

УДК 519.8

Мельник О. М.¹, Мізерна О. Л.²

¹ студ. гр. ФЕУ-618 НУ «Запорізька політехніка»

² старш. викл. НУ «Запорізька політехніка»

ТЕОРЕМИ ДВОЇСТОСТІ ТА ЇХ ВИКОРИСТАННЯ В ЕКОНОМІЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

Теорію двоїстості у лінійному програмуванні було розроблено академіком Л. В. Канторовичем у 1933 р. У 1975 р. Л. В. Канторович та американський математик Г. Купманс за відкриття теорії двоїстості та її застосування в економічних дослідженнях отримали Нобелівську премію з економіки.

Кожній задачі лінійного програмування відповідає двоїста, яка формується за допомогою певних правил безпосередньо з умов прямої задачі. Зв'язок між оптимальними розв'язками прямої та двоїстої задач встановлюють теореми двоїстості. Існує загалом три теореми.

Перша теорема двоїстості використовується в економічних дослідженнях. Максимальний прибуток Z_{\max} підприємство може отримати за умови виробництва продукції за оптимальним планом $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Однак таку суму грошей $Z_{\max} = F_{\min}$ воно може мати, реалізувавши ресурси за оптимальними цінами $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$. За умов використання інших відмінних від оптимального планів можна стверджувати, що прибутки від реалізації продукції будуть завжди менші, ніж витрати на її виробництво.

Друга теорема двоїстості має широке поширення в економічних дослідженнях. Існування двоїстих змінних уможливило зрівнювання витрат на виробництво і цін на продукцію, на підставі чого обґрунтовується

висновок про доцільність чи недоцільність виробництва кожного виду продукції. Стосовно оптимального плану X прямої задачі: якщо для виготовлення всієї продукції в обсязі, що визначається оптимальним планом, витрати одного i -го ресурсу строго менші, ніж його загальний обсяг, то відповідна оцінка такого ресурсу (компонента оптимального плану двоїстої задачі) буде дорівнювати нулю, тобто такий ресурс за даних умов є «нецінним» (недефіцитним). Якщо ж витрати ресурсу дорівнюють його наявному обсягові, тобто його використано повністю, то він є «цінним» (дефіцитним) для виробництва, і його оцінка буде строго більшою від нуля.

Стосовно оптимального плану Y двоїстої задачі: у разі, коли деяке j -те обмеження виконується як нерівність, тобто всі витрати на виробництво одиниці j -го виду продукції перевищують її ціну, виробництво такого виду продукції є недоцільним, і в оптимальному плані прямої задачі обсяг такої продукції дорівнює нулю. Якщо витрати на виробництво j -го виду продукції дорівнюють ціні одиниці продукції, то її необхідно виготовляти в обсязі, який визначає оптимальний план прямої задачі.

Двоїсті оцінки – це унікальний інструмент, що дає змогу в економічних дослідженнях порівнювати непорівнянні речі. Наприклад, як змінюватиметься значення цільової функції (може вимірюватися у грошових одиницях) стосовно зміни обсягів різних ресурсів (можуть вимірюватися в тонах, м², люд/год і т.д.).

Отже, теореми двоїстості досить широко використовуються в сучасних економічних дослідженнях, допомагаючи оптимізувати виробництво.