

УДК 621.314.5:681.5:621.313.3

**Д.О. Кулагін, докторант, канд. техн. наук,
доц.**

Запорізький національний технічний університет, м.
Запоріжжя, Україна,
e-mail: kulagindo@gmail.com

КЕРУВАННЯ РУХОМИМ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИМ КОМПЛЕКСОМ НА ОСНОВІ КРИТЕРІЮ МІНІМІЗАЦІЇ ПЛОЩІ ПІД КРИВОЮ РУХУ

**Д.А. Кулагин, докторант, канд. техн.
наук, доц.**

Запорожский национальный технический
университет, г. Запорожье, Украина,
e-mail: kulagindo@gmail.com

УПРАВЛЕНИЕ ПОДВИЖНЫМ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИМ КОМПЛЕКСОМ НА ОСНОВЕ КРИТЕРИЯ МИНИМИЗАЦИИ ПЛОЩАДИ ПОД КРИВОЙ ДВИЖЕНИЯ

**D.O. Kulagin, Doctoral Student, Cand.Sci.
(Tech.), Assoc. Prof.**

Zaporizhzhya national technical University,
Zaporizhzhya, Ukraine,
e-mail: kulagindo@gmail.com

ROLLING ELECTRICAL COMPLEX ON THE BASIS OF THE CRITERION OF MINIMIZING THE AREA UNDER THE CURVE MOVEMENT

Мета. Описання в загальному вигляді змісту критерію мінімізації площі під кривою руху електротехнічного комплексу.

Методика. В роботі використано методи варіаційного числення, які поєднано з використанням підходів механіки тіла для системного дослідження властивостей рухомого об'єкта. Під оптимальним керуванням рухом електротехнічного комплексу розумівся такий вибір послідовності режимів керування тяговим електроприводом, який забезпечує мінімізацію критерію оптимальності при виконанні всіх обмежень, що накладаються на параметри та умови роботи електроприводу. Під критерієм оптимальності розумівся кількісний показник, що характеризує прийняте рішення – вибір керування рухом електротехнічного комплексу.

Результати. Створено аналітичну модель використання критерію мінімізації площі під кривою руху електротехнічного комплексу. Доведено, що мінімізація площі, що її утворює дуга $S = S(t)$ при своєму обертанні навколо осі абсцис призводить також до зменшення довжини дуги $S = S(t)$ та відповідного зменшення величини тягової роботи.

Наукова новизна. Вперше запропоновано і обґрунтовано використання критерію мінімізації площі під кривою руху для розробки алгоритмів роботи електроприводів рухомих електромеханічних об'єктів, що дозволяє забезпечувати мінімальне значення тягової роботи. На відміну від існуючих критеріїв запропонований дозволяє реалізувати оптимальні динамічні властивості електротехнічного комплексу при русі.

Практична значимість. На основі розробленого критерію визначено процедуру розрахунку параметрів оптимальної кривої руху, що дозволяє будувати системи автоматичного регулювання й управління системами тягових електроприводів, здійснювати випробування, вдосконалення, ремонт та діагностику систем рухомого електротехнічного комплексу.

Ключові слова: *рухомий комплекс, робота, мінімізація витрат, крива руху, електрична передача*

Постановка проблеми. Електричні передачі знаходять застосування в основному на машинах великої потужності (рухомий склад залізниць, трактори, комбайни, вантажівки, автобуси, міський та приміський електротранспорт). Такі передачі (трансмисії) мають наступні переваги перед механічними та гідромеханічними передачами [1]:

– можливість плавної, безступінчастої зміни обертового моменту;

– спрощена механічна частина приводу;

– більша екологічна безпечність (для машин з гідропередачами, механічними передачами частою є ситуація з витіканням мастила, яке потрапляючи у ґрунт створює значну небезпеку для навколишнього середовища);

– первинний двигун (дизель або бензиновий двигун) працює в оптимальному, майже сталому, режимі роботи;

– можливість використання електричних способів гальмування, що дозволяє зменшити знос механічних частин гальмівної системи машини;

– менша маса трансмісії на одиницю маси машини для комплексів з двигуном потужністю понад 700 кВт.

Функціональні завдання, які покладено на тяговий електропривод, вимоги стандартів та особливості використання, що пред'являються до його техніко-економічних, екологічних, ергономічних та інших показників (точність, швидкодія, діапазон допустимих змін робочих показників, електромагнітна сумісність з іншими компонентами енергетичних систем, енергозбереження), приводять до необхідності створення систем тягових електроприводів, в складі яких, окрім основного системоутворюючого компоненту – електромеханічного перетворювача – повинні бути різноманітні перетворювачі енергії, пристрої контролю, керування, захисту. Основу інформаційних підсистем сучасних тягових електроприводів, як правило, складають мікроконтролерні пристрої, що мають ряд істотних переваг в порівнянні з аналоговими пристроями керування, які реалізують типові арифметичні і логічні функції, обробку масивів, регулювання електромагнітних і механічних змінних, стабілізацію, корекцію і компенсацію нелінійностей, спостереження, імітацію об'єкта керування і обробку законів роботи. Такі системи дозволяють реалізовувати точні, математично складні закони керування, які до цього часу реалізувати в умовах обмежених ресурсів та простору на рухомому електротехнічному комплексі було майже неможливо, що дає змогу отримати додаткову економію паливно-енергетичних ресурсів [1].

Під оптимальним керуванням рухом електротехнічного комплексу розуміється такий вибір послідовності режимів керування, який забезпечує мінімізацію критерію оптимальності при виконанні всіх обмежень, що накладаються на параметри та умови роботи тягового електроприводу [2].

Під критерієм оптимальності розуміється кількісний показник, що характеризує прийняте рішення – вибір керування рухом електротехнічного комплексу [2].

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Оптимізації руху автономних рухомих електротехнічних комплексів в залежності від певних критеріїв присвячено багато фундаментальних робіт як в нашій державі, так і за кордоном [1-5]. Більшість з вказаних робіт зводиться до критерію мінімуму витрат на рух певною ділянкою, або мінімуму часу ходу даною ділянкою шляху. При цьому критерій мінімуму часу ходу майже завжди дає значне перевищення нормативних показників витрат паливно-енергетичних ресурсів для руху електротехнічного комплексу, адже він направлений на подолання відставання в часі від графіка руху і

зовсім не враховує можливості комплексного рішення проблеми ліквідації запізнення в часі з можливістю забезпечення найбільш оптимальних витрат палива при цьому. В протипагу даному критерію в разі використання критерію мінімуму витрат досить часто в практиці є ситуація, за якої не вдається реалізувати максимальні значення прискорення та ривка при русі електротехнічного комплексу, а отже й оптимальних динамічних властивостей при русі.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. В даній роботі проаналізовано критерій мінімізації площі під кривою руху електротехнічного комплексу, що фактично зводиться до критерію мінімуму витрат на рух певною ділянкою з можливістю отримувати встановлені динамічні показники руху, включаючи час ходу, та за своїм математичним описом є зручним при побудові необхідної траєкторії руху на основі автономних бортових інтелектуальних систем керування, які, як відомо, мають обмежені ресурси.

Формулювання мети роботи. Описання в загальному вигляді змісту критерію мінімізації площі під кривою руху електротехнічного комплексу.

Викладення основного матеріалу. Суть зазначеного критерію полягає в одержанні мінімальної площі під кривою руху електротехнічного комплексу, що визначає мінімальне значення виконуваної роботи, необхідної для забезпечення перевізного процесу. Пояснимо зміст даного критерію.

До критерію оптимальності пред'являються наступні вимоги:

1. Критерій оптимальності повинен виражатися кількісно.
2. Критерій оптимальності повинен бути єдиним.
3. Величина критерію оптимальності повинна бути монотонно змінною (без розривів і стрибків).
4. Критерій оптимальності повинен відображати найбільш суттєві сторони процесу.
5. Бажано щоб критерій оптимальності мав ясний фізичний або геометричний зміст і легко розраховувався.

Проте, для систем автоматичного керування критерії оптимальності являють певну міру відхилення системи від бажаного чи запланованого стану. При цьому вибір критерію оптимізації являє собою компроміс між бажанням більш точно описати визначену мету оптимізації та необхідністю отримати якомога простіше рішення необхідної задачі. При цьому критерій оптимізації не обов'язково повинен мати ясний фізичний або геометричний зміст, проте повинен при цьому задовольняти іншим вимогам щодо нього.

Нехай матеріальна точка M , рухаючись прямолінійно під дією постійної рівнодійної сили $\vec{F}_p$ переміщується на певну величину, що виражається вектором $\vec{r}$. Роботою A_F , що виконується даною силою (далі розглядаємо лише

складову сили, що витрачається на тягу), називається скалярний добуток вектора сили $\overline{F_p}$ на вектор переміщення $\overline{r}$ [6]:

$$A_F = \overline{F_p} \cdot \overline{r}. \quad (1)$$

Оскільки в загальному випадку руху електротехнічного комплексу сила $\overline{F_p}$ змінюється як за величиною, так і за напрямком, та враховуючи те, що переміщення відповідно до кривої $S = S(t)$ не є прямолінійним, то безпосередньо використати формулу (1) неможливо. Тоді використаємо метод знаходження роботи сили вздовж криволінійної траєкторії [7].

Розіб'ємо криву AB довільними точками $A = A_0(S_0; t_0), A_1(S_1; t_1), \dots, B = A_n(S_n; t_n)$, узятими за напрямком від A до B , на n дуг (рис. 1).

Таким чином на основі того, що для кожної точки кривої руху визначена рівнодійна сила, яка діє на електротехнічний комплекс, величина і напрям якої залежать від умов руху та положення об'єкта, визначимо, що рух вказаної точки M відбувається в деякому силовому полі (F) (рис. 1).

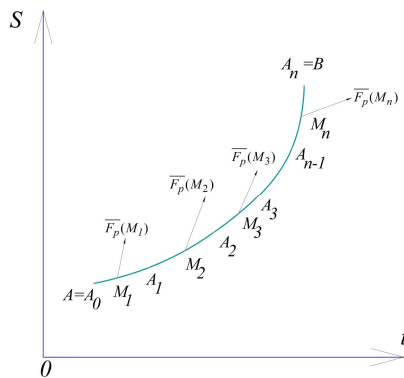


Рис. 1. Розділення кривої руху на частини

На кожній частковій дузі $A_{k-1}A_k$ виберемо довільно точки $M_k(S_k; t_k)$, $k = \overline{1, n}$ (рис. 2).

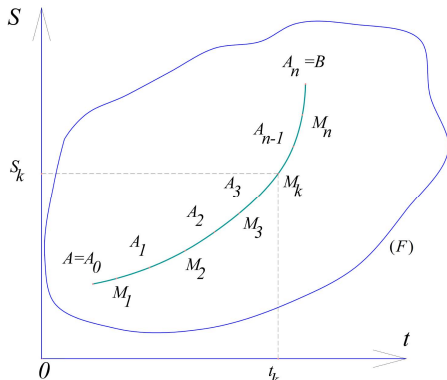


Рис. 2. Силове поле кривої руху

На частковій дузі $A_{k-1}A_k$ замінімо приблизно змінну силу $\overline{F_p}$ постійною силою $\overline{F_{pk}}(S_k; t_k)$, що рівна модулю вектора рівнодійної сили $\overline{F_p}$ в точці M_k . Рух матеріальної точки по цій дузі замінімо її рухом по хорді $A_{k-1}A_k$ цієї дуги.

Виконаємо це все для $\forall k = \overline{1, n}$. В результаті наближених заміन маємо:

- матеріальна точка рухається по ламаній, вписаній в криву AB ;
- на кожній ланці ламаної на матеріальну точку діє постійна сила.

Робота сили $\overline{F_p}(S_k; t_k)$ на хорді $A_{k-1}A_k$ рівна

$$A_k = \overline{F_{pk}}(S_k; t_k) \cdot \overline{A_{k-1}A_k}. \quad (2)$$

Знайдемо сумарну роботу на всій ділянці для $k = \overline{1, n}$:

$$A' = \sum_{k=1}^n A_k = \sum_{k=1}^n \overline{F_{pk}}(S_k; t_k) \cdot \overline{A_{k-1}A_k}, \quad (3)$$

де A' - робота ступінчатої сили при русі матеріальної точки по ламаній $A_0A_1 \dots A_n$, вписаній в криву AB .

Робота, яка визначається за виразом (3), є наближеним значенням шуканої роботи A_F сили $\overline{F_p}$ при переміщенні матеріальної точки по кривій AB :

$$A' \approx A_F. \quad (4)$$

Нехай рівнодійна сила $\overline{F_p}$ в силовому полі (F) розкладається на складові за відповідними осями системи координат, в якій зображено силове поле, відповідно до наступного виразу:

$$\overline{F_p} = P(S; t)\overline{i} + Q(S; t)\overline{j}, \quad (5)$$

де $\overline{i}, \overline{j}$ - одиничні вектори.

Задамо проекції вектора $\overline{A_{k-1}A_k}$ на осі системи координат наступними виразами:

$$\Delta S_k = S_k - S_{k-1}, \quad (6)$$

$$\Delta t_k = t_k - t_{k-1}. \quad (7)$$

Тоді для вектора $\overline{A_{k-1}A_k}$ справедливе наступне співвідношення:

$$\begin{aligned}\overline{A_{k-1}A_k} &= (t_k - t_{k-1})\bar{i} + (S_k - S_{k-1})\bar{j} = \\ &= \Delta t_k \cdot \bar{i} + \Delta S_k \cdot \bar{j}.\end{aligned}\quad (8)$$

З урахуванням останнього виразу, виразу (5) запишемо співвідношення (2) у наступному вигляді:

$$A_k' = P(S; t) \cdot \Delta t_k + Q(S; t) \cdot \Delta S_k. \quad (9)$$

Тоді на основі виразів (3) та (4) з урахуванням виразу (9) маємо наступне:

$$A_F \approx \sum_{k=1}^n P(t_k; S_k) \cdot \Delta t_k + Q(t_k; S_k) \cdot \Delta S_k \quad (10)$$

Нехай ΔL_k - довжина дуги $\overline{A_{k-1}A_k}$, а величина $d = \max_{k=1, n} \Delta L_k$. Тоді вираз (10) можна записати

наступним чином, вважаючи, що точним значенням роботи є границя отриманої суми за умови прямування довжини дуги $\overline{A_{k-1}A_k}$ до нуля:

$$A_F = \lim_{d \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n P(t_k; S_k) \cdot \Delta t_k + Q(t_k; S_k) \cdot \Delta S_k. \quad (11)$$

Вираз (11) означає, що при $n \rightarrow \infty$ кожна з дуг $\overline{A_{k-1}A_k}$ стягується в точку. Тоді, відповідно до визначення криволінійного інтегралу, має місце наступний вираз:

$$A_F = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n P(t_k; S_k) \cdot \Delta t_k + Q(t_k; S_k) \cdot \Delta S_k. \quad (12)$$

На основі того, що

$$\begin{aligned}&\sum_{k=1}^n [P(t_k; S_k) \cdot \Delta t_k + Q(t_k; S_k) \cdot \Delta S_k] = \\ &= \sum_{k=1}^n [P(t_k; S_k) \cdot \Delta t_k] + \sum_{k=1}^n [Q(t_k; S_k) \cdot \Delta S_k],\end{aligned}\quad (13)$$

та припускаючи, що існують границі сум, що знаходяться в правій частині останньої рівності, маємо

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n [P(t_k; S_k) \cdot \Delta t_k + Q(t_k; S_k) \cdot \Delta S_k] = \quad (14)$$

$$\begin{aligned}&= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n [P(t_k; S_k) \cdot \Delta t_k] + \\ &+ \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n [Q(t_k; S_k) \cdot \Delta S_k].\end{aligned}$$

Границі, що знаходяться справа у виразі (14), можна розглядати як криволінійні інтеграли вздовж дуги $\overline{AB}$ відповідно від векторів-функцій $P(S; t)$ та $Q(S; t)$. Тому вираз (14) можна подати в наступній формі:

$$\begin{aligned}&\int_{AB} [P(S; t)dt + Q(S; t)dS] = \\ &= \int_{AB} P(S; t)dt + \int_{AB} Q(S; t)dS.\end{aligned}\quad (15)$$

Відповідно до визначення криволінійного інтегралу [6, 7], робота сили вздовж дуги рівна криволінійному інтегралу вздовж цієї дуги. Останнє твердження дозволяє записати вираз (15) наступним чином:

$$A_F = \int_{AB} Pdt + \int_{AB} QdS, \quad (16)$$

де P та Q - проекції рівнодійної сили на осі координатної системи кривої руху.

З іншого боку, оскільки робота на кінцевому шляху визначається як границя суми елементарних робіт $\overline{F_p} \cdot d\bar{r}$, то вона фактично виражається наступним інтегралом:

$$A_F = \int_{S_1}^{S_2} \overline{F_p} \cdot d\bar{r}. \quad (17)$$

Виконаємо підстановку в останньому виразі замість вектора рівнодійної сили рівного йому, відповідно до основного закону механіки, вектора

$$\left(m \cdot \frac{d^2 \bar{r}}{dt^2} + \overline{C_o} + \overline{C_d} \right), \text{ де } C_o - \text{ сила основного опору,}$$

яка зумовлена опором повітряного середовища, внутрішнього тертя в електротехнічному комплексі, взаємодією електротехнічного комплексу та шляху, а C_d - сила додаткового опору руху, який визначається умовами проходження уклонів та кривих ділянок шляху, в результаті чого отримаємо наступний вираз:

$$A_F = \int_{S_1}^{S_2} \left(m \cdot \frac{d^2 \bar{r}}{dt^2} + \overline{C_o} + \overline{C_\partial} \right) d\bar{r}. \quad (18)$$

Виконаємо перехід до інтегрування за часом, використавши підстановку

$$d\bar{r} = \frac{d\bar{r}}{dt} \cdot dt. \quad (19)$$

Тоді матимемо за виразом (18) наступне:

$$A_T = \int_{S_1}^{S_2} \left(m \cdot \frac{d^2 \bar{r}}{dt^2} + \overline{C_o} + \overline{C_\partial} \right) \cdot \frac{d\bar{r}}{dt} dt = \frac{m}{2} \cdot \left(\left(\frac{d\bar{r}}{dt} \right)^2 \right)_{t_2} - \left(\left(\frac{d\bar{r}}{dt} \right)^2 \right)_{t_1} + (\overline{C_o} + \overline{C_\partial}) \cdot (r|_{t_2} - r|_{t_1}). \quad (20)$$

Аналізуючи останній вираз приходимо до висновку, що для мінімізації роботи, що виконується рівнодійною силою з переміщення тіла масою m , за умови сталих значень координат точок початку та кінця кривої руху – $(t_1; S_1)$ та $(t_2; S_2)$ відповідно – що визначається графіком руху необхідно зменшувати значення $\left(\frac{d\bar{r}}{dt} \right)$.

Оскільки відповідно до змісту кривої руху на координати точок початку та кінця кривої руху $(t_1; S_1)$ та $(t_2; S_2)$ накладається наступна система обмежень:

$$\begin{cases} t_1 < t_2; \\ S_1 < S_2, \end{cases} \quad (21)$$

то за умови сталих значень координат точок початку та кінця кривої руху можливими є наступні варіанти проходження кривої $S = S(t)$, що показані на рис. 3:

- випукла форма кривої $S = S(t)$ - крива 1;
- $S = S(t)$ являє собою пряму лінію - крива 2;
- вгнута форма кривої $S = S(t)$ - крива 3.

Як відомо, в кожній точці похідна функції дорівнює нахилу дотичної лінії до кривої даної функції [6, 7]. Оберемо довільну точку на кривій руху рис. 3 і проведемо до неї дотичні (рис. 4).

В даному варіанті розміщення дотичних точки взято на одному рівні часу для першої характерної ділянки кривої $S = S(t)$.

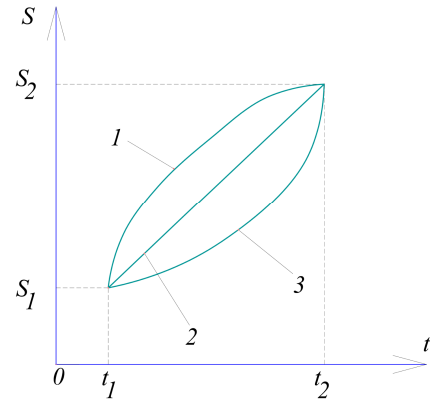


Рис. 3. Варіанти проходження кривої $S = S(t)$ на фіксованій ділянці кривої руху

Як видно в даному випадку має місце наступне співвідношення:

$$\operatorname{tg} \beta_3 < \operatorname{tg} \beta_2 < \operatorname{tg} \beta_1, \quad (22)$$

що свідчить про те, що саме такий варіант розподілу кривої $S = S(t)$ на ділянці AN_i (індекс i є номером позиції точки N для кожної кривої відповідно) дозволяє мінімізувати значення похідної від даної функції на ділянці такої характерної форми.

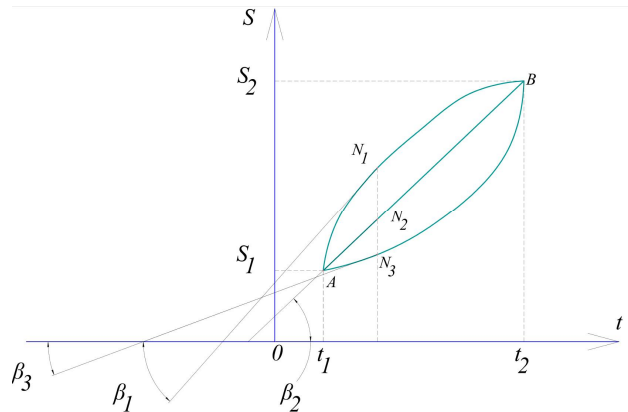


Рис. 4. Перший варіант розміщення дотичних до графіків $S = S(t)$

Розглянемо другий можливий випадок характерної форми ділянки кривої руху – такий, за якого певна ділянка наближується до прямої лінії.

Оберемо довільну точку на кривій руху рис. 3 і проведемо до неї дотичні (рис. 5).

В даному варіанті розміщення дотичних точки взято на одному рівні часу для другої характерної ділянки кривої $S = S(t)$. Як видно в даному випадку має місце наступне співвідношення:

$$\operatorname{tg} \beta_3 < \operatorname{tg} \beta_2 \approx \operatorname{tg} \beta_1, \quad (23)$$

що свідчить про те, що саме такий варіант розподілу кривої $S = S(t)$ на ділянці в околі точки M_i (індекс i є номером позиції точки M для кожної кривої

відповідно), який являє собою пряму лінію, дозволяє мінімізувати значення похідної від даної функції на ділянці прямої форми.

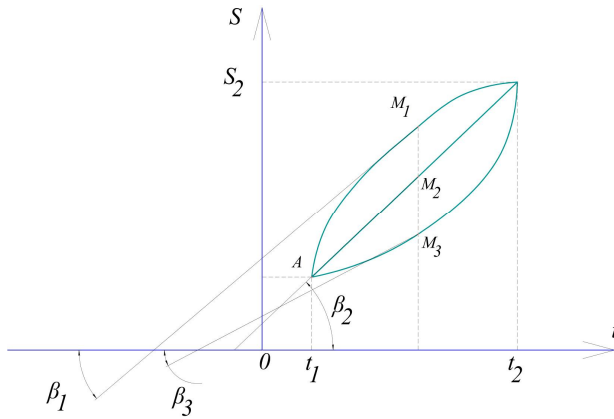


Рис. 5. Другий варіант розміщення дотичних до графіків $S = S(t)$

В ситуації, за якої можна в околі точки M_i вважати ділянки функцій $S = S(t)$ наближеними до паралельних ліній, матиме місце наступне співвідношення:

$$\operatorname{tg} \beta_3 \approx \operatorname{tg} \beta_2 \approx \operatorname{tg} \beta_1. \quad (24)$$

Розглянемо другий можливий випадок – такий, за якого певна ділянка наближується до прямої лінії.

Оберемо довільну точку на кривій руху рис. 3 і проведемо до неї дотичні (рис. 6).

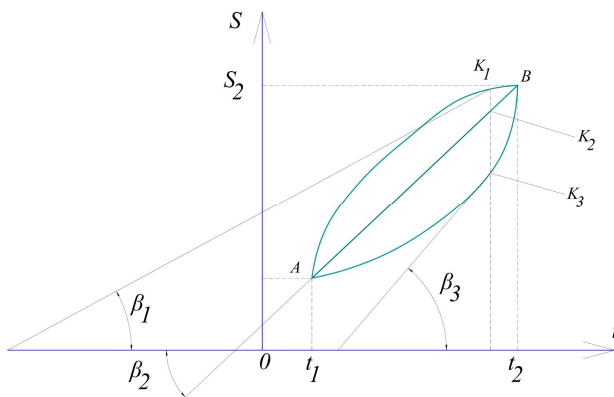


Рис. 6. Другий варіант розміщення дотичних до графіків $S = S(t)$

В даному варіанті розміщення дотичних точки взято на одному рівні часу для третьої характерної ділянки кривої $S = S(t)$. Як видно в даному випадку має місце наступне співвідношення:

$$\operatorname{tg} \beta_1 < \operatorname{tg} \beta_2 < \operatorname{tg} \beta_3. \quad (25)$$

Відповідно до співвідношення (25) на даній ділянці значення похідних від функції $S = S(t)$ в околі точки K_i (індекс i є номером позиції точки K

для кожної кривої відповідно) не дозволяє мінімізувати значення похідної від даної функції на ділянці такої форми (для третьої кривої). Даний варіант потребує окремого пояснення.

З огляду на особливості кривої $S = S(t)$ як геометричної інтерпретації кривої руху електротехнічного комплексу неможливими є варіанти побудови кривої руху, в яких виконуються співвідношення, що можна представити наступною сукупністю:

$$\begin{cases} t_k < t_{k+1}; \\ S_{k+1} < S_k. \end{cases} \cup \begin{cases} t_k > t_{k+1}; \\ S_{k+1} < S_k. \end{cases} \quad (26)$$

де k - довільний номер ділянки кривої $S = S(t)$, причому

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^m S_k = \overline{AB} \quad (27)$$

Тоді введемо обмеження на значення відповідних координат, яке задамо наступною системою:

$$\begin{cases} t_k < t_{k+1}; \\ S_k < S_{k+1}, \end{cases} \quad (28)$$

при цьому вважаючи, що вираз (27) є справедливим. Система обмежень (28) фактично означає «незворотність» часу та виключає ситуацію, за якої електротехнічний комплекс проїжджає повз пункт призначення, до якого він прямував, а потім повертається на нього, через те, що він його минув. З математичної точки зору ми виключили з розгляду випадок, в якому $\operatorname{tg} \beta_i < 0$, оскільки в такому випадку

$$\beta_i \geq \frac{\pi}{2}, \text{ що показано на рис. 7.}$$

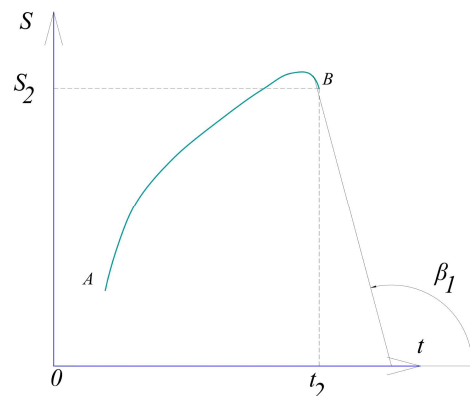


Рис. 7. Неможливий варіант розподілу кривої $S = S(t)$

На рис. 8 розглянемо криву 3, відповідно до випадку, проаналізованого на рис. 6.

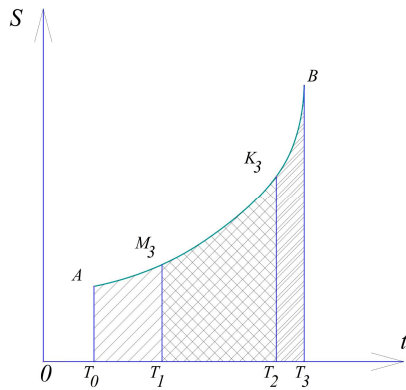


Рис. 8. Схема до пояснення площ під графіком $S = S(t)$ в різних випадках нахилу даної кривої відносно осі абсцис

Очевидним є той факт, що для площ Π заштрихованих на рис. 8 фігур (під відповідними ділянками кривої руху) виконується співвідношення

$$\Pi_{AM_3T_1T_0} + \Pi_{M_3K_3T_2T_1} > \Pi_{K_3BT_3T_2} \quad (29)$$

Збільшення довжини відповідної дуги K_3B , в наслідок чого різко зміниться нахил кривої $S = S(t)$ і вираз (29) може при певних співвідношеннях втратити справедливості є неможливим, оскільки фактично це буде означати значне збільшення швидкості руху, яка є обмеженою величиною. Окрім того величина максимального кута нахилу дотичної до графіка кривої $S = S(t)$ визначається граничними значеннями ривка та прискорення і тому має певне фіксоване для даного електротехнічного комплексу на визначеній ділянці дистанції руху значення.

Для фаз руху електротехнічного комплексу - розгін $\rightarrow$ рух з усталеною швидкістю $\rightarrow$ гальмування - характерною є наступна форма кривої $S = S(t)$, наведена на рис. 9.

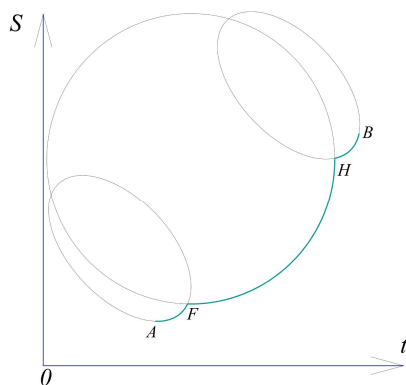


Рис. 9. Характерна форма кривої $S = S(t)$ для різних фаз руху електротехнічного комплексу

На рис. 9 ділянка набору швидкості буде відповідати дузі AF , що фактично є елементом контуру еліпсу, оскільки має місце зміна швидкості у часі, тобто зміна співвідношення між ділянками

шляху, пройденими за один і той самий проміжок часу.

На рис. 9 ділянка руху зі сталою швидкістю буде відповідати дузі FH , що фактично є елементом кола, оскільки має місце стале співвідношення між ділянками шляху, пройденими за один і той самий проміжок часу.

На рис. 9 ділянка гальмування буде відповідати дузі HB , що є елементом контуру еліпсу, оскільки має місце зменшення швидкості у часі, тобто зменшення співвідношення між ділянками шляху, пройденими за один і той самий проміжок часу.

Розглянемо ділянку руху зі сталою швидкістю (рис. 10).

Для виконання нерівності (29) введемо обмеження:

$$\Delta L_{F_3O_5} > \Delta L_{O_5H_3}, \quad (30)$$

враховуючи також, що обмеження за максимальними значеннями швидкості, прискорення та ривка в даному разі виконуються.

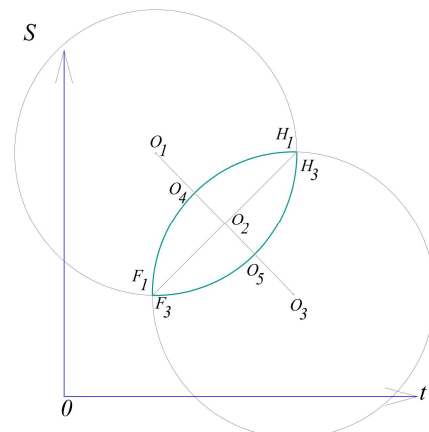


Рис. 10. Ділянка кривої $S = S(t)$ для руху з постійною швидкістю

При цьому повинно виконуватись також співвідношення

$$\Delta L_{F_1O_4} > \Delta L_{O_4H_1}, \quad (31)$$

що призведе до виконання виразів (23), (29).

Всі наведені ділянки кривої $S = S(t)$ для різних фаз руху електротехнічного комплексу за своєю формою повторюють форму кривої, розглянутої раніше в даному дослідженні між двома довільними точками руху. Тобто для кожної фази руху необхідно вирішувати оптимізаційну задачу розподілу кривої $S = S(t)$ та відповідно реалізовувати її.

Як відомо [8, 9], довжиною дуги AB називається така границя, до якої прямує довжина вписаної в цю дугу ламаної, коли довжина її найбільшої ланки прямує до нуля. Тобто має місце співвідношення:

$$L_{AB} = \lim_{\max \Delta L_k \rightarrow 0} \sum_{k=1}^m \Delta L_k. \quad (32)$$

Виходячи з того, що керування електротехнічним комплексом є неперервною функцією, тобто сила тяги є неперервною, то на певному відрізку часу, за умови сталих значень координат точок початку та кінця кривої руху – $(t_1; S_1)$ та $(t_2; S_2)$ відповідно, функція $S = S(t)$ та її похідна також є неперервними функціями. Тоді можна стверджувати, що границя (32) існує.

Нехай

$$\Delta S_k = S(t_k) - S(t_{k-1}). \quad (33)$$

Тоді, враховуючи що час не може приймати від'ємних значень маємо:

$$\begin{aligned} \Delta S_k &= \sqrt{(\Delta S_k)^2 + (\Delta t_k)^2} = \\ &= \Delta t_k \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta S_k}{\Delta t_k}\right)^2}. \end{aligned} \quad (34)$$

Використовуючи теорему Лагранжа [1] отримаємо:

$$\frac{\Delta S_k}{\Delta t_k} = \frac{S(t_k) - S(t_{k-1})}{t_k - t_{k-1}} = S'(\tau_k), \quad (35)$$

причому

$$t_{k-1} < \tau_k < t_k. \quad (36)$$

Тоді на основі виразів (35), (36) маємо:

$$\Delta S_k = \Delta t_k \cdot \sqrt{1 + \left(S'(\tau_k)\right)^2}. \quad (37)$$

Отже, приходимо до висновку що довжина вписаної ламаної рівна

$$L_m = \sum_{k=1}^m \left[\Delta t_k \cdot \sqrt{1 + \left(S'(\tau_k)\right)^2} \right]. \quad (38)$$

Виходячи з неперервності похідної функції $S = S(t)$ маємо, що функція $\sqrt{1 + \left(S'(\tau_k)\right)^2}$ також неперервна. Тоді існує границя інтегральної суми, що рівна визначеному інтегралу:

$$L_{AB} = \lim_{\max \Delta L_k \rightarrow 0} \sum_{k=1}^m \left[\Delta t_k \cdot \sqrt{1 + \left(S'\right)^2} \right] \quad (39)$$

або

$$L_{AB} = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{1 + \left(\frac{dS}{dt}\right)^2} dt. \quad (40)$$

Висновки та перспективи розвитку напрямку.

1. Таким чином ми отримали довжину дуги кривої руху електротехнічного комплексу на основі значень координат точок початку та кінця кривої руху – $(t_1; S_1)$ та $(t_2; S_2)$ відповідно. Порівнюючи даний вираз з виразом для знаходження площі фігури, що її утворює дуга $S = S(t)$ при своєму обертанні навколо осі абсцис, бачимо, що даний вираз входить до формули обчислення площі як множник.

2. Отже, мінімізація площі, що її утворює дуга $S = S(t)$ при своєму обертанні навколо осі абсцис призводить також до зменшення довжини дуги $S = S(t)$. Тобто вирази (30), (31) в такому випадку також будуть виконуватись автоматично.

3. Створена математична модель показує перспективність подальшого дослідження в цьому напрямку для отримання інших критеріїв в залежності від практичних потреб.

Список літератури / References

1. Кулагін Д. О. Проективання систем керування тяговими електропередачами моторвагонних поїздів : монографія / Д. О. Кулагін. – Бердянськ : ФО-П Ткачук О. В., 2014. – 154 с.

Kulagin D. O. Designing of control systems of traction electrical transmission EMU-trains / Kulagin D. O. – Berdyans'k : FO-P Tkachuk O. V. – 2014. – 154 p.

2. Оптимизация управления движением поездов : учеб. пособие / [Баранов Л. А., Ерофеев Е. В., Мелешин И. С., Чинь Л. М.] – М. : МИИТ, 2011. – 164 с.

Optimization of train control : a training manual / [Baranov, L. A., Erofeev E. S., Meleshin I. S., Chin L. M.] – М : МИИТ, 2011. – 164 p.

3. Гетьман Г. К. Научные основы определения рационального мощностного ряда тяговых средств железнодорожного транспорта : монография / Г. К. Гетьман. – Днепропетровский нац. ун-т ж.-д. трансп. – Д. : Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту заліз. трансп., 2008. – 444 с.

Getman G. K. Scientific basis for the definition of rational power series traction rolling stock : monograph / G. K. Getman. – D : DNUGT, 2008. – 444 p.

4. Мищенко В. А. Теория, способы и системы векторного и оптимального векторного управления электроприводами переменного тока. Монография / Мищенко В. А. – М. : Издательство «Информэлектрон», 2002. – 168 с.

Mishchenko V. A. Theory, methods and systems of the vector and the optimal vector control electric drives of an alternating current. Monograph / Mishchenko V. A. – M. : Izdatel'stvo «Informelektro», 2002. – 168 p.

5. Кулагін Д. О. Інформаційні управляючі системи та технології : колективна монографія / Д. О. Кулагін., П. Д. Андрієнко, [та ін.]. – Донецьк : Донбас, 2014. – 218 с.

Kulagin D. O. Information control systems and technologies : collective monograph / D. O. Kulagin., P. D. Andrienko, [and others]. – Donetsk : Donbass, 2014. – 218 p.

6. Cassel Kevin W. Variational Methods with Applications in Science and Engineering / Cassel Kevin W. – Cambridge University Press, 2013. – 432 p.

7. Gelfand I. M. Calculus of Variations / I. M. Gelfand, S. V. Fomin. – Courier Dover Publications, 2000 – 232 p.

8. Logan J. David. Applied Mathematics / Logan J. David. – 3rd Ed. – Wiley-Interscience, John Wiley & Sons, 2006. – 546 p.

9. Lebedev L. P. The Calculus of Variations and Functional Analysis with Optimal Control and Applications in Mechanics / Lebedev L. P., Cloud M. J. – World Scientific, 2003. – 436 p.

Цель. Описание в общем виде содержания критерия минимизации площади под кривой движения электротехнического комплекса.

Методика. В работе использованы методы вариационного исчисления, которые объединены с использованием подходов механики тела для системного исследования свойств подвижного объекта. Под оптимальным управлением движением электротехнического комплекса понимался такой выбор последовательности режимов управления тяговым электроприводом, который обеспечивает минимизацию критерия оптимальности при выполнении всех ограничений, которые накладываются на параметры и условия работы электропривода. Под критерием оптимальности понимался количественный показатель, который характеризует принятое решение – выбор управления движением электротехнического комплекса.

Результаты. Создана аналитическая модель использования критерия минимизации площади под кривой движения электротехнического комплекса. Доказано, что минимизация площади, которую образует дуга $S = S(t)$ при своем обращении вокруг оси абсцисс приводит также к уменьшению длины дуги $S = S(t)$ и соответствующему уменьшению величины тяговой работы.

Научная новизна. Впервые предложено и обоснованно использование критерия минимизации площади под кривой движения для разработки алгоритмов работы электроприводов подвижных электромеханических объектов, которая позволяет обеспечивать минимальное значение тяговой работы.

В отличие от существующих критериев предложенный позволяет реализовать оптимальные динамические свойства электротехнического комплекса при движении.

Практическая значимость. На основе разработанного критерия определена процедура расчетов параметров оптимальной кривой движения, что позволяет проектировать системы автоматического регулирования и управления системами тяговых электроприводов, осуществлять испытание, усовершенствование, ремонт и диагностику систем подвижного электротехнического комплекса.

Ключевые слова: *подвижный комплекс, работа, минимизация затрат, кривая движения, электрическая передача*

Purpose. Description in General, the content of the criterion of minimizing the area under the curve of movement of the electrical complex.

Methodology. Used in the work methods of the calculus of variations, which are combined with the use of mechanics approaches for systematic studies of the properties of the rolling object. Under optimal traffic management electrical engineering complex was understood this choice of the sequence of modes of control of the traction drive, which ensures minimization of the criterion of optimality when all restrictions imposed on the parameters and conditions of operation. Under the criterion of optimality is understood metric that characterizes the decision - the choice of motion control electrical complex.

Findings. An analytical model using the criterion of minimizing the area under the curve of movement of the electrical industry. It is proved that the minimization of the square, which forms the arc $S = S(t)$ during its revolution around the x-axis also leads to a decrease of the length of the arc $S = S(t)$ and a corresponding decrease traction.

Originality. First proposed and justified the use of the criterion of minimizing the area under the curve of the movement to develop algorithms movable actuators electromechanical objects, which allows for the minimum value of traction. In contrast to existing criteria proposed allows implementing the optimal dynamic properties of the electrical system while driving.

Practical value. On the basis of the developed criteria defined procedure of calculating the parameters of the optimal curve motion that allows you to design systems of automatic regulation and control systems traction drives, to perform testing, improvement, repair and diagnostics of electrical systems of rolling complex.

Keywords: *the mobile complex, work, cost minimization, curve motion, electric transmission*

Рекомендовано до публікації докт. техн. наук Андрієнком П.Д.

Дата надходження рукопису 03.03.15.