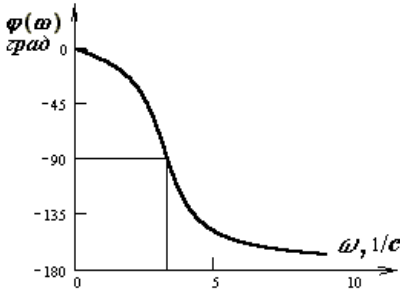


Рисунок 2.6 – ФЧХ

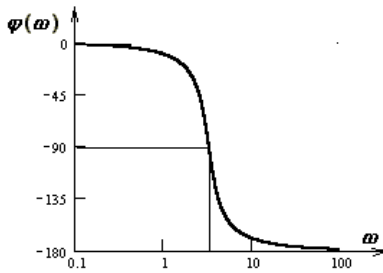
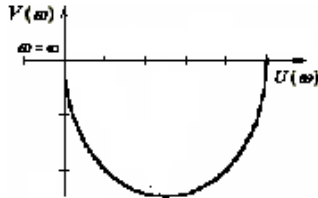


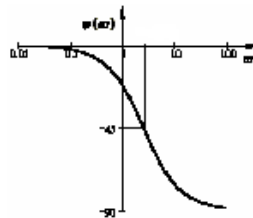
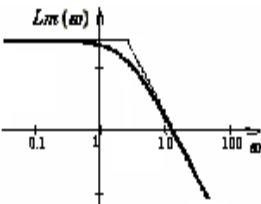
Рисунок 2.7 – ЛФЧХ

2.3 Контрольні запитання та завдання

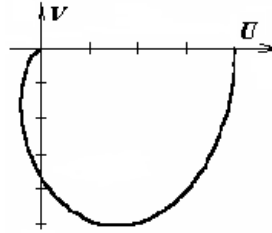
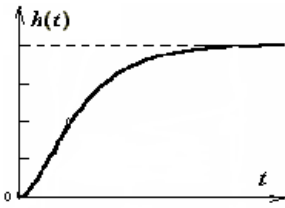
1. Що таке перехідна та імпульсна перехідна функції?
2. Що таке частотні характеристики? Які частотні характеристики Ви знаєте?
3. Покажіть, як зміняться графіки перехідної функції та АФЧХ аперіодичної ланки 1-го порядку, якщо коефіцієнт передачі збільшити в 1,5 рази.



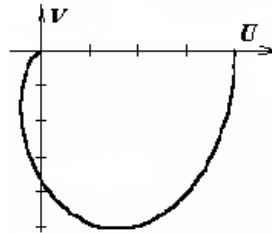
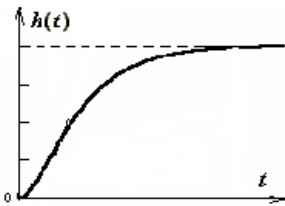
4. Покажіть, як зміняться графіки АЛЧХ та ФЛЧХ аперіодичної ланки 1-го порядку, якщо коефіцієнт передачі збільшити в 4 рази?



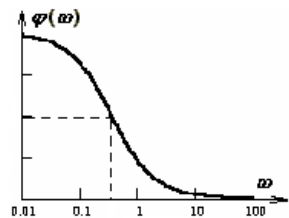
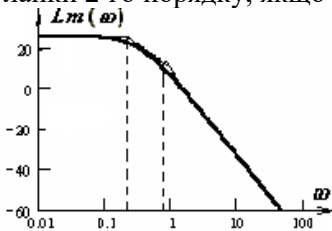
5. Покажіть, як зміняться графіки перехідної функції та АФЧХ аперіодичної ланки 2-го порядку, якщо коефіцієнт передачі зменшити в 1,5 рази?



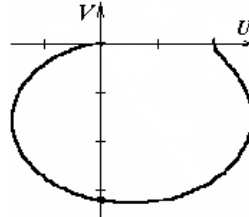
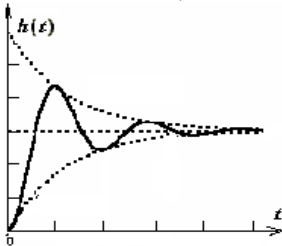
6. Покажіть, як зміняться графіки перехідної функції та АФЧХ аперіодичної ланки 2-го порядку, якщо постійну часу збільшити в 1,5 рази?



7. Покажіть, як зміняться графіки АЛЧХ та ФЛЧХ аперіодичної ланки 2-го порядку, якщо коефіцієнт передачі збільшити в 10 разів?



8. Покажіть, як зміняться графіки перехідної функції та АФЧХ коливальної ланки, якщо коефіцієнт передачі збільшити в 1,5 рази?



3 СТІЙКІСТЬ САК

Система автоматичного керування (САК) повинна відповідати трьом вимогам:

- бути *стійкою*;
- працювати з заданою *точністю*;
- мати потрібну *якість перехідного процесу*.

3.1 Визначення стійкості САК, умови і межі стійкості

Точність системи задається та визначається в усталеному режимі. Стійкість системи гарантує згасання перехідного процесу, після чого забезпечується якість перехідного процесу.

Стійкість САК – це властивість згасання перехідних процесів в продовж часу, тобто $x_{\text{власне}}(t) \rightarrow 0$, якщо $t \rightarrow \infty$.

Іншими словами, *стійкість САК* – це властивість САК повертатися в задане або усталене положення після будь-якого збурення.

Для стійкості САК, тобто, для згасання перехідних процесів, *необхідно та достатньо*, щоб усі корені λ_i ($i = 1, 2, \dots, n$) характеристичного рівняння передатної функції, яка описує систему n -го порядку, (дійсні та комплексні) мали від'ємну дійсну частину.

Необхідною умовою стійкості САК є додатність усіх коефіцієнтів характеристичного рівняння. Ця умова необхідна, але не достатня.

Можна виділити такі *типи межі стійкості* лінійної системи:

- 1) *апериодична*, що характеризується нульовим коренем $\lambda_1 = 0$;
- 2) *коливальна*, що характеризується парою уявних коренів $\lambda_{1,2} = \pm j\omega$.

3.2 Критерії стійкості САК

Якщо неможливо, або важко обчислити корні характеристичного рівняння, то для визначення стійкості системи можна використовувати різні *критерії стійкості*.

Критерій стійкості Гурвіца: Для стійкості лінійної системи n -ого порядку необхідно та достатньо, щоб були додатними n головних визначників матриці Гурвіца з коефіцієнтами характеристичного рівняння.

Матриця Гурвіца складається таким чином. Для системи n -го порядку матриця Гурвіца буде мати n стовпців і n рядків. У першому рядку цієї матриці записуються коефіцієнти характеристичного рівняння з непарними індексами, в другому рядку - з парними. Кінці рядків заповнюються нулями. Третій і четвертий рядки отримуються зсувом перших двох на одне місце вправо і т.д.

Наприклад, для системи 4-го порядку характеристичне рівняння: $a_0 \cdot \lambda^4 + a_1 \cdot \lambda^3 + a_2 \cdot \lambda^2 + a_3 \cdot \lambda + a_4 = 0$.

Матриця Гурвіца для системи 4-го порядку буде такою:

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_3 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 \end{bmatrix}, (a_0 > 0)$$

а умовою стійкості по Гурвіцу буде додатність всіх коефіцієнти a_i та виконання нерівності: $\Delta_3 = a_3 \cdot (a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3) - a_4 \cdot a_1^2 > 0$.

Критерій стійкості Михайлова: Для стійкості лінійної системи n -ого порядку необхідно та достатньо, щоб крива Михайлова проходила послідовно n квадрантів проти часової стрілки, весь час оточуючи початок координат.

Крива Михайлова будується на комплексній площі за формулою $D(j\omega) = X(\omega) + jY(\omega)$, де $D(j\omega)$ – це характеристичне рівняння системи, в якому змінна $\lambda = j\omega$.

Практично крива Михайлова будується по точках. Задають кілька різних значень в інтервалі між 0 і ∞ (досить по одній точці в кожному квадраті) і за формулами обчислюють координати точок кривої Михайлова. Криві Михайлова для стійких систем різного порядку приведені на рис.3.1.

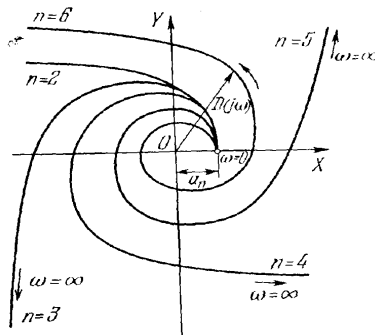


Рисунок 3.1 – Криві Михайлова для стійких систем

Наприклад, для системи 3-го порядку характеристичне рівняння: $a_0 \cdot \lambda^3 + a_1 \cdot \lambda^2 + a_2 \cdot \lambda + a_3 = 0$,

Рівняння для побудови кривої Михайлова таке:

$$D(j\omega) = -ja_0\omega^3 - a_1\omega^2 + ja_2\omega + a_3,$$

$$D(j\omega) = X(\omega) + jY(\omega),$$

$$X(\omega) = -a_1\omega^2 + a_3, \quad Y(\omega) = -a_0\omega^3 + a_2\omega.$$

Для стійкості системи 3-го порядку необхідно, щоб крива Михайлова проходила послідовно через три квадранти (рис.3.2).

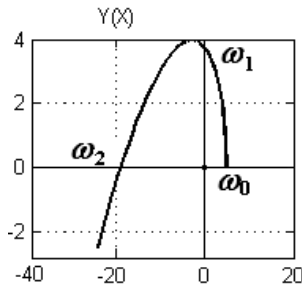


Рисунок 3.2 – Крива Михайлова для системи 3-го порядку

Знайдемо значення частот ω_0 , ω_1 , ω_2 .

$$X(\omega) = -a_1\omega^2 + a_3 = 0 \Rightarrow \omega_1^2 = a_3/a_1.$$

$$Y(\omega) = -a_0\omega^3 + a_2\omega = 0 \Rightarrow \omega_0 = 0, \quad \omega_2^2 = a_2/a_0.$$

Умовою стійкості по Михайлову буде виконання нерівності:

$$\omega_0 < \omega_1 < \omega_2 \quad \text{або} \quad \omega_0^2 < \omega_1^2 < \omega_2^2, \quad \text{тобто} \quad 0 < a_3/a_1 < a_2/a_0.$$

Запас стійкості по амплітуді – це значення АЧХ на частоті, де ФЧХ дорівнює -180° . *Запас стійкості по фазі* – це різниця між значенням ФЧХ та -180° на частоті зрізу.

Частота зрізу – це частота, на якій значення АЧХ дорівнює 1.0 або 0 дБ, тобто амплітуди вхідного та вихідного сигналів рівні.

3.3 Контрольні запитання та завдання

1. Що таке стійкість САК?
2. Як визначити стійкість ланки?
3. Приведіть графіки перехідних процесів для систем, які є стійкими, нестійкими та межі на стійкості.
4. Яка умова є необхідною для стійкості системи?

5. Які критерії стійкості Ви знаєте?
6. Приведіть матриці Гурвіца для систем 5-го та 6-го порядків.
7. Приведіть криві Михайлова для диференціальних рівнянь третього та четвертого порядку, які є стійкими, нестійкими та межі на стійкості.
8. Визначить межу стійкості для параметра a_0 , використовуючи критерій Гурвіца: $a_0 x_2'''' + 8x_2''' + 10x_2'' + 5x_2' + 2x_2 = 20x_1$
9. Визначить межу стійкості для параметра a_2 , використовуючи критерій Гурвіца: $5x_2'''' + 4x_2''' + a_2 x_2'' + 0.4x_2' + 0.2x_2 = 50x_1$
10. Визначить межу стійкості для параметра a_1 , використовуючи критерій Михайлова: $16x_2'''' + a_1 x_2'' + 6x_2' + 1.2x_2 = 10x_1$

4 ЯКІСТЬ ПЕРЕХІДНОГО ПРОЦЕСУ САК І КОРИГУЮЧІ ПРИСТРОЇ

Одною з важливих властивостей системи є якість перехідного процесу. При нульових початкових умовах перехідний процес по вихідній змінній y може мати вигляд, приведений на рис. 4.1.

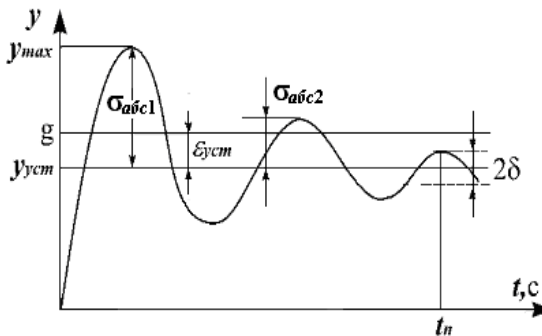


Рисунок 4.1 – Перехідний процес в САК

4.1 Показники якості перехідного процесу САК

Можна визначити такі *показники якості*.

1. *Усталена помилка системи* $\epsilon_{уст} = g - y_{уст}$ – різниця між вхідним (заданим) сигналом g та усталеним вихідним сигналом $y_{уст}$.
2. *Припустима помилка системи* $\pm \delta$ – допустиме відхилення від усталеного вихідного сигналу $y_{уст}$ (за замовчанням $\pm \delta = 0.02 y_{уст}$).
3. *Час перехідного процесу* t_n – проміжок часу від початку перехідного процесу до того часу, коли коливання остаточно увійдуть у зону

припустимої помилки $\pm \delta$ відносно усталеного вихідного сигналу $y_{уст}$.

4. *Абсолютне перегулювання* – модуль різниці між максимальним та усталеним значенням вихідного сигналу $\sigma_{абс1} = |y_{мах} - y_{уст}|$;

5. *Відносне перегулювання* – це відношення абсолютного перегулювання до усталеного значення $\sigma_{відн} = \sigma_{абс1} / y_{уст}$. Система вважається доброю, якщо $\sigma_{відн} < 0.25$.

6. *Коефіцієнт затухання* – це відношення різниці перших двох абсолютних перегулювань до першого абсолютного перегулювання $\xi = (\sigma_{абс1} - \sigma_{абс2}) / \sigma_{абс1}$. Система вважається доброю, якщо $\xi > 0.9$.

7. *Коефіцієнт коливальності M* – це кількість перерегулювань (коливань) за час перехідного процесу.

8. *Статизм системи* – це відношення усталеного вихідного сигналу до вхідного (заданого) сигналу $\gamma = \varepsilon_{уст} / g = 1 / (1 + k_{op})$.

Якщо $g=1$, то усталена помилка системи $\varepsilon_{уст} = 1 / (1 + k_{op})$.

4.2 Види коригуючих пристроїв

Для отримання потрібної якості процесу керування в САК додатково вводяться коригуючі пристрої. Коригуючі пристрої за способом введення в загальну систему керування поділяються на паралельні та послідовні пристрої.

Паралельні коригуючі пристрої виконуються за рахунок введення додаткових місцевих (жорстких та гнучких) зворотних зв'язків $W_{зз}(s)$.

Загальна передатна функція такої розімкнутої системи з паралельними

коригуючими пристроями має вигляд $W(s) = \frac{W_o(s)}{1 + W_{зз}(s)W_o(s)}$ (рис.4.2).

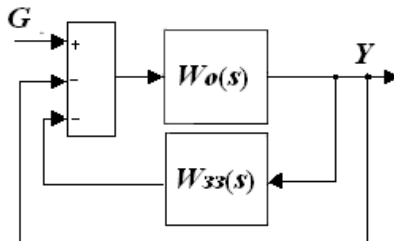


Рисунок 4.2 – САК зі зворотним зв'язком

Жорсткий зворотний зв'язок ($W_{33}=k_{33}$) та *інерційний жорсткий зворотний зв'язок* ($W_{33}=k_{33}/(\tau_k s + 1)$) покращують якість перехідного процесу, збільшують стійкість системи, але зменшують точність та анулюють астатизм системи.

Гнучкий зворотний зв'язок ($W_{33}=k_{33} s$) покращує якість перехідного процесу, збільшує стійкість системи, не впливає на точність системи, зберігає астатизм системи, але погіршує перешкодостійкість системи. Тому в *інерційний гнучкий зворотний зв'язок* вводиться інерційна ланка з добрими фільтруючими властивостями ($W_{33}(s)=k_{33} s/(\tau_k s + 1)$).

Загальною властивістю є також і те, що жорсткі зворотні зв'язки анулюють інтегруючі властивості ланки (тобто анулюють астатизм системи, якщо немає інтегрування в іншому місці ланцюга ланок), а гнучкі зворотні зв'язки зберігають астатизм системи.

Послідовні коригуючі пристрої виконуються за рахунок введення послідовної додаткової ланки $W_k(s)$.

Загальна передатна функція такої розімкнутої системи має вигляд $W(s)=W_k(s)W_o(s)$ (рис. 4.3).

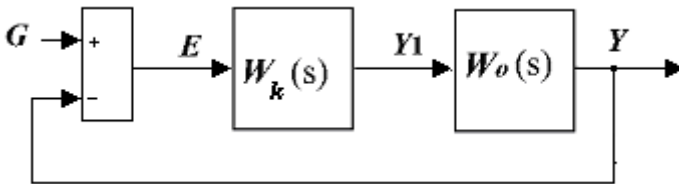


Рисунок 4.3 – САК з послідовним керуючим пристроєм

Послідовні коригуючі пристрої ще називають *ПІД-регулятором*, що складається з пропорційної (П), інтегруючої (І) та диференційної (Д) ланок. Передатна функція такого ПІД-регулятора має вигляд:

$$W_{pez}(s)=k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s .$$

Введення *пропорційної складової* ($W_p=k_p$) дозволяє збільшити загальний коефіцієнт передачі розімкнутої системи, що підвищує точність, але зменшує стійкість системи і погіршує якість перехідного процесу.

Введення *інтегруючої складової* ($W_i = k_i/s$) підвищує порядок астатизму системи, збільшує точність системи, але погіршує якість перехідного процесу і зменшує стійкість системи.

Введення *диференційної складової* ($W_d = k_d s$) покращує якість перехідного процесу, збільшує стійкість системи, але зменшує перешкодостійкість системи. Тому диференційну складову використовують з інерційною ланкою ($W_d = k_d s / (\tau_k s + 1)$), яка хоч і зменшує покращення якості перехідного процесу, але має гарні фільтруючі властивості.

Система вважається статичною по відношенню до вхідного сигналу $g = const$, якщо система в усталеному режимі має помилку $\varepsilon_{уст}$, що відрізняється від нуля. Якщо при тих же умовах система має нульову помилку $\varepsilon_{уст} = 0$, то така система астатична по відношенню до вхідного сигналу g .

4.3 Контрольні запитання та завдання

1. Які показники якості перехідного процесу Ви знаєте?
2. Дайте визначення поняттям: усталена помилка, припустима помилка, час перехідного процесу.
3. Що таке абсолютне та відносне перегулювання?
4. Приведіть визначення та схеми різних зворотних зв'язків (головні, місцеві, одиничні, додатні, від'ємні, гнучкі, жорсткі).
5. Які послідовні коригуючі пристрої Ви знаєте?
6. Яка роль пропорційної, диференційної та інтегруючої складових ПІД-регулятора?
7. Які системи є такі статичними, а які астатичними?
8. Введення якої складової ПІД-регулятора перетворює систему з статичної в астатичну?
9. Як аналітично обчислити усталену помилку для позиційної ланки, що охоплена головним зворотнім зв'язком?
10. Як впливає гнучкий зворотний зв'язок на усталену помилку при постійному впливі, що задається?
11. Введення яких складових може покращити стійкість системи?
12. За заданими графіками обчисліть значення усталеної помилки, абсолютне і відносне перегулювання.

5 ДИСКРЕТНІ САК

Дискретними системами називають системи автоматичного керування, в яких входні або вихідні сигнали є послідовністю імпульсів. До таких систем відносяться *імпульсні* та *цифрові* системи.

В імпульсних системах проводиться квантування сигналів за часом, а в цифрових – за часом та рівнем. В імпульсних системах є одна або кілька ланок з імпульсним елементом.

5.1 Цифрові САК

В цифрових системах, крім об'єкту керування, є аналого-цифрові і цифро-аналогові перетворювачі, таймер часу та комп'ютер (мікропроцесор, мікроконтролер) (рис .5.1).

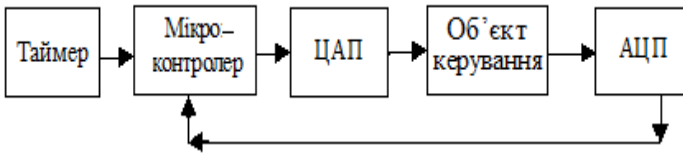


Рисунок 5.1 – Структурна схема цифрової САК

Для аналізу дискретних систем можна використовувати *різницьві рівняння*, в яких стан системи визначено тільки в точках квантування.

Для аналізу різницьвих рівнянь зручно використовувати *z-перетворення*, що є аналогом перетворення Лапласа. Якщо в перетворенні Лапласа ввести комплексну змінну $z = e^{sT_s}$, де T_s – період дискретизації, то отримаємо:

$$X(z) = Z\{x_i\} = \sum_{i=0}^{\infty} x_i e^{-iT_s} = \sum_{i=0}^{\infty} x_i z^{-i}.$$

При зворотному перетворенні $s = (1/T_s) \ln z$ знаходять значення системи:

$$f(i) = \frac{1}{2\pi i} \oint X(z) Z^{i-1} dz.$$

Основні властивості z-перетворення:

– лінійність:

$$x_i = a_1 x_{1i} + a_2 x_{2i};$$

$$X(z) = a_1 X_1(z) + a_2 X_2(z).$$

- зсув за часом: $Z\{x_{i-m}\} = z^{-m}X(z)$;
 $Z\{x_{i+m}\} = z^m(X(z) - F_0(z))$; де $F_0(z) = \sum_{j=0}^{m-1} x_j z^{-j}$.
- згортання: $Z(x \cdot g) = Z \sum_{j=0}^{\infty} x_j g(k-j) = Z(x) \cdot Z(g)$.

5.2 Лінійні дискретні САК

Дискретні системи поділяються на лінійні та нелінійні. В загальному випадку всі системи є нелінійними.

Лінійна дискретна система (ЛДС) – це система, яка може бути реалізована за допомогою трьох базових операцій: 1) складення; 2) множення на постійний коефіцієнт; 3) затримки.

Передавна функція ЛДС – це відношення z -перетворення вихідної послідовності сигналів до z -перетворень вхідної послідовності сигналів за нульовими початковими умовами.

Для *стійкості дискретної системи* необхідно та достатньо, щоб всі полюси передатної функції (корні характеристичного рівняння) знаходилися на z -площині всередині одиничного кола $|z| < 1$.

Частотні характеристики ЛДС – це функції аргументу $e^{j\omega Ts}$, вони є періодичними за частотою з періодом, що відповідає частоті дискретизації $\omega_s = 2\pi/T_s$.

Для дискретних систем одним з важливих параметрів є *період дискретизації* T_s .

Цей період можна визначити, якщо скористатися *теоремою Котельникова*: Сигнал $x(t)$, перетворення Фур'є якого не має складових з частотами більш ніж ω_s , повністю визначається своїми миттєвими значеннями, що відраховуються в дискретні моменти часу $T_s \leq 2\pi/\omega_s$.

Частоту $\omega_N = \omega_s/2$ називають *частотою Найквіста*. Тому *теорему Котельникова* можна сформулювати інакше: Сигнал, перетворення Фур'є якого наближається до нуля, при частотах більших, ніж частота Найквіста, може бути повністю відновленим.

При роботі з дискретними системами важливо обрати частоту дискретизації такою, щоб вона була достатньо велика порівняно з частотною складовою сигналу. Крім того, перед квантуванням бажано профільтрувати безперервний сигнал, щоб частотні складові, що

перебільшують частоту Найквіста $\omega_N = \omega_s/2$, не спотворювали низькочастотні компоненти основного сигналу.

Критерієм вибору періоду дискретизації може бути також час для перетворення, відновлення вхідних сигналів та постійні часу замкненої системи.

Для перетворення безперервної замкнутої системи керування в дискретну період дискретизації можна обрати $T_s \approx 0,15 \dots 0,5/\omega_c$, де ω_c – частота зрізу безперервної розімкнутої системи керування в рад/сек. При такому періоді дискретизації частота Найквіста буде в 5–20 разів більша частоти зрізу.

Для перетворення безперервної системи в дискретну використовують різні екстраполятори або дрібно-раціональну апроксимацію.

Екстраполятор нульового порядку отримує дискретний сигнал $u[k]$, генерує безперервний сигнал $u(t)$, що екстраполює кожне дискретне значення постійним значенням підчас одного періоду дискретизації, який подається на вхід безперервної ланки:

$$u(t) = u[k] \quad \text{при } kT_s \leq t < (k+1)T_s.$$

В *екстраполяторі першого порядку* використовується лінійна екстраполяція: $u(t) = u[k] + (t - kT_s)(u[k+1] - u[k])/T_s$ при $kT_s \leq t < (k+1)T_s$.

Дрібно-раціональна апроксимація Тастина використовує приблизне відношення для представлення експоненти: $z = \exp(sT_s) = \frac{1+sT_s/2}{1-sT_s/2}$.

5.3 Контрольні запитання та завдання

1. Які системи є дискретними?
2. З яких обов'язкових складових складається цифрова САК?
3. Які засоби для аналізу дискретних систем Ви знаєте?
4. Які властивості у Z-перетворення?
5. За допомогою яких операцій може бути реалізована лінійна дискретна система?
6. Як визначити стійкість лінійної дискретної системи?
7. В якому діапазоні розглядаються частотні характеристики для дискретних систем?
8. Як перетворити безперервну систему в дискретну?
9. Як визначити період дискретизації дискретної системи?

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1989. – 304 с.
2. Лазарева Т.Я., Мартемьянов Ю.Ф. Основы теории автоматического управления: Учебное пособие. 2-е изд., перераб. и доп. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2004. 352 с
3. Гостев В.И., Худолий Д.А., Баранов А.А. Синтез цифровых регуляторов систем автоматического управления. – К.: Радіоаматор, 2000. – 400с.
4. Борис Лурье, Пол Джекоб Энрайт. Классические методы автоматического управления: Учебное пособие. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 628с.
5. Шишмарев В. Основы автоматического управления. –М.: Изд-во Академия, 2008. – 352с.
6. Коновалов Б., Лебедев Ю. Теория автоматического управления: Учебное пособие. – М.: Изд-во Лань, 2010. – 224с.
7. Теория автоматического управления. / С.Душин С., Н.Зотов, Д.Имаев и др.: Под ред. В.Яковлева. – М.: Изд-во Высшая школа, 2009. – 568с.
8. Герасимьяк Р.П. Теорія автоматичного керування. Збірник задач: Навчальний посібник. – О.: Наука і техніка, 2003. – 108с.
9. Корнеев Н., Кустарев Ю., Морговский Ю. Теория автоматического управления с практикумом. –М.: Изд-во Академия, 2008. – 224с.
10. Лазарева Т. Я., Мартемьянов Ю. Ф. Основы теории автоматического управления: Учебное пособие. 2-е изд., перераб. и доп. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2004. 352 с.
11. Никулин Е. Основы теории автоматического управления. Частотные методы анализа и синтеза систем: Учебное пособие. – СПб.: БХВ-Петербург, 2012. – 640с.
12. Юревич Е. Теория автоматического управления, 4-е изд. Серия, Учебное пособие. – СПб.: БХВ-Петербург, 2016. – 560с.